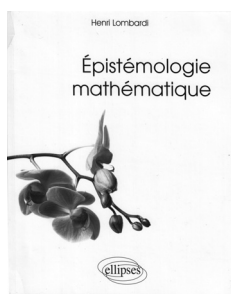


Notes de lecture

Éditeurs, auteurs, envoyez-nous vos livres ; lecteurs souhaitant intervenir dans ces Notes de lecture, contactez-nous*.

Épistémologie mathématique

Henri Lombardi
Éditions Ellipses,
collection *Références sciences*, 27,40 €
ISBN 978-2-7298-70454

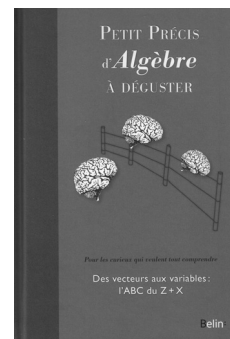


Dans la nouvelle collection *Références sciences*, nous avons apprécié l'ouvrage « Épistémologie mathématique » de Henri Lombardi, maître de conférence à l'Université de Franche-Comté. Le but de ce livre est de réfléchir et de faire réfléchir sur ce que l'on fait vraiment quand on fait des maths. Il intéressera autant les enseignants que les étudiants de licence. L'introduction discute de la rigueur en mathématique, notamment en réfléchissant sur différentes preuves du théorème fondamental de l'algèbre (un polynôme à coefficients complexes se décompose en produit de facteurs du premier degré). L'auteur examine les critiques sur la preuve de Gauss, de Bolzano à Brouwer, jusqu'au point de vue actuel. La notion de preuve par algorithme est ensuite abordée à propos du calcul du pgcd par l'algorithme d'Euclide. L'auteur cite longuement des textes bien choisis, comme par exemple *sur la nature du raisonnement mathématique*, d'Henri Poincaré. Parmi les chapitres que nous avons trouvés les plus intéressants, citons ceux où l'auteur analyse les travaux de Cantor sur l'infini, comme *Points de repères historiques sur l'infini en mathématiques*, qui traite de l'histoire de l'avènement de l'infini actuel, de Cantor à Hilbert et Gödel. Ces travaux sont analysés au chapitre 8 intitulé *La structure du continu*, où l'auteur étudie notamment le théorème suivant : *Si (u_n) est une suite de nombre réels connus, et si $[a, b]$ est un intervalle rationnel on peut construire un $x \in [a, b]$ tel*

que pour tout n on ait $|x - u_n| > |b - a|/3^{n+2}$. Il en donne une démonstration complète, envisage un prolongement à la théorie de la mesure, développe des démonstrations pour les mathématiques classiques et les mathématiques constructives. Au chapitre 9, *Cantor et l'infini actuel*, on fait connaissance avec l'arithmétique des cardinaux, et les paradoxes et incertitudes de la théorie des ensembles (de Cantor-Russel Skolem, Banach-Tarski, etc.). Avec Henri Lombardi, l'épistémologie n'est pas prétexte à éluder les vraies difficultés mathématiques ; il va au cœur des problèmes pour ensuite seulement analyser les démonstrations. En cette année Turing, nous avons particulièrement apprécié le chapitre sur la *Calculabilité mécanique*. Expliquant le fonctionnement des machines de Turing, définissant rigoureusement les fonctions calculables par une telle machine, il aboutit au théorème d'indécidabilité de Turing : *Le problème consistant à savoir si une machine de Turing de code t censée calculer une fonction de \mathbb{N} dans \mathbb{N} aboutit bien à l'état final sur une entrée n ne peut pas être décidé par une machine de Turing (entrées t et n).* D'autres modèles de calcul que celui de Turing, comme celui de Gödel par exemple sont également étudiés. Une annexe de l'ouvrage est consacrée à la logique des mathématiques constructives.

Petit précis d'algèbre à déguster

Michael Willers
Belin, 16 €
ISBN 978-2-7011-5960-7



Comme le **Précis de géométrie** de la même collection déjà analysé (Quadrature numéro 84), ce petit livre est une invitation à découvrir les racines de l'algèbre. L'auteur étant différent, il a rempli de manière distincte le cahier des charges pour ce précis en s'attachant da-

**Quadrature*, Roger Mansuy, Lycée Louis le Grand, casier 27, 123 rue Saint-Jacques, 75005 Paris. contact@quadrature.info

vantage à l'ordre historique d'apparition des connaissances (et aux différents foyers scientifiques). Après une brève introduction assez générale à l'algèbre, on visite donc la Grèce antique, l'Inde et le monde arabomusulman médiéval, l'Italie de la renaissance et l'Europe occidentale. Le chapitre concernant la partie la plus récente s'appelle « Finance et cryptage » ce qui révèle assez bien l'ambition raisonnée de l'auteur. Le texte reste assez loin de l'algèbre contemporaine mais insiste davantage sur des connaissances élémentaires comme la numération, la résolution d'équation polynomiale de petit degré (avec l'introduction des complexes entre autres) ou les dénombrements usuels (arrangements, permutations...).

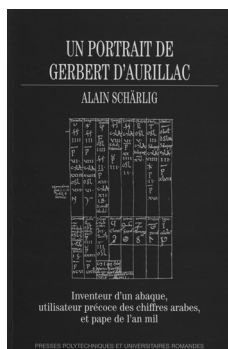
Comme dans l'ouvrage de géométrie, on trouve des portraits (Brahmagupta ou Pascal pour n'en citer que deux) et des exercices (dont un problème de géométrie analytique avec une piscine parabolique qui est traité trois fois par des méthodes différents).

Voici un livre d'accès facile pour une curiosité davantage culturelle que mathématique à déguster par les bons collégiens, les lycéens et même par toute personne ayant coupé depuis longtemps avec les mathématiques.

Un portrait de Gerbert d'Aurillac

Alain Schärli
Presses polytechniques
et universitaires
romandes, 37,50 €
ISBN 978-2-88074-944-6

Gerbert d'Aurillac est un personnage très curieux dans l'histoire des sciences. Abandonné enfant au monastère Saint Géraud d'Aurillac, il deviendra tour à tour secrétaire particulier de dignitaires de premier rang (rois et archevêques), écolâtre à l'école de la cathédrale de Reims, père-abbé du monastère de Bobbio, archevêque de Reims (c'est-à-dire second du royaume de France) puis de Ravenne, et enfin pape de 999 à 1003 sous le nom de Sylvestre II. Cette vie riche en rebondissements (comment un jeune moine qui fait vœux de sédentarité va parvenir à parcourir l'Europe, à intriguer avec les plus puissants et enfin devenir le pape de l'an mil) n'est toutefois pas ce qui lui vaut le nouvel ouvrage d'Alain Schärli aux presses polytechniques et



universitaires romandes. En effet, en parallèle à cette immense activité, Gerbert est aussi un scientifique et un enseignant de premier plan ; les différents ouvrages parlant de la science médiévale lui attribuent de manière plus ou moins fantaisiste des exploits mathématiques comme l'introduction des chiffres arabes dans l'occident chrétien.

Alain Schärli prend tout d'abord le temps de retracer le parcours de Gerbert en se ramenant aux sources historiques. Ensuite, il détaille les qualités et méthodes d'enseignement de l'écolâtre en se basant sur deux témoignages contemporains (Richer et Bernelin) et les études précédentes. On y découvre que le principal fait de gloire, à l'époque, de Gerbert semble être un enseignement innovant de l'astronomie du quadrivium pour lequel il fait construire des sphères armillaires. Ensuite, l'auteur décrit avec une clarté et une minutie remarquables le célèbre abaque de Gerbert avec les jetons marqués de chiffres arabes et de lettres grecques. Cet abaque est un point essentiel pour l'historien du calcul car il s'agit d'un jalon dans l'utilisation des notations positionnelles pour les multiplications et les divisions. Comparé aux abaques à jetons neutres qui l'ont précédé et aux méthodes de calculs lors de l'arrivée effective des chiffres arabes au douzième siècle, l'abaque de Gerbert apparaît comme un fantastique intermédiaire dans l'histoire du calcul.

Après quelques développements de cette longue histoire qui le passionne tant (comme on peut le voir avec ses autres ouvrages aux mêmes presses dont le **Compter en 1619** recensé dans Quadrature numéro 72 ou le plus récent **Du zéro à la virgule**), Alain Schärli revient sur quelques polémiques ou débats autour de Gerbert. D'où vient l'inspiration du moine auvergnat ? Son séjour à l'abbaye de Vich en Catalogne lui a-t-il permis d'accéder aux travaux des savants arabes ? Si oui, dans quelle mesure a-t-il pu se cultiver alors que les deux mondes étaient bien séparés ? Quand a-t-il commencé à utiliser son abaque pour ses cours ? Pourquoi lui attribue-t-on à tort l'introduction du calcul arabe (il n'a utilisé que les chiffres et encore sans le zéro et esquissé via l'abaque la notation positionnelle) ? Comment Gerbert a-t-il effectué ses voyages entre Aurillac, la Catalogne, Reims, Bobbio, Rome, Ravenne, la cours des empereurs germaniques ? Quelle est l'histoire du texte appelé « faux Boèce » qui semble voler la paternité de l'abaque à Gerbert ?

Un livre passionnant, autant pour les aspects historiques si richement renseignés que pour les explications érudites sur le calcul qui font les délices des ouvrages de Schärli : à recommander.