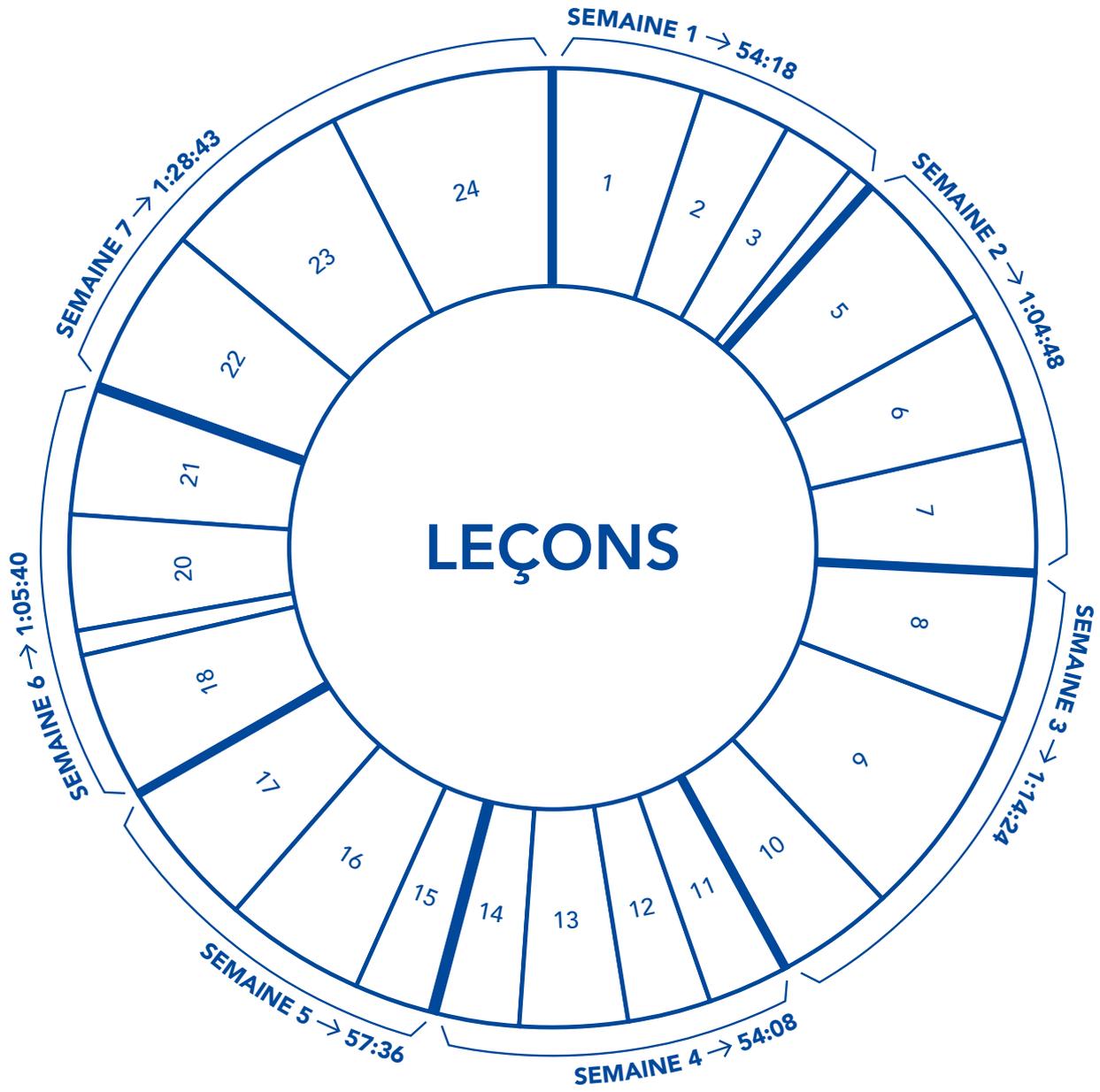


INTRODUCTION À L'ASTROPHYSIQUE



Dr. Frédéric Courbin





CONTENU

SEMAINE 1

1. Bref Aperçu	04
2. Les lois de Kepler	09
3. Le théorème du Viriel	11
4. Le théorème du Viriel : illustrations numériques	14

SEMAINE 2

5. Processus de rayonnement	15
6. Corps noir / raies atomiques	19
7. Mesurer le rayonnement	23

SEMAINE 3

8. Effet Doppler-Fizeau	26
9. Matières interstellaire et intergalactique	28
10. Forces de Marée et distance Terre-Lune	34

SEMAINE 4

11. La limite de Roche	36
12. Les comètes	38
13. Bilan énergétique des planètes	40
14. Atmosphère planétaire	42

SEMAINE 5

15. Formation stellaire	44
16. Classification stellaire / diagramme HR	47
17. Evolution stellaire :	49

SEMAINE 6

8. Les galaxies	52
19. Les galaxies: illustrations numériques	55
20. La Voie Lactée	56
21. Matière sombre dans les galaxies et amas de galaxies	59

SEMAINE 7

22. Aperçu de cosmologie	62
23. Echelle de distance	65
24. Lentilles Gravitationnelles	68

1. BREF APERÇU

Comme échelle de distance, dans le système solaire, on utilise l'*unité astronomique* (ua), la distance entre la Terre et le Soleil, qui vaut 149 millions de kilomètres.

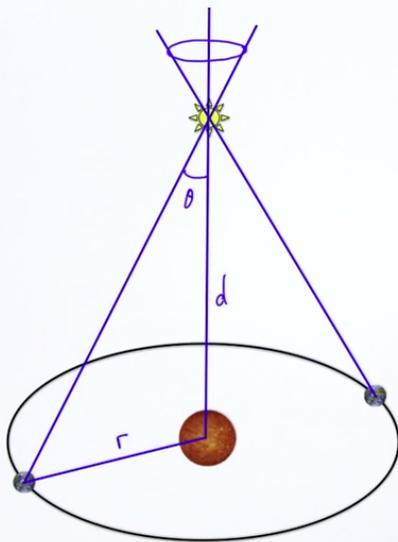
$$1 \text{ ua} = 149 \cdot 10^6 \text{ km}$$

Si l'on s'intéresse à des distances plus grandes, on va souvent recourir aux *années-lumière* (al), qui sont la distance parcourue par la lumière en un an, à la vitesse de 300 000 km/s.

$$1 \text{ al} = 9.44 \cdot 10^{12} \text{ km}$$

Pourtant, la plupart du temps, on utilise le *parsec* ou pc

$$1 \text{ pc} = 3.26 \text{ al} = 3.085 \cdot 10^{13} \text{ km}$$



PARALLAXE

La *parallaxe* est l'angle que sous-tend le rayon terrestre à une certaine distance d , par exemple à la distance de l'astre en haut dans la [FIGURE 1](#). A gauche se trouve la ligne de visée jusqu'à l'astre, vue depuis la Terre à une certaine époque. Ainsi l'astre va être à une certaine position apparente sur le ciel. Six mois plus tard, par exemple, la parallaxe de l'astre aura changé. L'astre sera vu à une autre position dans le ciel. La différence d'angle entre les deux positions s'appelle la parallaxe. Donc la parallaxe est un angle θ qui dépend du rayon de l'orbite terrestre et de la distance à l'astre.

On voit dans la [FIGURE 1](#) que $\tan\theta = \frac{r}{d}$ dont la série de Taylor $\tan\theta = \theta + \frac{\theta^3}{3} + \frac{2\theta^5}{15} + O(\theta^6)$ donne, par l'approximation de petits angles,

$$\tan\theta \approx \theta = \frac{r}{d} \text{ parallaxe}$$

FIGURE 1

03:28
Parallaxe.

23:00

UNITÉ	VALEUR	SYMBOLE	ABRÉVIATIONS	RADIANS (APPROX.)
DEGRÉ	$\frac{1}{360}$ cercle	°	deg	17.4532925 mrad
ARCMINUTE	$\frac{1}{60}$ degré	'	arcmin, †, MOA	290.8882087 μrad
ARCSECONDE	$\frac{1}{60}$ arcminute	"	arcsec, asec, as	4.8481368 μrad
MILLIARCSECONDE	0.001 arcseconde		mas	4.8481368 nrad
MIRCO-ARCSECONDE	0.001 masse		μas	4.8481368 nrad

Unités

PARSEC

Le *parsec* (symbole pc) est une unité de longueur utilisée en astronomie pour des objets en dehors du système solaire. Son nom vient de la contraction de parallaxe-seconde. Le parsec est défini comme étant la distance à laquelle une unité astronomique (ua) sous-tend un angle d'une seconde d'arc. Un parsec vaut 3.085×10^{16} m, soit environ 2.06×10^5 unités astronomiques ($(1/\tan(1''))$ ua exactement) ou 3.2616 années-lumière.

Donc l'angle θ en secondes d'arc est égal à 1 sur la distance en parsec ou

$$\theta['] = \frac{1}{d[pc]}$$

Un parsec est la distance du soleil à un objet astronomique qui a un angle parallaxe d'un arcseconde.

PLANÈTES

Dans notre système solaire, nous avons huit planètes dont on va exprimer les masses soit en unités de masse terrestre, pour les planètes telluriques, donc avec une croûte solide, soit en unités de la masse de Jupiter pour les planètes gazeuses. La masse de la Terre est la suivante

$$M_{\oplus} = 5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$$

Le rayon de la Terre est de 6371 km. On exprime souvent les masses et les rayons planétaires en unités de masse terrestre et en unités de rayon terrestre.

Par ailleurs, en plus des huit planètes du système solaire, on connaît actuellement 1700 exoplanètes ou planètes extrasolaires. La première planète extrasolaire a été découverte en 1995 par Michel Mayor et Didier Queloz à l'observatoire de Genève.

COMÈTES

Dans le système solaire, on ne trouve pas que des planètes. On trouve aussi des comètes, par exemple, qui sont des boules de glace de boue congelée qui s'évaporent au passage du Soleil. La matière éjectée par le noyau cométaire est poussée par les photons solaires le long de grandes queues cométaires. Le noyau est en général tout petit, quelque chose qui est de l'ordre de 5 à 10 km de diamètre, avec un maximum autour de 100 km. Autour, on trouve un halo. Les diamètres de ces halos sont de l'ordre de 50 000 km à 250 000 km de diamètre. Les tailles des queues cométaires peuvent être de l'ordre de 60 à 100 millions de km. On a donc des tailles qui sont de l'ordre de l'unité astronomique.

Les comètes sont composées essentiellement de matière organique; carbone, hydrogène, oxygène, azote (nitrogène). En fait, elles contiennent 80% d'eau et environ 10% de monoxyde de carbone.

LE SOLEIL ET LES ÉTOILES

Le Soleil est la seule étoile que l'on connaisse, dont on puisse voir la surface directement et dont on puisse prendre des images. Toutes les autres étoiles sont beaucoup trop éloignées. La température de surface du soleil est de 5780°K . La masse du soleil nous sert de référence pour peser d'autres objets astronomiques. On exprimera la plupart des gros objets astrophysiques en termes de masse solaire. Cette masse solaire est de 2×10^{33} grammes. Le rayon du Soleil, qui nous servira aussi à caractériser les rayons des autres étoiles, est de 695 000 km, soit environ 109 fois le rayon de la Terre.

Les étoiles tirent leur source d'énergie de deux choses : de la contraction gravitationnelle et des réactions des fusions nucléaires de l'hydrogène en hélium. Et quand on parle du temps de vie d'une étoile, la plupart du temps, on parle du temps qu'elle met à brûler tout son hydrogène en hélium.

Les masses des étoiles varient de 0.06 jusqu'à 60 fois la masse du soleil. En dessous de 0.06 fois la masse du soleil, les réactions nucléaires ne peuvent pas s'allumer. Et au-delà des très grandes masses, comme 60 voire 100 masses solaires, l'étoile va s'effondrer sur elle-même et donc aussi disparaître.

PARAMÈTRES	GAMME	SOLEIL
MASSE	$0.06 M_{\odot} < M_* < 60 M_{\odot}$	2×10^{33} g
RAYON	$0.17 R_{\odot} < R_* < 15 R_{\odot}$	695 000 km
TEMPÉRATURE	$2640^{\circ}\text{K} < T_* < 44\,500^{\circ}\text{K}$	5780°K
TEMPS DE VIE	$5 \times 10^6 \text{ ans} < t_* < 10^{13} \text{ ans}$	
LUMINOSITÉ	$1.2 \times 10^{-3} L_{\odot} < L_* < 8 \times 10^3 L_{\odot}$	$3.846 \times 10^{26} \text{ W}, 4 \times 10^{33} \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1}$

Caractéristiques des étoiles.

En comparant les rayons des étoiles à celui du Soleil, on trouve des rayons de l'ordre de 0.17 fois le soleil jusqu'à environ 15 fois.

Quant aux températures, les étoiles les moins chaudes ont des températures de l'ordre de 2640°K et les plus chaudes de l'ordre de $44\,500^{\circ}\text{K}$

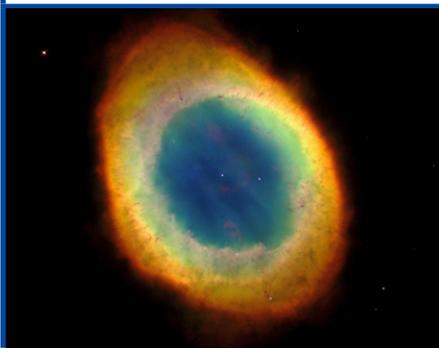


FIGURE 2

12:26

23:00

Messière 57, nébuleuse planétaire
(image NASA/ESA-Hubble Heritage).

MORT D'UNE ÉTOILE

Les étoiles n'ont pas un temps de vie infini. Une fois qu'elles ont terminé de brûler leur hydrogène en hélium, il y a deux scénarios possibles pour la mort d'une étoile : soit la masse initiale de l'étoile est plus grande que 8 fois la masse du soleil et l'on a une supernova, donc une explosion très violente de l'étoile ; soit la masse est inférieure à 8 fois la masse du soleil, et l'on a une nébuleuse planétaire.

Au centre de la nébuleuse planétaire, il y a ce que l'on appelle une *naine blanche* avec les résidus de l'étoile tout autour.



FIGURE 3

13:27

23:00

La grande nébuleuse d'Orion (Messiée 42), qui a, en son centre, un amas de jeunes étoiles qui se forment à partir du gaz de la nébuleuse (image NASA/ESA-Hubble Heritage).

NAISSANCE D'UNE ÉTOILE

Le matériel éjecté par les étoiles après leur mort, que ce soit sous forme de supernova ou sous forme de nébuleuse planétaire, sera recyclé en de jeunes étoiles.



FIGURE 4

16:29

23:00

Omega Centauri, amas globulaire (image ESO).

AMAS STELLAIRES

Il y a plusieurs sortes d'amas stellaires. On trouve des amas de jeunes étoiles, des amas ouverts, des amas non ouverts et des amas globulaires qui sont plus massifs que les amas ouverts. Les amas ouverts ont des masses de quelques centaines, voire de quelques milliers, de masses solaires. Un amas globulaire a une masse de l'ordre de $10^6 M_{\odot}$. Ce sont des amas d'étoiles relativement vieux. Les âges sont de l'ordre de 10^9 à 10^{10} ans. Ils se trouvent dans la périphérie des galaxies. Les diamètres de ces amas, plus gros que les amas ouverts, sont de 40 à 50 parsecs.



FIGURE 5

17:25

23:00

NGC 4414, une galaxie spirale (image NASA/ESA-STScI).

GALAXIES

Les étoiles, les planètes, les nébuleuses, les amas d'étoiles, tous vivent dans des galaxies. Les vieilles étoiles se trouvent au centre et les jeunes étoiles ont tendance à se trouver dans les bras de la galaxie. Ce que l'on ne voit pas dans la [FIGURE 5](#), c'est la présence d'un halo de matière sombre tout autour, dans lequel se trouvent aussi les amas globulaires. Le diamètre d'une galaxie est de l'ordre de 30 à 40 kiloparsecs! Et les masses des galaxies spirales sont de l'ordre de $10^9 - 10^{10} M_{\odot}$. Notre Voie Lactée ressemble à la galaxie spirale de la [FIGURE 5](#). Le Soleil se trouve aux 2/3 de la distance entre le centre et l'extérieur de la galaxie.

Il existe aussi des galaxies elliptiques qui sont souvent situées au centre d'un amas de galaxies. Ces galaxies elliptiques, contrairement aux galaxies spirales, contiennent peu ou pas de poussières. Elles contiennent aussi peu ou pas de gaz et elles forment très peu d'étoiles. Néanmoins, leur masse s'étend sur une gamme plus élevée que les masses des galaxies spirales, entre $10^7 - 10^{13} M_{\odot}$.

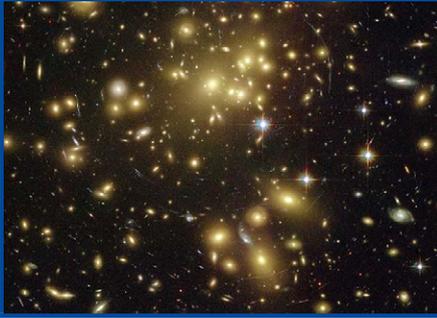


FIGURE 6

21:09

23:00

Abell 1689, un amas de galaxies
(image NASA/ESA-Hubble Heritage).

AMAS DE GALAXIES

Au centre des amas de galaxies, on trouve souvent une galaxie elliptique principale en plus d'autres galaxies elliptiques assez loin du centre. De plus, on a aussi des galaxies spirales, voire des galaxies d'un peu tous les types. Toutes ces galaxies orbitent autour d'un centre de gravité commun. Les amas de galaxies sont les structures gravitationnellement liées les plus massives de l'univers. Ils contiennent de la matière visible évidemment, mais ils baignent aussi dans un halo de matière sombre comme les galaxies individuelles. Les masses mises en jeu sont absolument énormes, entre $10^{14} - 10^{15} M_{\odot}$. Tous les objets astronomiques que l'on vient de voir, du plus petit au plus grand, des moins massifs aux plus massifs, font partie d'un tout, l'univers dont le domaine d'étude est la cosmologie.

2. LES LOIS DE KEPLER

1. Les planètes suivent des trajectoires planes et elliptiques dont le soleil occupe l'un des foyers.
2. Les aires balayées par les rayons vecteurs en des temps égaux sont égales: c'est la loi des aires.
3. Le carré de la période orbitale est proportionnel au cube du demi-grand-axe de l'orbite.

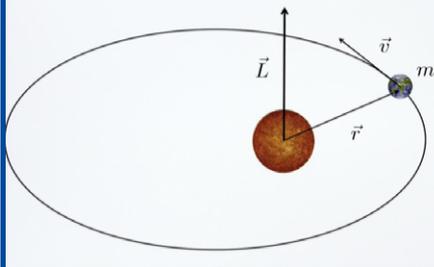


FIGURE 1

3:20

14:42

Orbite plane (première lois de Kepler).

PREMIÈRE LOI

On peut démontrer d'abord que le moment cinétique L est constant :

$$L = mv \wedge r$$

$$\frac{dL}{dt} = m \underbrace{\frac{dv}{dt}}_{=F} \wedge r + mv \wedge \underbrace{\frac{dr}{dt}}_{=v} = 0 + 0 = 0$$

Puisque F , la force centripète, est colinéaire avec r dans le premier terme et que v est évidemment colinéaire avec v dans le deuxième terme, les deux termes sont nuls, ce qui entraîne que L est constant et que l'orbite est bien plate!

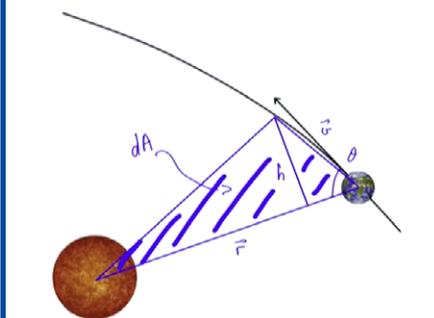


FIGURE 2

6:58

14:42

Orbite plane (première lois de Kepler).

DEUXIÈME LOI

L'aire balayée, dA , égal le rayon vecteur r , qui est la base du triangle, fois la hauteur h sur deux. On exprime la hauteur en fonction des quantités connues: la vitesse, l'angle et l'élément de temps pour parcourir ce petit trajet sur l'orbite de la Terre. Alors

$$dA = \frac{1}{2}hr, \quad h = v dt \sin \theta$$

$$= \frac{1}{2}rv dt \sin \theta$$

et comme le moment cinétique

$$\|L\| = mvr \sin \theta, \quad \text{on peut écrire}$$

$$dA = \frac{\|L\|}{2m} dt$$

$$A = \int \frac{\|L\|}{2m} dt = \frac{\|L\|}{2m} t + C$$

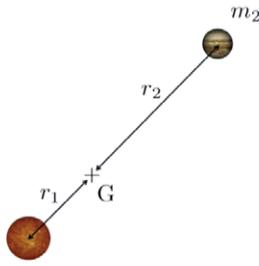


FIGURE 3

9:00

14:42

Masse réduite (troisième lois de Kepler).

TROISIÈME LOI

Pour montrer cette loi de Kepler, au moins dans le cas des orbites circulaires, on considère un système de deux masses m_1, m_2 qui orbitent autour d'un centre de gravité commun à une distance r_1 et r_2 . La force de gravitation entre les deux est

$$\begin{aligned} F_g &= G \frac{m_1 m_2}{(r_1 + r_2)^2}, \quad \text{on multiplie en haut et en bas} \\ &= G \frac{m_1 m_2}{(r_1 + r_2)^2} \cdot \frac{m_1 + m_2}{m_1 + m_2} \\ &= G \frac{M \mu}{(r_1 + r_2)^2}, \quad \mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad \text{la masse réduite} \end{aligned}$$

On a alors l'équation d'un système avec une masse fictive M qui aurait la masse totale du système planétaire.

On a réduit le système du mouvement de deux astres autour d'un centre de gravité commun au mouvement d'un astre μ , de masse fictive, qui orbite autour d'un autre astre à qui l'on attribue la somme des deux masses des astres dans le système planétaire. Dans un système circulaire, l'accélération de μ se relie à la vitesse angulaire par

$$a_\mu = \omega_\mu^2 (r_1 + r_2) = G \frac{M}{(r_1 + r_2)^2}$$

On peut remplacer ω_μ par $\frac{2\pi}{P_\mu}$ où P_μ est la période de l'orbite pour obtenir:

$$\begin{aligned} \omega_\mu^2 (r_1 + r_2) &= G \frac{M}{(r_1 + r_2)^2}, \quad \omega_\mu = \frac{2\pi}{P_\mu} \\ \frac{4\pi^2}{P_\mu^2} &= G \frac{M}{(r_1 + r_2)^3} \Rightarrow \frac{P_\mu^2}{(r_1 + r_2)^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \end{aligned}$$

Pour $m_1 \gg m_2 \Rightarrow M \cong m_1, r \cong r_1$, donc

$$P^3 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM}$$

L'excentricité e de l'orbite se définit par

$$e^2 = 1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2$$

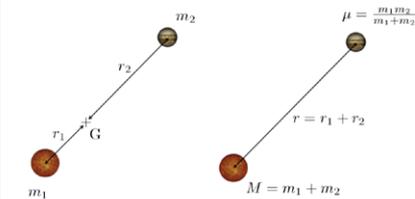


FIGURE 4

10:45

14:42

Masse réduite (troisième lois de Kepler).

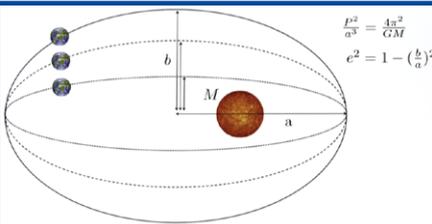


FIGURE 5

13:40

14:42

Période indépendante de l'excentricité.

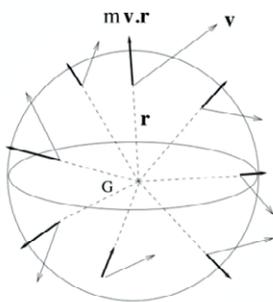
3. LE THÉORÈME DU VIRIEL

Le *théorème du Viriel* est au mouvement aléatoire ce que les lois de Kepler sont au mouvement plan : il permet de relier l'énergie cinétique à l'énergie potentielle de systèmes dits « autogravitants », donc soumis à l'influence de leur propre champ de gravité et isolés de tout champ de gravité extérieur.

Le théorème s'applique à un ensemble stable de particules de masse m repérées par leurs positions \mathbf{r} et leurs vitesses \mathbf{v} , sur lesquelles s'exercent des forces \mathbf{F} . Il s'écrit :

$$\sum \frac{1}{2} m \overline{v^2} = -\frac{1}{2} \sum \overline{\mathbf{r} \cdot \mathbf{F}}$$

où la barre désigne la moyenne temporelle des quantités correspondantes.



THÉORÈME DU VIRIEL

Dans un système en équilibre dynamique, l'énergie cinétique K égale l'opposé de la moitié de l'énergie potentielle U , les deux moyennées sur temps :

$$2\langle K \rangle = \langle U \rangle$$

Pour démontrer le théorème de Viriel, on commence par définir une quantité S qui est la somme des quantités de mouvements de toutes les particules multipliées vectoriellement par les rayons vecteurs :

$$\langle S \rangle = 0, \quad \frac{d\langle S \rangle}{dt} = \left\langle \frac{dS}{dt} \right\rangle = 0$$

On voit à droite de la [FIGURE 1](#) les projections de tous les vecteurs quantité de mouvement sur tous les rayons vecteurs de toutes les particules. Comme les rayons vecteurs se distribuent de façon aléatoire, et les vitesses se distribuent aussi de façon aléatoire autour du centre de gravité commun à toutes les particules, la variation dans le temps de S oscille autour d'une moyenne nulle. A fortiori, la dérivée de cette quantité oscille aussi autour d'une moyenne nulle. Alors,

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{dS}{dt} \right\rangle &= \left\langle \sum_k \frac{\mathbf{p}_k}{dt} \cdot \mathbf{r}_k \right\rangle + \left\langle \sum_k \mathbf{p}_k \cdot \frac{\mathbf{r}_k}{dt} \right\rangle \Rightarrow \\ \left\langle \sum_k \frac{\mathbf{p}_k}{dt} \cdot \mathbf{r}_k \right\rangle &= - \left\langle \sum_k \mathbf{p}_k \cdot \frac{\mathbf{r}_k}{dt} \right\rangle \\ \left\langle \sum_k \mathbf{F}_k \cdot \mathbf{r}_k \right\rangle &= - \left\langle \sum_k m \cdot v^2 \right\rangle = -2\langle K \rangle \end{aligned}$$

Ensuite, on veut démontrer que $\left\langle \sum_k \mathbf{F}_k \cdot \mathbf{r}_k \right\rangle$ égale l'énergie potentielle. Maintenant, nous savons que nous avons une force de gravité \mathbf{F} , une force qui va dériver d'un potentiel, donc nous allons pouvoir aussi choisir ce potentiel. On va l'appeler $\phi(r)$. Il sera proportionnel au rayon à une certaine puissance, $n \cdot \phi(r) = -\alpha r^{(n+1)}$.

FIGURE 1

0:38

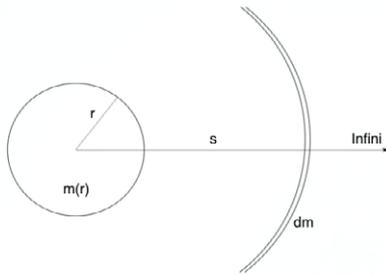
11:58

Théorème du Viriel.

Pour la gravité, $n = -2$, donc on a un potentiel en $-1/r$ (rappelons que l'énergie potentielle de la gravité $U = G \frac{Mm}{r}$). On peut réécrire la force ainsi

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_k &= m_k \frac{d\phi(r)}{dr} \cdot \frac{\mathbf{r}}{r} \\ &= m_k (-\alpha(n+1)r^n) \cdot \frac{\mathbf{r}}{r} \quad \text{alors} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left\langle \sum_k \mathbf{F}_k \cdot \mathbf{r}_k \right\rangle &= - \left\langle \sum_k -m_k \alpha(n+1) r_k^{n+1} \right\rangle, \quad \text{et puisque } n = -2 \\ &= \left\langle \sum_k +m_k \phi(r_k) \right\rangle = \langle U \rangle \end{aligned}$$



APPLICATION DU THÉORÈME DU VIRIEL

On peut décerner par exemple la masse des objets à travers leur énergie potentielle ($\langle U \rangle$).

On pourra exprimer l'énergie cinétique d'un système de deux façons. Par exemple, l'énergie cinétique d'un nuage de gaz à une certaine température s'exprime par $K \propto \frac{1}{2} nkT$ où k est la constante de Boltzmann, n le nombre de particules et T est la température *par degré de liberté*.

FIGURE 2

7:04

11:58

Energie potentielle d'une sphère.

$$\begin{aligned} R &= \text{Constante de gaz universelle} = 8.3145 \text{ J/molK} \\ N_A &= \text{Nombre d'Avogadro} = 6.0221 \times 10^{23} / \text{mol} \\ k &= R/N_A \\ k &= \text{Constante de Boltzmann} = 1.38066 \times 10^{-23} \text{ J/K} = 8.617385 \times 10^5 \text{ eV/} \end{aligned}$$

Donc, l'énergie cinétique en 3 dimensions se donnerait pour $K = \frac{3}{2} nkT$. Autrement, on peut l'exprimer comme $K = \sum_k \frac{1}{2} m_k v_k^2$.

Pour exprimer l'énergie potentielle, on simplifie beaucoup l'astre en admettant qu'il est une sphère avec une densité constante ρ . Puis on empile des coquilles sphériques de densité ρ depuis l'infini jusqu'à un certain rayon r pour former un astre qui, à la fin, aura une masse totale (M) et un rayon (R), qui sera le rayon final de l'astre une fois que l'on aura empilé toutes les coquilles sphériques. Alors, la variation d'énergie potentielle liée à l'empilage des coquilles sphériques est égale au travail de la force de gravitation pour amener une coquille sphérique depuis l'infini jusqu'à un certain rayon r :

$$\begin{aligned} \delta U &= W_F(\infty \rightarrow r) \\ &= \int_{\infty}^r G \frac{m(r) dm}{s^2} ds \\ &= -G \frac{m(r) dm}{s} \Big|_{\infty}^r \\ &= -G \frac{m(r)}{r} dm \end{aligned}$$

Pour avoir l'énergie potentielle totale, il faut faire la somme de toutes les énergies potentielles élémentaires que nous avons calculées avant, de 0 jusqu'au rayon R final de l'astre. Ensuite, prenant en compte que

$$M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho, \quad m(r) = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$$

on arrive à l'énergie potentielle d'une sphère :

$$\begin{aligned} U &= \int_0^R \delta U(r) dr \\ &= -\int_0^R G \frac{m(r)}{r} dm \\ &= -\int_0^R G \frac{m(r)}{r} 4\pi r^2 \rho dr \\ U &= -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R} \end{aligned}$$

Tous les objets astronomiques peuvent être pesés, leur masse peut être déterminée à travers la mesure de vitesse ou de distribution de vitesse en utilisant le théorème du Viriel.

4. LE THÉORÈME DU VIRIEL: ILLUSTRATIONS NUMÉRIQUES

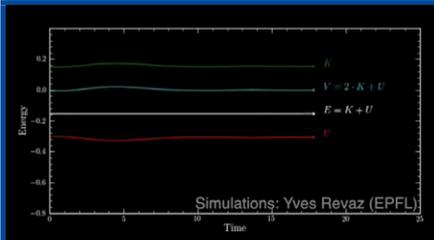


FIGURE 1

1:17

4:38

Simulation: Yves Revat, EPFL.

Par simulation numérique il est possible d'illustrer l'évolution d'un système de particules auto gravitant, isolé, donc soumis à sa propre force de gravité. Dans ces simulations, les positions initiales des particules sont toujours rigoureusement les mêmes, seules les vitesses changent et ainsi l'énergie cinétique du système change. En bas des figures, sont indiquées l'énergie cinétique en vert, l'évolution de l'énergie potentielle en rouge, la somme des deux, donc l'énergie totale, en blanc. Le viriel, quant à lui, est montré en bleu; deux fois l'énergie cinétique plus l'énergie potentielle.

La [FIGURE 1](#) présente un système complètement isolé. On constate que l'énergie totale est toujours parfaitement conservée, et que l'énergie potentielle plus deux fois l'énergie cinétique, que l'on appelle le « viriel », oscille bien autour d'une moyenne nulle dans le temps.

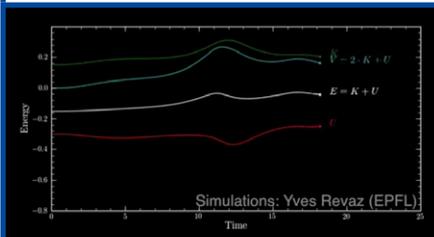


FIGURE 2

2:16

4:38

Simulation: Yves Revat, EPFL.

Dans la [FIGURE 2](#), le système n'est plus isolé. Une perturbation extérieure au système a été introduite qui va affecter la forme du système auto gravitant et les quantités physiques mesurées. Le système se déforme, son énergie totale va avoir tendance à augmenter et le viriel ne va plus osciller autour d'une moyenne nulle, mais va avoir tendance à augmenter.

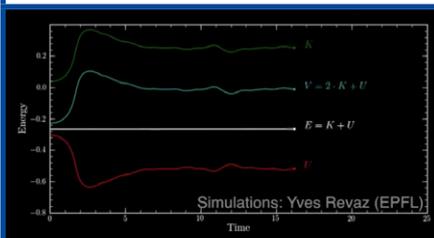


FIGURE 3

3:11

4:38

Simulation: Yves Revat, EPFL.

La [FIGURE 3](#) présente un système isolé avec des conditions initiales où l'énergie cinétique est trop basse pour contrebalancer l'énergie potentielle. Dans ce cas-là, l'énergie totale est constante au cours du temps puisque le système est isolé, mais le système va devoir se contracter pour que l'énergie cinétique monte brutalement au début de la simulation. On atteint un équilibre lorsque le viriel oscille autour d'une moyenne nulle

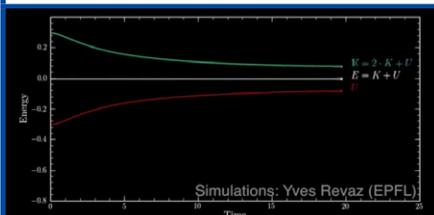


FIGURE 4

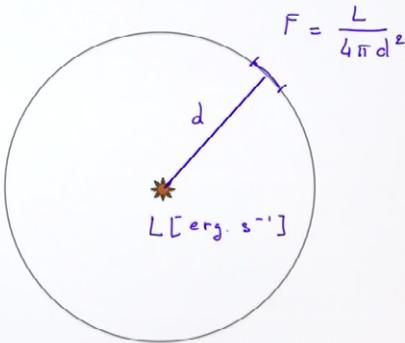
3:25

4:38

Simulation: Yves Revat, EPFL.

Dans la [FIGURE 4](#), un système isolé contient trop d'énergie cinétique par rapport à l'énergie potentielle. L'énergie cinétique va donc diminuer, l'énergie potentielle va augmenter et l'énergie totale reste constante puisque l'on a un système isolé. Le viriel va bien converger vers une valeur moyenne nulle au bout d'un certain temps.

5. PROCESSUS DE RAYONNEMENT



LES PHOTONS: TRANSPORT D'ÉNERGIE

Les photons constituent le seul vecteur d'informations nous venant de l'espace. Leur distribution en énergie et leur distribution spectrale nous renseignent sur les processus physiques responsables de l'émission et de l'absorption du rayonnement, mais aussi sur les propriétés physiques du milieu, donc de la matière avec laquelle le rayonnement va interagir.

$$E = h\nu = h\frac{c}{\lambda}$$

h : constante de Planck = 6.626×10^{-34} J·s

ν : fréquence du photon

λ : longueur d'onde du photon = $cP = c/\nu$

FIGURE 1

2:36

23:56

Les énergies mesurées sont homogènes à des puissances.

La lumière transporte l'énergie sous forme d'onde ou sous forme de corpuscule. C'est la dualité onde-corpuscule. La constante de Planck a la dimension d'un moment cinétique. La fréquence est reliée à la longueur d'onde à travers la vitesse de la lumière c et la période d'oscillation de l'onde P où $P=1/\nu$. Prenons un astre qui rayonne une certaine luminosité, L : la luminosité sera mesurée par exemple en erg par seconde, donc une unité d'énergie par unité de temps, autrement dit, une puissance.

$$F_\lambda : \text{erg s}^{-1}\text{cm}^{-2}\text{\AA}^{-1}$$

$$F_\nu : \text{erg s}^{-1}\text{cm}^{-2}\text{Hz}^{-1}$$

$$1 \text{ erg} = 10^{-7} \text{ J}$$

Ce rayonnement sera dilué sur une sphère de surface $4\pi d^2$ de sorte que, finalement, ce que nous recevons depuis le sol est un certain flux de photons, un certain flux d'énergie qui est la luminosité originale de l'astre divisée par $4\pi d^2$.

Alors pour passer de l'expression du flux en unité de longueur d'onde à une unité de fréquence, il ne suffit pas de remplacer λ par ν mais il faut voir que, quelle que soit la façon dont on mesure l'énergie disponible, on doit obtenir le même résultat: $F_\lambda d\lambda = -F_\nu d\nu$.

$$F_\lambda d\lambda = -F_\nu d\nu$$

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \Rightarrow d\lambda = -\frac{c}{\nu^2} d\nu$$

$$F_\nu = \frac{c}{\nu^2} F_\lambda$$

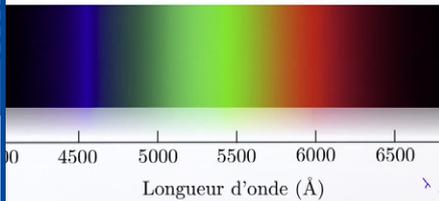


FIGURE 2

7:54

23:56

Spectre continu : distribution d'énergie continue.

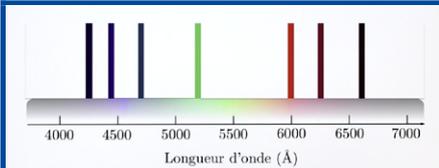


FIGURE 3

8:00

23:56

Spectre de raies : distribution d'énergie discrète.

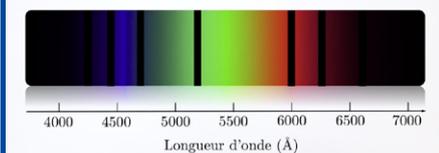


FIGURE 4

8:50

23:56

Contributions continue et discrète.

LES PHOTONS : PRESSION DE RADIATION

On peut exprimer l'énergie en termes de $E = hv$. On peut aussi l'exprimer en termes de la fameuse équation de l'énergie de masse

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}, \quad \text{pourtant, les photons n'ont pas d'énergie de masse}$$

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4} = pc, \quad \text{seul une énergie de mouvement} \Rightarrow$$

$$p = \frac{E}{c} = \frac{hv}{c}$$

Si un photon percute un grain de matière en se faisant absorber, toute la quantité de mouvement du photon sera transférée à la particule. Alors, pour la particule

$$\frac{dp}{dt} = \frac{hv}{c} = \|F\|$$

Cette force est extrêmement importante en astrophysique. Elle est derrière tout le processus responsable de la formation des étoiles par effondrement de nuages atomiques ou moléculaires. Cette force est appelée la *pression de radiation*. C'est la force qui est générée par un flux de photons sur des particules, des atomes, des molécules, des grains de poussière.

Dans la plupart des cas, les objets astronomiques vont montrer des spectres qui sont une combinaison des deux types de rayonnements, continu et discret (spectre de raies). Les processus physiques qui se cachent derrière ces types d'émission ne sont pas les mêmes et c'est grâce à cela que l'on peut étudier les astres. La distribution des photons en énergie est discrète dans les nuages atomiques et moléculaires. Dans les cas continu et discret, certaines longueurs d'onde seront absorbées (FIG. 4).

Toutes les étoiles ont ce genre de spectre : une composante continue due au chauffage de leur surface par les réactions nucléaires à l'intérieur et puis éventuellement des raies d'absorption à leur surface par l'hydrogène plus froid de leur atmosphère.

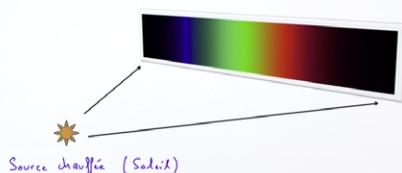


FIGURE 5(A)

10:05

23:56

Spectre continu

RAYONNEMENTS CONTINUS

Quels sont les processus qui donnent un rayonnement continu ?

- Le soleil et les étoiles qui donnent un spectre de corps noir (*black-body radiation*).
- La diffusion Compton (le rayonnement de Bremmstrahlung) qui a lieu dans des gaz ionisés dans des amas de galaxie.
- Le rayonnement synchrotron qui a lieu quand des lignes de champs magnétiques sont présentes dans le milieu interstellaire, dans le milieu intergalactique ou autour d'objets astronomiques.

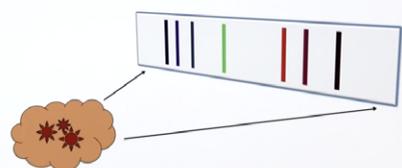


FIGURE 5(B)

10:14

23:56

Spectre discret

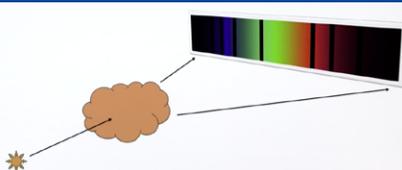


FIGURE 5(C)

11:09

23:56

Spectre continu et discret

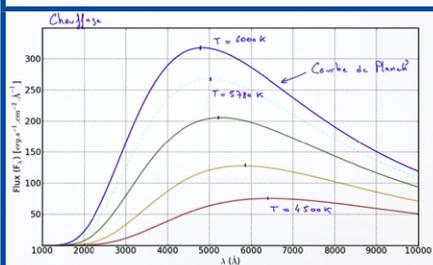


FIGURE 6

16:43

23:56

Rayonnement du corps noir.

RAYONNEMENT DU CORPS NOIR

C'est un rayonnement continu d'une source de chauffage. Le spectre d'un corps noir est une courbe de Planck, dont la principale caractéristique est que le pic d'émission dépend uniquement de la température. Plus le corps noir est froid, plus le pic de rayonnement tend vers le rouge. Donc une étoile chaude a tendance à être bleue pendant qu'une étoile froide a tendance à être rouge. Ce phénomène se voit dans les gaz chauds tels que le plasma.

DIFFUSION COMPTON

Ce rayonnement-ci a lieu quand un gaz de protons est ionisé par des électrons à grande vitesse. A chaque fois qu'un électron passe près d'un proton, il subit une accélération et, par conséquent, il émet un photon dans n'importe quelle direction. Ce rayonnement est *isotrope* et il va intervenir dans des objets très massifs où la contraction gravitationnelle va chauffer le gaz, par exemple des amas de galaxies. Donc on va avoir des plasmas avec des électrons qui interagissent avec des ions et chaque fois que l'on a des accélérations avec une distribution en accélération qui va être en général uniforme, ou en tout cas continue, on a aussi une distribution des énergies des photons émis qui va être continue. Le spectre est ainsi à son tour continu.

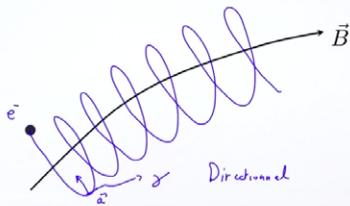


FIGURE 7

19:53

23:56

Electrons spiralant autour de lignes de champ magnétique.



FIGURE 8

21:05

23:56

La même nébuleuse vue des rayonnements optiques et du rayonnement optique plus rayons X (image NASA/ESA/HST/ASU/J. Ester et al.)

RAYONNEMENT SYNCHROTRON

C'est le même genre de rayonnement que l'on observe dans les accélérateurs de particules. L'accélération centripète des électrons par le champ magnétique fait émettre des photons. Ici, l'émission des électrons sera directionnelle, dans le même sens que le champ magnétique, et non pas dispersée comme dans le rayonnement de Compton. De plus, avec le rayonnement de Compton, il faut du chauffage pour séparer les atomes en électrons et en ions, un rayonnement «thermique». Tandis que le champ magnétique ne nécessite pas d'avoir des températures extrêmes. Il se passe même avec des températures extrêmement froides. C'est un rayonnement «non thermique».

Tout comme l'intensité du rayonnement de Compton dépendait de la température et de la densité électronique, le rayonnement synchrotron dépend de l'intensité du champ magnétique et de la densité électronique. Donc si l'on arrive à observer ce genre de rayonnement, en fonction de la luminosité observée, on aura des informations sur l'intensité du champ magnétique présent à cet endroit et sur la densité électronique.

Grâce à l'étude du rayonnement optique, on peut mesurer la composition chimique du gaz autour des supernovæ et, en utilisant l'effet Doppler, la vitesse d'expansion de la nébuleuse. Grâce à l'émission X, on apprend des choses sur la densité du plasma, donc du gaz d'électrons et d'ions, et sur l'intensité du champ magnétique dans les nébuleuses.

6. CORPS NOIR / RAIES ATOMIQUES

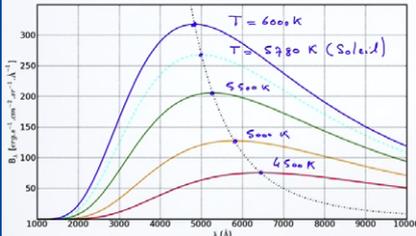


FIGURE 1

2:38

20:15

Longueur d'onde du maximum d'émission
(lois de déplacement de Wien).

La luminance d'un corps noir est une fonction de la longueur d'onde ou de la fréquence. En fonction de la longueur d'onde,

$$B_\lambda = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

Les unités de cette luminance sont une puissance par unité de surface, par stéradian, pour un rayonnement qui est émis dans toutes les directions et éventuellement par unité de longueur d'onde ou par unité de fréquence $[\text{erg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{sr}^{-1} \cdot \text{\AA}^{-1}]$.

En fonction de la fréquence, on a plutôt l'équation suivante par unité de fréquence :

$$B_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1} \quad \text{erg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{sr}^{-1} \cdot \text{Hz}^{-1}$$

LOI DE DÉPLACEMENT DE WIEN

La loi de déplacement de Wien, qui donne la position du maximum du pic du corps noir en fonction de la température, peut s'exprimer en longueur d'onde ou en fréquence selon que l'on dérive la luminance exprimée en fonction de la longueur d'onde ou en fonction de la fréquence.

$$B_\lambda = \frac{2h\nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

$$\lambda_{\text{max}} T = 2.9 \times 10^{-3} \text{ [m} \cdot \text{K]}$$

$$\lambda_{\text{max}} T = 2.9 \times 10^7 \text{ [\AA} \cdot \text{K]}$$

$$\nu_{\text{max}} / T = 5.9 \times 10^{10} \text{ [Hz} \cdot \text{K}^{-1}]$$

$$\lambda_{\text{max}} T \cdot \frac{\nu_{\text{max}}}{T} = \lambda_{\text{max}} \cdot \nu_{\text{max}} = 0.57c$$

La dernière équation à droite trouve son origine dans le fait que B_ν n'est pas égal à B_λ , mais est égal à $B_\lambda \cdot \frac{d\lambda}{d\nu}$ comme on a montré auparavant, et donc $B_\nu = B_\lambda \cdot \frac{\lambda^2}{c}$.

DENSITÉ DE FLUX D'ÉNERGIE

La densité de flux d'énergie développée par un astre qui émet un rayonnement de corps noir est l'intégrale de la luminance sur toutes les longueurs d'onde ou sur toutes les fréquences. Le résultat de cette intégrale est la densité de flux d'énergie qui est proportionnelle à la température à la puissance 4. La constante de proportion σ est une puissance par unité de surface et par Kelvin moins 4. M est simplement l'énergie par unité de temps ou plutôt la puissance développée à la surface du corps noir.

$$M = \sigma T^4$$

$$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-11} \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$$

LUMINOSITÉ D'UNE ÉTOILE

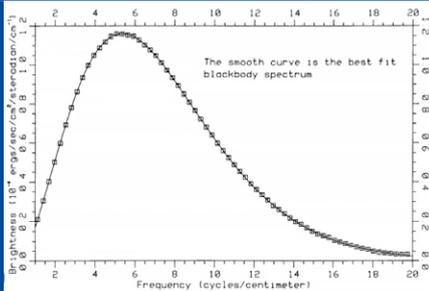
La luminosité est l'énergie totale libérée par l'étoile en erg/seconde. Ce sera donc la surface de l'astre à rayon r fois M .

$$\begin{aligned} L &= 4\pi r^2 \cdot M \\ &= 4\pi r^2 \cdot \sigma T^4 \end{aligned}$$

La luminosité est intégrée sur toute la surface, tandis que M est l'énergie disponible par unité de surface à la surface du corps noir. Au niveau de la Terre, à une distance d de l'astre, on ne reçoit qu'une partie de cette énergie, un flux par unité de surface. Le flux F équivaut à L dilué sur une sphère de rayon $4\pi d^2$:

$$\begin{aligned} F &= \frac{L}{4\pi d^2} \quad \text{erg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{cm}^{-2} \quad \text{ou} \\ F &= \frac{L}{4\pi d^2} \quad \text{erg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{\AA}^{-1} \end{aligned}$$

dans le cas où l'on s'intéresse à la spectroscopie et où l'on disperse la lumière en fonction de la longueur d'onde.



CORPS NOIR COSMOLOGIQUE

Le corps noir cosmologique, dont le spectre est montré à la [FIGURE 2](#) en fonction de la fréquence, est un rayonnement micro-onde isotrope, présent partout dans l'univers, qui trouve son origine dans le Big Bang. L'univers, alors extrêmement chaud, s'est étendu et s'est refroidi, émettant un rayonnement ambiant qui correspond, à l'époque actuelle c'est-à-dire 13.7 milliards d'années après le Big Bang, à un corps noir dont la température est très proche du zéro absolu: 2.73°K.

FIGURE 2

8:20

20:15

Spectre micro-onde obtenu par le satellite COBE, Cosmic Background Explorer (crédit image : Mather et al., 1990, Astrophysical Journal, 354, L37).

L'ATOME D'HYDROGÈNE

En partant du modèle atomique de Bohr où l'électron est en orbite autour du proton, on pose la force de Coulomb qui est la force centripète subie par l'électron :

$$F_c = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{mv^2}{r} = ma$$

où ϵ_0 est la permittivité du vide. La mécanique quantique nous dit que le moment cinétique est quantifié, et le moment cinétique prend un nombre entier de fois une constante. C'est-à-dire

$$mvr = n\hbar \quad \left(h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-1}, \quad \hbar = \frac{h}{2\pi} \right)$$

Ces équations nous permettent d'exprimer l'énergie totale de l'électron.

$$\begin{aligned} E_{total} &= \underbrace{\frac{1}{2}mv^2}_{\text{énergie cinétique}} - \underbrace{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}}_{\text{énergie potentielle}} \quad \text{en fonction de } n \text{ et } h \Rightarrow \\ &= -\frac{me^4}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} \end{aligned}$$

L'énergie totale va donc dépendre d'un nombre entier et d'une constante. Cette constante est $C = -2.18 \times 10^{-18} \text{ J} = -13.6 \text{ eV}^1$. On voit ainsi que chaque orbite n est caractérisée par un moment cinétique et une énergie

$$E_n = -13.6 \times \left(\frac{1}{n^2} \right) \text{ eV}$$

Les électrons vont pouvoir passer d'une orbite à l'autre en acquérant de l'énergie ou en libérant. Cette énergie se libère sous forme de photon, dont la fréquence se donne par

$$E_{n_1} - E_{n_2} = -13.6 \times \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \text{ eV} = h\nu$$

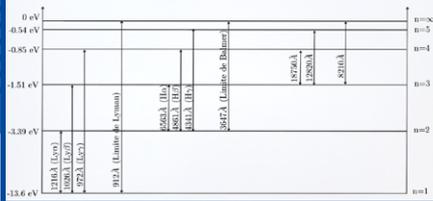


FIGURE 3

16:53

20:15

Raies atomiques d'hydrogène.

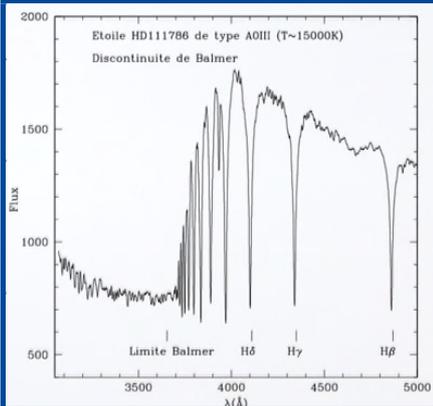


FIGURE 4

17:16

20:15

L'étoile HD111786 avec une température de $T \approx 15000$ K.

RAIES ATOMIQUES D'HYDROGÈNE

La série de Lyman correspond à toutes les transitions possibles entre le niveau fondamental et tous les autres niveaux de l'atome. Si l'on applique à l'atome une énergie supérieure à 13.6 eV, l'atome est ionisé. Autrement dit, il perd son électron. Donc un gaz ionisé est un gaz qui a été transformé en ions et en électrons. Les longueurs d'onde qu'il faut pour opérer cette ionisation sont plutôt dans l'ultraviolet. Si l'on dissocie l'électron à partir du niveau $n = 2$, on obtient ce que l'on appelle la *série de Balmer* où se relâchent des photons dans le domaine optique.

En examinant l'étoile HD111786 avec une température de $T \approx 15000$ K, on voit les discontinuités de la série de Balmer dans le spectre visible. En ionisant le nuage de gaz d'hydrogène autour de l'étoile, ces longueurs d'onde sont absorbées par le gaz, créant le motif visible dans la [FIGURE 4](#).

7. MESURER LE RAYONNEMENT

Le rayonnement peut être collecté par des télescopes ou par des antennes selon les domaines de longueurs d'onde considérés. Les observatoires peuvent être placés au sol, si l'atmosphère n'interagit pas trop avec le rayonnement en provenances des astres, ou depuis l'espace dans le cas contraire. On verra dans la suite comment les astronomes mesurent les flux lumineux, les couleurs des astres et finalement les puissances lumineuses développées par les astres.



FIGURE 1

1:54

20:37

B = bleu; V = vert visible; R = rouge;
I = infrarouge

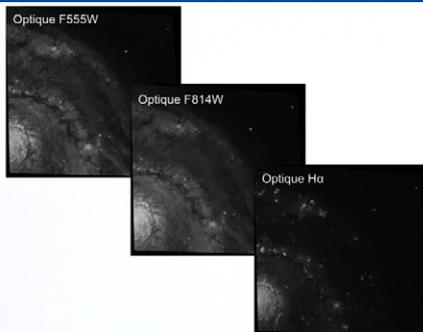


FIGURE 2

5:10

20:37

M51 (image: NASA/ESA-STScI).



FIGURE 3

5:10

20:37

M51 (image: NASA/ESA-STScI).

ANALYSER LA LUMIÈRE

On peut analyser la lumière avec des filtres pour isoler certaines plages de longueurs d'onde. Il y a donc des filtres pour des longueurs d'onde en dehors de la perception de l'œil. En intégrant sur toutes les longueurs d'onde transmises par un filtre donné, on arrive au flux dans sa bande passante. A son tour, ce flux spécifique à une certaine bande passante nous donne une image de l'intensité lumineuse à une longueur d'onde donnée.

Le filtre A à 5555 angströms sélectionne les phénomènes bleus, comme les étoiles jeunes, chaudes et massives. Le filtre B à 8140 angströms sélectionne les phénomènes rouges comme les étoiles plus âgées. Le filtre C attrape les raies $H\alpha$ à 6563 angströms d'hydrogène qui sont typiques de la formation stellaire. Ensuite, on rend les luminosités des trois images en RGB avec la première rendue en bleu, la deuxième en vert et la troisième en rouge pour créer une image en couleur. En combinant les trois images, on voit en bleu les étoiles jeunes dans la zone de formation d'étoiles et en rouge, les zones de gaz ionisé par les étoiles massives.

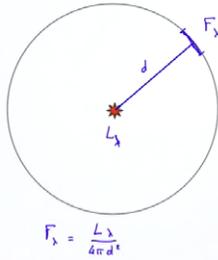


FIGURE 4

9:21

20:37

Système des magnitudes.

SYSTÈMES DES MAGNITUDES

Le flux lumineux à une certaine longueur d'onde F_λ se déduit à partir de la luminosité à la même longueur d'onde par :

$$F_\lambda = \frac{L_\lambda}{4\pi d^2} \quad [\text{erg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{cm}^{-2}]$$

Pourtant, pour être homogène avec ce que les anciens voyaient et avec l'échelle logarithmique de l'œil, les astronomes ont décidé de mesurer les flux lumineux, non pas en flux, mais en magnitude sur une échelle logarithmique.

$$m_\lambda = 2.5 \log F_\lambda$$

On fait la calibration de l'échelle de flux d'après l'étoile Véga, une étoile extrêmement brillante dans l'hémisphère nord, dont on définit la magnitude comme étant zéro dans le filtre V (vert visible). C'est-à-dire que, pour trouver la magnitude d'un astre, on obtient la différence entre son flux et celui de Véga sur l'échelle logarithmique :

$$\begin{aligned} m_{\text{astre}} - m_{\text{vega}} &= -2.5 \log(F_{\text{astre}}) + 2.5 \log(F_{\text{vega}}) \\ &= -2.5 \log\left(\frac{F_{\text{astre}}}{F_{\text{vega}}}\right) \quad \text{et comme } m_{\text{vega}} = 0 \text{ par définition} \\ m_{\text{astre}} &= -2.5 \log\left(\frac{F_{\text{astre}}}{F_{\text{vega}}}\right) \end{aligned}$$

COULEUR DES ASTRES

On peut aussi mesurer la pente du spectre entre deux bandes du même objet. La calibration de cette pente s'effectue aussi en fonction du même rapport de flux entre les deux bandes pour l'étoile Véga. Déterminons par exemple la pente entre la bande V et la bande I d'un objet

$$\begin{aligned} m_V - m_I &= -2.5 \log \frac{F_V(\text{obj})}{F_V(\text{Vega})} + 2.5 \log \frac{F_I(\text{obj})}{F_I(\text{Vega})} \\ &= -2.5 \log \frac{F_V(\text{obj})}{F_I(\text{obj})} + 2.5 \log \frac{F_V(\text{Vega})}{F_I(\text{Vega})} \end{aligned}$$

C'est simplement la différence de magnitude pour l'objet par rapport à Véga entre la bande V et la bande I. Normalement, pour exprimer les indices de couleur, on écrit $V-I$ et $B-V$ au lieu de $m_V - m_I$ et $m_B - m_V$. En plus, on met le filtre le plus bleu « à gauche ». Dans ces conventions-là, un grand indice de couleur va être typique d'un objet rouge et un faible indice de couleur va caractériser un objet bleu.

MAGNITUDES ABSOLUES ET MODULE DE DISTANCE

La magnitude absolue M s'oppose à la magnitude visuelle m . Elle est la magnitude de l'objet vu à une distance de 10 parsecs. En effet, elle normalise l'aire de surface sur laquelle la luminosité se dilue pour établir le flux. Donc

$$m = -2.5 \log F$$

$$m - M = -2.5 \log \frac{L}{4\pi d^2} - 2.5 \log \frac{L}{4\pi 10^2}$$

$$= -2.5 \log \frac{10^2}{d^2}$$

$$m - M = 5 \log d - 5, \quad \text{le module de distance}$$

C'est un résultat essentiel car il nous permet de mesurer des distances grâce aux chandelles standard. Dans le tableau ci-dessous, les chiffres les plus négatifs désignent les étoiles les plus brillantes. C'est donc la magnitude absolue du soleil, à 10 parsecs, qui est la plus faible.

OBJET	m	M
SOLEIL	-26.8	+4.8
PLEINE LUNE	-12	invisible
VÉNUS	-4	invisible
BÉTELGEUSE (SUPERGÉANTE)	0.5	-5.6
GALAXIE D'ANDROMÈDE	3.4	-20.7
QUASAR TRÈS LOINTAIN	25-28	-30

Ordres de grandeur.

8. EFFET DOPPLER-FIZEAU

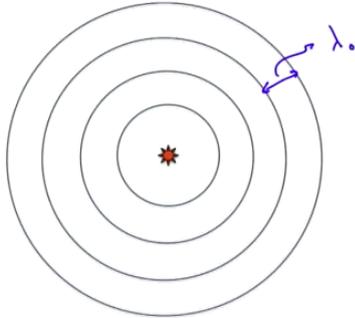


FIGURE 1(A)

1:28

23:47

Effet doppler-Fizeau.

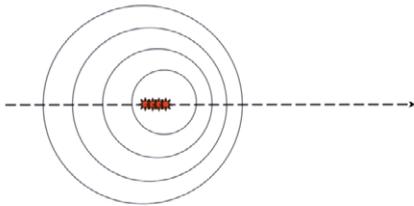


FIGURE 1(B)

2:14

23:47

Effet doppler-Fizeau.

L'effet Doppler-Fizeau permet de mesurer les vitesses des astres et donc d'étudier leur mouvement. Utilisé par exemple avec le théorème du Viriel ou les lois de Kepler, qui tous deux font intervenir des vitesses, il permet indirectement de mesurer les masses des astres. Il s'agit d'un effet de combinaison des vitesses : lorsqu'une source est en mouvement par rapport à un observateur, et qu'elle émet une onde sonore ou lumineuse, cette onde sera perçue plus courte si la source vient vers l'observateur, on a donc un décalage vers le bleu, et la longueur d'onde sera perçue plus longue si la source fuit l'observateur, on aura un décalage vers le rouge.

Quand l'astre est stationnaire, le temps entre « fronts d'ondes » Δt_0 représente la période de l'onde. Quand l'astre se déplace vers l'observateur, Δt représente le temps entre deux fronts d'ondes perçus par l'observateur. Alors

$$\begin{aligned}\Delta t &= \Delta t_0 - \frac{\Delta x}{c} \\ &= \Delta t_0 - \frac{v}{c} \Delta t_0, \quad \lambda = c \Delta t \\ \lambda_{\text{perçu}} &= \lambda_0 - \frac{v}{c} \lambda_0 \quad \text{vers l'observateur}\end{aligned}$$

En généralisant la formule au cas où l'astre se déplace selon un angle par rapport à l'observateur, on arrive à

$$\lambda_{\text{perçu}} = \lambda_0 - \frac{v}{c} \lambda_0 \cos \theta$$

où θ est l'angle entre la trajectoire de l'astre et la ligne de visée de l'observateur. On peut réarranger l'équation ainsi

$$\begin{aligned}\frac{\lambda_{\text{perçu}} - \lambda_0}{\lambda_0} &= -\frac{v}{c} \cos \theta = z = \text{le décalage vers le rouge, the redshift} \\ \lambda &= \lambda_0 (1 + z)\end{aligned}$$

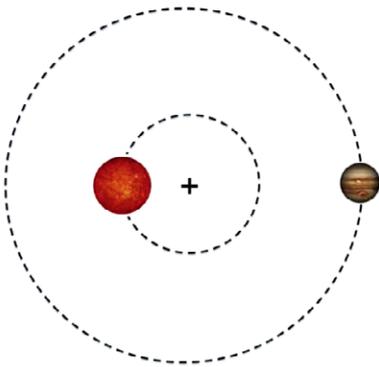


FIGURE 2(A)

16:52

23:47

Recherche d'exoplanètes.

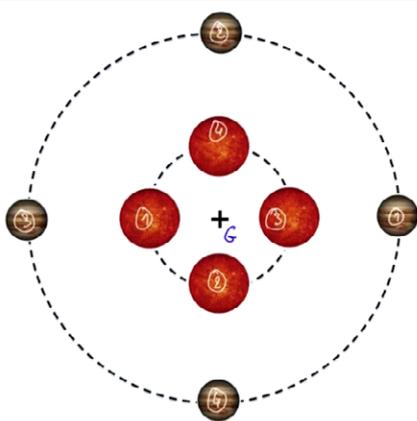


FIGURE 2(B)

18:27

23:47

Recherche d'exoplanètes.

MESURER LE DÉCALAGE VERS LE ROUGE

En optique, le spectrographe sépare la lumière entrante selon sa longueur d'onde et enregistre le spectre résultant au moyen d'un détecteur. En astronomie, on monte un masque en forme de fente au centre d'un télescope, et l'on disperse la lumière à travers la fente par un prisme pour image à toutes les longueurs d'onde.

On peut appliquer cette technique à la mesure de la vitesse des objets qui émettent des raies d'émission, à la vitesse des objets qui absorbent l'émission des corps noirs dans le fond et à la vitesse de rotation des objets qui tournent. Une application de la spectrographie extrêmement importante en astrophysique est la recherche d'exoplanètes par la mesure des vitesses radiales des étoiles qui abritent des planètes en dehors de notre système solaire. Cette application est extrêmement dure à faire car la distance entre une étoile et une planète est extrêmement faible, et le contraste lumineux entre l'étoile et sa planète est extrêmement grand.

Dans la [FIGURE 2B](#), on a une étoile avec sa planète qui orbite autour de leur centre de gravité commun en 4 positions. L'étoile a une vitesse angulaire apparente de $v_{\max} \sin \theta$ puisque l'orbite de la planète que l'on mesure peut éventuellement être inclinée par rapport au plan du ciel. Si l'on prend un spectre du système, la planète ne sera pas visible. Seule l'étoile sera visible par ses oscillations de vitesse autour du centre de gravité commun du système étoile-planète. Au cours du temps, la courbe de variation de la vitesse radiale (angulaire) fournit alors une période T et une amplitude donnant la composante parallèle v_{\max} à la ligne de visée de la vitesse de l'étoile. La théorie de l'évolution stellaire permet ensuite de déduire du spectre de l'étoile sa masse M .

LOI DE HUBBLE: EXPANSION DE L'UNIVERS

Les distances entre les galaxies croissent dans le temps. Ainsi, que l'on se mette sur une galaxie ou sur une autre, on aura l'impression qu'elles se fuient. Ce phénomène se mesure par la loi de Hubble qui relie la vitesse de fuite des galaxies. De plus, la vitesse radiale de ces galaxies est proportionnelle à la distance.

$$v_{gal} = H_0 d$$

où H_0 est la constante de proportionnalité et d est le module de distance. La vitesse radiale est mesurée par l'effet Doppler et d est mesuré grâce au module de distance.

9. MATIÈRES INTERSTELLAIRE ET INTERGALACTIQUE



FIGURE 1

0:33

32:24

Nébuleuse planétaire NGC 2392 (image : NASA/ESA, C.R. O'Dell).

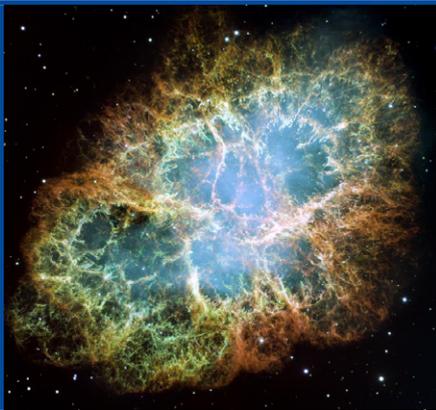


FIGURE 2

0:45

32:24

Nébuleuse M1, résidu de supernova (image : NASA/ESA).



FIGURE 3

1:03

32:24

Galaxie M51 (image : NASA/ESA).

Le gaz cosmique, hormis l'hydrogène et l'hélium primordiaux formés quelques instants après le Big Bang, est produit par les étoiles et les générations d'étoiles qui se succèdent. Il est éjecté dans le milieu interstellaire lors de la mort des étoiles. Quand ces étoiles sont peu massives, en dessous de 8 masses solaires, elles donnent naissance à des nébuleuses planétaires (FIG. 1). Par contre, quand elles sont au-delà de 8 masses solaires, elles produisent des explosions de supernova (FIG. 2). Dans les deux cas, le gaz produit est recyclé dans le milieu interstellaire.

Il y a aussi des poussières dans les galaxies. Elles absorbent le rayonnement d'arrière-plan créant les traînes noires que l'on voit à travers les bras spiraux de la galaxie Messier 51 (FIG. 3). Ces poussières, mêlées au gaz, donneront naissance aux futures générations d'étoiles ainsi qu'éventuellement à des systèmes planétaires comme le nôtre.



FIGURE 4

3:31

32:24

Nébuleuse de la Carène (image : NASA/ESA).

UNE NÉBULEUSE EN DÉTAIL

Dans la nébuleuse de la Carène ([FIG. 4](#)), prise dans le rayonnement optique, on voit quelques sources d'ionisation sous forme de jeunes étoiles chaudes. Entre elles se trouve du gaz qui va se séparer en électrons et en protons par ionisation. Il va éventuellement se recombiner, et les électrons, en se désexcitant, vont retomber sur des couches d'énergie plus basses libérant ainsi des photons.

Le gaz entre les jeunes étoiles a une densité très faible, de l'ordre d'une particule par centimètre carré ou, en densité de masse, $\rho = 10^{-21} \text{ kg/m}^3$.

La partie en noir de la [FIGURE 4](#) représente la poussière qui absorbe le rayonnement. Pour les poussières, les densités sont encore plus basses, 10^{-13} particules par cm^3 . Par contre, les particules de poussières sont beaucoup plus lourdes. Ainsi la densité de masse serait plutôt de l'ordre de 10^{-23} kg/m^3 . Il y a donc 13 ordres de grandeur fois moins de particules que dans le gaz, mais seulement 100 fois moins de densité de masse.



FIGURE 5

4:00

32:24

La voie lactée (image : ESO).

LA VOIE LACTÉE

L'échelle est beaucoup plus grande que pour une nébuleuse. Néanmoins, les poussières (en noir sur la [FIGURE 5](#)) s'étendent sur de grandes plages. On peut en conclure que la poussière et le gaz interviennent vraiment à toutes les échelles.

RAYON DE STRÖMGROEN

Après avoir été ionisé par les étoiles, le gaz interstellaire aura tendance à se recombiner en émettant de la lumière. Il y a un équilibre entre les tendances à ioniser et celles à recombiner qui détermine le rayon. Le rayon limite de la taille d'une nébuleuse déterminé par cet équilibre s'appelle le *rayon de Strömgoen*. C'est un flux de photons ionisants qui égale un taux de recombinaison des paires électrons-protons. Ce chiffre correspond au volume de la nébuleuse $\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right)$ fois le nombre de paires électrons-protons disponibles ($N_{ion} = N_{recombinaison}$).

$$N_{recombinaison} = \frac{4}{3}\pi R^3 n_e n_H \alpha$$

où R est le rayon de la nébuleuse, n_e le nombre d'électrons disponibles, n_H le nombre de protons disponibles, et α une constante physique qui vaut $\alpha = 3 \times 10^{-13} \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ pour un gaz à des températures typiques de 8000°K.

Pour calculer le nombre de photons ionisants, on prend comme source d'ionisation une étoile typique au centre du nuage, avec une température d'environ 45 000°K, qui aura un spectre de corps noir dont le pic rayonne dans l'ultraviolet à λ_{max} de 640°Å, d'après la loi de Wien. Parce que le pic de rayonnement de cette étoile ionisante est à 640°Å, chaque photon aura une énergie $E_\gamma = h\nu \approx 19 \text{ eV}$. A cette énergie d'ionisation supérieure au seuil de 13.6 eV, tout l'hydrogène de la nébuleuse sera ionisé. Donc $n_e = n_H$, alors :

$$N_{recombinaison} = \frac{4}{3}\pi R^3 n_H^2 \alpha = N_{ion} \Rightarrow R_s = \left[\frac{3N_{ion}}{4\pi\alpha n_H^2} \right]^{\frac{1}{3}}$$

L'atome HI possède l'électron qui est sur le niveau d'énergie le plus bas à -13.6 eV. Il faut donc apporter 13.6 eV à l'atome d'hydrogène pour l'ioniser.

SYMBOLE	SIGNIFICATION
1H	un noyau d'hydrogène
2H	un noyau de deutérium
HI	un atome d'hydrogène neutre
HI	un atome d'hydrogène ionisé
H α , H β , H γ	les raies d'émission d'hydrogène
H ₂	hydrogène moléculaire

Nomenclature d'hydrogène.

On peut estimer le nombre de photons ionisants d'après la luminosité de l'étoile ionisante.

$$N_{ion} = \frac{L_*}{E_\gamma}$$

Pour une étoile de $T^* = 45\,000 \text{ K}$, la luminosité est $L^* = 1.3 \cdot 10^5 L_\odot$ la luminosité du soleil, ce qui fait que, après quelques calculs, le nombre de photons ionisants est de $1.6 \cdot 10^{49}$ photons par seconde. Ensuite, si l'on fait une estimation de $n_H = 5000 \text{ particules/cm}^3$, on trouvera un rayon de $R \approx 0.3 \text{ pc}$. Les nébuleuses typiques ont un rayon de $0.1 < R_s < 100 \text{ pc}$ pour un petit amas d'étoiles.

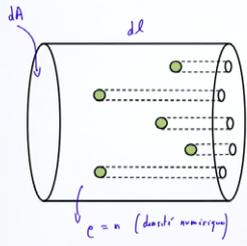


FIGURE 6

14:42

32:24

Quantifier l'absorption.

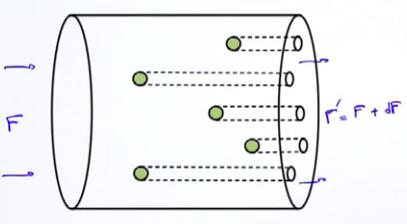


FIGURE 7

16:35

32:24

Quantifier l'absorption.

PROFONDEUR OPTIQUE

Dans l'élément de volume à droite des FIGURES 6 ET 7, pour un rayon r des grains de poussière (en vert sur la figure), chaque grain donne un coefficient d'extinction de $C_{ext} = \pi r^2$. Ainsi, la fraction de la surface masquée par tous les grains de poussières $d\tau$ est

$$d\tau = \frac{n dA dl C_{ext}}{dA}$$

$$= C_{ext} n dl$$

$$\tau = \int_0^D C_{ext} n dl \quad \text{où } D \text{ est la distance à l'astre}$$

$$= \bar{n} C_{ext} D$$

où \bar{n} est le nombre moyen de particule le long de la ligne de visée. On fait l'intégrale de tout le rayonnement que l'on perd par élément de volume dû à ce nombre moyen de particules jusqu'à la source que l'on est en train d'observer. Ce τ est la *profondeur optique*, un nombre sans dimension. $\tau=1$ correspond à une extinction totale. Pour estimer la fraction du flux qui va être perdue, lorsque l'on a un flux rentrant de la gauche, on a

$$F' = F + dF \quad (dF \leq 0)$$

$$dF = -F d\tau \Rightarrow \frac{dF}{F} = -d\tau$$

$$F = F_0 e^{-\tau(D)}$$

Pour exprimer cette extinction en termes de magnitude, on trouve la magnitude de l'astre observé moins la magnitude de l'astre tel qu'il était avant d'être absorbé par de la poussière.

$$m - m_0 = -2.5 \log \frac{F(D)}{F_0}$$

$$= 2.5 \tau(D) \log e$$



FIGURE 8

25:34

32:24

Nébuluse M78 par réflexion (image : ESO).

ABSORPTION, DIFFUSION, RÉFLEXION

Dans un élément de volume de gaz, il n'y a pas que l'absorption. D'autres photons peuvent être réfléchis en arrière pendant que d'autres peuvent être réfléchis à divers angles aléatoires, ce qui s'appelle la *diffusion*. On a deux types de diffusions.

La *diffusion de Mie* intervient quand le rayon des grains est beaucoup plus grand que la longueur d'onde d'observation. Dans ce cas, le coefficient d'extinction de cette diffusion de Mie est proportionnel à $1/\lambda$: $C_{ext} \propto \lambda^{-1}$. L'autre propriété de cette diffusion est qu'elle est *directionnelle*. C'est-à-dire que les photons ne sont pas envoyés aléatoirement dans n'importe quelle direction. Ils sont envoyés dans la direction qui est la plus proche de la direction d'incidence.

Il y a aussi la *diffusion de Rayleigh* qui intervient quand le rayon des grains est plus petit que la longueur d'onde d'observation.

DIFFUSION DE MIE: $r \gg \lambda$

$$C_{ext} \propto \lambda^{-1}$$

Directionnelle

DIFFUSION DE RAYLEIGH: $r \ll \lambda$

$$C_{ext} \propto \lambda^{-4}$$

Isotrope

Au centre de la nébuluse à droite de la [FIGURE 8](#) (M78 dans la constellation d'Orion), il y a des étoiles derrière des zones obscures de poussières qui absorbent la lumière. Dans les zones plus brillantes, la lumière est diffusée. Si l'on prenait le spectre d'une étoile, on verrait un corps noir. Si l'on prenait le spectre d'une nébuluse, normalement on s'attendrait à un spectre de raies, puisque les atomes pourraient être ionisés par les étoiles et, en se recombinant, ils donneraient des raies d'émission. Pourtant ce n'est pas forcément le cas. En fait, on a des étoiles qui n'arrivent pas à ioniser la matière. La lumière est diffusée dans la matière pour donner un spectre continu de corps noir. Donc, à l'extrême de diffusion, on voit un spectre de corps noir, et à l'extrême d'ionisation et de recombinaison, on voit un spectre de raies.

Ainsi, la domination de la diffusion ou de l'absorption dépend de la longueur d'onde, car les deux processus sont plus efficaces aux courtes longueurs d'onde. Cela signifie deux choses:

- On va mieux voir les objets plus faibles, qui émettent moins de lumière que ce qu'ils émettent intrinsèquement.
- La lumière est d'autant plus absorbée ou diffusée que la longueur d'onde est courte, ainsi les objets vus à travers la poussière seront rougis.

Ceci implique que pour voir des objets dont la lumière est très absorbée, il faut les observer dans l'infrarouge.

L'INDICE DE COULEUR

L'indice de couleur d'une étoile désigne la différence entre les magnitudes apparentes obtenues dans deux bandes spectrales différentes, par exemple $(B - V)_{\text{perçu}}$. Quantitativement, on mesure la couleur des astres grâce à l'indice intrinsèque de couleur $(B - V)_0 = B_0 - V_0$. Alors, $B_{\text{perçu}}$ est relié à B_0 par une absorption A_B

$$B_{\text{perçu}} = B_0 + A_B$$

et c'est l'absorption A_B que l'on peut quantifier en termes de profondeur optique. Après l'observation avec le filtre bleu, on en fait de même avec le filtre vert. Finalement, on trouve la différence entre les deux:

$$\left. \begin{array}{l} B_{\text{perçu}} = B_0 + A_B \\ V_{\text{perçu}} = V_0 + A_V \end{array} \right\} \text{ en magnitude}$$

$$\begin{aligned} (B - V)_{\text{perçu}} &= (B - V)_0 - (A_V - A_B) \quad \text{avec } A_B > A_V \\ &= (B - V)_0 + \underbrace{E(B - V)}_{\text{excès de couleur}} \end{aligned}$$

Alors, quand $(B - V) > (B - V)_0$, l'objet est rougi par la poussière.

10. FORCES DE MARÉE ET DISTANCE TERRE-LUNE

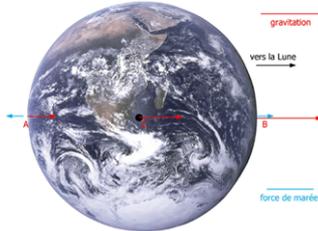


FIGURE 1

3:36

18:13

Forces de marée, principe.

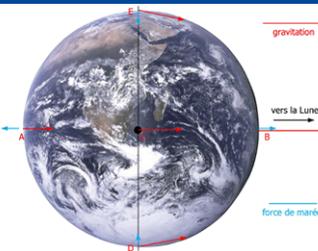


FIGURE 2

9:23

18:13

Forces de marée, principe.

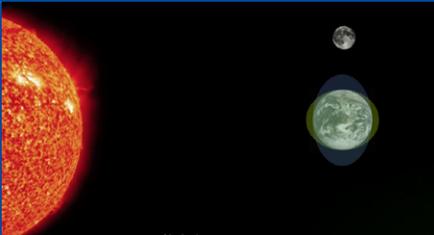


FIGURE 3

10:44

18:13

Marée de morte-eau.



FIGURE 4

11:19

18:13

Marée de vive-eau.

Sur Terre, les forces de Marée viennent de l'accélération différentielle de la Lune, ressentie au niveau du sol. La force du champ de gravitation de la Lune change par rapport au centre de la Terre et sur la surface.

Sur la [FIGURE 1](#), le champ de gravitation de la Lune est d'autant plus fort que l'on est proche de la Lune. Ainsi, la Lune attire le côté droit de la Terre avec une certaine force, l'autre côté avec une force beaucoup plus petite et le centre de la Terre avec une force de norme intermédiaire. La force de Marée se calcule en soustrayant le champ de gravitation au point C du champ de gravitation au point A .

On pose que g_a est l'accélération due à la force de gravitation sur le point A , g_b est l'accélération due à la force de gravitation sur le point B , m est la masse de la Lune, d est la distance Terre-Lune et r est le rayon de la Terre.

$$\begin{aligned} g_A - g_C &= \frac{Gm}{(d+r)^2} - \frac{Gm}{d^2} \\ &= \frac{Gm}{d^2} \left(1 - \frac{2r}{d} \right) - \frac{Gm}{d^2} \\ &= -\frac{2Gm}{d^3} r \end{aligned}$$

La différence entre ces accélérations s'appelle la force de Marée. Le fait qu'elle est négative au point A veut dire qu'elle se dirige vers la gauche, dans le sens opposé à la Lune. Ensuite, on fait les mêmes calculs pour le point B :

$$\begin{aligned} g_A - g_C &= \frac{Gm}{(d-r)^2} - \frac{Gm}{d^2} \\ &= +\frac{2Gm}{d^3} r \end{aligned}$$

Pour déterminer les forces de marée aux pôles par exemple, on soustrait toujours le vecteur de force du centre de la Terre de celui du pôle. Les composantes horizontales s'annulent et seule la composante verticale reste. Cet effet de la Lune écrase la Terre de façon aplatissante. L'effet des forces de marée sur la partie liquide de la croûte de la Terre est d'étirer les océans de part et d'autre de la Terre. Donc, les marées hautes dues à la Lune la suivent selon la rotation de la Terre, toujours vers la Lune et opposée à celle-ci. Il y a aussi des forces de Marée dues au Soleil. L'intensité de ces forces est moindre, mais elles sont bel et bien là.

Puisque la Lune tourne autour de la Terre tous les 28 jours pendant que la Terre tourne autour du Soleil tous les 365 jours, la marée due à la Lune change plus rapidement. A son tour, le mouvement des océans a un effet sur la rotation de la Terre. En suivant la trajectoire de la Lune, les océans « frottent » sur la croûte terrestre, libérant de l'énergie qui, en fin de compte, s'échappe dans l'espace. Ce processus implique que la Terre perd de l'énergie et donc du moment cinétique (*angular momentum*), entraînant un ralentissement de la rotation de la Terre et un éloignement de la Lune. Le système Terre-Lune est isolé, donc son mouvement cinétique est constant. Dû au mouvement de friction des océans sur la croûte terrestre, la Terre perd du moment cinétique et la Lune en gagne. L'éloignement de la Lune est d'environ 3.8 cm par an. Le moment cinétique de la Lune est $L = m\omega r^2$, $\dot{L} > 0$ où ω est la vitesse angulaire et r est la distance Terre-Lune. Ainsi, puisque $\dot{L} > 0$, $\dot{r} > 0$.

Selon la troisième loi de Kepler $\omega^2 r^3 = \text{constante}$ Alors

$$L = m\omega r^2, \quad \dot{L} > 0$$

$$L = m(\dot{\omega}r^2 + 2\omega\dot{r}r) \quad \text{substituant le résultat à droite}$$

$$= m\left(-\frac{3}{2}\omega\dot{r}r + 2\omega\dot{r}r\right)$$

$$= \frac{1}{2}m\omega\dot{r}r$$

SELON LA TROISIÈME LOI DE KEPLER $\omega^2 r^3 = \text{CONSTANTE}$ ALORS

$$\frac{d(\omega^2 r^3)}{dt} = 2\dot{\omega}\omega r^3 + 3\dot{r}r^2\omega^2$$

$$= \omega r(2\dot{\omega}r^2 + 3\omega\dot{r}r) = 0, \quad \text{alors}$$

$$(2\dot{\omega}r^2 + 3\omega\dot{r}r) = 0 \Rightarrow \dot{\omega}r^2 = -\frac{3}{2}\omega\dot{r}r$$

11. LA LIMITE DE ROCHE

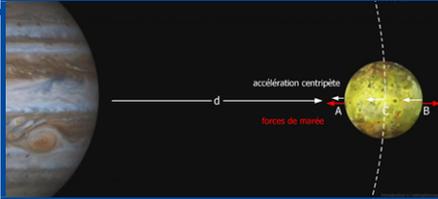


FIGURE 1

3:20

12:14

La limite de Roche : le rayon et la densité de la planète sont R et ρ_p . Ceux du satellite sont r et ρ_m .

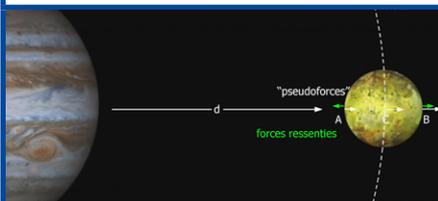


FIGURE 2

5:28

12:14

La limite de Roche : le rayon et la densité de la planète sont R et ρ_p . Ceux du satellite sont r et ρ_m .



FIGURE 3

8:24

12:14

La limite de Roche : le rayon et la densité de la planète sont R et ρ_p . Ceux du satellite sont r et ρ_m .

Dans les cas extrêmes les forces de Marées peuvent déformer les corps célestes au point de les briser. Certains anneaux planétaires, comme ceux de Saturne, seraient le résultat de l'éclatement d'un satellite sous l'effet des forces de Marées. Il existe une distance limite entre deux corps avant que l'un d'eux ne se brise, appelée « limite de Roche » du nom de l'astronome français Edouard Roche, qui fit le calcul pour la première fois au XIX^e siècle.

La force de Marée, due à la masse M et s'appliquant aux points A et B , serait, en négligeant la rotation du satellite autour de la planète sur le satellite ci-dessus,

$$a_M(B) = \frac{2GM}{d^3}r$$

En prenant en compte l'orbite avec une vitesse angulaire de $\omega = 2\pi/P$, il faut ajouter une accélération centripète de $a = \omega^2 d$ où d est la distance entre le centre de la planète et le centre du satellite. Cette accélération centripète agit sur la surface du satellite selon sa distance au centre de la planète, de sorte que l'accélération au point A est $a_A = \omega^2(d-r)$, celle de point C est $a_C = \omega^2 d$, et celle de point B est $a_B = \omega^2(d+r)$.

A cause de l'accélération centripète vers la planète, une « pseudo-force » se ressent à sa surface avec une norme égale à celle de la force centripète mais en sens inverse. Pour chercher l'accélération différentielle ressentie au point A ou au point B , on soustrait la pseudo-force ressentie au point C . Ces pseudo-forces ressenties reviennent à

$$\begin{aligned} a(B) &= \omega^2(d_r) - \omega^2 d \\ &= \omega^2 r \end{aligned}$$

La troisième loi de Kepler nous dit aussi que

$$\frac{d^3}{P^2} = \frac{GM}{4\pi^2}, \quad \omega = \frac{2\pi}{P} \Rightarrow$$

$$\omega^2 = \frac{GM}{d^3} \text{ alors}$$

$$a(B) = \frac{GM}{d^3}r \text{ rappelons que l'accélération due à la force de marée est}$$

$$a(B)_{\text{marée}} = 2 \frac{GM}{d^3}r$$

On a ainsi une autre accélération différentielle due à la rotation du satellite autour de la planète qui est la moitié de la force de Marée. Celle-ci s'ajoute à la force de Marée. Quand la somme de la force ressentie due à la rotation du satellite et la force de Marée dépassent la force de la pesanteur du satellite, le satellite subit une rupture !

$$\|a_{\text{marée}} + a_{\text{pseudo}}\| > \|g\|$$

$$\frac{3GM}{d^3}r > \frac{Gm}{r^2}$$

$$d = \left(\frac{3M}{m}\right)^{1/3} r$$

La distance au-dessous de laquelle une rupture se produit se détermine aussi par la densité des deux corps. C'est-à-dire que, pour $\rho = \text{constante}$:

$$m = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_m$$

$$M = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_M, \quad \text{substituant dans l'équation ci-dessus}$$

$$d_{\text{Roche}} = 1.4 \left(\frac{\rho_M}{\rho_m} \right)^{1/3} R$$

Ce calcul approximatif ne tient pas compte des forces de cohésion de la planète. Un calcul exact donnerait

$$d_{\text{Roche}} = 2.5 \left(\frac{\rho_M}{\rho_m} \right)^{1/3} R$$

Si l'on a une distance plus petite, le satellite va éclater sous l'effet combiné des forces de Marée et des forces d'accélération centripète de sa planète mère.

Dans le système solaire, les corps les plus affectés par la limite de Roche sont probablement les comètes. Elles passent à grande vitesse à travers tout le système solaire et s'approchent souvent de forts champs de gravitation où elles risquent de se briser si elles passent la limite de Roche. C'est ce qui est arrivé à la comète Shoemaker-Levy 9 en mai 1994 à son passage près de Jupiter. La comète s'est disloquée en 21 morceaux sur une distance d'environ 1 million de kilomètres. Trois mois plus tard, ces débris sont revenus vers Jupiter pour finalement s'y écraser le 16 juillet 1994, marquant la surface de la planète de multiples points d'impact visibles pendant plusieurs jours et dont la taille pouvait atteindre la taille de la Terre.

12. LES COMÈTES

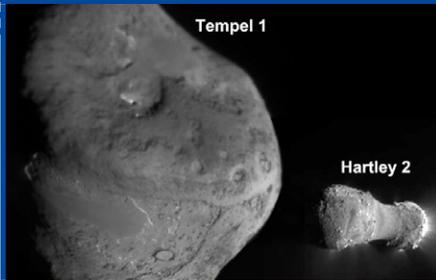


FIGURE 1

1:44

13:43

Noyaux cométaires avec des diamètres de 7.6 km et 2.2 km (image : NASA/JPL-Caltech/UMD).



FIGURE 2

2:08

13:43

Comète de Haley (image : E. Kolmhofer, H. Raab ; Joanes-Kepler-Observatory, Linz, Autriche).

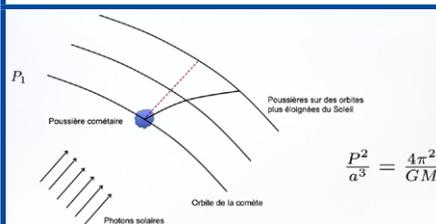


FIGURE 3

2:28

13:43

Photons solaires et poussières cométaires.

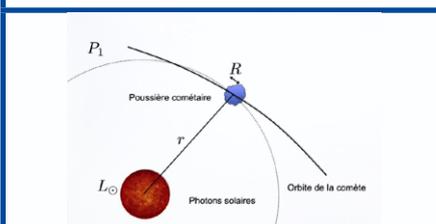


FIGURE 4

6:43

13:43

Photons solaires et poussières cométaires.

Une comète a quelques kilomètres de diamètre tout au plus, elle est composée à 80 % de glace et de composés organiques tels que le carbone, l'hydrogène, l'oxygène et l'azote. Les comètes proviennent d'un vaste nuage de forme sphérique à la limite du système solaire appelé Nuage d'Oort. La géométrie sphérique du nuage et sa taille supposée, d'environ 100 000 unités astronomiques, sont déduites du fait que les orbites cométaires sont parfois extrêmement excentrées, donc extrêmement allongées. Elles ont parfois de très grandes périodes orbitales, jusqu'à plusieurs siècles, comme la comète de Haley, avec 76 ans de période. Les inclinaisons orbitales sont presque aléatoires, donc les comètes nous proviennent d'un peu toutes les directions de façon complètement aléatoire. De petites perturbations gravitationnelles, dues aux autres étoiles de la Voie Lactée, sont capables de décrocher de temps à autre une comète et de la faire plonger vers le Soleil. Donc le Nuage d'Oort constitue en quelque sorte un réservoir naturel de comètes, formé en même temps que le système solaire. A l'approche du Soleil, la surface du noyau cométaire fond et le matériel est éjecté en de larges queues diffuses. Sur la [FIGURE 2](#), on voit la queue ionisée de gaz et une autre queue, plus diffuse composée de poussières.

Pour explorer comment se développent les queues cométaires, on considère une particule à la surface d'une comète, sur une orbite de période P' à une certaine distance du Soleil. Lorsque la comète passe près du Soleil, il y a une compétition entre deux forces : d'un côté la gravitation qui agit sur ce grain et de l'autre, la pression de radiation. Il y a donc une compétition entre la pression de radiation due aux flux de photons solaires, collectée sur une certaine section efficace, et la force de gravitation qui dépend aussi de la taille du grain, à travers sa densité. La pression de radiation est proportionnelle à R^2 , la section efficace du grain, et la masse est proportionnelle à R^3 , où R est le rayon du grain. Ainsi, dès que la pression de radiation est plus grande que la force de gravitation, le grain est éjecté de la surface cométaire pour partir radialement par rapport au soleil, changeant ainsi d'orbite.

D'après la troisième loi de Kepler, la période orbitale grandit quand le rayon de l'orbite grandit. Ceci produit une queue cométaire courbée.

La pression de la radiation est une force qui est donnée par $F_{rad} = \frac{E}{c} \sigma_g$, où $E = h\nu = pc$ est l'énergie du photon et σ_g la section efficace du grain. Ainsi, les différentes forces qui interviennent sont les suivantes :

$$F_{rad} = \frac{E}{c} \sigma_g \quad \text{où } E = \frac{L_0}{4\pi r^2}, \quad \sigma_g = \pi R^2$$

$$= \frac{L_0}{4\pi r^2 c} \pi R^2$$

$$F_{grav} = G \frac{M_\odot m_g}{r^2} \quad \text{où } m_g \text{ est la masse du grain}$$

$$= G \frac{M_\odot}{r^2} \rho_g \cdot \frac{4}{3} \pi R^3$$

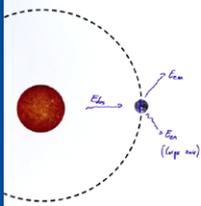
De ceci, on peut établir le rapport entre le module de la force de gravitation et le module de la force de pression de radiation

$$\frac{F_{grav}}{F_{rad}} = \frac{16\pi GM_{\odot} R \rho_g c}{3L_{\odot}}$$

à partir de ceci, on peut définir un rayon de grain pour que les forces soient en équilibre, $F_{grav}/F_{rad} = 1$. Ce rayon est d'environ 2000 Å. Comme on l'a démontré ci-dessus, la masse du grain évolue en R^3 et la section efficace en R^2 . Donc, au-dessus d'un certain rayon (~2000 Å), le grain ne se voit pas balayé de la surface de la comète, mais y reste lié.

Dans la [FIGURE 2](#), en bleu à gauche, il y a une queue d'ions, des particules extrêmement petites et légères qui sont propulsées directement hors de l'orbite de la comète par les photons solaires. A gauche, il y a une queue blanche composée de particules beaucoup plus lourdes, auxquelles se transfère de la quantité de mouvement des photons solaires. Ce transfert change l'orbite des particules. Hors de l'orbite de la comète, selon la troisième loi de Kepler, les particules prennent du retard par rapport à la comète, ce qui crée une queue courbée.

13. BILAN ÉNERGÉTIQUE DES PLANÈTES



$$E_{abs} + E_{em} = E_{cn}$$

$$E_{abs} = S \cdot \pi R_{\oplus}^2 \cdot (1 - A)$$

A : albédo
 $A = 1$ Tout est réfléchi
 $A = 0$ Tout est absorbé
 Pour la Terre, $A = 0.3$

FIGURE 1

5:32

15:01

Bilan énergétique pour la Terre.

Le bilan énergétique des planètes, donc le bilan entre les énergies reçues et émises, détermine complètement les conditions physiques à leur surface. Commençons par examiner l'énergie reçue par la Terre. Elle reçoit du Soleil un flux d'énergie, une puissance, qui s'appelle la constante solaire. Ce flux est de l'ordre de $S_{\oplus} = 1.37 \times 10^6 \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{cm}^{-2}$. On peut exprimer cette énergie solaire comme fonction de la distance du Soleil par

$$S(d) = S_{\oplus} 4\pi d_{\oplus}^2 \cdot \frac{1}{4\pi d^2}$$

$$= S \left(\frac{d_{\oplus}}{d} \right)^2$$

où d_{\oplus} est la distance Terre-Soleil en unités astronomiques et d se mesure en unités astronomiques.

De l'autre côté du bilan, on a une certaine énergie émise par la planète due à la radioactivité dans le manteau de l'écorce terrestre. Il y a aussi de l'énergie rayonnée sous forme de corps noir. L'énergie absorbée (E_{abs}), l'énergie émise (E_{em}) et l'énergie du corps noir (E_{cn}) sont reliées par

$$E_{abs} + E_{em} = E_{cn}$$

On peut exprimer l'énergie absorbée en termes de la constante solaire fois la section efficace de la Terre. On exprime le fait qu'une partie de l'énergie est réfléchi par le facteur $(1 - A)$ où A s'appelle l'albédo, et est le pouvoir réfléchissant d'une surface, soit le rapport de l'énergie lumineuse réfléchi à l'énergie lumineuse incidente.

$$E_{abs} = S \cdot \pi R_{\oplus}^2 \cdot (1 - A)$$

Pour la Terre $A=0.3$, ce qui implique que 70% de l'énergie solaire est absorbée.

Le rayonnement émis par la radioactivité du magma en fusion sous l'écorce terrestre s'exprime par Q , l'énergie produite par cette radioactivité au niveau du sol fois la surface de la Terre:

$$E_{em} = 4\pi R_{\oplus}^2 \cdot Q$$

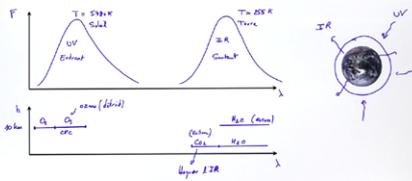
Pour la Terre, $Q = 0.06 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ au niveau du sol. Finalement, l'énergie rayonnée sous forme de corps noir est donnée par

$$E_{cn} = \sigma T_{eff}^4 \cdot 4\pi R_{\oplus}^2$$

où T_{eff} est la température effective.

On peut ainsi réarranger l'équation $E_{abs} + E_{em} = E_{cn}$ de la manière suivante

$$1 + \frac{4Q}{(1-A)S} = \frac{4\sigma T_{eff}^4}{(1-A)S}$$



Les chiffres à droite permettent de déduire que la température effective de corps noir de la Terre est de $T_{eff} = 255 \text{ °K}$, dans la bande infrarouge.

Pour la Terre :

$$A = 0.3$$

$$Q = 0.06 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

$$S_{\odot} = 1.37 \cdot 10^6 \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{cm}^{-2}$$

FIGURE 2

13:48

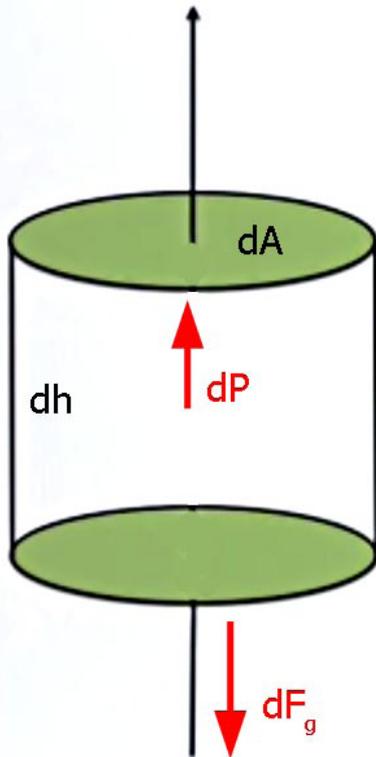
15:01

Bilan énergétique pour la Terre.

Il se trouve que l'atmosphère agit comme un filtre, de sorte qu'il y a un rayonnement de pic à 5780°K dans l'ultraviolet qui entre en provenance du Soleil, alors que c'est un rayonnement de pic à 255°K dans l'infrarouge qui quitte l'atmosphère vers l'extérieur. Ce filtre est constitué de plusieurs couches. Différentes molécules se trouvent à différentes hauteurs et absorbent différentes longueurs d'onde de radiations. L'O₂ et l'O₃ (l'ozone) se trouve à 10-12 km où ils absorbent presque toutes les longueurs d'onde inférieures à 300 nanomètres, à savoir, les ondes ultraviolettes. L'eau (H₂O) se trouve assez haut dans l'atmosphère, apportée par la combustion du kérosène dans les moteurs d'avions encore proches du sol. Elle absorbe la plupart des longueurs d'onde au-dessus de 700 nm. Quand les spectres d'absorption des gaz de l'atmosphère sont combinés, il reste des «fenêtres» de faible opacité, autorisant le passage de certaines bandes lumineuses. La fenêtre optique va d'environ 300 nm (ultraviolet-C) jusqu'aux longueurs d'onde que les humains peuvent voir, la lumière visible, à environ 400-700 nm et continue jusqu'aux infrarouges vers environ 1100 nm. Il y a aussi des fenêtres atmosphériques de radios qui transmettent certaines longueurs d'onde plus importantes.

Les changements dans l'atmosphère dus à l'âge moderne comprennent la destruction de la couche d'ozone par les CFC (chlorofluorocarbones) qui laisse le rayonnement UV atteindre le sol, chauffant ainsi davantage la Terre. Il y a aussi une couche supplémentaire d'eau et le CO₂ créée par la combustion d'hydrocarbures qui bloquent la sortie du rayonnement infrarouge. Il y a donc une rétention d'énergie au niveau du sol. Normalement, sans l'action de l'homme, un équilibre naturel s'établit entre les filtres entrants et sortants. Pourtant, cet équilibre peut être rompu en ajoutant des filtres d'eau et de CO₂, ou en détruisant des filtres d'ozone qui bloquent, à l'entrée, une partie du rayonnement ultraviolet.

14. ATMOSPHÈRE PLANÉTAIRE



EQUATION D'ÉQUILIBRE HYDROSTATIQUE

L'équation d'équilibre hydrostatique permet de caractériser les atmosphères planétaires. Comme son nom l'indique, c'est un équilibre entre la pression gazeuse qui agit vers le haut et la force de gravitation qui agit dans l'autre sens. Sur la [FIGURE 1](#), on représente ces deux forces agissant sur un élément de volume, sur une colonne d'atmosphère. Parce qu'il est en équilibre, la force de pression dans l'élément de volume égale la force de gravitation :

$$\begin{aligned} dP dA &= -dF_g \\ &= -g dm = -g \rho dV, \quad \rho = f(h), \quad g = f(h) \\ &= -\rho(h)g(h)dA dh \quad \Rightarrow \\ \frac{dP}{dh} &= -\rho(h)g(h)dA \end{aligned}$$

Très souvent, on peut simplifier, selon les conditions dans lesquelles on utilise cette équation, en prenant $\rho = \text{constante}$. Et dans le cas d'une grosse planète avec une atmosphère relativement fine, g ne va quasiment pas varier avec l'atmosphère :

$$\frac{dP}{dh} = -\rho g$$

Pour résoudre cette équation, on profite de l'équation de Boltzmann

$$P = nkT$$

où T est la température, k la constante de Boltzmann, et n la densité numérique de particules, avec

$$n = \frac{\rho}{\bar{\mu} \cdot m_\mu}$$

où $\bar{\mu}$ est la masse moléculaire moyenne et $m_\mu = 1.66 \times 10^{-27}$ kg est l'unité de masse atomique. Ainsi, grâce à l'équation des gaz parfaits, on peut tirer une expression pour ρ que l'on peut substituer dans l'équation $dP/dh = -\rho g$ ci-dessus

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dh} &= -\rho g, \quad \rho = \frac{P \bar{\mu} m_\mu}{kT} \\ &= -g \frac{P \bar{\mu} m_\mu}{kT} \quad \Rightarrow \\ \frac{dP}{P} &= -\frac{g \bar{\mu} m_\mu}{kT} \cdot dh, \quad H = \frac{kT}{g \bar{\mu} m_\mu} \\ \frac{dP}{P} &= -\frac{1}{H} dh \quad \text{en intégrant} \\ P &= ke^{\frac{h}{H}} = P_0 e^{\frac{h}{H}} \end{aligned}$$

où H est la hauteur caractéristique de l'atmosphère et P_0 la pression au niveau du sol. Donc le profil de pression par rapport à l'altitude est une exponentielle.

FIGURE 1

1:23

13:10

L'élément de volume se trouve à une certaine altitude h . Il a une surface dA , une hauteur dh et une densité .

MASSE MOLÉCULAIRE MOYENNE μ

Pour calculer la masse moléculaire moyenne, on commence par compter le nombre de particules (nucléons) moyen dans l'atmosphère. L'atmosphère est constituée d'à peu près 78% azote moléculaire (N_2) et 22% oxygène moléculaire (O_2). L'azote a 7 protons et 7 neutrons par atome, donc 28 nucléons par molécule d'azote moléculaire. L'oxygène moléculaire en a 32. Donc la masse moyenne de molécules dans l'atmosphère se donne par

$$\bar{\mu} = \frac{(0.78 \times 28) + (0.22 \times 32)}{0.78 + 0.22} = 29 \text{ uma (unité de masse atomique)}$$

CONDITION POUR RETENIR UNE ATMOSPHÈRE

Pour déterminer si une planète quelconque peut retenir son atmosphère, on veut comparer la vitesse d'éjection d'une molécule de l'atmosphère avec sa vitesse la plus probable. On trouve la vitesse d'éjection en égalant l'énergie cinétique de la particule à son énergie potentielle:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv_e^2 &= mgR \\ v_e &= \sqrt{2gR} \end{aligned}$$

où R est le rayon de la planète. En revanche, la vitesse la plus probable se donne par

$$\bar{v}_m = \sqrt{\frac{2kT}{\mu m_u}} = \sqrt{2gH}$$

Quand on compare ces deux termes v_e et \bar{v}_m , on voit que quand $R > H$ la planète peut retenir son atmosphère.

	VÉNUS	TERRE	MARS
CONSTANTE SOLAIRE	2.6	1.4	0.6
ALBÉDO	0.7	0.3	0.2
TEMP. CORPS NOIR (°K)	230	255	216
TEMP. AU SOL (K)	735	288	210
P0 : PRESSION AU SOL (BAR = ATM.)	93	1	6x10-3
H : HAUTEUR CARACTÉRISTIQUE (KM)	14	8	11
R : RAYON DE LA PLANÈTE (KM)	6052	6371	3390

15. FORMATION STELLAIRE

LE RAYON ET LA MASSE DE JEANS

Les étoiles se forment en groupe à partir d'un nuage de gaz qui fragmente du fait des inhomogénéités qui s'y trouvent. Si les morceaux qui en résultent dépassent une certaine masse ou un certain rayon critique que l'on connaît sous le nom de masse de Jeans ou de rayon de Jeans, ils se contractent et chauffent au point que les réactions nucléaires de fusion de l'hydrogène démarrent et donnent naissance à une étoile. Ce processus s'explique par le théorème du Viriel. Pour une nébuleuse avec densité ρ , une masse M , N particules et de rayon R :

$$\langle K \rangle = -\frac{1}{2}\langle U \rangle, \quad \langle K \rangle = \frac{3}{2}NkT, \quad \langle U \rangle = -\frac{3}{5}\frac{GM^2}{R}$$

$$3NkT = \frac{3}{5}\frac{GM^2}{R}$$

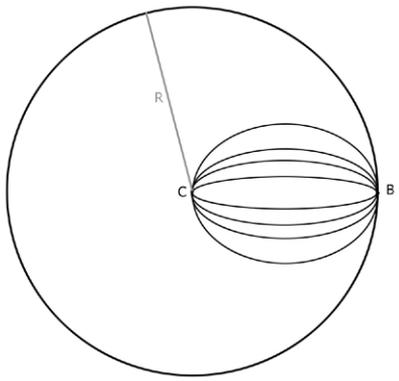
Pourtant, si l'on n'a pas assez d'énergie cinétique par rapport à l'énergie potentielle, le nuage de gaz commencera à s'effondrer.

$$\text{si } \left\{ \begin{array}{l} \langle K \rangle < -\frac{1}{2}\langle U \rangle \\ 3NkT < \frac{3}{5}\frac{GM^2}{R} \\ kT < \frac{G\bar{m}}{R}M, \quad \bar{m} = \frac{M}{N} \\ kT < \frac{G\bar{m}}{R}\frac{4}{3}\pi R^3\rho, \quad M = \frac{4}{3}\pi R^3\rho \\ \sqrt{\frac{15kT}{4\pi G\bar{m}\rho}} < R, \quad \bar{m} = \bar{\mu}m_\mu \end{array} \right. \text{ l'étoile s'effondre}$$

Le rayon de Jeans est alors le rayon minimal au-dessus duquel le nuage nébuleux s'effondre :

$$R_{\text{Jeans}} = \sqrt{\frac{15kT}{4\pi G\bar{m}\rho}}$$

$$M_{\text{Jeans}} = \frac{4}{3}\pi\rho R_{\text{Jeans}}^3$$



TEMPS DE CHUTE LIBRE

Le temps de chute libre est le temps qu'il faut pour que le nuage s'effondre sur lui-même en un seul point au centre. Son calcul n'est pas tout à fait évident. On présume un nuage nébuleux de rayon R dont les particules partent du bord du nuage B pour arriver au centre C . On peut considérer qu'une ligne droite est en fait une ellipse d'une excentricité infinie et que les particules peuvent arriver au centre par n'importe quel trajet « orbital » de B à C . Le temps pour atteindre le centre est alors la moitié de l'une de ces orbites. Une telle période ne dépend pas de l'excentricité. On a donc

$$t_{cl} = \frac{P}{2} \text{ et selon les lois de Kepler}$$

$$P^2 = \frac{4\pi}{GM^2} \left(\frac{R}{2}\right)^3 \text{ le demi-grand axe est } R/2$$

$$= \frac{3\pi}{8G\rho} \Rightarrow$$

$$t_{cl} = \sqrt{\frac{3\pi}{32G\rho}}$$

t_{cl} ne dépend que de ρ .

Selon le tableau ci-dessous, basé sur sa densité, le soleil s'effondrerait en une demi-heure. Ça ne se produit pas grâce à ce qui se produit au niveau du bilan énergétique du Soleil. Le théorème du Viriel nous dit que la moitié de l'énergie potentielle perdue par le Soleil à travers sa luminosité est convertie en énergie cinétique. Le système d'équations se résout par

$$\left. \begin{aligned} dE_{tot} &= dU + dK = -Ldt \\ dU + 2dK &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} dU &= -2Ldt \\ dK &= +Ldt \end{cases}$$

FIGURE 1

7:28

13:39

Temps de chute libre.

	DENSITÉ	t_{cl}
UNIVERS	10^{-27}	10^{-11} ans
GALAXIE	10^{-21}	10^8 ans
MILIEU INTERSTELLAIRE	$10^{-21}/10^{-27}$	$10^5/10^8$ ans
SYSTÈME SOLAIRE	10^{-27}	1000 ans
SOLEIL	1400	1800 sec

Densités.

A cause du rayonnement de l'étoile sous forme de luminosité, elle perd de l'énergie potentielle. En revanche, la moitié de l'énergie potentielle perdue est convertie en énergie cinétique. Cette énergie se traduit en chauffage qui, à son tour, émet des photons par corps noir ou par ionisation. Cette émission crée une pression de radiation sur les couches externes de l'étoile qui est en train de s'effondrer, un effet qui contrebalance la gravitation et empêche l'étoile de s'effondrer.

TEMPS DE VIE D'UNE ÉTOILE

Le temps de vie d'une étoile (le temps de Helmholtz-Kelvin) est le temps qu'il faut à une étoile pour perdre la moitié de son énergie potentielle en rayonnement, un taux qui dépend de la luminosité de l'étoile.

$$L \cdot t_{HK} = \frac{U}{2}$$
$$t_{HK} = \frac{U}{2L} = \frac{3}{10} \frac{GM^2}{RL}$$

Dans le cas du soleil, le temps de vie serait ~ 500 ans.

Les étoiles prennent leur énergie de la contraction gravitationnelle d'une part et des réactions nucléaires d'autre part.

16. CLASSIFICATION STELLAIRE / DIAGRAMME HR

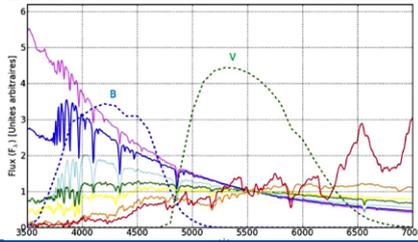


FIGURE 1

2:16

21:46

Classification spectrale.

On classe les étoiles en fonction de leur luminosité et de leur couleur, donc en fonction de leur température de corps noir.

CLASSIFICATION SPECTRALE

Sur la [FIGURE 1](#), on a tous les sept types d'étoile connus, divisés par leur température de corps noir. On voit qu'il y en a dont le spectre forme un pic de flux dans l'ultraviolet, ce qui correspond à une longueur d'onde assez courte. D'autres ont un pic de flux dans l'infrarouge, correspondant à une longueur d'onde plutôt longue. Le Soleil se trouve au milieu avec un pic de flux dans le jaune.

Pour mesurer la couleur des étoiles, on forme des indices de couleur, le plus souvent en utilisant des filtres B et V dans le domaine optique. Puis on mesure la pente du spectre en fonction de l'indice de couleur, c'est-à-dire la pente de la ligne entre la valeur du flux au centre de la bande passante du filtre B et sa valeur au centre de la bande passante du filtre V. La pente résultante est l'indice B-V qui donne un indicateur du type spectral de l'étoile. Donc si l'indice B-V est grand, on a une étoile rouge. Par contre, si l'indice B-V est négatif, on a une étoile plutôt bleue.

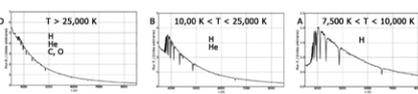


FIGURE 2

5:50

21:46

Classification de Harvard : O, B, A.

La classification spectrale, dite classification de Harvard, est basée sur ces spectres. Il y a sept classes spectrales dont les noms sont : O, B, A, F, G, K et M dans l'ordre décroissant des températures. Chaque type spectral a différentes raies. Il y a de l'hydrogène dans tous les cas, mais en fonction de la température, ces raies sont plus ou moins fortes, ou plus ou moins faibles. Dans les étoiles très chaudes, il y a aussi des raies d'hélium. Si l'étoile est extrêmement chaude, on peut aussi avoir des raies qui ont un potentiel d'ionisation beaucoup plus élevé comme du carbone ou de l'oxygène.



FIGURE 3

8:52

21:46

Classification de Harvard : F, G, K et M.

A haute température, les molécules sont détruites. Mais à des températures plus basses (classe K), les molécules restent intactes et elles absorbent des raies larges qui, en fait, comprennent un très grand nombre de raies très fines que l'on n'arrive pas à séparer à la résolution instrumentale. Celles-ci sont des bandes moléculaires.

Il y a 7 classes spectrales : O, B, A, F, G, K, M, et 10 sous-classes étiquetées de 0 à 9. Il y a aussi 7 classes de luminosité : Ia, Ib, II ... VI. Donc par exemple, le Soleil est une étoile de type G2V : G pour la température, 2 pour découper l'intervalle de température en 10 intervalles plus fins et V est la classe de luminosité du Soleil, qui se trouve être aussi la classe de luminosité de 80% des étoiles.

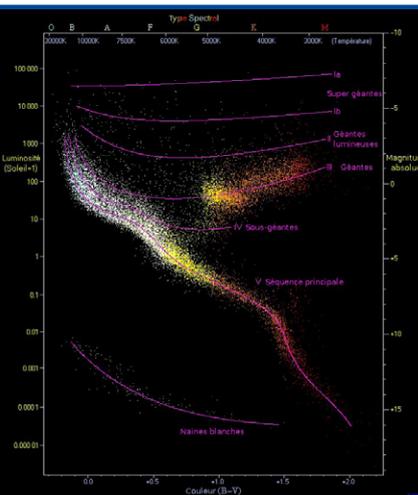


FIGURE 4

13:42

21:46

Diagramme de Hertzsprung-Russell de la Voie Lactée.

Les diagrammes couleur-magnitude ou les diagrammes de Hertzsprung-Russell trient les étoiles d'un amas stellaire selon la luminosité de haut en bas et selon la température de corps noir / couleur de gauche à droite. Un diagramme de Hertzsprung-Russell pour les 22 000 étoiles de notre Voie Lactée ([FIG. 4](#)) a quatre axes : en haut les classes spectrales : O, B, A, F, G, K et M ; en bas, un axe de l'indice B-V de couleur ; à gauche, l'axe de luminosité ; et à droite celui de la magnitude absolue qui croît vers le bas. A peu près 80% des étoiles sont en fait dans la séquence principale et vont brûler leur hydrogène en hélium tout au long de leur vie.

DROITE D'ISO-RAYON

On prend le logarithme de la luminosité en unités solaires

$$L = 4\pi R^2 \cdot \sigma T^4$$

$$\frac{L}{L_{\odot}} = \left(\frac{R}{R_{\odot}}\right)^2 \left(\frac{T}{T_{\odot}}\right)^4$$

$$\log L = 2 \log R + 4 \log T$$

Si R est fixe, on verra apparaître l'équation d'une droite dans une échelle log - log, une droite du type $y = ax + b$. C'est une manière de normaliser les rayons pour comparer les luminosités en fonction de la température.

EFFET DE L'ABSORPTION INTERSTELLAIRE

L'absorption interstellaire a lieu à cause des nuages de poussière et d'autres objets entre l'observateur et l'astre observé. Elle a un effet sur un diagramme couleur-magnitude. La magnitude intrinsèque d'un objet est sa magnitude observée plus l'absorption (qui autrement la rend plus faible) $m = m_0 + A$ où A est le coefficient d'absorption qui dépend de la couleur. Il entraîne non seulement une diminution de la magnitude, mais aussi un rougissement de la couleur. Ainsi, cette absorption entraîne un décalage vers le bas d'un diagramme de Hirschsprung-Russell, à cause de l'affaiblissement de la luminosité, et un décalage vers la droite à cause du rougissement. Il faut donc faire attention aux conclusions que l'on tire sur les populations stellaires à partir d'un diagramme couleur-magnitude car il peut être affecté par l'absorption le long de la ligne de visée de l'astre qu'on est en train d'observer.

TAILLE DES ÉTOILES

Le rayon d'une étoile n'est pas une grandeur directement observable. Notons f le flux reçu sur Terre à une distance d d'une étoile de rayon R , et F le flux à la surface de la même étoile. La relation entre les deux est

$$f = F \cdot 4\pi R^2 \cdot \frac{1}{4\pi d^2}$$

$$= F \left(\frac{R}{d}\right)^2, \quad \alpha = \frac{R}{d}$$

$$= F\alpha^2$$

Ce α est simplement le rayon angulaire de l'étoile, le rayon que sous-tend l'étoile à une certaine distance. Le flux observé dépend alors de la distance et de la taille (rayon) de l'étoile. Pour une hypergéante d'une distance de 200 parsecs, donc une étoile très proche, on aurait un rayon de 1000 rayons solaires, ce qui donnerait $\alpha \approx 0.02$ secondes d'arc, ou environ deux fois plus petit que le plus petit détail visible par le télescope actuellement. Donc, le Soleil est la seule étoile dont on voit des détails de la surface.

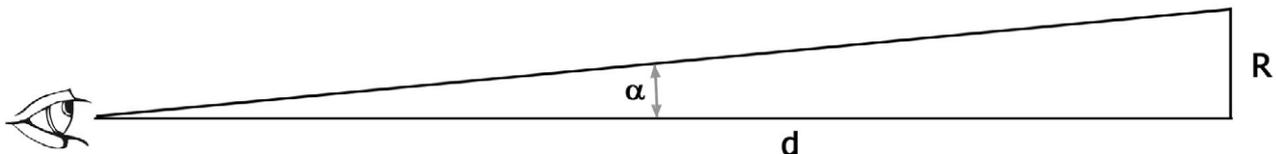


FIGURE 5

17. EVOLUTION STELLAIRE: VIE ET MORT DES ÉTOILES

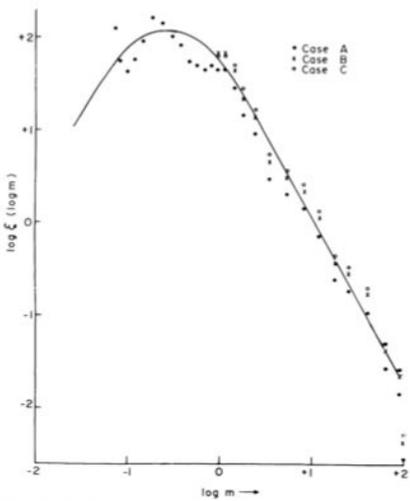


FIGURE 1

2:18

22:11

Fonction initiale de masse.

NAISSANCE : SÉQUENCE DE HAYASHI

Les étoiles sont issues de la fragmentation d'un nuage de gaz et de poussière, et de la contraction des amas résultants. Les nuages initiaux ont une certaine distribution en masse que l'on peut représenter sur une échelle log-log que l'on appelle la *fonction initiale de masse*. Cette fonction initiale de masse donne la distribution des fragments de nébuleuses en unités de masse solaire par rapport au log du nombre des fragments. Quand on examine ces nuages en train de fragmenter, donnant ainsi naissance à des étoiles, par un diagramme magnitude-couleur, on trouve une séquence à peu près verticale, isotherme, le long de la gamme de luminosités. Cette séquence s'appelle la *séquence de Hayashi*. Elle comprend de multiples proto-étoiles de diverses tailles (FIG. 1), mais toutes à la même température. A cette étape, le matériel dans les proto-étoiles est brassé tandis que l'étoile commence à contracter. A ce moment-là, il n'y a pas de réaction nucléaire.

Au fur et à mesure que le rayon de la proto-étoile diminue, la température au centre augmente jusqu'à ce que se déclenche une réaction nucléaire qui est aussitôt freinée par la contraction, de deux manières : la pression de radiation et la pression gazeuse du mouvement turbulent due au chauffage de l'intérieur. En plus, au fur et à mesure que la proto-étoile se contracte, elle devient de plus en plus opaque, entraînant une diminution de la luminosité. D'après l'équation

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

La diminution de L avec T plus ou moins constant implique que R diminue.

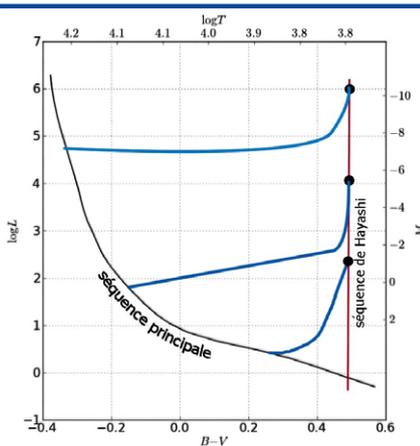


FIGURE 2

6:30

22:11

La séquence de Hayashi en rouge.

Bien que la température reste constante à l'extérieur, elle augmente au centre, au point de pouvoir démarrer des réactions nucléaires. Quand celles-ci s'allument, l'étoile monte en température très vite pour arriver jusqu'à une position qui se trouve sur la séquence principale, en passant par les étapes en bleu sur la FIGURE 2. L'allumage des réactions nucléaires va être d'autant plus rapide que l'étoile est massive. Ainsi, une étoile de plus faible masse va descendre plus lentement le long de la séquence de Hayashi, avant de migrer vers la séquence principale.

Une fois sur la séquence principale, les étoiles brûlent leur hydrogène par des réactions nucléaires de fusion de noyaux d'hydrogène en noyaux d'hélium $4H \Rightarrow {}^4He$. Cette fusion peut avoir lieu de deux façons avec une chaîne de réactions plus ou moins compliquée. La limite entre les deux réactions possibles se situe à 1.3 masse solaire.

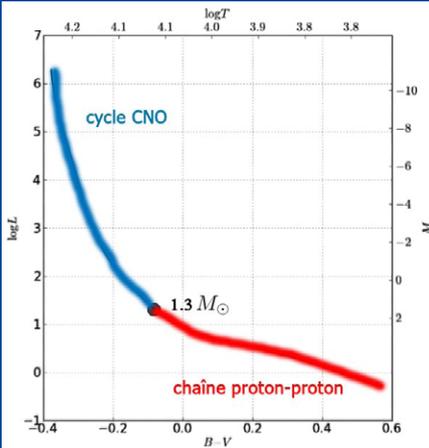


FIGURE 3

7:46

22:11

Fusion de l'hydrogène en hélium.

LIMITE $1.3 M_{\odot}$

Au-dessus de 1.3 masse solaire, les étoiles brûlent de l'hydrogène en hélium à partir de ce que l'on appelle le cycle CNO. En dessous de cette limite, on a ce que l'on appelle la chaîne proton-proton. En fait, contrairement à ce que son nom peut paraître indiquer, le cycle CNO ne produit ni carbone, ni azote, ni oxygène. La chaîne proton-proton fait intervenir des protons, mais le bilan des deux réactions est la fusion de quatre noyaux d'hydrogène en un noyau d'hélium. La limite en masse correspond aussi à une limite en température. Il faut des températures plus hautes pour la réaction CNO. Quoiqu'il en soit, l'important est que, sur la séquence principale, les étoiles brûlent l'hydrogène en hélium durant la majeure partie de leur vie.

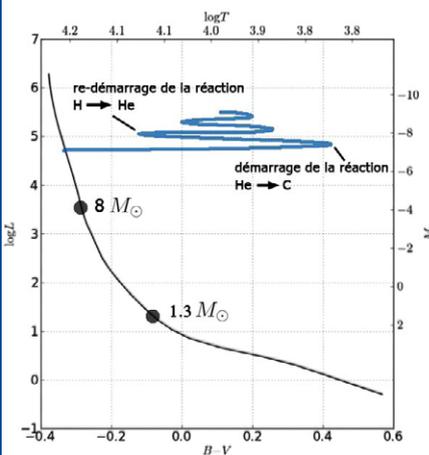


FIGURE 4

12:05

22:11

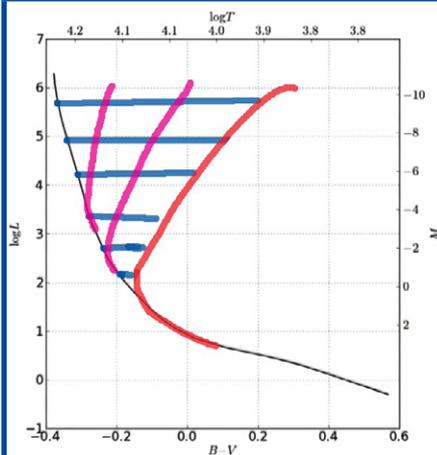
Trajectoire d'une étoile massive sur le diagramme HR pendant sa mort.

LIMITE $8 M_{\odot}$

Sur la séquence principale, on a un équilibre entre la pression gazeuse et la pression de radiation d'un côté et la gravitation de l'autre côté. A 8 masses solaires, il y a une autre limite qui détermine la mort de l'étoile. Pour les étoiles au-dessus de 8 masses solaires, une fois que la fusion de l'hydrogène s'arrête, la pression gazeuse ainsi que la pression de radiation diminuent, de sorte que la gravitation l'emporte. Deux phénomènes se produisent: 1) *l'extérieur de l'étoile refroidit* et 2) bien qu'il y ait contraction du cœur de l'étoile, les couches externes subissent une expansion de sorte que le rayon de l'étoile grandit. Ce refroidissement de l'extérieur entraîne un rougissement. En même temps, *le réchauffement de l'intérieur* enclenche un autre type de réaction nucléaire, à savoir, la transformation de l'hélium en carbone. Pendant que le rayon de l'étoile augmente et que la température diminue, l'étoile a tendance à migrer vers la droite sur le diagramme couleur-magnitude, soit vers des températures plus basses et des couleurs de surface plus rouges. A la longue, pour une étoile très massive, on aura contraction du cœur et démarrage de la réaction de transformation de l'hélium en carbone. Quand cela arrive, évidemment l'étoile chauffe, migrant encore plus à gauche sur le diagramme HR. S'ensuit une succession de réactions nucléaires entre ces deux alternatives, où chaque réaction est de plus en plus courte, jusqu'à ce que démarre la réaction de fusion du fer. Cette réaction est endothermique. Non seulement elle ne produit pas de photons ni de pression de radiation vers l'extérieur, mais elle absorbe aussi de l'énergie. L'étoile va alors complètement s'effondrer sur elle-même, devenant une supernova. Si l'étoile était très massive à l'origine, après l'explosion de la supernova, on pourrait éventuellement assister à la formation d'un trou noir ou d'une étoile à neutrons.

Pour des masses inférieures à 8 masses solaires, il se passe à peu près la même chose. Elles peuvent évoluer en des étoiles géantes qui refroidissent jusqu'à un certain endroit dans le diagramme couleur-magnitude, tout en rougissant. Les couches externes gonflent pendant que le noyau se contracte jusqu'à ce que s'enclenche une réaction nucléaire $He \Rightarrow C$, mais il n'y aura pas de réaction de fusion du fer. Après plusieurs va et viens dans le diagramme HR, le noyau se contracte jusqu'au moment où il ne peut plus allumer la réaction nucléaire qui aurait dû suivre. L'étoile meurt laissant des couches externes qui deviennent une nébuleuse planétaire avec au centre une étoile morte, une naine blanche qui va rayonner simplement par refroidissement.

Il y a aussi des étoiles de masse encore plus faible. Celles dont la masse est comprise dans l'ensemble $0.08 M_{\odot} < M < 0.26 M_{\odot}$ sont des naines blanches qui sont formées directement à partir d'un nuage proto-stellaire. Les étoiles de masse inférieure à $0.08 M_{\odot}$ sont trop petites pour allumer une réaction nucléaire. Celles-ci sont des naines brunes. Ces étoiles rayonnent uniquement sous l'effet de la contraction gravitationnelle.



AGE DES AMAS D'ÉTOILES

On peut utiliser le diagramme couleur-magnitude pour dater l'âge d'une population stellaire. Les étoiles sur la séquence principale vont brûler leur hydrogène. Il faut savoir que les étoiles brûlent leur hydrogène d'autant plus vite qu'elles sont massives, ce qui veut dire qu'elles vont quitter la séquence principale d'autant plus vite, puisqu'elles sont placées d'autant plus sur le haut de la séquence principale. Sur la [FIGURE 5](#), on voit des étoiles qui migrent de plus en plus à droite sur le graphe au fur et à mesure qu'elles deviennent massives. Si l'on relie ces étoiles d'un trait (en rouge), on aura ce que l'on appelle un *isochrone* qui lie entre elles toutes les étoiles qui ont le même âge. En haut du coude de l'isochrone, on trouve les étoiles qui ont assez de masse pour quitter la séquence principale. On peut avoir d'autres isochrones (en rose) qui représentent des étoiles plus jeunes.

FIGURE 5

18:48

22:11

Âges des amas d'étoiles.

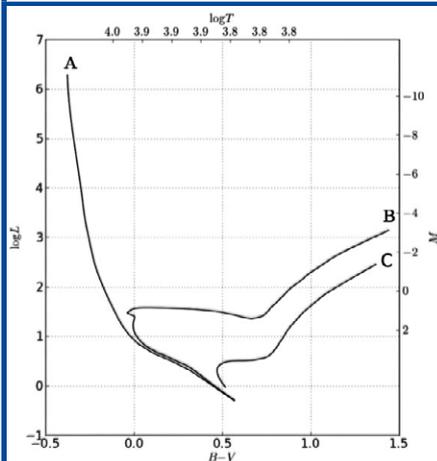


FIGURE 6

19:32

22:11

Isochrones de
A=10⁶ ans, B=10⁹ ans et C= 10¹⁰ ans.

Sur la [FIGURE 6](#), l'isochrone A correspond à la séquence principale d'étoiles très jeunes, dans les eaux de 10⁶ ans. On voit que sur un isochrone de 10⁹ ans, on n'a plus d'étoiles dans le haut du diagramme puisque toutes ces étoiles ont disparu. Elles étaient très massives, plus de 8 masses solaires, et elles ont brûlé leur hydrogène, finissant par exploser. Certaines étoiles à gauche sont encore sur la séquence principale en train de brûler l'hydrogène, mais les plus massives ont migré vers la branche des géantes à droite. Ainsi, les amas plus vieux n'ont plus que les étoiles peu massives qui sont encore sur la séquence principale, puisque quasiment toutes les autres ont évolué vers la branche des géantes. De cette manière, simplement en regardant la position du coude, on peut savoir l'âge de l'amas, parce qu'il reflète la migration temporelle des étoiles.

18. LES GALAXIES

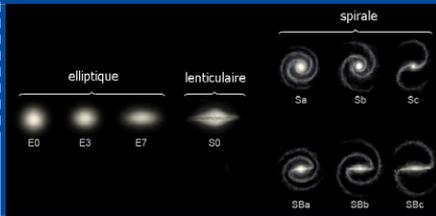


FIGURE 1

1:36

22:20

Séquence évolutive de Hubble
(image : Wikipédia).

SÉQUENCE «ÉVOLUTIVE» DE HUBBLE

Dans la séquence évolutive de Hubble, on a essentiellement deux types de galaxies, les galaxies elliptiques et les galaxies spirales. Entre les deux, on a un type intermédiaire appelé les galaxies lenticulaires. En général, les galaxies elliptiques contiennent des étoiles vieilles avec des orbites aléatoires autour d'un centre de gravité commun. Ces galaxies sont subdivisées selon 7 ellipticités possibles E0-E7, où l'indice vient de $10 \cdot (1 - a/b)$ où a/b est le rapport entre le demi-grand-axe et le demi-petit-axe de l'ellipse.

On désigne les galaxies spirales par S suivi de a, b ou c selon l'importance du bulbe par rapport aux bras spiraux dans la galaxie, ainsi qu'à l'ouverture de ceux-ci. Comme on le voit dans la [FIGURE 1](#), de Sa vers Sc, moins l'on a de bras spiraux, moins ils sont enroulés sur eux-mêmes. Ces galaxies spirales ont aussi des halos de matière sombre. Semblablement, il y a des galaxies spirales barrées dont les bras s'enroulent autour d'une barre au lieu d'un bulbe. Elles sont désignées par SBa-SBc. Les galaxies lenticulaires sont un peu comme des galaxies spirales avec un énorme bulbe qui a la taille d'une galaxie elliptique.

Hubble avait conçu cette séquence en supposant que les galaxies naissent elliptiques, et qu'elles évoluaient progressivement vers des types de galaxies avec des bras spiraux. Pourtant, cela n'est pas le cas ; il s'agit donc plutôt d'une séquence morphologique.

GALAXIES ELLIPTIQUES

Les galaxies elliptiques les plus massives (entre $10^7 M_{\odot}$ et $10^{13} M_{\odot}$) se trouvent souvent, mais pas toujours, au centre d'un amas de galaxie. Leurs populations stellaires sont plutôt vieilles, âgées de milliards d'années. Par conséquent, elles ont assez peu de gaz et de poussières ainsi qu'assez peu de formations stellaires. Le flux lumineux d'une galaxie elliptique est donné par

$$F = F_0 e^{\left[\left(\frac{r}{r_e} \right)^4 - 1 \right]}$$

où F est une normalisation et r le rayon effectif que contient la moitié de la lumière de la galaxie. Ce profil de lumière s'appelle une *courbe de Vaucouleurs*.



FIGURE 2

5:55

22:20

Messier 101, une galaxie Sab, intermédiaire entre Sa et Sb (image NASA/ESA-Hubble Heritage).



FIGURE 3

10:02

22:20

NGC 4565, une galaxie spirale vue de profil (image : ESO).



FIGURE 4

11:48

22:20

L'image de Messier 83, une galaxie de type Sab (image : NASA/ESA-W. Blair (John Hopkins)).

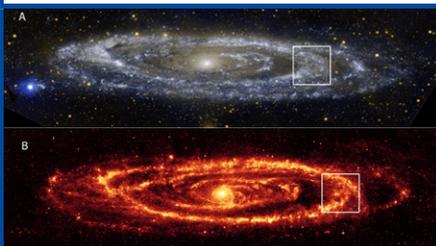


FIGURE 5

16:08

22:20

Galaxie d'Andromède prise à travers des filtres ultraviolet (A) et infrarouge (B) (images : NASA/JPL/Caltech).

GALAXIES SPIRALES

La gamme des masses est un peu restreinte par rapport aux galaxies elliptiques, entre $10^9 M_{\odot}$ et $10^{12} M_{\odot}$. La taille est environ 40 kiloparsecs de diamètre. Cette limite est assez imprécise, puisqu'autour de ces bulbes et de ces bras spiraux, il y a un halo de matières sombres qui ne se voit pas. Dans les galaxies spirales, il y a aussi beaucoup de gaz et de poussières qui donne naissance à des étoiles jeunes. En fait, il y a deux composantes dans les populations stellaires. Le bulbe contient les étoiles plutôt vieilles et peu massives, rayonnant un corps noir rougeâtre. Les bras spiraux, quant à eux, contiennent des étoiles jeunes plus massives, qui rayonnent plutôt dans le bleu.

Le profil de lumière d'une galaxie spirale a aussi deux composantes. Le profil de la composante disque est donné par

$$F = F_0 e^{-\frac{r}{h}}$$

où h est la hauteur caractéristique du disque. La seconde composante, la lumière du bulbe, a un profil de Vaucouleurs, comme pour les galaxies elliptiques.

POPULATIONS STELLAIRES DANS LES GALAXIES

Les outils diagnostiques pour étudier plus en détail les galaxies comprennent les spectres et les images. L'image de la [FIGURE 4](#) est prise à 3 filtres, un bleu, un de couleur intermédiaire et un dans la raie $H\alpha$. Le filtre $H\alpha$ montre le gaz ionisé par les étoiles chaudes en formation et extrêmement massives. Ces étoiles apparaissent en rouge parce que $H\alpha$ a une longueur d'onde plutôt vers le rouge bien que les corps noirs de ces étoiles soient vers le bleu. Les étoiles jeunes en formation apparaissent en bleu. De cette manière, en utilisant ces filtres et le flux lumineux pour analyser la galaxie petit à petit, on peut retracer l'histoire de l'évolution de la population stellaire de cette galaxie.

On peut aussi examiner une galaxie par des filtres de longueurs d'onde beaucoup plus éloignées les unes des autres. Sur la [FIGURE 5](#), dans le carré blanc, il y a un bras spiral très marqué par des tas de points lumineux. Dans l'ultraviolet, on a des étoiles massives et chaudes. Celles-ci ionisent le gaz autour d'elles et émettent des tas de petits points dans la raie $H\alpha$. Par contre, dans l'image à l'infrarouge, on voit du gaz et de la poussière qui se fait chauffer par les étoiles chaudes pour créer une réémission sous forme de rayonnement de corps noir dont le pic de rayonnement se trouve dans l'infrarouge lointain. Les deux processus ont lieu au même endroit mais ce ne sont pas du tout les mêmes processus physiques et ils ne se voient pas avec les mêmes outils.

On peut profiter de l'effet Doppler pour déterminer la vitesse radiale des étoiles dans la galaxie en fonction de leur position. La mesure des vitesses qui nous fuient et des vitesses qui viennent vers nous nous permet de calculer la masse de la galaxie par la loi de gravitation.

$$a = \frac{GM(r)}{r^2} = \frac{v^2}{r} \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{\frac{GM(r)}{r}}$$

De cette manière, on peut mesurer la masse l'intérieur de ce rayon.

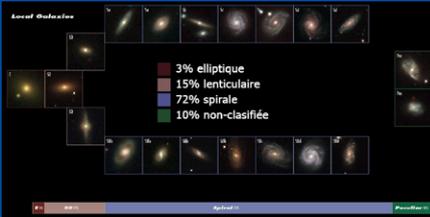


FIGURE 6

18:36

22:20

Types morphologiques en fonction de la distance, univers local (image : NASA/ESA-Sloan Digital Sky Survey, R. Delgado-Serrano et F. Hammer (Observatoire de Paris)).

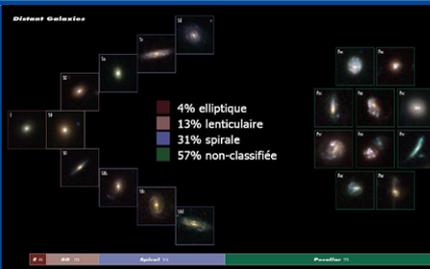


FIGURE 7

19:59

22:20

Types morphologiques en fonction de la distance, univers distant (image : NASA/ESA-Sloan Digital Sky Survey, R. Delgado-Serrano et F. Hammer (Observatoire de Paris)).

AGE ET DISTANCE

Il se trouve que la classification morphologique de Hubble change avec la distance, une observation qui reflète l'âge de la région classifiée. Comme l'univers est en expansion depuis le Big Bang, en regardant à différentes distances de nous, on regarde aussi à différentes époques dans la vie de l'univers. La [FIGURE 6](#) montre une classification morphologique qui nous donne la proportion de chaque type de galaxie dans l'univers local. Si l'on fait la même observation pour des galaxies plus lointaines ([FIG. 7](#)), les chiffres sont tout à fait différents, une observation qui reflète qu'elles sont à une étape différente de leur évolution qu'ici.

Il faut que toutes nos idées théoriques rendent compte à la fois de la classification morphologique des galaxies en fonction de la distance, des masses déterminées par les mesures de Doppler et les vitesses de rotation des galaxies et l'étude des populations stellaires par les diagrammes couleur-magnitude, toujours en fonction de la distance.

19. LES GALAXIES: ILLUSTRATIONS NUMÉRIQUES

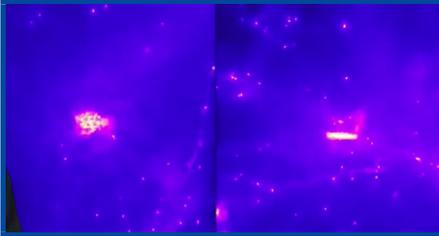


FIGURE 1

2:38

04:37

A gauche la galaxie, vue de face, et à droite, la même galaxie, vue de profil (simulation : Yves Revaz(EPFL)).

Hubble pensait, au début du XX^e siècle, que les galaxies elliptiques évoluaient en des galaxies spirales selon la séquence morphologique qui porte son nom, mais on sait maintenant que les galaxies spirales peuvent tout à fait devenir des galaxies elliptiques et inversement. On sait que les collisions entre galaxies peuvent jouer un rôle important et que la quantité de matière sombre et ses propriétés cinétiques jouent un rôle décisif sur la formation et le devenir d'une galaxie. Plus la matière sombre ou lumineuse est dynamiquement froide, c'est-à-dire moins l'agitation thermique est grande au sein d'un objet massif, plus la matière aura tendance à s'effondrer sur elle-même facilement et donc plus des structures compactes pourront se former, comme des galaxies ou des amas de galaxies.



FIGURE 2

3:13

04:37

Destruction d'une galaxie par effet de Marée. Une galaxie spirale, en haut, est prise dans le puits de potentiel matérialisé par le cercle rouge (simulation : Yves Revaz(EPFL)).

Il est possible de simuler ces mouvements en laissant interagir 33 millions de particules massives dans un morceau d'univers d'environ 20 mégaparsecs de côté. Les particules représentent seulement le gaz dans la simulation. La simulation démarre à l'âge zéro, l'univers est presque homogène, mais autour des régions légèrement plus denses, la matière commence à s'effondrer sur elle-même, des nodules apparaissent ainsi que des filaments et l'on peut voir une galaxie spirale se former, se stabiliser un moment, puis se détruire à son passage dans un amas de galaxies. De telles simulations illustrent parfaitement la multitude d'évolutions possibles d'une galaxie depuis sa formation jusqu'à son éventuelle destruction complète.

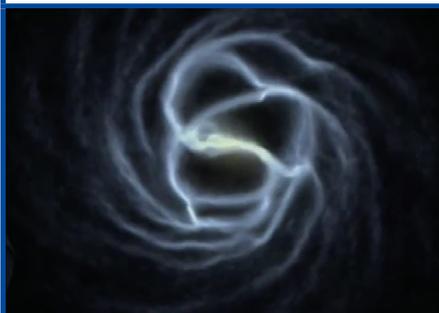


FIGURE 3

4:17

04:37

Instabilités gravitationnelles dans une galaxie (simulation : Yves Revaz(EPFL)).

20. LA VOIE LACTÉE

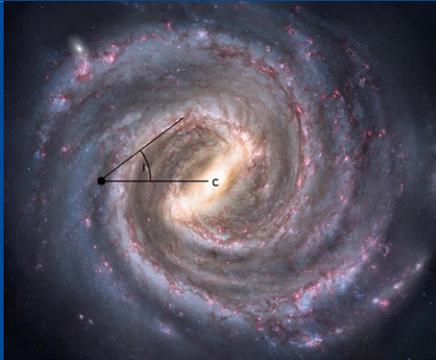


FIGURE 1

3:00

18:59

Le référentiel sphérique de la Voie Lactée.

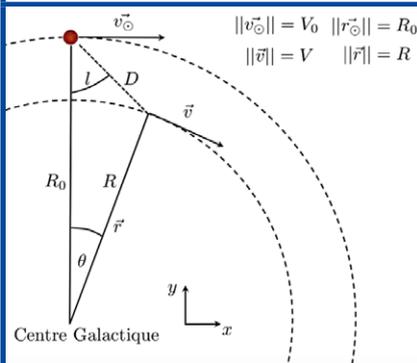


FIGURE 2

3:49

18:59

Mouvement du soleil dans la Voie Lactée.

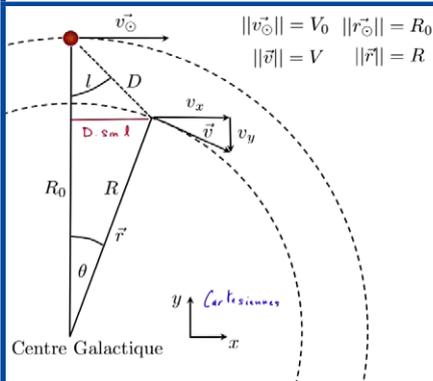


FIGURE 3

7:05

18:59

Coordonnées cartésiennes.

LA VOIE LACTÉE

La Voie Lactée une galaxie spirale Bc, donc une galaxie spirale barrée. Sa masse totale, donc la masse totale des étoiles, du gaz, de la poussière et de la matière sombre, est de $1.2 \times 10^{12} M_{\odot}$. Le nombre d'étoiles dans la Voie Lactée est d'environ 3×10^{11} . Son diamètre est entre 31 et 37 kpc selon les estimations. Le soleil se trouve à 8.3 kpc du centre.

Pour se repérer dans la Voie Lactée, on utilise des coordonnées qui sont propres au référentiel du Soleil dans la Voie Lactée. On parle de la *latitude galactique* b , l'angle entre le plan de la galaxie et la direction d'observation en profil. Ensuite, on emploie la *longitude galactique*, l'angle entre le plan de la galaxie et la direction d'observation vue d'en face. Dans ces coordonnées, on peut décrire la vitesse v d'autres étoiles dans la galaxie. En effet, c'est la vitesse relative entre le Soleil et les autres étoiles qui est observable et permet d'étudier le mouvement du Soleil dans la Voie Lactée.

Si la rotation de la Voie Lactée est rigide, c'est-à-dire si toutes les étoiles ont la même vitesse angulaire, alors $\omega(r) = \omega_0 = \text{constante}$, où ω_0 est la vitesse angulaire du Soleil.

On emploie un système de coordonnées cartésiennes par lequel on décompose la distance et la vitesse de telle sorte que

$$v = R \begin{bmatrix} \cos \theta \\ -\sin \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \end{bmatrix}$$

$$r = R \begin{bmatrix} \sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} D \sin l \\ R_0 - D \cos l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\sin \theta = \frac{D}{R} \sin l, \quad \cos \theta = \frac{R_0}{R} - \frac{D}{R} \cos l$$

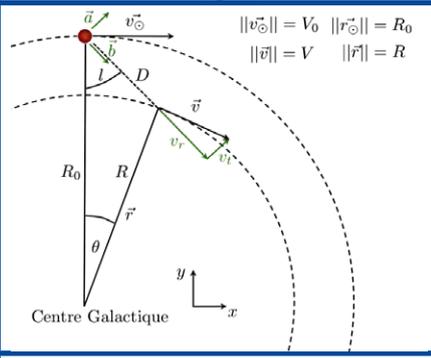
Cette dernière manœuvre permet d'éliminer l'angle θ en faveur de l parce que c'est lui qui est observable. Toutefois, il faut d'autres coordonnées pour mesurer la vitesse radiale et la vitesse tangentielle d'une étoile contre la voûte céleste. On mesure la vitesse radiale, le long de la ligne de visée, par effet Doppler.

Dans (\hat{x}, \hat{y}) ,

$$v - v_{\odot} = \begin{bmatrix} V \cos \theta - V_0 \\ -V \sin \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \end{bmatrix}, \quad V_0 = \omega_0 R_0, \quad V = \omega R$$

après avoir remplacé θ comme en haut

$$v - v_{\odot} = \begin{bmatrix} R(\omega - \omega_0) - \omega D \cos l \\ -D \omega \sin l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \end{bmatrix}$$



On peut donc calculer $v - v_{\odot}$ dans le repère (\hat{x}, \hat{y}) pour le projeter sur le repère (\hat{a}, \hat{b}) .

On trouve que

$$V_r = (\omega - \omega_0)R_0 \sin l$$

$$V_t = [(\omega - \omega_0)R \cos l - \omega D] \hat{a}$$

A partir de là, on a une expression pour la vitesse radiale et tangentielle relative des étoiles par rapport au Soleil dans un système de coordonnées qui nous intéresse, (\hat{a}, \hat{b}) .

FIGURE 4

8:20 18:59

Coordonnées polaires en a, b.

VOISINAGE SOLAIRE

Dans le voisinage solaire, on a

$$\omega - \omega_0 \approx \left. \frac{d\omega}{dR} \right|_{R_0} (R - R_0)$$

un développement limité d'ordre 1 autour de R_0 . A partir de l'équation en haut $V_r = (\omega - \omega_0)R_0 \sin l$, on a

$$V_r = (R - R_0) \left. \frac{d\omega}{dR} \right|_{R_0} R_0 \sin l, \quad \omega = \frac{V}{R}$$

$$\frac{d\omega}{dR} = \frac{\frac{dV}{dR} R - V}{R^2}$$

$$R_0 \left. \frac{d\omega}{dR} \right|_{R_0} = \left[\left. \frac{dV}{dR} \right|_{R_0} - \frac{V_0}{R_0} \right] \text{ alors}$$

$$V_r = \left[\left. \frac{dV}{dR} \right|_{R_0} - \frac{V_0}{R_0} \right] \sin l \text{ et}$$

$$V_t = \left[\left. \frac{dV}{dR} \right|_{R_0} - \frac{V_0}{R_0} \right] (R - R_0) \cos l - \omega_0 D$$

et comme $R - R_0 \approx D \cos l$, on trouve

$$V_r = AD \sin(2l)$$

$$V_t = AD \cos(2l) + BD \quad \text{où } A \text{ et } B \text{ sont les constantes de Oort}$$

$$A = -\frac{1}{2} \left[\left. \frac{dV}{dR} \right|_{R_0} - \frac{V_0}{R_0} \right]$$

$$B = -\frac{1}{2} \left[\left. \frac{dV}{dR} \right|_{R_0} + \frac{V_0}{R_0} \right]$$

Alors, si la rotation est rigide

$$V = \omega R \quad \text{avec } \omega = \text{constante}$$

$$\frac{dV}{dR} = \omega$$

$$\left. \frac{dV}{dR} \right|_{R_0} = \frac{V_0}{R_0}$$

$$A = 0$$

$$B = \frac{V_0}{R_0}$$

Autrement dit, si A est différent de zéro, alors la rotation est non rigide car w dépend de R .
Les valeurs mesurées sont

$$A = 14.8 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{kpc}^{-1}$$

$$B = -12.4 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{kpc}^{-1}$$

$$A - B = \frac{V_0}{R_0} = \omega_0 \quad \text{la vitesse angulaire du Soleil dans la Voie Lactée}$$

$$-(A + B) = \left. \frac{dV_0}{dR_0} \right|_{R_0}$$

21. MATIÈRE SOMBRE DANS LES GALAXIES ET AMAS DE GALAXIES

Comme la matière sombre n'émet aucune lumière et aucune longueur d'onde, les deux méthodes qui ont historiquement permis sa mise en évidence sont l'étude de la dynamique des galaxies spirales et la dynamique des amas de galaxies.

UNITÉ DE MESURE

On commence par un rapport : la masse d'un objet en unité de masse solaire divisée par la luminosité de cet objet en luminosité solaire. Pour le Soleil,

$$\begin{aligned}\frac{M_{\odot}}{L_{\odot}} &= 1 \\ &= 5133 \text{ kg} \cdot \text{W}^{-1}\end{aligned}$$

Cela veut dire que si le rapport M/L d'un objet est plus grand que celui du Soleil, il peut alors potentiellement contenir de la matière sombre, de la matière qui rayonne moins que ce qu'elle ne rayonne dans le Soleil.

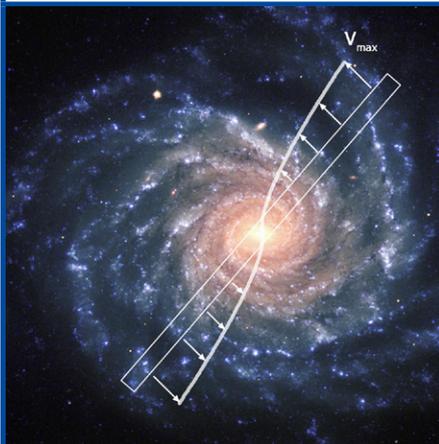


FIGURE 1

3:03

19:44

Galaxie spirale NGC 1232 (image : ESO).

MATIÈRE SOMBRE DANS LES GALAXIES SPIRALES

Pour la mettre en évidence dans les galaxies spirales, on se sert de la spectroscopie pour mesurer le vecteur vitesse à différents rayons, le long de la fente. De cette manière, on crée une *courbe de rotation* de la galaxie qui donne la vitesse radiale en fonction du rayon $v(r)$. Si la galaxie est inclinée d'une certaine inclinaison i sur le plan du ciel, la vitesse maximale V_{max} est liée à la vitesse observée par

$$v_{\text{observée}} = v_{\text{réel}} \sin i$$

En fait, il faut prendre des galaxies qui sont inclinées sur le plan du ciel pour mesurer la vitesse de rotation, car il faut avoir une composante radiale de la vitesse sur la ligne de visée pour pouvoir mesurer un effet Doppler.

En principe, on peut prédire la vitesse de rotation de la galaxie due à une masse dans un certain rayon r

$$\begin{aligned}\frac{GM(r)}{r^2} &= \frac{v^2}{r} \Rightarrow \\ v &= \sqrt{\frac{GM(r)}{r}} \quad (\text{la courbe de rotation})\end{aligned}$$

Ensuite, on voit à quel point les vitesses vers le bord de la galaxie approximent cette courbe créée vers son centre. Dans le centre de la galaxie

$$\begin{aligned}M(r) &= \frac{4}{3}\pi r^3 \rho \Rightarrow \\ v &= \sqrt{\frac{4G\pi\rho}{3}} r \quad v \propto r\end{aligned}$$

Par contre, loin du centre de la galaxie, M n'est plus une fonction de r et

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \quad v \propto \frac{1}{\sqrt{r}}$$

Donc, ces équations prédisent que la vitesse monte jusqu'au rayon maximal de la galaxie, après quoi elle décroît. Pourtant ce que l'on observe est que la vitesse reste constante. Il y a plus de masse à grand rayon que ce qui est observable. Pour mettre cette masse en évidence, on inverse l'équation

$$M(r) = \frac{v^2 r}{G}$$

Puisque l'on observe qu'à grand rayon, v est plus ou moins constante, ceci prédit que

$$\begin{aligned} \frac{dM(r)}{dr} &= \frac{v^2}{G} \\ &= 4\pi r^2 \rho(r) \Rightarrow \\ \rho(r) &= \frac{v^2}{4\pi G r^2} \Rightarrow \rho \propto \frac{1}{r^2} \end{aligned}$$

Pourtant, on observe que

$$\rho \propto \frac{1}{r^{3.5}}$$

Les deux courbes de la décroissance de la densité de masse par rapport au rayon indiquent que la densité de masse prédite décroît moins vite (en $1/r^2$) que la densité de masse basée sur la luminosité (en $1/r^{3.5}$).

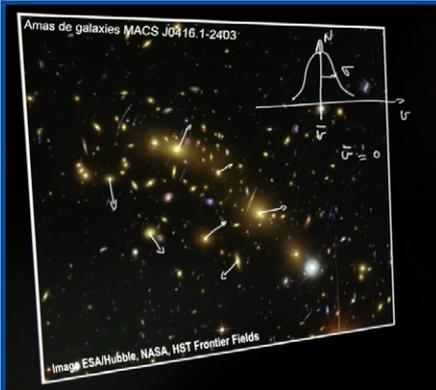


FIGURE 2

12:29

19:44

Amas de galaxies MACS J0416.1-2403 (image : ESA/Hubble, NASA, HST Frontier Fields).

MATIÈRE SOMBRE DANS LES AMAS DE GALAXIES

Dans les amas de galaxie, la situation est assez différente : on n'a plus d'étoiles en rotation dans un disque, mais des tas de galaxies avec chacune leur vitesse propre. Tout ça s'agit dans toutes les directions avec des mouvements aléatoires. Il n'existe plus une courbe de rotation, mais une distribution de vitesses plus ou moins gaussienne avec une vitesse moyenne dont le vecteur vitesse est à peu près zéro. La dispersion des vitesses se reflète par

$$\sigma^2 = \overline{v^2} - \overline{v}^2 = \overline{v^2}$$

Quand on mesure la vitesse des galaxies par l'effet doppler, on mesure la vitesse radiale et non pas la vitesse totale. Ainsi, la vitesse totale peut se décomposer dans ses trois coordonnées sphériques ($\hat{r}, \hat{\theta}, \hat{\phi}$). Parce que tous les mouvements sont aléatoires :

$$\begin{aligned} \overline{v^2} &= \overline{v_r^2} + \overline{v_\theta^2} + \overline{v_\phi^2} \\ &= 3\overline{v_r^2} = \sigma_r^2 \end{aligned}$$

pour donner la dispersion des vitesses radiales.

Le théorème du Viriel relie la dispersion des vitesses radiales à la masse. Ainsi, N galaxies ont chacune une masse m pour une masse totale de $M=Nm$. Selon le théorème du Viriel

$$-2\langle K \rangle = \langle U \rangle$$

$$-2 \cdot \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N m_i v_i^2 = -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R} \quad \text{pour l'énergie potentielle d'une sphère}$$

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i^2 = \frac{3}{5} \frac{GM}{R} \quad \text{on note que le premier terme est égale à } \overline{v^2}, \text{ alors}$$

$$\overline{v^2} = 3\overline{v_r^2} = 3\sigma_r^2 = \frac{3}{5} \frac{GM}{R} \Rightarrow$$

$$M = \frac{5R}{G} \sigma_r^2$$

Ceci donne la masse totale prédite par la distribution de vitesses observée. Autrement dit, la masse qui est incluse ici va représenter la masse de tout ce qui est sensible à la gravitation, c'est-à-dire la matière sombre et la matière lumineuse. Ensuite, on mesure la masse lumineuse pour la comparer à la masse totale. On trouve qu'elle lui est bien inférieure. En fait, pour les amas de galaxies, on trouve que le rapport masse / luminosité stellaire $M/L \approx 100M_\odot/L_\odot$ tandis que pour les galaxies spirales, le rapport est de $M/L = 2-10M_\odot/L_\odot$.

22. APERÇU DE COSMOLOGIE

A l'heure actuelle, la théorie qui explique le mieux toutes les observations à notre disposition est celle du Big Bang, dans laquelle l'univers naît d'une explosion originelle il y a quelque 13.8 milliards d'années, suivie d'une expansion extrêmement rapide, appelée inflation, puis, une expansion plus lente. Depuis les années 2000, nous savons en plus que cette expansion est accélérée, mais les causes de cette accélération restent complètement inconnues. Elles ne s'expliquent qu'en invoquant l'existence d'une force répulsive, due à une forme inconnue d'énergie, appelée énergie sombre, qui viendrait contrebalancer la force de gravitation, qui elle, tendrait plutôt à faire que l'univers se contracte.

LOI DE HUBBLE

Le fait que l'univers est en expansion ne veut pas dire que l'univers est né en un point et est en expansion comme une boule sphérique. Mais cela veut dire que tous les points s'éloignent les uns des autres avec un certain facteur, qui est le *facteur d'expansion* a . Ceci permet une distance entre deux objets qui ne change pas avec l'expansion de l'univers. Cette *distance comobile* est une caractérisation de la distance séparant deux objets astronomiques utilisant le facteur d'expansion. Alors la distance $r(t)$ au point quelconque x se donne par

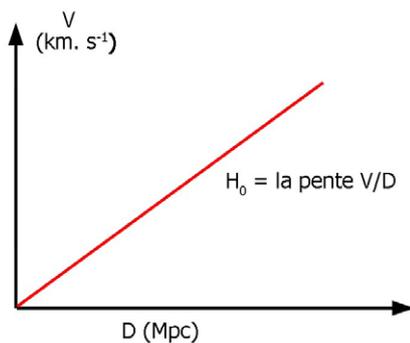
$$r(t) = a(t)x \Rightarrow x = \frac{r(t)}{a(t)}$$

$$\dot{r}(t) = \dot{a}(t)x$$

$$v(r, t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}r(t), \quad \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} = H(t) \quad \text{le taux d'expansion}$$

$$v(r_0, t_0) = H(t_0)r(t_0) \quad \text{donc, à l'heure actuelle}$$

$$V = H_0 D \quad \text{la Loi de Hubble (1929)}$$



CONSTANTE DE HUBBLE

La constante de Hubble :

$$H_0 \approx 70 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$$

Parce que les kilomètres et les mégaparsecs sont tous les deux des unités de distances, la vraie dimension de H_0 est l'inverse d'un temps s^{-1} et $1/H_0$ donne l'âge de l'univers, 13.8×10^9 années.

FIGURE 1

5:54

25:53

Amas de galaxies MACS J0416.1-2403 (image : ESA/Hubble, NASA, HST Frontier Fields).

DÉCALAGE VERS LE ROUGE COSMOLOGIQUE

L'effet doppler se décrit par $d\lambda/\lambda$

$$\begin{aligned}\frac{d\lambda}{\lambda} &= \frac{dv}{c} \\ &= \frac{H(t)dr}{c} \\ &= \frac{\dot{a} dr}{a c} \\ &= \frac{da dt}{dt a} = \frac{da}{a} \Rightarrow \\ \lambda &= \frac{d\lambda}{da} a = ka \quad \text{pour } k \text{ une constante}\end{aligned}$$

A l'époque actuelle, on trouve $a = 1$, donc λ à l'émission est égal à λ observé. La constante k est aussi égale à cette valeur. On peut remanier ces termes pour avoir

$$\begin{aligned}\frac{\lambda_{obs}}{\lambda_{em}} &= \frac{1}{a} \\ \frac{\lambda_{obs} - \lambda_{em}}{\lambda_{em}} &= z \quad \text{le redshift} \Rightarrow \\ \frac{\lambda_{obs}}{\lambda_{em}} &= 1 + z\end{aligned}$$

Donc si l'on veut connaître le décalage vers le rouge d'un objet, on mesure une certaine longueur d'onde observée. Prenons l'exemple d'une raie dans un spectre: si l'on connaît sa longueur d'onde au repos, donc sa longueur d'onde d'émission intrinsèque, on peut connaître le décalage vers le rouge: z . C'est la formule bien connue de l'effet Doppler cosmologique.

Il y a plusieurs raisons pour que les étoiles revêtent une couleur rougeâtre. Certaines ont beaucoup de poussières qui rougissent. D'autres ont des populations stellaires vieilles et de faible masse qui sont plutôt rouges. Finalement, il y a le décalage vers le rouge cosmologique à cause de l'expansion de l'univers.

DENSITÉ CRITIQUE

Pour déterminer si l'univers est un système gravitationnellement lié ou pas, on écrit l'équilibre entre l'énergie cinétique et l'énergie potentielle.

$$\frac{v^2}{2} - \frac{GM}{R} = 0$$

où M est la masse de l'univers, R son rayon caractéristique et v la vitesse d'une particule test dans l'univers. Alors

$$\begin{aligned}v &= H_0 R \Rightarrow \\ (H_0 R)^2 &= \frac{2GM}{R} = \frac{2G}{R} \rho \frac{4}{3} \pi R^3 \quad \text{pour un univers sphérique. Alors} \\ \rho &= \frac{3 H_0^2}{8 G \pi} \quad \text{la densité critique de l'univers}\end{aligned}$$

Donc, si la densité de l'univers ρ est supérieure à ρ critique, l'énergie potentielle l'emporte sur l'énergie cinétique et l'on a une contraction ou un arrêt de l'expansion. Si au contraire ρ est plus petit que ρ critique, alors on a une expansion infinie.

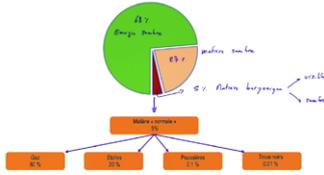


FIGURE 2

17:18

25:53

Composition de l'univers.

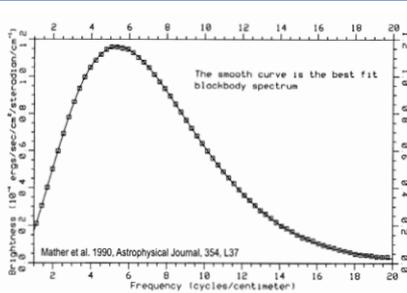


FIGURE 3

17:23

25:53

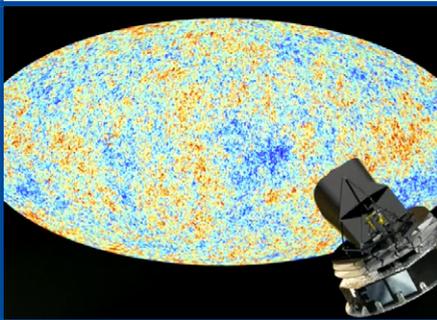
Fond de rayonnement cosmologique
moyenné sur l'ensemble du ciel.

FIGURE 4

22:09

25:53

Carte de l'univers du satellite Planck 65
(image : ESA-Collaboration Planck-D. Ducros).

LA CARTE DE L'UNIVERS

A l'heure actuelle, le simple fait de savoir que l'univers est en expansion accélérée implique, dans le cadre du modèle du Big Bang, que 68% de l'univers est constitué de matière sombre. Cette énergie sombre est répulsive, et c'est elle qui explique un univers en expansion accélérée. Pourtant, on considère aujourd'hui qu'il n'y a que 27% de matière sombre, ce qui laisserait penser que l'univers est plutôt en contraction.

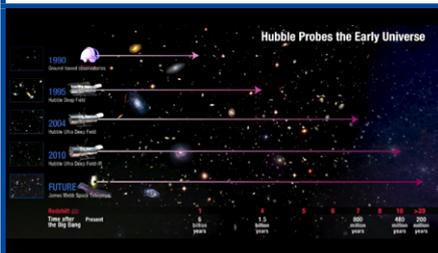
5% du bilan énergétique est constitué de matière normale, que l'on appelle *matière baryonique*. Celle-ci se compose de protons et de neutrons avec des électrons associés. Dans la matière baryonique est émis un rayonnement qui la rend visible. Il y a aussi une partie de cette matière qui n'émet pas de lumière, ou qui n'émet pas de lumière aux longueurs d'onde que l'on peut percevoir. Les trous noirs appartiennent à cette partie. Cette portion invisible de la matière normale est appelée « matière sombre ». Elle n'émet pas de lumière du tout, à aucune longueur d'onde.

Ces chiffres ont été tirés d'observations du fond de rayonnement de corps noir cosmologique dont le pic est à 2728°K. Ce rayonnement de corps noir est pareil partout, à l'exception de petites variations spatiales de température d'environ 10^{-5} . En 2013-2014, le satellite Planck a capturé ce fond de rayonnement en détail. Après avoir soustrait la Voie Lactée, on obtient une image de l'univers à l'âge de 380 000 ans ([FIG. 4](#)).

A l'âge de 380 000 ans, l'univers était un plasma chaud, tellement chaud que les protons, les photons et les électrons étaient séparés dans un gaz complètement ionisé. Du fait du refroidissement de l'univers à cause de l'expansion, les protons qui étaient dans ce gaz interagissaient en permanence avec les électrons jusqu'au moment où ils émettent des photons. Aussitôt, les photons se propageaient en ligne droite, à travers un univers qui était complètement transparent à la lumière et ils arrivent maintenant jusqu'à nous. Donc, ce que l'on voit dans la carte de l'univers est, en fait, ce que l'on appelle la surface de dernière diffusion. C'est la dernière fois que les photons et les électrons ont pu interagir avant que les électrons se recombinent avec les protons. Cette carte du rayonnement de fond cosmologique représente ainsi un rayonnement fossile qui porte l'empreinte des fluctuations de températures et donc de densité de l'univers tel qu'il était seulement 380 000 ans après le Big Bang.

23. ECHELLE DE DISTANCE

Il existe deux méthodes pour mesurer les distances : l'une est fondée sur ce que l'on appelle des mètres standards et l'autre se fonde sur la méthode des chandelles standards. Dans le cas du mètre standard, le principe est de mesurer comment la taille angulaire d'un objet varie avec le décalage vers le rouge. Si l'on connaît par ailleurs la taille physique de cet objet standard, on connaît sa distance. On peut tenir le même raisonnement en mesurant la luminosité apparente d'un objet dont on connaîtrait par ailleurs la luminosité intrinsèque, la magnitude absolue. C'est grâce à ces mètres et ces chandelles standards que l'on va pouvoir relier les *redshifts* (les décalages vers le rouge) aux distances et faire des mesures cosmologiques.



DÉCALAGE VERS LE ROUGE ET DISTANCE

Avec des télescopes de plus en plus sensibles, il faut se rendre compte que voir plus loin équivaut à voir plus loin dans le passé. Cela implique aussi voir des objets avec de plus en plus de décalage vers le rouge. C'est pour voir ces objets décalés de plus en plus vers le rouge que le Hubble Deep Field IR de 2010 a un détecteur infrarouge.

FIGURE 1

2:01

29:22

Décalage vers le rouge et distance.

ECHELLE DE DISTANCE

On établit l'échelle de distance en utilisant la relation fondamentale

$$1 + z = \frac{1}{\alpha(t)} = \frac{\lambda_{obs}}{\lambda_{em}}$$

où α est le facteur d'expansion. Tout compte fait, la distance aux objets, qui est une fonction du décalage vers le rouge/facteur d'expansion et les *paramètres cosmologiques*. Ces paramètres cosmologiques sont essentiellement H_0 , mais aussi les densités des différents composants de l'univers, y compris l'énergie sombre répulsive.

DISTANCE DIAMÈTRE ANGULAIRE

Si l'on connaît le rayon intrinsèque de l'objet, on peut définir un *mètre standard* pour trouver ce que l'on appelle la *distance diamètre angulaire* $D_A(z)$. L'angle qui sous-tend le diamètre de l'objet est noté ω

$$\omega = \frac{\pi R^2}{D^2}$$

$$D_A(z) = \sqrt{\frac{\pi R^2}{\omega}}$$

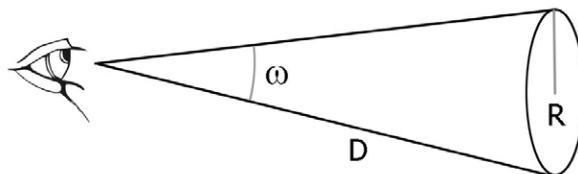


FIGURE 2

5:57

29:22

Echelle de distance.

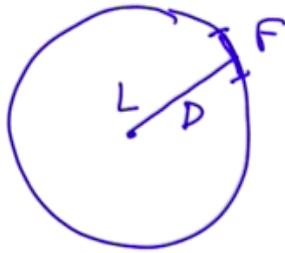


FIGURE 3

7:26

29:22

Distance luminosité.

DISTANCE LUMINOSITÉ

La chandelle standard se définit par un astre qui a un certain rayon connu bien calibré, bien déterminé avec une certaine luminosité qui deviendra la luminosité standard. Ensuite, si l'on mesure le flux d'un objet dont on connaît la luminosité intrinsèque, on peut en déduire sa distance, que l'on appelle la *distance luminosité* et qui dépend de z (du décalage vers le rouge) mesuré par l'effet Doppler.

$$F = \frac{L}{4\pi D^2}$$

$$D_L(z) = \sqrt{\frac{L}{4\pi F}}$$

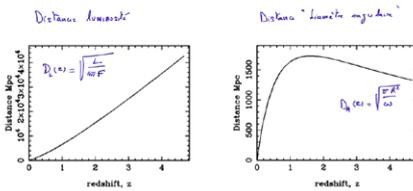


FIGURE 4

9:24

29:22

Distance luminosité et distance diamètre angulaire (graphiques : Refregier et al. (2011, *Astronomy & Astrophysics*, 528, 33) et www.icosmo.org).

Dans la FIGURE 4, on voit que le rapport entre le redshift et les deux distances est différent. En fait, $D_L(z) = (1+z)^2 D_A(z)$. Il y a quelque chose d'un peu contre-intuitif dans la distance diamètre angulaire. Dans le cas des distances luminosité, un objet devient de plus en plus faible quand le *redshift* augmente. Par contre, dans la distance diamètre angulaire, quand le *redshift* augmente, la distance diamètre angulaire à un objet atteint un pic et ensuite diminue. Ainsi, un objet placé de plus en plus loin a tendance à devenir de plus en plus grand en apparence, pendant que l'éclat continue à diminuer.

CHANDELLES STANDARDS

On relie la vitesse à la distance par la loi de Hubble

$$V = H_0 D, \quad D = f(z, \text{paramètres cosmologiques})$$

Pour déterminer la distance, on utilise le *module de distance* μ , où $\mu = m - M = 5 \log D_{pc} - 5$ avec m la magnitude apparente et M la magnitude absolue. Si M est connu (pour une chandelle standard) et que m est mesuré, alors on peut déduire la distance. Les étoiles céphéides et les supernovæ sont toutes deux considérées comme des chandelles standards.

ETOILES CÉPHÉIDES

Les étoiles céphéides sont des étoiles supergéantes, très brillantes et pulsantes. Dans la mesure où leur rayon varie, leur température et leur luminosité varient aussi par $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$. Il y a donc une relation entre la périodicité et la luminosité de ces étoiles céphéides. Il se trouve qu'elles ont le bon goût d'avoir une relation entre leur magnitude absolue moyenne et leur période et que la luminosité est proportionnelle à la période.

$$\bar{M} = f(P), \quad L \propto P$$

$$\bar{M}_V = -2.43(\log P - 1) - 4.05 \quad \text{dans le filtre vert} \Rightarrow$$

$$m - \bar{M}_V = 5 \log D_{pc} - 5$$

On peut utiliser précisément cette méthode avec le télescope spatial Hubble pour mesurer des distances jusqu'à des galaxies à environ 40-50 Mpc d'ici. Il y a des étoiles très connues qui sont des étoiles céphéides, dont évidemment l'étoile δ céphée qui est l'archétype des étoiles céphéides. L'étoile polaire est aussi une céphéide.

SUPERNOVÆ DE TYPE 1A

Il y en a deux types. Les étoiles supernovæ de type 1 sont en fait des naines blanches qui orbitent autour d'un centre de gravité commun avec des étoiles géantes. La matière passe de la géante à la naine blanche pour y être accrétée. Au bout d'un certain moment, la masse atteindra un niveau critique ($M_c = 1.44 M_\odot$, la masse de Chandrasekhar) suffisant pour produire une explosion en une supernova. Comme la masse au moment de l'explosion est toujours la même, on aura toujours le même pic de luminosité qui correspond à une magnitude absolue dans la bande V de -19.3 . On utilise cette magnitude absolue (avec la magnitude apparente) dans le module de distance pour déterminer la distance de la supernova.

Les supernovæ l'emportent sur les étoiles céphéides pour mesurer les distances du fait que l'on peut les voir à des distances plus lointaines. Les deux caractéristiques d'une supernova de type 1a sont que son spectre ne montre pas de raie d'hydrogène, mais qu'il y a par contre des raies de silicium II, du silicium ionisé une fois, qui se trouve à 6150 \AA de longueur d'onde. Donc, quand une supernova explose, on fait deux choses: on prend un spectre pour voir s'il n'y a pas d'hydrogène et s'il y a du silicium et on mesure la courbe de lumière pour avoir sa magnitude apparente. Avec la magnitude absolue de -19.3 et le module de distance, on peut ensuite trouver la distance.

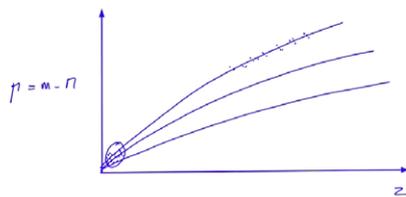


DIAGRAMME DE HUBBLE

Le diagramme de Hubble relie le module de distance au décalage vers le rouge. Il ne s'agit pas de mesures observationnelles ou de prédictions, mais juste d'un schéma qualitatif. On peut toutefois en profiter pour estimer les paramètres cosmologiques qui se conforment le mieux aux observations. Ces paramètres sont surtout les différentes densités des composantes de l'univers. Il se trouve que les densités qui se conforment le mieux aux observations sont 70% d'énergie sombre, 25% de matière sombre et 5% de matière baryonique.

FIGURE 5

9:24

29:22

Diagramme de Hubble: module de distance vs. supernovæ redshift.

CONSTRUCTION DE L'ÉCHELLE DE DISTANCES

Pour construire l'échelle de distance, il faut essayer d'utiliser un moyen de mesure pour prouver la justesse d'autres. En commençant dans notre voisinage, on utilise les parallaxes dans la Voie Lactée et jusqu'à des distances d'environ 40-50 Mpc. Au-delà de la Voie Lactée, on a les étoiles céphéides et plus loin, les supernovæ 1a. On a donc un certain nombre de zones d'intercalibration où l'on peut comparer les résultats d'un moyen avec un autre. Dans le voisinage de la Voie Lactée, il y a des étoiles céphéides pour estimer la distance ainsi que la parallaxe. Plus loin, dans la zone où l'on dépend principalement des étoiles céphéides, il y a de temps en temps des supernovæ pour faire la comparaison. Ceci est assez rare comme chaque galaxie a, en gros, une supernova de type 1a tous les siècles; on en connaît environ une dizaine à l'heure actuelle. Plus loin, au-delà de 40-50 Mpc, on utilise uniquement les supernovæ comme indicateurs de distance.

24. LENTILLES GRAVITATIONNELLES

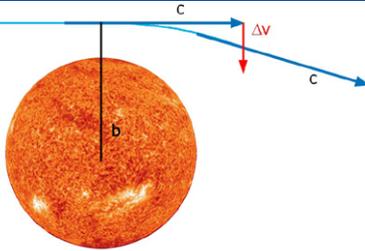


FIGURE 1

3:07

33:28

Angle de déflexion.

La lentille gravitationnelle est un phénomène aussi connu sous le nom de *mirage gravitationnel*. Il s'agit d'un effet de déviation de la lumière qui a lieu, non pas à cause d'un changement d'indice de réfraction du milieu de propagation comme dans le désert, mais à cause d'un fort champ de gravitation comme celui créé par une galaxie, une étoile ou un amas de galaxie. Ainsi, à son passage à proximité d'un corps massif d'avant-plan, la lumière en provenance d'un astre distant va être déviée de telle sorte que l'image de l'astre sera déformée. En étudiant la façon dont cet objet est déformé, on peut en déduire la masse, visible ou non, dans l'avant-plan. L'angle de déflexion se note $\hat{\alpha}$. Ainsi

$$\hat{\alpha} = \frac{|\Delta v|}{|c|}$$

$\hat{\alpha}$ est très petit, de l'ordre de quelques dixièmes de secondes d'arc ou une seconde d'arc dans les cas les plus forts.

$$\Delta v = \frac{GM}{b^2} \Delta t, \quad \Delta t \approx \frac{b}{c} \text{ ordre de grandeur} \Rightarrow$$

$$\hat{\alpha} \approx \frac{GM}{c^2 b}$$

On voit que l'angle de déflexion $\hat{\alpha}$ dépend uniquement de la masse de la lentille, du paramètre d'impact. $\hat{\alpha}$ ne dépend pas de la longueur d'onde. En pratique, les valeurs prédites de $\hat{\alpha}$ changent selon que l'on emploie les théories de Newton ou d'Einstein :

$$\hat{\alpha}(\text{Newton}) = \frac{2GM}{c^2 b}$$

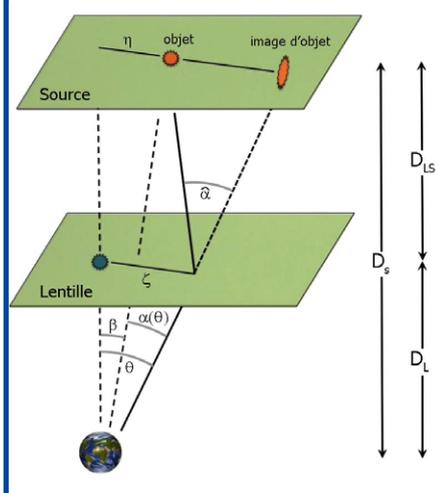
$$\hat{\alpha}(\text{Einstein}) = \frac{4GM}{c^2 b}$$

A partir des mesures faites pendant une éclipse de Soleil, on peut relier la déviation à la masse et au rayon du Soleil

$$\hat{\alpha} = 1.75'' \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right) \left(\frac{b}{R_{\odot}} \right)$$

Cette valeur de 1.75'' est conforme aux prédictions de la relativité générale.

Ainsi, la différence fondamentale entre $\hat{\alpha}$ (Newton) et $\hat{\alpha}$ (Einstein) réside dans le fait que dans le cadre de la théorie Newtonienne de la gravité, les photons suivent les trajectoires courbées dans un espace Euclidien, tandis que dans le cadre de la théorie de la relativité générale, les photons suivent des trajectoires droites sur un espace courbé, que l'on appelle des géodésiques, et ces trajectoires sont les plus courts chemins dans un espace courbé



EQUATION DE LA LENTILLE

Avec les angles et les distances définis dans la FIGURE 2, on peut trouver l'angle de déviation de l'image de l'objet même, $\alpha(\theta)$, du point de vue de l'observateur. On peut écrire l'équation de la lentille en termes des angles

$$\beta = \theta - \alpha(\theta) \quad \text{ou}$$

$$\eta = \frac{D_S}{D_L} \zeta - D_{LS} \hat{\alpha}(\zeta) \Rightarrow$$

$$\alpha(\theta) = \frac{D_{LS}}{D_S} \hat{\alpha}(\zeta)$$

en termes des distances linéaires.

FIGURE 2

13:18 33:28

Equation de la lentille.

RAYON D'EINSTEIN

Le rayon d'Einstein est une grandeur caractéristique extrêmement importante. Si la source, la lentille et l'observateur sont alignés, on a

$$\theta = \frac{D_{LS}}{D_S} \cdot \frac{GM}{c^2 \zeta}$$

$$= \frac{D_{LS}}{D_S} \cdot \frac{GM}{c^2 \theta D_L} \Rightarrow$$

$$\theta_E = \sqrt{\frac{D_{LS}}{D_S} \cdot \frac{GM}{c^2 D_L}} \quad (\text{Le rayon d'Einstein})$$

Alors, quand tout est aligné ($\beta = 0$), la solution de la lentille a une infinité de solutions qui se répartissent sur un anneau dont le diamètre est $2\theta_E$ et la source sera imagée sous forme d'un anneau autour de la galaxie lentille.

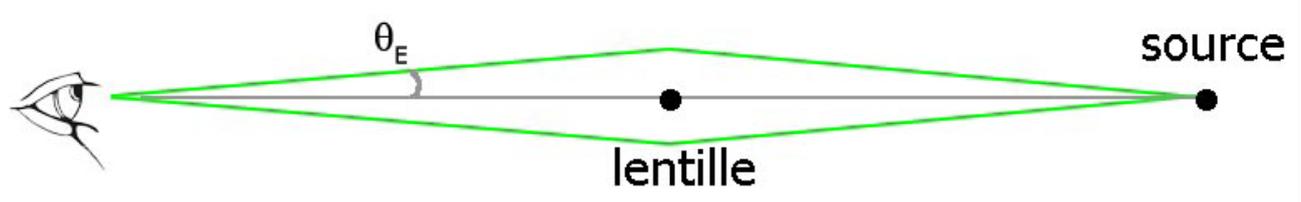


FIGURE 3

15:46 33:28

Le rayon d'Einstein.

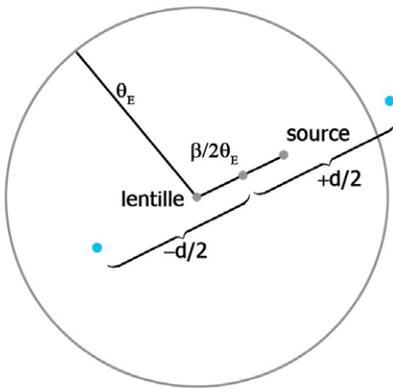


FIGURE 4

20:40

33:28

Cas d'une lentille ponctuelle.

CAS D'UNE LENTILLE PONCTUELLE

$$\begin{aligned}\beta &= \theta - \alpha(\theta), \quad \alpha(\theta) = \frac{\theta_E^2}{\theta} \Rightarrow \\ &= \theta - \frac{\theta_E^2}{\theta} \Rightarrow\end{aligned}$$

Donc, on a une équation du second degré en θ .

$$\begin{aligned}\theta^2 - \beta\theta - \theta_E^2 &= 0 \Rightarrow \\ \theta &= \frac{1}{2} \left(\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\theta_E^2} \right) \\ \frac{\theta}{\theta_E} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\beta}{\theta_E} \pm \underbrace{\sqrt{\frac{\beta}{\theta_E^2} + 4}}_{d_{\pm}} \right)\end{aligned}$$

Ce que ce \pm signifie, c'est que si la lentille est ponctuelle, on assistera à la formation de deux images mirages de part et d'autre de la source décalés d'une distance d . Dans ce cas simple où la lentille est une masse ponctuelle, on prédit deux images mirages de l'objet d'arrière-plan. Pourtant, quand les modèles sont un peu plus réalistes, on prédit un nombre impair d'images, donc 3 ou 5 selon la forme de la lentille d'avant-plan.



FIGURE 5

22:22

33:28

Un anneau d'Einstein parfait
(image : ESA/Hubble-NASA).

APPLICATIONS AUX GALAXIES

On peut calculer la masse à l'intérieur d'un anneau d'Einstein par

$$\theta_E = \sqrt{\frac{GM}{c^2} \frac{D_{LS}}{D_S D_L}} \Rightarrow M(\theta_E)$$

On voit que l'effet de lentille gravitationnelle est un outil extrêmement puissant pour mesurer la masse en fonction du rayon et l'on peut mesurer la masse totale, lumineuse et non lumineuse, grâce à cet effet de lentille gravitationnelle puisqu'il dépend uniquement de la gravitation. Il n'est pas nécessaire de voir la masse pour mesurer son effet sur des objets d'arrière-plan.

APPLICATIONS À TOUT L'UNIVERS

En plus de l'effet de lentille gravitationnelle fort, qui produit des images multiples d'objets d'arrière-plan comme des anneaux d'Einstein, il y a l'effet de lentille gravitationnelle faible qui se trouve le long de son passage. Toutes les images qui nous arrivent de loin (donc du passé) sont déformées dans une certaine mesure par la masse. La déformation prédite par les modèles cosmologiques change en fonction de H_0 et de la composition en termes d'énergies sombres et de matières sombres. On peut profiter des mesures de la déformation pour mettre à l'épreuve différents modèles de la cosmologie.

IMPRESSUM

© EPFL Press, 2016.
Tous droits réservés.

Graphisme:
Emphase Sàrl, Lausanne

Résumé: Charles McCall

Développés par EPFL Press, les BOOCs (Book and Open Online Courses) sont le support compagnon des MOOCs proposés par l'École polytechnique fédérale de Lausanne. Valeur ajoutée aux MOOCs, ils rassemblent l'essentiel à retenir pour l'obtention du certificat et constituent un atout pédagogique. Learn faster, learn better. Bonne révision!