

# Onduleur de tension triphasé

## Table des matières

<b>2</b>	<b>Préambule</b>	<b>1</b>
<b>3</b>	<b>Calculs préliminaires</b>	<b>2</b>
3.1	Phaseur spatial associé aux tensions $u_{r1}$ , $u_{r2}$ et $u_{r3}$	2
3.2	Phaseur spatial associé aux trois courants de phase $i_{s1}$ , $i_{s2}$ et $i_{s3}$	4
3.3	Phaseur spatial associé aux trois tensions de phase $u_{s1}$ , $u_{s2}$ et $u_{s3}$	5
3.4	Commande de l'onduleur de tension par <i>MLI</i>	9

## 2 Préambule

On rappelle la structure étudiée, représentée Fig. 1.

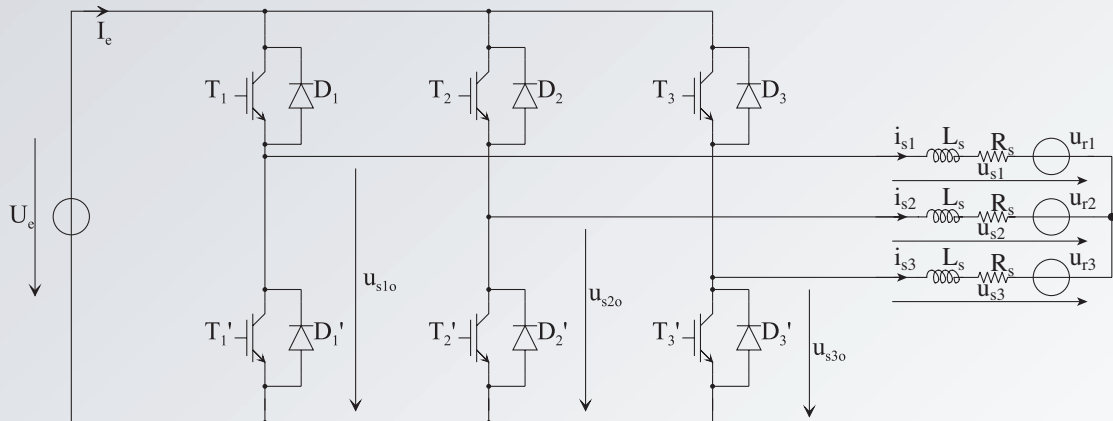


FIG. 1 – Structure d'un onduleur triphasé

Les données du problème sont les suivantes :

- Tension d'alimentation continue  $U_e$  :  $U_e = 600V$ ,
- Sources de tension triphasées : toutes ont la même valeur efficace  $U_r = 180V$ , et la même fréquence  $f = 50Hz$ . Elles sont ainsi définies par le système d'équations :

$$\begin{cases} u_{r1} = \sqrt{2}U_r \sin \omega t \\ u_{r2} = \sqrt{2}U_r \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \\ u_{r3} = \sqrt{2}U_r \sin \left( \omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \end{cases} \quad (1)$$

- Inductances  $L_s$  :  $L_s = 10mH$
- Résistances  $R_s$  :  $R_s = 0.5\Omega$

### 3 Calculs préliminaires

#### 3.1 Phaseur spatial associé aux tensions $u_{r1}$ , $u_{r2}$ et $u_{r3}$

Expression du phaseur spatial  $\underline{u}_r$  associé aux trois tensions triphasée  $u_{r1}$ ,  $u_{r2}$  et  $u_{r3}$  :

- en coordonnées cartésiennes :  $\underline{u}_r = u_{r\alpha} + j u_{r\beta}$  :

A partir du système triphasé tel que défini (1), les composantes  $u_{r\alpha}$  et  $u_{r\beta}$  du phaseur spatial  $\underline{u}_r$  sont définies comme suit :

$$\begin{cases} u_{r\alpha} = u_{r1} \\ u_{r\beta} = \frac{1}{\sqrt{3}}(u_{r2} - u_{r3}) \end{cases} \quad (2)$$

Il vient donc

$$\begin{aligned} & \begin{cases} u_{r\alpha} = \sqrt{2}U_r \sin \omega t \\ u_{r\beta} = \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{2}U_r \left( \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right) - \sin \left( \omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \right) \end{cases} \\ & \begin{cases} u_{r\alpha} = \sqrt{2}U_r \sin \omega t \\ u_{r\beta} = \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{2}U_r 2 \sin \left( \frac{1}{2} \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} - \omega t + \frac{4\pi}{3} \right) \right) \sin \left( \frac{1}{2} \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} + \omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \right) \end{cases} \\ & \begin{cases} u_{r\alpha} = \sqrt{2}U_r \sin \omega t \\ u_{r\beta} = \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{2}U_r 2 \sin \frac{\pi}{3} \cos (\omega t - \pi) \end{cases} \\ & \Rightarrow \begin{cases} u_{r\alpha} = \sqrt{2}U_r \sin \omega t \\ u_{r\beta} = -\sqrt{2}U_r \cos \omega t \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

- en coordonnées polaires :  $\underline{u}_r = u_r e^{j\rho_r}$

Le module  $u_r$  du phaseur spatial est défini par la relation :

$$u_r = \sqrt{u_{r\alpha}^2 + u_{r\beta}^2} \quad (4)$$

$$\implies u_r = \sqrt{2}U_r$$

L'argument  $\rho_r$  du phaseur spatial est défini par la relation :

$$\rho_r = \arctan\left(\frac{u_{r\beta}}{u_{r\alpha}}\right)$$

$$\rho_r = \arctan\left(-\frac{\cos \omega t}{\sin \omega t}\right)$$

$$\rho_r = -\arctan\left(\frac{1}{\tan \omega t}\right) \quad (5)$$

$$\rho_r = -\arctan\left(\tan\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right)\right)$$

$$\implies \rho_r = -\frac{\pi}{2} + \omega t$$

La représentation de ce phaseur spatial dans le plan  $(\alpha^s, \beta^s)$  est donnée Fig. 2.

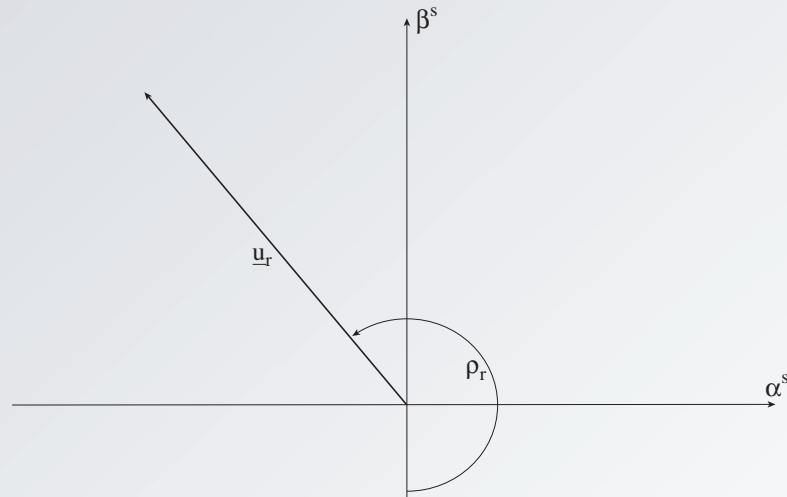


FIG. 2 – Phaseur spatial associé aux tension  $u_{ri}$

Le phaseur spatial  $\underline{u}_r$  est un vecteur d'amplitude constante, dont la référence angulaire est le demi-axe négatif  $\beta^s$ , et dont la pointe décrit continûment un cercle, avec une vitesse angulaire  $\omega t$ .

Application numérique pour  $U_r = 180V$  :

$$\begin{cases} u_r = 254.5V \\ \rho_r = -\frac{\pi}{2} + \omega t \end{cases} \quad (6)$$

### 3.2 Phaseur spatial associé aux trois courants de phase $i_{s1}$ , $i_{s2}$ et $i_{s3}$

On rappelle les expressions des trois courants de phase :

$$\begin{cases} i_{s1} = \sqrt{2}I_s \sin(\omega t) \\ i_{s2} = \sqrt{2}I_s \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ i_{s3} = \sqrt{2}I_s \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \end{cases} \quad (7)$$

Calcul du phaseur  $\underline{i}_s$  spatial associé aux trois courants de phase  $i_{s1}$ ,  $i_{s2}$  et  $i_{s3}$  : ce calcul est en tout point identique au calcul effectué précédemment. On peut donc d'emblée donner le résultat suivant par analogie au calcul précédent :

– composantes  $i_{s\alpha}$  et  $i_{s\beta}$  (coordonnées cartésiennes) du phaseur spatial  $\underline{i}_s$  :

$$\underline{i}_s = i_{s\alpha} + j i_{s\beta}$$

avec :

$$\begin{cases} i_{s\alpha} = \sqrt{2}I_s \sin(\omega t) \\ i_{s\beta} = -\sqrt{2}I_s \cos(\omega t) \end{cases} \quad (8)$$

Ou encore :

$$\underline{i}_s = i_s e^{j\rho_i}$$

avec :

$$\begin{cases} i_s = \sqrt{2}I_s \\ \rho_i = -\frac{\pi}{2} + \omega t \end{cases} \quad (9)$$

Le phaseur spatial  $\underline{i}_s$  est un vecteur d'amplitude constante, dont la référence angulaire est le demi-axe négatif  $\beta^s$ , et dont la pointe décrit continûment un cercle, avec une vitesse angulaire  $\omega t$ . A son amplitude près, il est confondu avec le phaseur spatial  $\underline{u}_r$ , ainsi que représenté Fig. 3.

Application numérique pour  $I_s = 20A$  :

$$\begin{cases} i_s = 28.3A \\ \rho_i = -\frac{\pi}{2} + \omega t \end{cases} \quad (10)$$

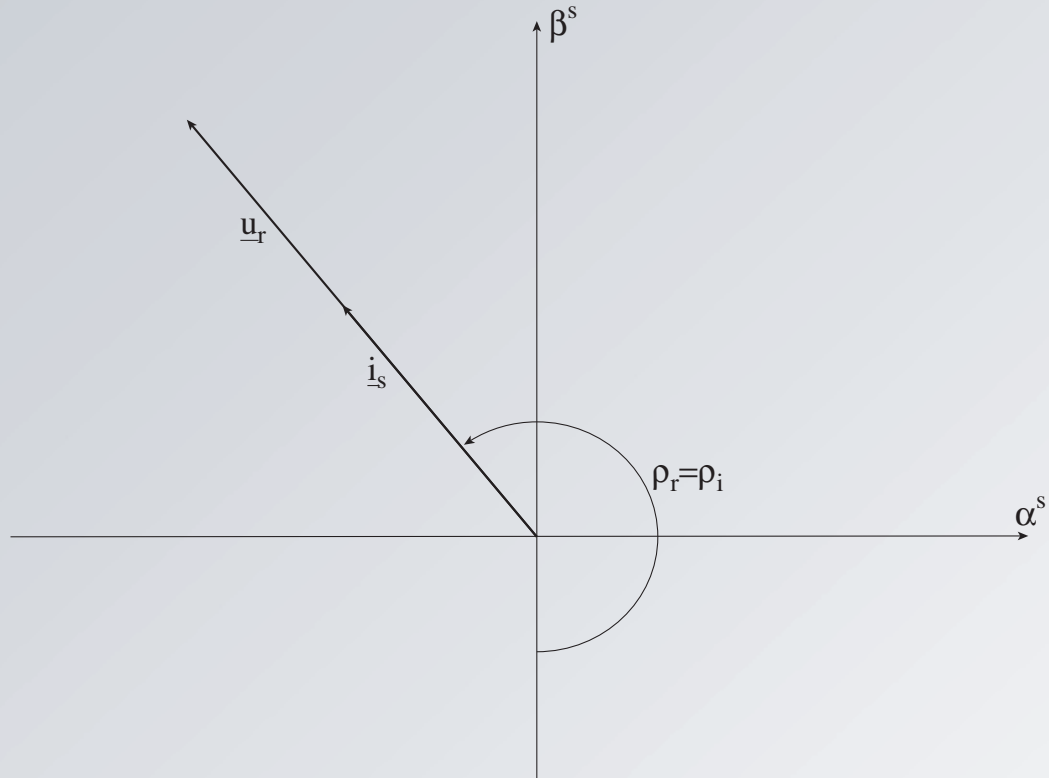


FIG. 3 – Phaseurs spatiaux  $\underline{i}_s$  et  $\underline{u}_r$

### 3.3 Phaseur spatial associé aux trois tensions de phase $u_{s1}$ , $u_{s2}$ et $u_{s3}$

On rappelle la relation générale qui lie le phaseur spatial  $\underline{u}_s$  associé aux trois tensions de phase d'une part, avec le phaseur  $\underline{i}_s$  et le phaseur  $\underline{u}_r$  d'autre part :

$$\underline{u}_s = R_s \underline{i}_s + jL_s \omega \underline{i}_s + \underline{u}_r \quad (11)$$

- Composantes de  $\underline{u}_s$  en coordonnées polaires : Compte tenu des relations (5) et (9), on peut écrire que  $\underline{i}_s$  et  $\underline{u}_r$  ont le même argument :  $\rho_r = \rho_i = -\frac{\pi}{2} + \omega t$ . Il vient ainsi :

$$\begin{aligned}\underline{u}_s &= (R_s + jL_s\omega) i_s e^{j\rho_r} + u_r e^{j\rho_r} \\ \underline{u}_s &= (R_s i_s + jL_s\omega i_s + u_r) e^{j\rho_r} \\ \underline{u}_s &= \sqrt{(R_s i_s + u_r)^2 + (L_s\omega i_s)^2} e^{j \arctan \frac{L_s\omega i_s}{R_s i_s + u_r}} e^{j\rho_r} \\ \underline{u}_s &= \sqrt{(R_s i_s + u_r)^2 + (L_s\omega i_s)^2} e^{j \arctan \frac{L_s\omega i_s}{R_s i_s + u_r}} e^{j\rho_r} \\ \underline{u}_s &= \sqrt{(R_s i_s + u_r)^2 + (L_s\omega i_s)^2} e^{j \left( \rho_r + \arctan \frac{L_s\omega i_s}{R_s i_s + u_r} \right)}\end{aligned}\quad (12)$$

Les composantes en coordonnées polaires du phaseur spatial  $\underline{u}_r$  sont dans ce cas :

$$\begin{aligned}\underline{u}_s &= u_s e^{j\rho_s} \\ \text{avec : } &\begin{cases} u_s = \sqrt{(R_s i_s + u_r)^2 + (L_s\omega i_s)^2} \\ \rho_s = \rho_r + \arctan \frac{L_s\omega i_s}{R_s i_s + u_r} \end{cases}\end{aligned}\quad (13)$$

Application numérique pour  $u_r = 254V$ ,  $i_s = 28.3A$ ,  $R_s = 0.5\Omega$ ,  $L_s = 10mH$ ,  $\rho_r = -\frac{\pi}{2} + \omega t$  :

$$\begin{cases} u_s = 283V \\ \rho_s = -\frac{\pi}{2} + \omega t + 0.32rad \end{cases}\quad (14)$$

– Composantes de  $\underline{u}_s$  en coordonnées polaires :

Le lien entre les coordonnées cartésiennes de  $\underline{u}_s$  et ses coordonnées polaires est donné par la relation :

$$\begin{aligned}\underline{u}_s &= u_{s\alpha} + j u_{s\beta} = u_s e^{j\rho_s} \\ \text{avec : } &\begin{cases} u_{s\alpha} = u_s \cos \rho_s \\ u_{s\beta} = u_s \sin \rho_s \end{cases}\end{aligned}\quad (15)$$

A partir de l'application numérique (14), on obtient ainsi :

$$\begin{aligned}\underline{u}_s &= u_{s\alpha} + j u_{s\beta} \\ \text{avec : } &\begin{cases} u_{s\alpha} = 283 \cos \left( -\frac{\pi}{2} + \omega t + 0.32 \right) \\ u_{s\beta} = 283 \sin \left( -\frac{\pi}{2} + \omega t + 0.32 \right) \end{cases}\end{aligned}\quad (16)$$

Soit enfin :

$$\underline{u}_s = u_{s\alpha} + j u_{s\beta}$$

$$\text{avec : } \begin{cases} u_{s\alpha} = 283 \sin(\omega t + 0.32) \\ u_{s\beta} = -283 \cos(\omega t + 0.32) \end{cases} \quad (17)$$

Le phaseur spatial  $\underline{u}_s$  est un vecteur d'amplitude constante, dont la pointe décrit continûment un cercle, avec une vitesse angulaire  $\omega t$ , et une avance de phase de  $0.32 \text{ rad}$  ( $18.3^\circ$ ) par rapport aux phaseurs  $\underline{i}_s$  et  $\underline{u}_r$ . Il est représenté Fig. 4.

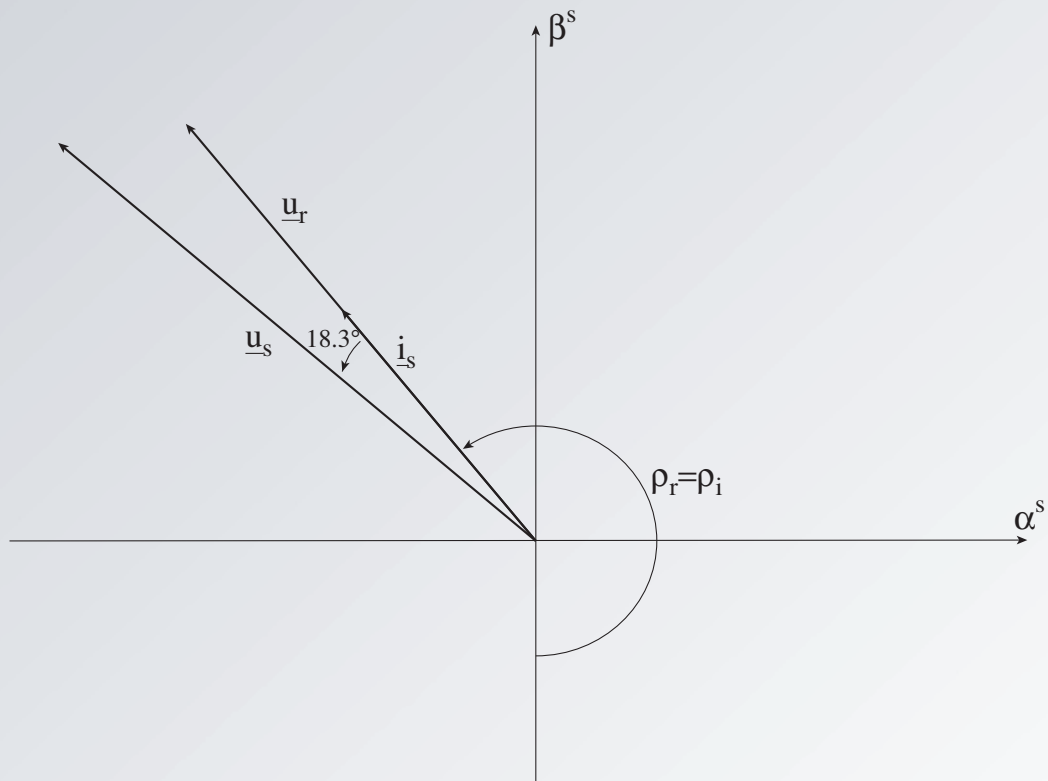


FIG. 4 – Phaseurs spatiaux  $\underline{i}_s$ ,  $\underline{u}_r$  et  $\underline{u}_s$

– Transformation inverse :

A partir de l'expression de  $\underline{u}_s$  en coordonnées polaires, on peut déterminer les amplitudes, fréquence et phase des trois tensions de phase  $u_{s1}$ ,  $u_{s2}$  et  $u_{s3}$  par le jeu d'équations suivantes :

$$\begin{cases} u_{s1} = \operatorname{Re} \{ \underline{u}^s \} \\ u_{s2} = \operatorname{Re} \{ \underline{a}^{-1} \underline{u}^s \} \\ u_{s3} = \operatorname{Re} \{ \underline{a}^{-2} \underline{u}^s \} \end{cases} \quad (18)$$

$$\text{avec : } \underline{a} = e^{j \frac{2\pi}{3}}$$

A partir de l'application numérique (14), on obtient ainsi :

$$\begin{cases} u_{s1} = \operatorname{Re} \left\{ 283 e^{j \left( -\frac{\pi}{2} + \omega t + 0.32 \right)} \right\} \\ u_{s2} = \operatorname{Re} \left\{ e^{-j \frac{2\pi}{3}} 283 e^{j \left( -\frac{\pi}{2} + \omega t + 0.32 \right)} \right\} \\ u_{s3} = \operatorname{Re} \left\{ e^{-j \frac{4\pi}{3}} 283 e^{j \left( -\frac{\pi}{2} + \omega t + 0.32 \right)} \right\} \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_{s1} = 283 \cos \left( -\frac{\pi}{2} + \omega t + 0.32 \right) \\ u_{s2} = 283 \cos \left( -\frac{\pi}{2} + \omega t - \frac{2\pi}{3} + 0.32 \right) \\ u_{s3} = 283 \cos \left( -\frac{\pi}{2} + \omega t - \frac{4\pi}{3} + 0.32 \right) \end{cases} \quad (19)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u_{s1} = 283 \sin (\omega t + 0.32) \\ u_{s2} = 283 \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} + 0.32 \right) \\ u_{s3} = 283 \sin \left( \omega t - \frac{4\pi}{3} + 0.32 \right) \end{cases}$$

Les trois tensions de phase doivent constituer un système d'alimentation triphasé, dont chacune des trois tensions doit avoir une valeur crête de 283V, une fréquence identique à celle des tensions  $u_{ri}$ , et devant posséder une avance de phase de  $0.32rad$  ( $18.3^\circ$ ) par rapport à ces mêmes tensions.

Ceci est ainsi une condition impérative pour respecter le cahier des charges visant à imposer des courants de phase triphasés  $i_{s1}$ ,  $i_{s2}$  et  $i_{s3}$  de valeur efficace 20A et en phase avec les tensions  $u_{r1}$ ,  $u_{r2}$  et  $u_{r3}$ .



### 3.4 Commande de l'onduleur de tension par *MLI*

On définit les trois signaux de commande  $u_{cm1}$ ,  $u_{cm2}$  et  $u_{cm3}$  appliqués en entrée du modulateur du convertisseur de la manière suivante :

$$\begin{cases} u_{cm1} = \hat{U}_{cm} \sin(\omega t + \varphi_{cm}) \\ u_{cm2} = \hat{U}_{cm} \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} + \varphi_{cm}\right) \\ u_{cm3} = \hat{U}_{cm} \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3} + \varphi_{cm}\right) \end{cases} \quad (20)$$

Où  $\hat{U}_{cm}$  est la valeur crête de ces trois signaux,  $\omega = 2\pi f$  est leur pulsation, et  $\varphi_{cm}$  leur phase. Ces trois signaux constituent en outre un système de trois tensions triphasées.

On considère que les trois tension de phase  $u_{s1}$ ,  $u_{s2}$  et  $u_{s3}$  précédemment calculées (19) sont les ondes fondamentales des tensions de phase générées par l'onduleur de tension commandé par *MLI*. On considère en outre que l'amplitude du signal de porteuse du modulateur vaut  $\hat{U}_h = 1$ . Pour un onduleur de tension triphasé commandé par *MLI*, on peut donc écrire :

$$\begin{cases} u_{s1} = \frac{U_e}{2} \hat{U}_{cm} \sin(\omega t + \varphi_{cm}) \\ u_{s2} = \frac{U_e}{2} \hat{U}_{cm} \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} + \varphi_{cm}\right) \\ u_{s3} = \frac{U_e}{2} \hat{U}_{cm} \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3} + \varphi_{cm}\right) \end{cases} \quad (21)$$

Afin de satisfaire les relations (19), les trois signaux de commande devront avoir les caractéristiques suivantes (avec  $U_e = 600V$ ) :

$$\begin{cases} \hat{U}_{cm} = \frac{2}{U_e} 283 \quad \implies \quad \hat{U}_{cm} = 0.943V \\ \omega = 2\pi 50 rad.s^{-1} \\ \varphi_{cm} = 0.32 rad = 18.33^\circ \end{cases} \quad (22)$$

On doit ainsi paramétrer les trois signaux de commande de la manière suivante :

$$\begin{cases} u_{cm1} = 0.943 \sin(2\pi 50t + 0.32) \\ u_{cm2} = 0.943 \sin\left(2\pi 50t - \frac{2\pi}{3} + 0.32\right) \\ u_{cm3} = 0.943 \sin\left(2\pi 50t - \frac{4\pi}{3} + 0.32\right) \end{cases} \quad (23)$$