

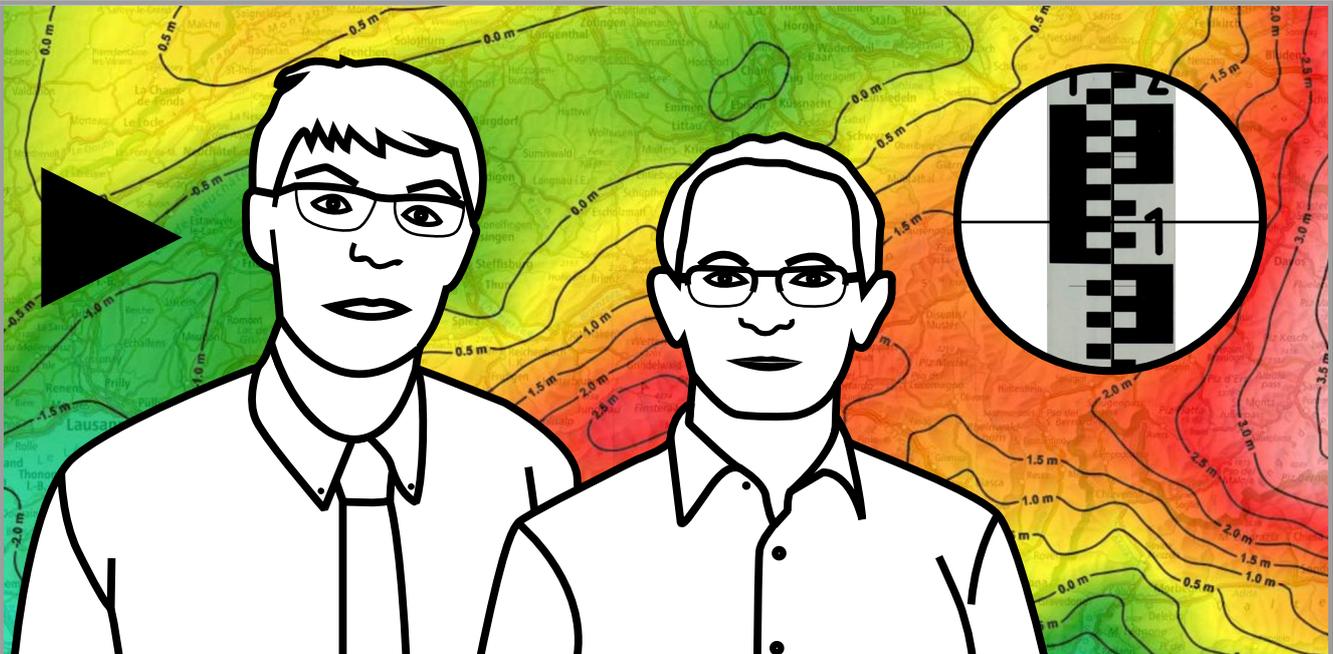


**BOOCs**  
**EPFL**

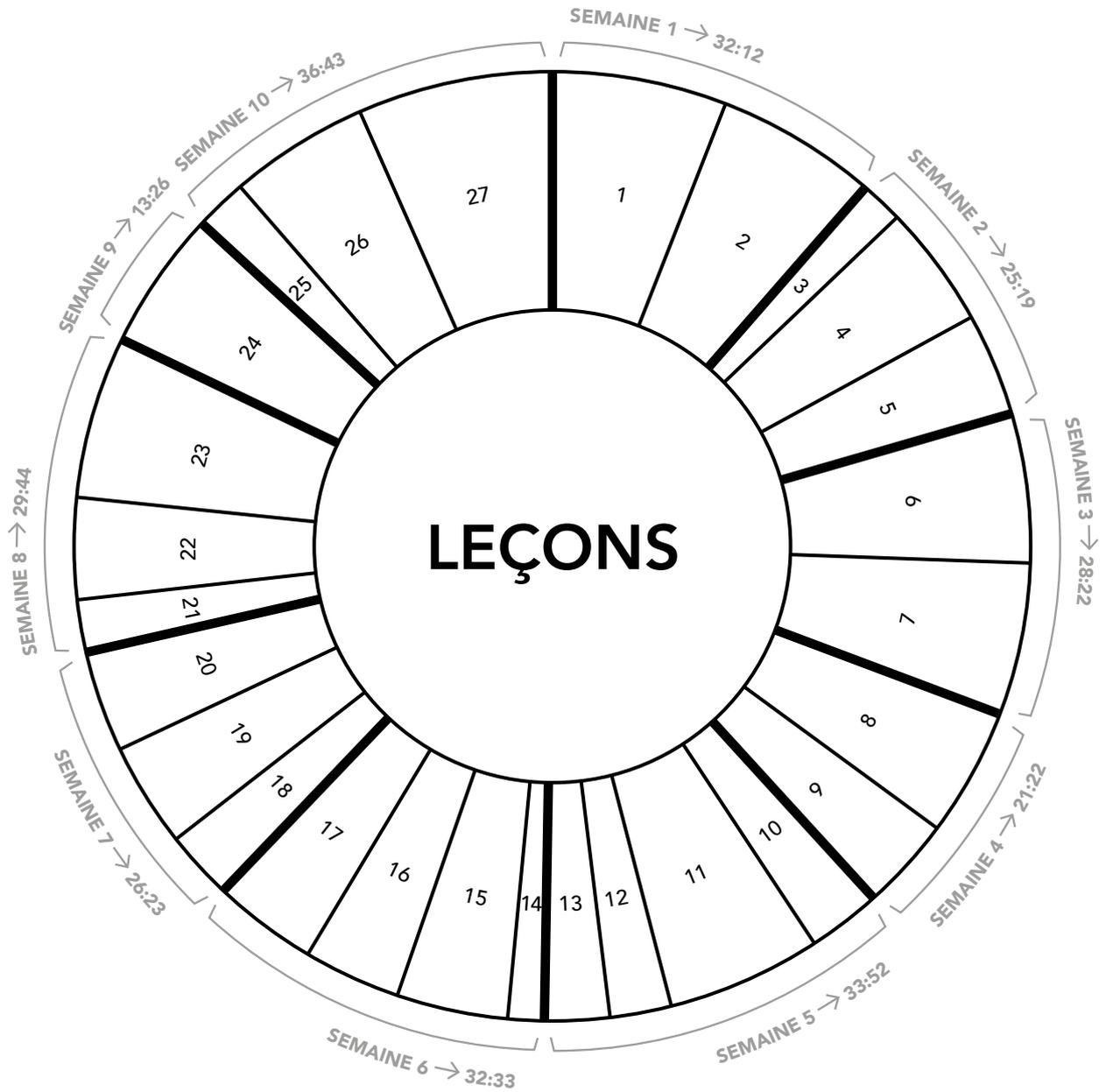
Éléments de géomatique  
Pierre-Yves Gilliéron  
et Bertrand Merminod



# ÉLÉMENTS DE GÉOMATIQUE



**Pierre-Yves Gilliéron**  
**et Bertrand Merminod**





## CONTENU

### SEMAINE 1: INTRODUCTION À LA GÉOMATIQUE

1. Introduction à la géomatique	4
2. Représentation, acquisition, gestion	5

### SEMAINE 2: BASES DE GÉODÉSIE : INTRODUCTION

3. Introduction à la géodésie	8
4. Unités	9
5. Systèmes de coordonnées	11

### SEMAINE 3: BASES DE GÉODÉSIE : RÉFÉRENCES ET PROJECTION

6. Références géodésiques	13
7. Projections	16

### SEMAINE 4: CARTOGRAPHIE

8. Introduction à la cartographie	18
9. Sémiologie	21

### SEMAINE 5: NIVELLEMENT GÉOMÉTRIQUE

10. Introduction au nivellement géométrique	23
11. Définition des altitudes, principe de mesure	26
12. Contrôle du niveau	29
13. Cheminement	31

### SEMAINE 6: THÉODOLITE, ORIENTATION

14. Introduction au lever	33
15. Orientation	34
16. Calcul d'un gisement pas à pas (en relation avec l'exercice de calcul)	37
17. Calcul de l'orientation d'une station pas à pas	39

### SEMAINE 7: THÉODOLITE, LEVER POLAIRE

18. Lever polaire	41
19. Théodolite	43
20. Calcul d'un lever polaire pas à pas	46

### SEMAINE 8: MESURES ET CORRECTIONS DE DISTANCES

21. Mesures optiques des distances	48
22. Mesure électronique des distances	49
23. Nivellement trigonométrique	51

### SEMAINE 9: LOCALISATION PAR SATELLITES

24. Principes de la localisation par satellites	56
---	----

### SEMAINE 10: MODÈLES NUMÉRIQUES D'ALTITUDE (MNA)

25. Introduction sur les MNA	59
26. Géomorphométrie	60
27. Modélisation et interpolation	62

# 1. INTRODUCTION À LA GÉOMATIQUE

La géomatique (mot construit à partir de «géographie» et «informatique») récolte et traite des données géographiques en utilisant les technologies de l'information. Elle est séparée en plusieurs domaines :

- La topométrie: l'ensemble des méthodes permettant l'acquisition de données géographiques.
- La géodésie: la science qui étudie la forme et les dimensions de la Terre.
- La photogrammétrie et la télédétection: l'observation de la Terre basée sur l'image.
- La cartographie: la représentation des objets géographiques.
- Les systèmes d'information géographiques (SIG): la gestion et traitement de l'information.

Un exemple illustrant une application de la géomatique est évoqué à la figure 1. Il s'agit d'observer le recul d'un glacier en mesurant des points caractéristiques d'une année à l'autre. Des jalons ont été implantés dans le sol à l'endroit où le glacier se situait en 2001 (ligne bleue), et l'on peut observer l'état du glacier en 2002 (ligne rouge). Cette méthode s'appelle l'**implantation d'un état antérieur** et consiste à passer d'un fichier avec des coordonnées numériques (les relevés de l'année 2001) à une réalisation concrète sur le terrain qui témoigne du recul du glacier.



FIGURE 1

5:31

16:20

Implantation d'un état antérieur au glacier d'Arolla

Pour mener un tel projet, il nous faut :

- un référentiel spatial;
- des instruments de mesure (terrestres comme le théodolite ou satellitaires comme le GPS);
- de l'informatique, pour stocker l'information spatiale dans une base de données, la traiter et la représenter.

Un projet d'ingénieur dans le domaine géomatique se découpe en plusieurs étapes :

- la planification du projet;
- sur le terrain: la modélisation et l'acquisition par des méthodes topométriques;
- au bureau: des opérations de cartographie, création de plans et de cartes;
- sur le terrain: l'implantation du projet;
- l'archivage du projet par un levé.

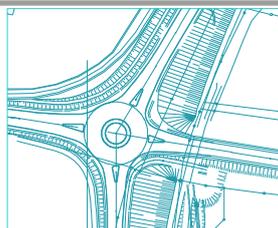
## 2. REPRÉSENTATION, ACQUISITION, GESTION

### REPRÉSENTATION

La représentation via une carte ou un plan d'un phénomène géographique nécessite de définir une échelle. Il s'agit du rapport entre une distance mesurée sur une carte et sa valeur réelle. Par exemple l'échelle 1:25 000 fait correspondre un centimètre sur la carte à 25 000 centimètres sur le terrain, soit 250 mètres. Plus une échelle est petite, moins les informations présentes sur la carte seront détaillées.

On distingue deux familles parmi les modes de représentation : **vectorielle** et **raster**. Les données vectorielles, illustrées à la figure 1 représentent fidèlement les objets par des points et des lignes. Cela nécessite d'avoir des éléments délimités, comme les routes, les parcelles ou les zones boisées.

- Cadastre numérique
- VECTOR25 (swisstopo)
- Plan d'ensemble vectorisé
- Données routières pour la navigation
- Plans de construction et d'exécution
- Plans conformes



Plan d'exécution



VECTOR25 (© source: swisstopo)



Cadastre numérique

FIGURE 1

3:04

15:52

Données vectorielles (© Swisstopo)

Les données raster de la figure 2 donnent une vue d'ensemble du territoire à l'aide d'images. La technologie raster découpe l'espace en une grille, par exemple des pixels dans le cas d'une photo, et attribue à chacune d'elles une couleur. Elle est moins adaptée que les données vectorielles pour modéliser des limites de parcelles, de routes ou de rivières.

- Photographie aérienne
- Orthophoto numérique
- Image satellitaire à haute résolution
- Cadastre raster
- Carte pixel CP25 (swisstopo)
- Plan d'ensemble rasterisé

Image aérienne,  
résolution au sol 10 cm

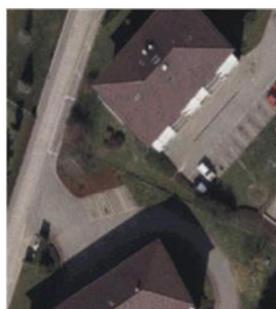
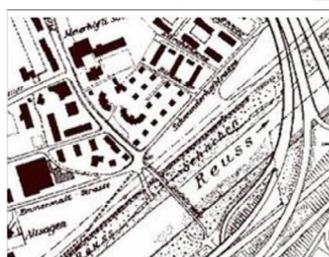


Image aérienne,  
résolution au sol 50 cm



Plan d'ensemble



Carte nationale, CN25

FIGURE 2

3:35

15:52

Données raster (© 2013, Swisstopo, JD100064)

Un effet intéressant que l'on peut remarquer lorsque l'on observe le même élément sur des cartes d'échelles différentes est la **généralisation**. La route de montagne de la figure 3 est ainsi généralisée alors que l'échelle diminue : son tracé devient moins détaillé.

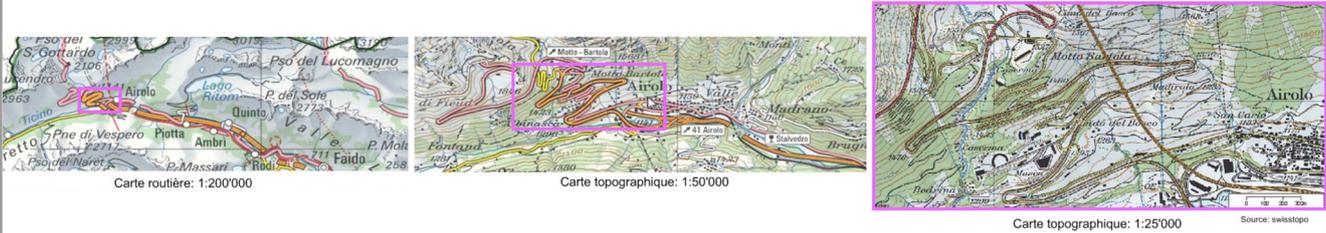


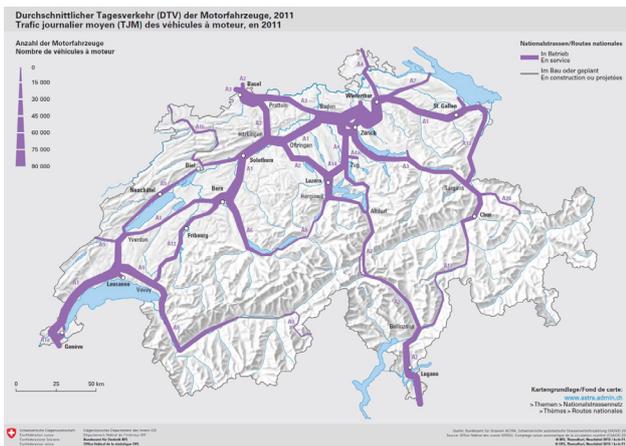
FIGURE 3

4:01

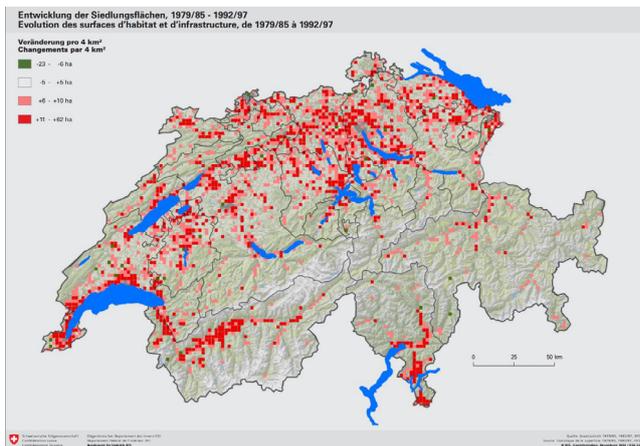
15:52

Généralisation (© 2013, Swisstopo, JD100064)

TYPE DE REPRÉSENTATION	CARACTÉRISTIQUE	UTILISATION
Plan	Métrique exacte de la position et de la forme des objets. Échelle 1:100 - 1:2000	Cadastre, aménagement, construction
Plan d'ensemble	Comporte un niveau de détails supérieur aux cartes nationales. Échelle 1:2000 - 1:10'000.	Plans d'aménagements locaux, plans de ville
Géo-schéma	Représentation schématique d'objets avec leurs relations, les positions sont indicatives	Réseaux techniques et de transports (par ex. lignes de métro)
Cartes thématiques	Cartes issues de statistiques	Par exemple : trafic automobile journalier, évolution des surfaces bâties (figure 4)
Cartographie interactive (sur Internet)	Plusieurs thèmes sont proposés et l'on peut sélectionner ceux que l'on désire afficher	Cadastre, environnement, loisirs, transports



Représentation du trafic journalier sur les axes routiers principaux



Représentation de l'évolution de surfaces bâties selon une grille kilométrique

FIGURE 4

6:31

15:52

Exemple de cartes thématiques (© Office fédéral de la statistique)

## ACQUISITION

L'acquisition d'informations est la base essentielle qui apporte du contenu à la géomatique. Elle commence par l'observation du terrain, puis sa modélisation à l'aide des mesures traitées informatiquement. Les méthodes d'acquisition sont listées à la figure 5.

- **Méthode: points, vecteurs**
- **Topométrie:** mesures d'angles et distances
- **GPS:** acquisition de points ou trajectoires
- **Photogrammétrie:** photographies aériennes digitalisation d'objets en 3D (restitution)
- **Scanner laser:** nuage de points 3D
- **Raster**
- **Images satellites:** télédétection
- **Photographies aériennes:** orthophotos
- **Radar:** modèles de terrain et sous-terrain



FIGURE 5

9:54

15:52

Méthodes pour l'acquisition

- La topométrie restitue les coordonnées des objets à l'aide de mesures d'angles et de distance.
- La localisation par GPS utilise la distance entre des satellites et le récepteur, et détermine la position du récepteur en recoupant ces données.
- La photogrammétrie permet de retrouver les coordonnées d'un élément à l'aide de mesures sur des photos.
- Le scanner collecte une grande quantité de points qui permettent de reconstituer un modèle 3D.

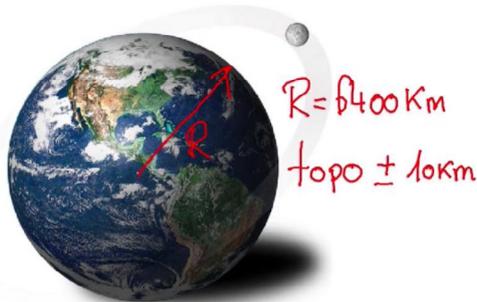
## GESTION

Une fois les données acquises, on élabore des produits numériques à l'aide de méthodes de gestion. La plus simple est le dessin assisté par ordinateur (DAO), utilisé pour la construction ou pour l'aménagement. Si l'on y ajoute une base de données (BD) et un système d'information géographique on obtient une **base de données à référence spatiale**. On peut par exemple associer des bâtiments situés sur une carte à une série d'attributs, comme leur adresse, le nombre d'habitants et la date de construction.

### 3. INTRODUCTION À LA GÉODÉSIE

La géodésie est définie comme la science qui a pour objet l'étude de la forme et des dimensions de notre planète. Sa forme, que nous considérons intuitivement être une sphère, est en réalité aplatie aux pôles et peut être décrite par un ellipsoïde de révolution. Quant aux dimensions, le rayon moyen de la planète bleue est de 6400 kilomètres, avec une variation entre les sommets les plus hauts et les plus profonds abysses d'environ 20 kilomètres.

- Et si la Terre était une orange



topo :  $\pm 0,1 \text{ mm}$

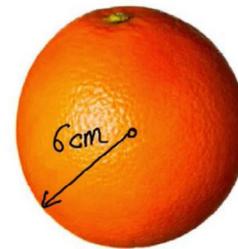


FIGURE 1

2:38

3:45

La variation du rayon de la Terre, à l'échelle d'une orange (© 2013, DonkeyHontey, Creative commons)

Les enjeux de la géodésie sont de parvenir à définir un système de coordonnées global pour les mesures effectuées à l'échelle de la Terre, tout en tenant compte de la dynamique des plaques tectoniques.

## 4. UNITÉS

Les deux types d'unités présentes en géodésie sont celles d'angles et celles de longueur, et ont toutes deux un même but, celui de définir des positions dans l'espace.

### LONGUEUR

La longueur n'a pas de référence absolue, elle doit par conséquent être définie par rapport à des objets courants. Le mètre fut originellement défini comme le dix-millionième du quart de la longueur d'un méridien, un méridien étant l'ellipse tangente à la surface de la Terre et passant par les deux pôles. Tous les points d'un méridien ont la même longitude. On a par la suite précisé la notion du mètre en la définissant par rapport à la longueur d'onde de radiation de l'isotope 86 du krypton, puis, en 1983, comme la distance parcourue par la lumière dans le vide en un certain intervalle de temps. C'est cette définition qui est encore en vigueur aujourd'hui. Le mètre est défini comme une unité du système international (SI) dont le symbole est m.

### Unités

- Angle: le degré [°]
- 1 degré = 60 minute
- 1 minute ['] = 60 secondes ["]

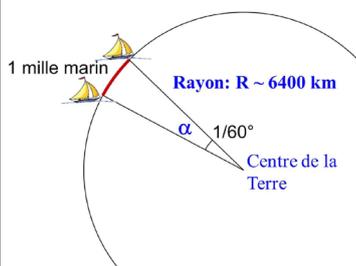


FIGURE 1

5:34 11:47

Définition d'un mile nautique

### ANGLES

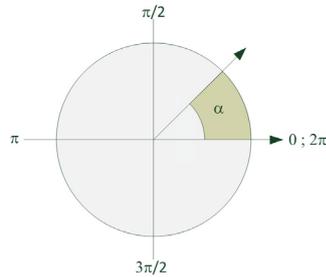
L'autre type de grandeur qui nous intéresse est l'angle, pour lequel il existe de multiples unités, celles abordées dans ce cours sont présentées dans le tableau ci-après. Notons que l'unité angulaire définie par le système international est le radian (symbole rad).

Les degrés (symbole °) se découpent en minutes sexagésimales, notées d'un apostrophe (1° = 60') et en secondes sexagésimales, notées de deux apostrophes (1° = 3600", 1' = 60"). Le mile nautique est la distance parcourue par un objet se déplaçant sur la surface du globe lorsqu'il a décrit un angle d'une minute par rapport au centre de la Terre (cf. bateau de la figure 1).

Les grades (symbole gon) se découpent eux en minutes centésimales, notées d'un c (1 gon = 100 c) et en secondes centésimales, notées de deux c (1 c = 100 cc, 1 gon = 10000 cc).

NOM [SYMBOLE]	1 TOUR DE CERCLE =	DÉFINITION	SYSTÈME	UTILISATION
Degré [°]	360°	$1^\circ = \pi/180 \text{ rad}$	Sexagésimal	Navigation, géographie
Radian [rad]	2π rad	1 rad intercepte un arc de longueur 1 d'un cercle de rayon 1 (fig. 2)	Décimal	Mathématiques
Grade [gon]	400 gons	$1 \text{ gon} = \pi/200 \text{ rad}$ 1 gon équivaut à 1/400 de la circonférence terrestre (fig. 3)	Décimal avec division centésimale	Géodésie, topométrie

- Angle: le radian [rad]
- 1 radian = 180 degré/π



Cercle trigonométrique

• Mathématique, trigonométrie

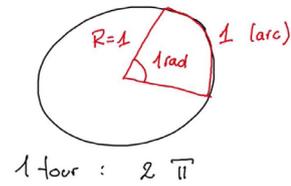


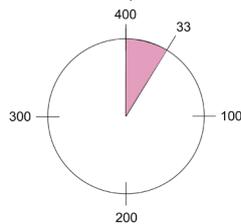
FIGURE 2

6:32

11:47

Définition d'un radian

- Angle: le gon [g] ou grad
- 400 gon = 360 degré
- 1 gon = 100c (minutes centésimales)
- 1 c = 100cc (secondes centésimales)



- Géodésie, topométrie
- 1 méridien  $\approx$  40'000 km
- 400 parties
- 1 gon  $\approx$  100 km

23, 18 57 gon  
c cc  
minutes secondes  
→ centésimal

FIGURE 3

8:23

11:47

Définition d'un gon

Un élément important lié aux unités de mesure angulaires est la conversion, notamment la conversion d'un angle sous forme de degrés, minutes et secondes à un angle sous forme décimale. Lorsque l'on désire passer d'une mesure d'angle  $\alpha$  en degrés de la forme  $xx^\circ yy' zz''$ , à un angle  $\alpha$  sous forme décimale, on divise les minutes par 60 et les secondes par 3600, comme illustré dans l'exemple de la figure 4.

Un grade écrit sous forme  $xx, yy zz$  avec  $xx$  pour le nombre de gon,  $yy$  pour les minutes et  $zz$  pour les secondes n'a pas besoin d'une telle conversion puisqu'il utilise le système décimal avec une division centésimale.

#### • Conversions

- Division sexagésimale
- Degré, minute, seconde d'arc

- Division centésimale
- Gon, min (c); seconde (cc)

#### • A savoir

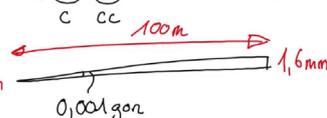
- 1 milligon intercepte un arc de 1,6 mm à 100 m

• Degré, min, sec

$$36^\circ 4' 57''$$

$$36^\circ + \frac{4'}{60} + \frac{57''}{3600} = 36,0825^\circ$$

27, 43 12 (centésimal)



#### • Conversions

- Radian > degré:  $\alpha [^\circ] = \alpha [\text{rad}] \times 180/\pi$
- Radian > gon:  $\alpha [\text{gon}] = \alpha [\text{rad}] \times 200/\pi$
- Degré > gon:  $\alpha [^\circ] = \alpha [\text{gon}] \times 9/10$

FIGURE 4

10:29 11:47

FIGURE 5

10:56 11:47

Conversions

Conversions entre les trois unités d'angle

## 5. SYSTÈMES DE COORDONNÉES

Il existe trois échelles de mesure pour localiser un élément dans l'espace :

- nominale, par rapport au nom, par exemple une adresse ou un numéro de parcelle ;
- ordinale, où l'on situe l'élément par rapport à ceux environnants ;
- cardinale, soit sa position dans un système de coordonnées composé d'axes orientés, d'une origine et d'une échelle de mesure.

En géodésie et en topographie, on va principalement utiliser trois systèmes (cardinaux) de coordonnées représentés à la figure 1 qui sont le système cartésien (deux axes dans le plan), linéaire (le long d'un axe qui n'est pas nécessairement une droite, par exemple un axe de route) et les coordonnées sphériques (système terrestre).

### • Définition – système de coordonnées

- Base d'un espace vectoriel servant à la description d'un lieu de l'espace
- Décrit par: type, unités, direction et séquence des axes

### • Types

- Linéaire
- Plan
- Sphérique

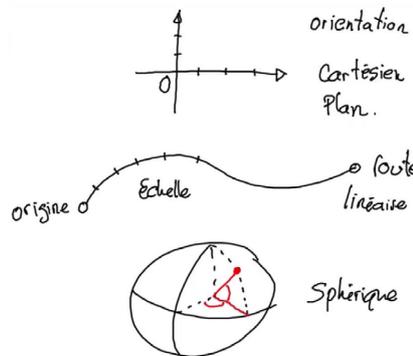


FIGURE 1

5:21

9:47

Les trois systèmes de coordonnées

Dans le cas du système linéaire où l'on souhaiterait combiner plusieurs données (par exemple la position d'accidents routiers et la qualité de la chaussée) sur un axe qui n'est pas rectiligne, on peut simplifier la représentation en utilisant un axe tendu, comme illustré à la figure 2.

### • Coordonnées linéaires et planes

Taux d'accidents

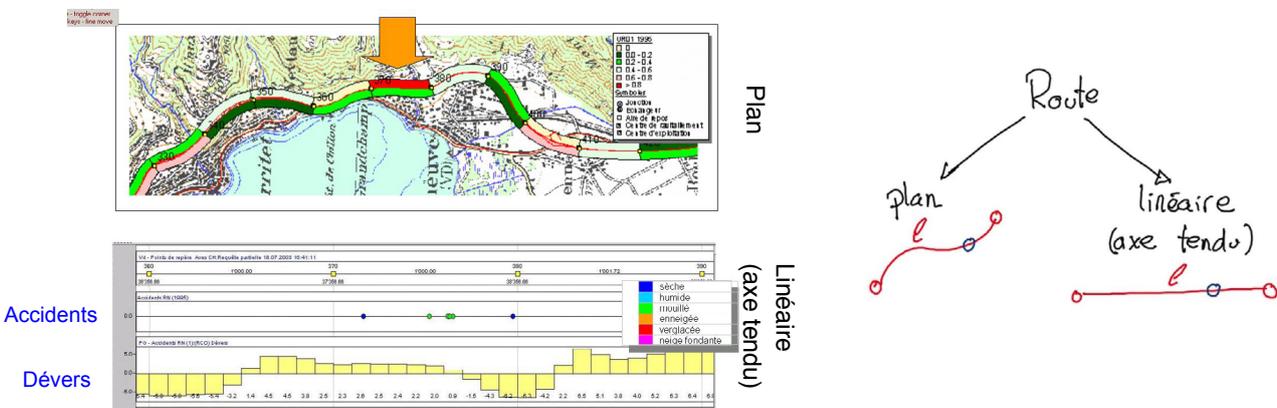


FIGURE 2

6:23

9:47

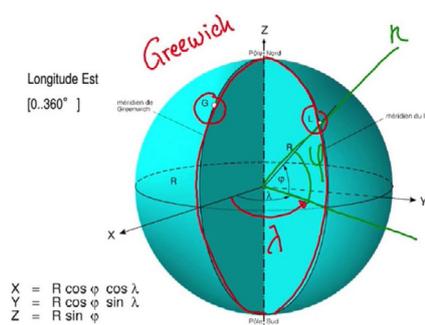
Axe tendu

Les coordonnées sphériques utilisent deux valeurs angulaires pour situer un objet sur le globe terrestre: la **latitude** et la **longitude**. La latitude est l'angle entre l'équateur et la normale à la surface au point mesuré. La longitude est l'angle dièdre entre le plan du méridien d'origine, qui passe par Greenwich et le plan du méridien passant par le point mesuré. Un second système d'axes peut être défini pour la Terre avec l'origine au centre de la Terre et les trois axes X, Y et Z où:

- L'axe X est l'intersection entre le plan de l'équateur et le plan du méridien de Greenwich.
- L'axe Y est dans le plan de l'équateur et perpendiculaire à l'axe X.
- L'axe Z est l'axe de rotation de la Terre.

Pour passer des coordonnées sphériques aux coordonnées cartésiennes, on utilise les formules de la figure 3.

• Coordonnées sphériques



$$\begin{aligned} X &= R \cos \varphi \cos \lambda \\ Y &= R \cos \varphi \sin \lambda \\ Z &= R \sin \varphi \end{aligned}$$

$\varphi$ : latitude

$\times$  normale à la surface  
et l'équateur

$\lambda$ : longitude

FIGURE 3

8:55 9:47

## 6. RÉFÉRENCES GÉODÉSQUES

### ELLIPSOÏDE

Un système de coordonnées, indispensable pour mener à bien des projets géomatiques, est composé d'axes, d'une origine et d'une orientation. Cette définition théorique peut être appliquée à la Terre en choisissant l'axe de rotation comme une direction de référence et le plan de l'équateur comme origine. On cherche alors à réaliser un système de coordonnées à l'échelle de la Terre tout en tenant compte de sa grande dimension et de la tectonique des plaques.

La solution réside dans la définition d'une forme géométrique épousant au mieux la surface de la Terre : un **ellipsoïde de révolution**. Il s'agit d'une ellipse dont le grand axe mesure 6377 km et le petit axe 6355 km et que l'on fait tourner autour de son petit axe.

Afin de repérer un objet sur l'ellipsoïde, on va appliquer le même principe que pour la sphère, à savoir :

- La latitude : l'angle entre le plan de l'équateur et la normale à la surface (« $\varphi$ » sur la fig. 1).
- La longitude : l'angle entre méridien d'origine et le méridien passant par le point d'intérêt (« $\lambda$ » sur la fig. 1).
- La hauteur sur l'ellipsoïde : la distance entre le point d'intérêt et la surface de l'ellipsoïde, mesuré le long de la normale à la surface de l'ellipsoïde passant par le point d'intérêt (« $h$ » sur la fig. 1).

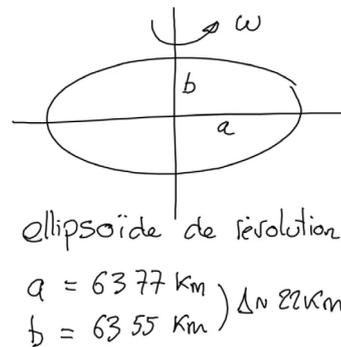
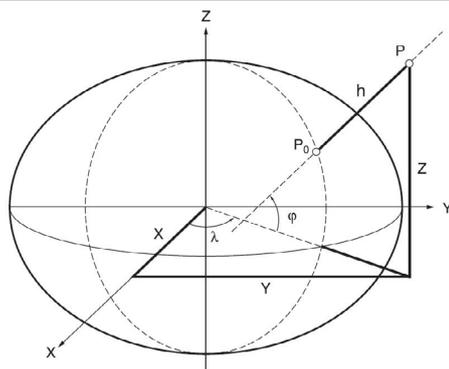


FIGURE 1

1:57

14:18

L'ellipsoïde de révolution et son système de coordonnées

Le système de coordonnées est une notion théorique, pour pouvoir l'utiliser il doit être réalisé à travers un cadre de coordonnées. Dans le cas de la mensuration en Suisse, on matérialise des points tels qu'une borne ou la cheville illustrée à la figure 2. Chacun de ces points est doté de coordonnées et d'un identifiant.

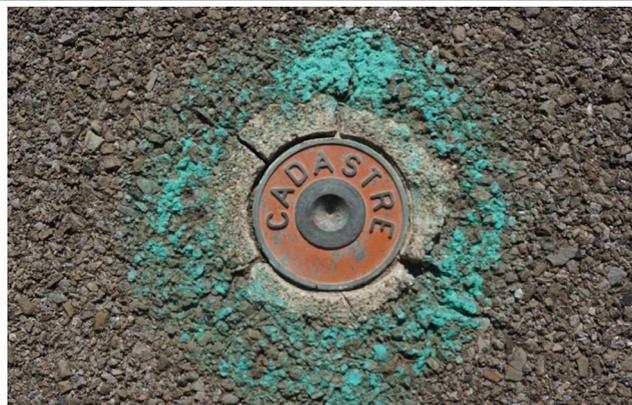
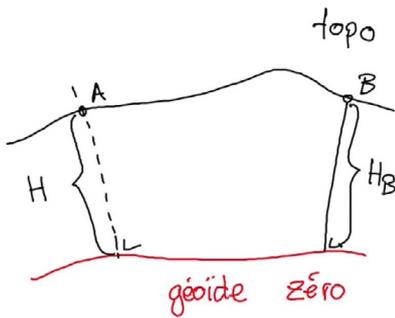


FIGURE 2

3:17

14:18

Une cheville

**GÉOÏDE**

On désire à présent résoudre la problématique suivante: quelle référence faut-il prendre pour les mesures d'altitudes? On résout ce problème en définissant une surface de référence physique appelée le **géoïde** qui est une surface de niveau du champ de pesanteur et qui est partout perpendiculaire à la verticale. C'est la référence zéro pour les mesures d'altitude, comme illustrée à la figure 3, où A et B sont des points sur la surface de la Terre.

FIGURE 3

6:39

14:18

Le géoïde comme référence pour les mesures d'altitude

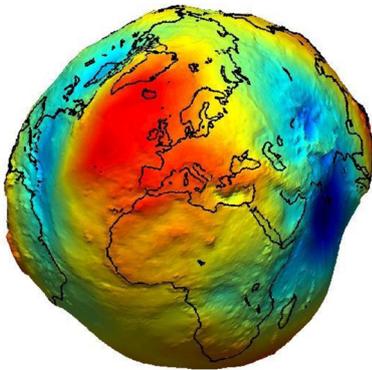


FIGURE 4

6:58

14:18

Le géoïde (© ESA-GOCE mission)

Le fait que la Terre ne soit pas composée de masses uniformes résulte en un géoïde de forme irrégulière (fig. 4). En effet, le géoïde est « attiré » par les masses de forte densité, comme illustré à la figure 5 par la ligne rouge.

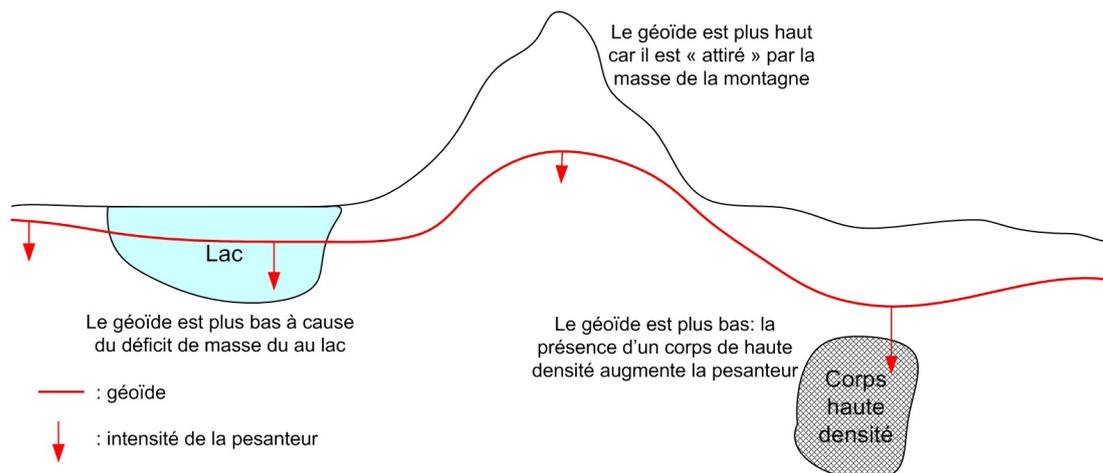


FIGURE 5

7:43

14:18

La forme du géoïde varie en fonction de la densité des masses avoisinantes

Deux éléments géométriques sont en lien avec le géoïde :

- La **cote** : la distance qui sépare le géoïde et l'ellipsoïde de révolution. Pour calculer la hauteur usuelle, qui nous intéresse pour les travaux topographiques, on soustrait la cote à la hauteur sur l'ellipsoïde.
- La **déviatiion de la verticale** : l'angle entre la verticale à la surface du géoïde et la normale à l'ellipsoïde.

Ces deux valeurs ont été déterminées lors de campagnes de mesures et sont modélisées à l'échelle d'un pays et du monde. La définition du géoïde est une des tâches des instituts nationaux de géographie, Swisstopo pour la Suisse. Il existe en effet de multiples références géodésiques, c'est-à-dire plusieurs ellipsoïdes en fonction de la région du monde pour coller au mieux au géoïde local, et donc minimiser la cote. Chaque pays ayant sa propre référence géodésique rattachée à des points matérialisés et connus, il faut donc spécifier le système de référence utilisé. Pour la Suisse, la carte du géoïde a pour référence l'**ellipsoïde de Bessel** qui compose le système suisse CH1903. Avec cet ellipsoïde, la cote varie entre  $-2$  et  $+4$  mètres. Un ellipsoïde local et un global sont représentés à la figure 6. Notons qu'ici l'image est exagérée, on n'a en réalité que quelques centaines de mètre d'écart entre les centres des deux ellipses.

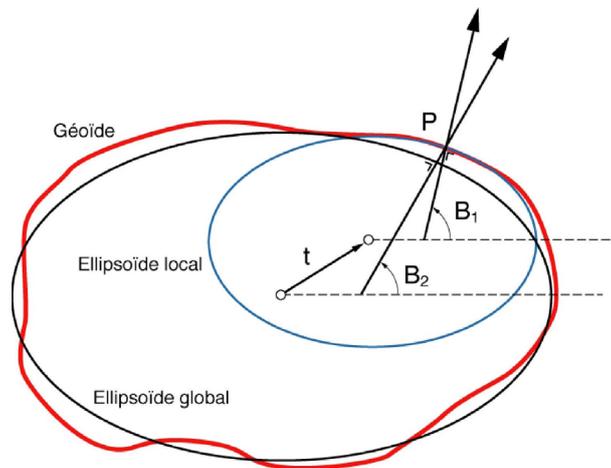
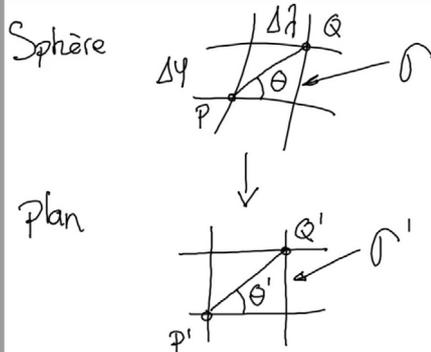


FIGURE 6

13:36

14:18

## 7. PROJECTIONS



Notre planète est une réalité tridimensionnelle, nos cartes et plans en 2D, il est donc nécessaire de trouver un moyen de passer du monde 3D à la carte: c'est la projection. Elle consiste à rechercher des fonctions liant des coordonnées sous forme de longitude et de latitude à des coordonnées du plan selon deux axes X (Nord) et Y (Est). Il existe deux types de projection:

- **conforme**, qui conserve les angles (ex.: angle  $\theta$  de la fig. 1 ( $\theta = \theta'$ ));
- **équivalente**, qui conserve les surfaces (ex.: aire  $\sigma$  du rectangle illustré à la fig. 1 ( $\sigma = \sigma'$ )).

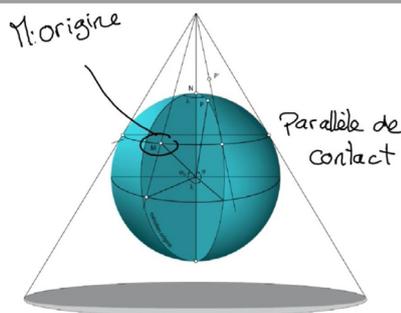
**Il n'y a pas de projection qui conserve les distances**, par conséquent des déformations sont inévitables.

FIGURE 1

3:36

14:04

Projection conforme ou équivalente



Concrètement, pour réaliser une projection, les éléments de la surface de la Terre seront projetés sur un cylindre ou sur un cône selon l'agencement illustré à la figure 2. On définit pour cela une origine (le point M de la fig. 2) et un parallèle de contact qui passe par ce point. Ces deux éléments figureront sur la carte. Ainsi l'origine (M) sera l'origine du système d'axe cartésien du plan.

Suivant la manière dont le cylindre ou le cône est placé autour de la Terre, on se situera dans une des trois catégories de projection illustrées à la figure 3 (normale, oblique ou transverse).

FIGURE 2

4:21

14:04

Projection sur un cône

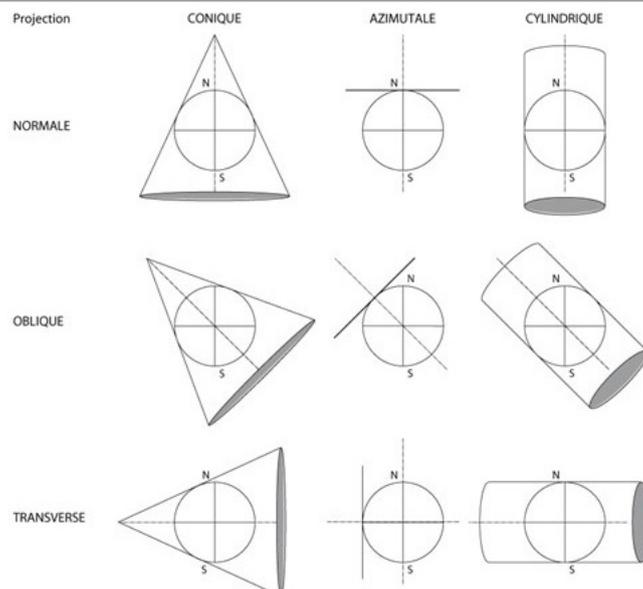


FIGURE 3

5:14

14:04

Catégories de projection

La projection de Mercator, utilisée en navigation, est de type conforme. Dans une telle projection, on définit la **loxodromie**, comme étant la droite quelconque tracée sur le plan qui coupe tous les méridiens avec le même angle. Cette projection engendre de fortes déformations pour les hautes latitudes.

### SUISSE

Chaque pays dispose de sa propre projection pour les cartes nationales. La projection utilisée en Suisse se base sur l'ellipsoïde de Bessel. Elle est de type conforme et son origine se situe à Berne. On a défini arbitrairement des valeurs de coordonnées ( $Y = 600\,000$ ;  $X = 200\,000$ ) pour l'origine de Berne de manière à n'avoir que des coordonnées X (sud-nord) et Y (ouest-est) positives et d'avoir en tout point la valeur de Y supérieure à celle de X. Elle a été obtenue par une double projection: une première pour passer de l'ellipsoïde à une sphère et une seconde projetant les éléments de la sphère sur un cylindre que l'on « déroule » pour avoir une carte.

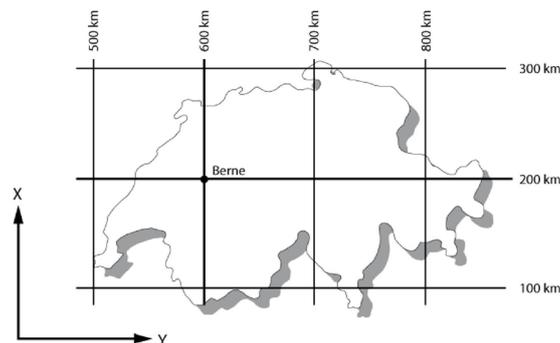


FIGURE 4

10:22

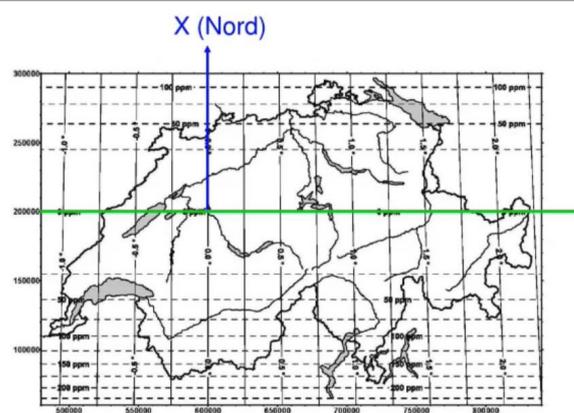
14:04

Système d'axes de la projection suisse

Sur la figure 5, la ligne verte est l'axe neutre sur lequel les distances sont projetées en grandeurs réelles. Lorsque l'on s'en éloigne, des déformations linéaires entrent en considération. Elles sont exprimées en ppm (parties par million): pour 31 ppm on aura une déformation de 31 millimètres par kilomètre. Par exemple une distance mesurée sur la carte de 1000 mètres équivaldrait sur le terrain à 1000,031 mètres.

- Déformation **Linéaire**
  - Facteur d'échelle fonction de l'éloignement de l'axe neutre (Est-Ouest)

- Dist. à l'axe neutre  $\delta x$  [ppm]
  - +/- 25 km 8
  - +/- 50 km 31
  - +/- 100 km 123



Représentation de la convergence des méridiens (en degrés) et de l'altération linéaire (pointillés, en ppm)

FIGURE 5

12:11

14:04

Déformations linéaires de la projection suisse (© 2013, Swisstopo, JD100064)

Un second élément à prendre en compte autre que la déformation linéaire est la **convergence du méridien**. Il s'agit de l'écart angulaire entre le nord de la carte et le Nord géographique. À l'origine (Berne), les deux nord sont confondus, elle est donc nulle. Elle est maximale pour les points les plus éloignés du méridien origine, ce qui en Suisse correspond à l'Est du pays (pour lequel la déviation de la verticale atteint 2.3°). Il faut tenir compte de la convergence du méridien lorsque l'on fait des calculs topométriques.

## 8. INTRODUCTION À LA CARTOGRAPHIE

La Nouvelle-Zélande n'aura jamais été aussi proche. Aujourd'hui, avec la multitude de services cartographiques, il est possible de «voyager» d'un bout à l'autre de la planète sans grande peine. Mais cette technique est l'aboutissement de nombreuses années de progrès, de recherches dans une science et un art ancestraux. Les cartes telles que définies dans ce cours sont une représentation synthétique du terrain utilisant un graphisme adéquat pour faciliter l'interprétation du paysage et de la couverture du sol.



FIGURE 1

1:35

12:34

Prise de vue aérienne et carte topographique (© 2013, Swisstopo, JD100064)

### TYPES DE CARTES

On trouve trois grandes catégories de cartes : topographiques, thématiques et schématiques.

Une carte topographique est illustrée dans la partie droite de la figure 1. Elle utilise une approche sémiologique qui permet une lecture directe de son contenu.

Les cartes thématiques se divisent en plusieurs types :

- Chorographique, qui représente des informations qualitatives. La figure 2 est une carte géologique de la Suisse avec un code couleur qui permet l'interprétation des différentes couches géologiques.
- Choroplèthe, qui représente des informations quantitatives. La figure 3 donne le couvert forestier par district en pourcentage avec une échelle en nuance de vert.
- En courbes. La figure 4 représente les ondulations du géoïde en Suisse.
- En diagramme. La figure 5 témoigne de la répartition des activités professionnelles entre les trois secteurs économiques (primaire, secondaire et tertiaire) dans chacun de cantons.

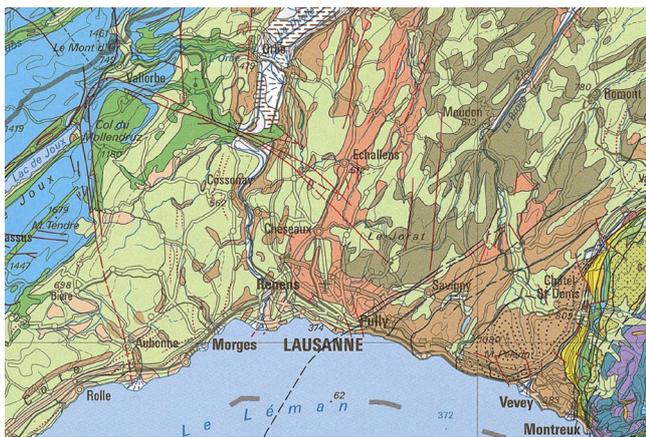


FIGURE 2

2:45

12:34

Carte chorographique (© 2013, Swisstopo, JD100064)

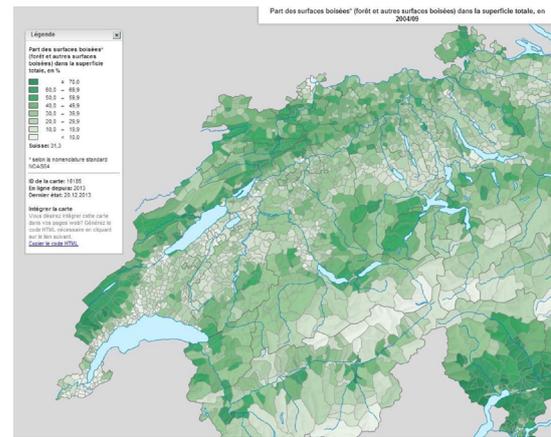


FIGURE 3

3:08

12:34

Carte choroplèthe (© Office fédéral de la statistique)

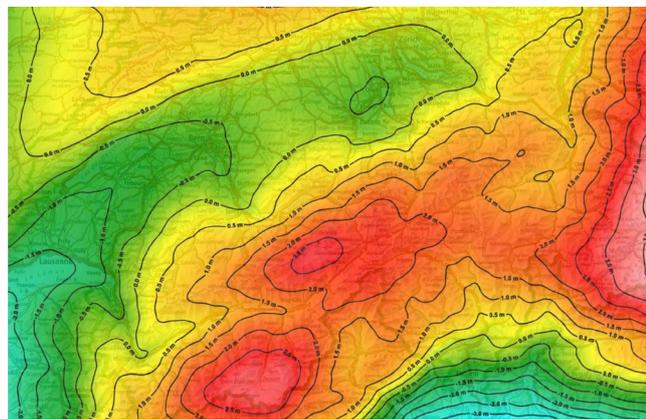


FIGURE 4

3:38

12:34

Carte en courbes (© 2013, Swisstopo, JD100064)

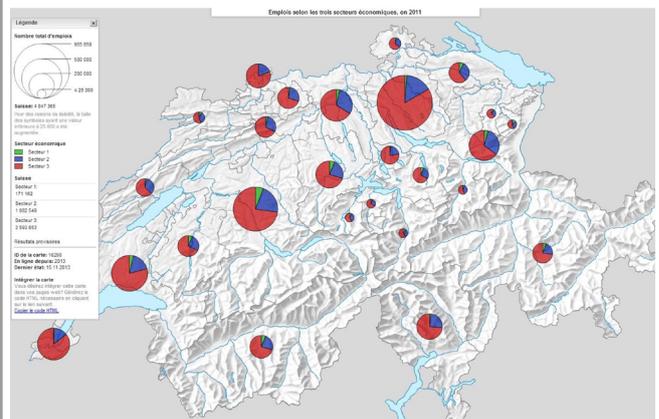


FIGURE 5

3:55

12:34

Carte en digrammes (© Office fédéral de la statistique)

La troisième catégorie de carte est la carte schématique, par exemple un plan d'un réseau de bus ou de métro avec le nom des arrêts.

## QUALITÉ

La qualité d'une carte dépend d'une multitude de facteurs:

- La précision: minimiser l'écart entre la position sur le terrain et celle sur la carte. Elle dépend de la méthode de levé et de l'échelle de la carte et peut par exemple affecter le tracé d'une route.
- L'exactitude: la conformité aux spécifications du levé. On parle aussi de précision sémantique. Une route tracée avec précision doit également être classifiée avec exactitude afin de savoir s'il s'agit d'une autoroute ou d'un chemin agricole.
- L'exhaustivité: la préoccupation de représenter tous les éléments du terrain.
- La fiabilité: la confiance que l'on peut avoir en la carte, qui dépend fortement de son ancienneté ou de sa date de mise à jour. Elle correspond à l'actualité.
- La lisibilité: la compréhension aisée de la carte. Il existe pour cela des règles dites de sémiologie, qui font l'objet de la prochaine leçon.
- La sélectivité: la capacité de distinguer lors de la réalisation les différentes catégories d'objets observées sur le terrain. Il faut savoir faire la différence entre une forêt compacte, des zones de vergers ou des arbres isolés.
- L'esthétique: l'aspect subjectif d'une carte mais faisant partie intégrante de sa qualité vis-à-vis de l'utilisateur.

## COMPOSANTES ET CONCEPTIONS

Les composantes d'une carte sont listées et illustrées à la figure 6. Deux éléments listés ne sont pas représentés sur l'image, il s'agit de la grille de coordonnées et de l'aperçu synoptique, c'est-à-dire une vue d'ensemble de la carte pour pouvoir la situer sur une carte plus générale.

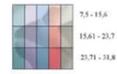
- Titre
- Echelle
- Légende
- Orientation (N)
- Informations
- Source
- Date de production/mise à jour
- Grille de coordonnées
- Synoptique

Mittleres Wasserspeichervermögen im Gotthardgebiet

1 : 200 000

Mittleres Wasserspeichervermögen des Bodens in den hydrologischen Einzugsgebiete der grossen Flüsse

Mittleres  
Wasserspeichervermögen  
des Bodens in mm



Ausschnitt  
Vorderthau  
Renn  
Tessin



Quellen: - Hahn (Hydrologischer Atlas der Schweiz, Landeskundliche Serie)  
- VICTORI 200 (Handbuch der Landesvermessung, Vahnen)  
- Atlas der Schweiz (Handbuch der Landesvermessung, Vahnen)

Autor: Matthias Puff  
Leitung: Prof. Dr. E. Hurni  
Bearbeiter: Christian Gillingberg und  
Jens-Johannes  
Produktion im Institut für Kartographie,  
ETH Zürich, Vordruck 2006

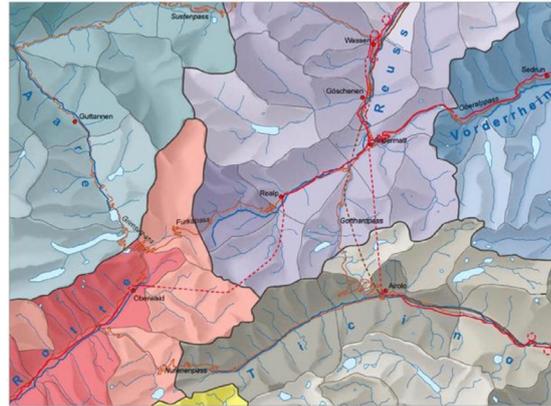


FIGURE 6

9:29

12:34

Composantes d'une carte (© 2013, inst. Kartographie, ETHZ)

La conception d'une carte était récemment centrée sur le produit graphique. Elle débute par un relevé sur le terrain à l'aide de méthodes topométriques ou par photogrammétrie, puis d'une production analogique, du dessin et enfin la digitalisation. Il s'agit d'un processus analogique bien que des évolutions numériques aient vu le jour. Les cartes ont été digitalisées afin de permettre des travaux d'édition assistés par ordinateur.

Avec l'évolution de l'informatique, les bases de données et les systèmes d'information géographique (SIG) sont devenus les éléments centraux de la cartographie. Il est ainsi possible de coupler le relevé qui alimente la base de données avec les processus de mise à jour. À partir de ces données, on pourra produire des cartes avec le graphisme adapté en appliquant des algorithmes de généralisation, ainsi que de nombreux autres produits numériques.

## 9. SÉMIOLOGIE

La lecture aisée d'une carte n'est pas le fruit du hasard ou simplement de l'esthétique, mais bien de règles qui sont appelées sémiologie.

Il existe six variables visuelles qui sont représentées à la figure 1, que l'on peut combiner. Les propriétés des variables sont les suivantes :

- Différentiation: la capacité à distinguer les éléments représentés. Les six variables ont cette propriété.
- Ordre: l'existence d'une hiérarchie intuitive. Seules la taille et la valeur sont ainsi ordrées.
- Quantité: la possibilité de représenter des grandeurs numériques. Uniquement la taille le permet, à l'image du carré rose de la figure 2.
- Associativité: le fait de pouvoir interpréter des phénomènes apparentés. La valeur et la couleur sont utilisées à cette fin, par exemple les différentes tonalités de vert à la figure 2.

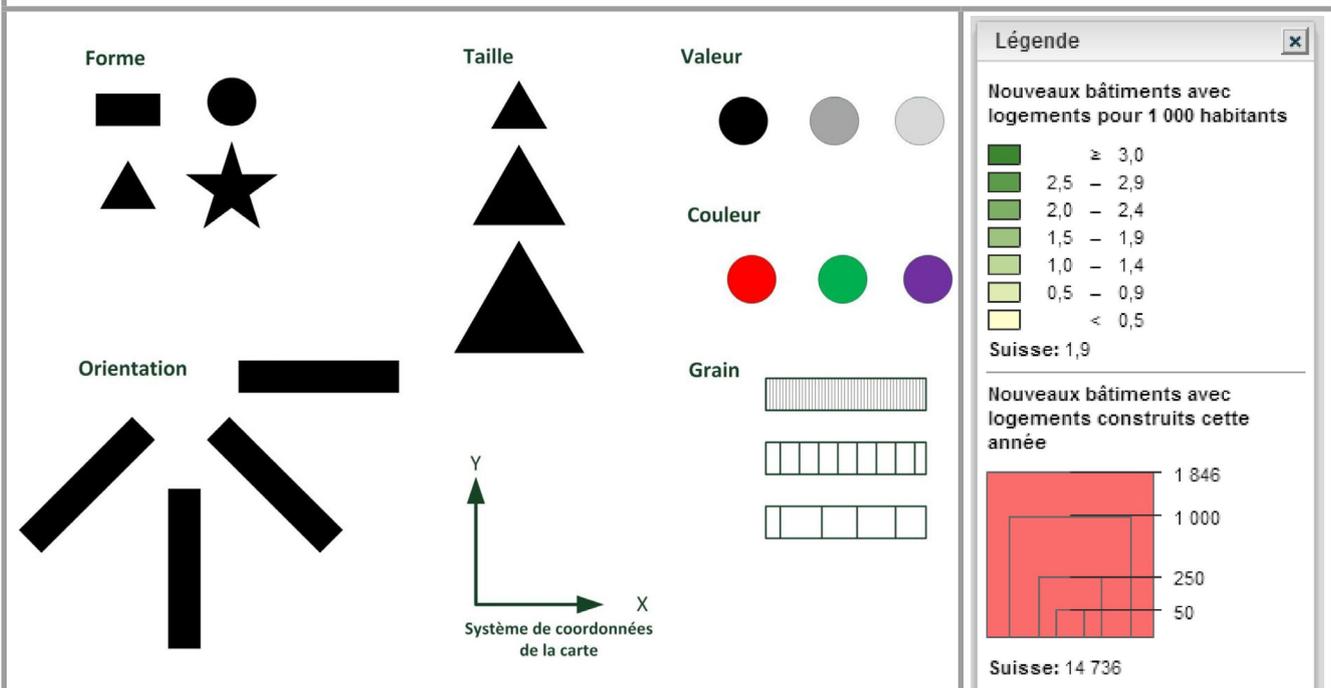


FIGURE 1

2:47

8:48

Les six variables visuelles

FIGURE 2

5:11

8:48

Exemples de légende (© Office fédéral de la statistique)

**EXEMPLE**

La carte de la figure 3 présente en nuances de couleurs, allant du vert au violet, le nombre d'habitants par kilomètre carré, et la taille des carrés indique le nombre d'habitants dans la commune. Ce découpage fin par commune rend la lisibilité complexe tant certains éléments sont petits. On résout ce problème en choisissant un découpage par district, comme à la figure 4.

## • Exemple

- Densité de population
- Nombre d'habitants
- Unité: **commune**

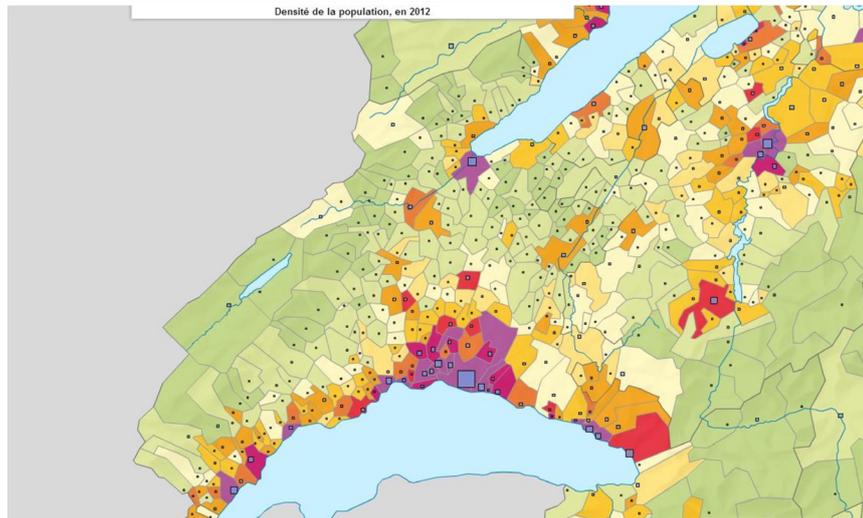
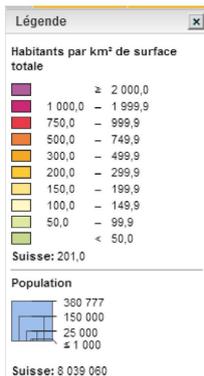


FIGURE 3

7:26

8:48

Découpage par commune (© Office fédéral de la statistique)

## • Exemple

- Densité de population
- Nombre d'habitants
- Unité: **district**

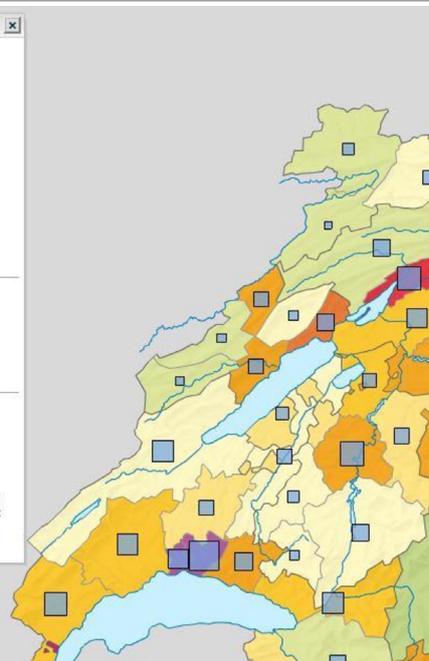
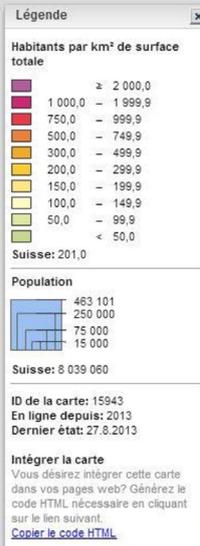


FIGURE 4

8:04

8:48

Découpage par district (© Office fédéral de la statistique)

## 10. INTRODUCTION AU NIVELLEMENT GÉOMÉTRIQUE

La réalisation d'une carte débute par un relevé sur le terrain à l'aide de méthodes topométriques. Le nivellement géométrique en est un exemple. Il est utilisé pour la mensuration nationale et parcellaire mais également pour la surveillance d'ouvrages et sur les chantiers.

Le nivellement géométrique traite du problème de l'altitude, et son fonctionnement est illustré à la figure 1. On se donne deux points A et B dont on aimerait connaître la différence d'altitude  $H_{AB}$ , appelée aussi dénivelée. Le principe est de mesurer les deux hauteurs  $h_A$  et  $h_B$  (distance allant du point A respectivement B jusqu'à la ligne horizontale rouge, qui représente la ligne de visée horizontale), puis de soustraire  $h_A$  à  $h_B$ .

Concrètement, on place une mire (photographie de droite de la fig. 1) à la verticale sur chacun des points (les deux mires sont représentées par les deux traits noirs verticaux). Au centre, on dispose un niveau (photographie de gauche), qui a été préalablement calé afin que son axe de visée soit horizontal, respectivement perpendiculaire aux deux mires. On peut ainsi procéder aux deux mesures et déterminer la dénivelée.

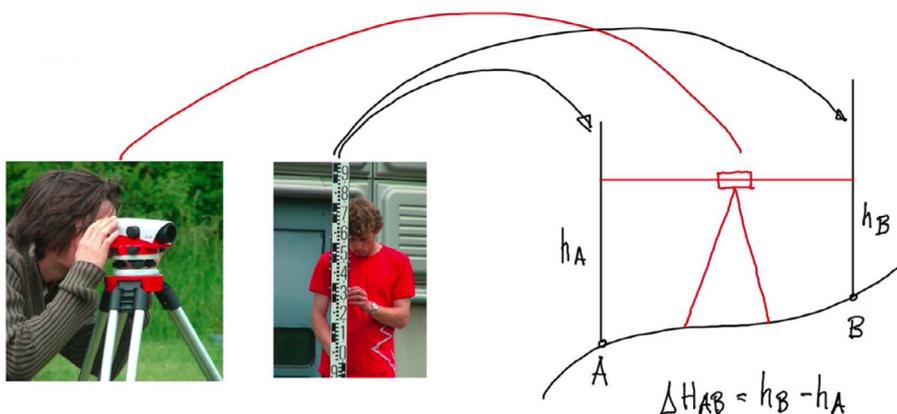


FIGURE 1

2:37

7:09

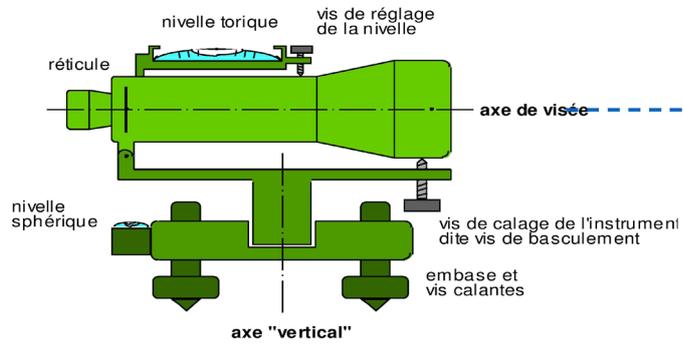
Principe du nivellement géométrique

### NIVEAU

Un niveau, schématisé à la figure 2 et illustré à la figure 3 est composé de :

- une lunette avec un axe optique, un objectif et un réticule qui matérialise le centre de visée (sous forme d'une croix noire à la fig. 5);
- une embase sur laquelle la lunette est posée (le disque blanc inférieur de la fig. 3);
- des vis pour caler le niveau, appelée vis calantes (les trois vis noires au niveau du pouce de la main gauche à la fig. 3);
- une nivelle sphérique pour caler l'embase (pointée par l'index de la main gauche à la fig. 3 et en gros plan à la fig. 4);
- des vis pour caler précisément l'axe de visée, ou vis de calage de l'instrument aussi dites vis de basculement. Notons que les appareils modernes ont un dispositif de calage automatique de l'axe de visée;
- une nivelle torique pour caler précisément l'axe de visée.

## Le niveau



## La mire



FIGURE 2

4:06

7:09

Schéma d'un niveau



FIGURE 3

5:28

7:09

Photo d'un niveau, et mise en évidence de la nivelle sphérique

### MARCHE À SUIVRE

Deux personnes sont nécessaires pour effectuer une mesure à l'aide de la mire et du niveau :

- Bob place le niveau à mi-chemin entre les deux points dont on désire connaître la différence d'altitude ou dénivelée.
- Alice place la mire sur le premier point d'intérêt, dit point arrière.
- Bob cale le niveau dans un premier temps grossièrement à l'aide des vis calantes pour amener la bulle au centre de la nivelle sphérique (fig. 4), puis procède au calage fin avec la vis de basculement. Cela peut être fait automatiquement par un compensateur sans avoir recours à la vis de calage de l'instrument.
- Alice tient la mire aussi verticale en s'aidant de la nivelle sphérique solidaire de la mire.
- Bob vise la mire avec la lunette, fait la mise au point et mesure la hauteur d'après ce qu'il observe à la figure 5.



FIGURE 4

6:45 7:09

Nivelle sphérique

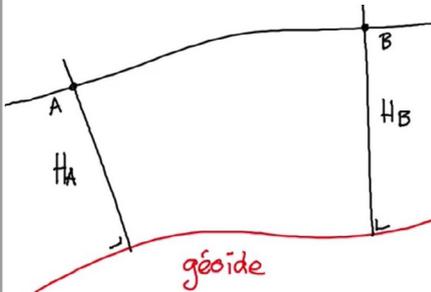


FIGURE 5

7:07 7:09

Visée

## 11. DÉFINITION DES ALTITUDES, PRINCIPE DE MESURE



Jusqu'ici nous avons parlé d'altitude au singulier, or il existe plusieurs altitudes dont la valeur dépend du système choisi. La première définition est celle de l'**altitude vraie**, ou **altitude orthométrique**. Il s'agit de la distance mesurée selon la verticale entre la surface du géoïde et le point d'intérêt, tel qu'illustré à la figure 1. On ne peut pas mesurer directement cette altitude, car le champ de pesanteur non homogène qui affecte la forme du géoïde a par conséquent un impact sur la mesure d'altitude.

FIGURE 1

1:29

14:44

Altitude vraie



Un système altimétrique a besoin d'un point de base rattaché au niveau moyen des mers (déterminé avec un marégraphe) et dont on connaît l'altitude: c'est le **point fondamental**. En partant du point fondamental de Marseille et en réalisant un cheminement le long du Rhône jusqu'au lac Léman, le point fondamental pour la Suisse a été fixé sur un rocher dans la rade de Genève. Ce rocher est une des deux pierres du Niton (illustré à la fig. 2), et l'altitude de ce point fondamental est de 373.6 mètres au-dessus du niveau de la mer.

FIGURE 2

6:04

14:44

Pierres du Niton (© 2013, Swisstopo,  
JD100064)

### ALTITUDE USUELLE

À la figure 1, les deux verticales selon lesquelles sont évaluées les altitudes des points A et B sont approximativement parallèles, mais ne le sont pas rigoureusement, ce qui complique les mesures. Une solution est de simplifier la situation en supposant que ces deux directions de la verticale sont effectivement parallèles. C'est cette méthode qui est utilisée dans la plupart des travaux topométriques. Bien qu'étant approprié dans le cas de mesures à l'échelle d'un chantier, elle peut présenter des différences importantes avec une méthode plus rigoureuse à l'échelle d'un pays. En effet, le premier cadre de référence Suisse, NF02 utilise l'altitude usuelle. Il s'agit d'un système non rigoureux car le champ de pesanteur qui influence la mesure du nivellement n'est pas pris en compte.

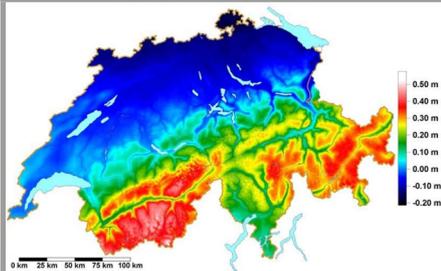


FIGURE 3

7:30

14:44

Différences entre NF02 et RAN95 (© 2013, Swisstopo, JD100064)

### ALTITUDE ORTHOMÉTRIQUE

Après NF02 défini en 1902, la Suisse a modernisé sa géodésie nationale avec RAN95 créé en 1995 qui utilise un système d'altitude rigoureux dit orthométrique, introduit plus haut. Il applique aux mesures brutes des modifications afin de déterminer l'altitude vraie en tenant compte du potentiel de gravité. À la figure 3, on peut ainsi observer la différence des altitudes selon NF02 et RAN95. Ces variations sont plus élevées dans les Alpes car le géoïde y est moins régulier, et peuvent atteindre 40 centimètres.

### FICHES DE DOCUMENTATIONS DES POINTS DE NIVELLEMENT

Chaque point de nivellement fédéral est documenté par une fiche comme celle de la figure 4. On y trouve :

1. l'identification du point et la région où il se trouve ;
2. les coordonnées géographiques pour situer le point sur une carte ;
3. une photographie pour la situation dans le paysage ;
4. le type de matérialisation utilisé (une cheville dans ce cas) ;
5. l'altitude avec le système correspondant (ici NF02) ;
6. l'état des mesures de contrôle réalisées par l'office fédéral de topographie.

PFA1	Y = 532 990.000	X = 152 170.000	H <sub>NF02</sub> = 396.022	CN	1243
	Précision (1σ)	Planimétrie = 7.000 m	Altimétrie = 0.003 m	VDO	4a
	Fiabilité	Planimétrie = Non	Altimétrie = Oui	IdentDN	CH0200000VDO

EPFL, bâtiment TCV-D, façade est; à 0.20 m de l'angle sud-est, 0.25 m au-dessus du sol.

Matérialisation T4H

Cheville S+T, horizontal 4

Inscription L

Remarque

---

Mesure gravimétrique

Mise à jour <span style="float: right;">6</span>
Provenance <span style="float: right;">Date</span>
S+T <span style="float: right;">1996 Nouvelle édition RNF</span>
S+T <span style="float: right;">2007 Nouvelle cote: -1 mm depuis 1996</span>

FIGURE 4

9:05

14:44

Fiche de documentation d'un point de nivellement (© 2013, Swisstopo, JD100064)

### PRINCIPE DE MESURE

Le premier élément nécessaire à une mesure précise est l'horizontalité de l'axe de visée de la lunette du niveau. Lorsque la bulle de la nivelle torique se situe dans son repère ou lorsque le compensateur est actif, l'axe de visée est en principe horizontal.

La mire est graduée en mètres, décimètres et centimètres. Les mesures sont données au millimètre près, lesquels sont estimés par l'opérateur.

### La lecture sur la mire

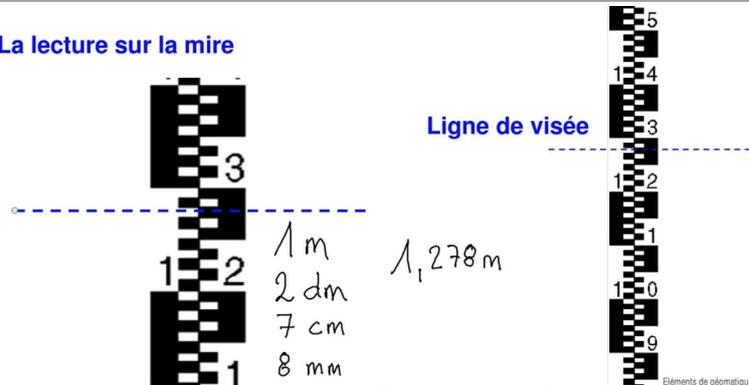


FIGURE 5

12:01

14:44

Graduation de la mire

La mire est placée entre un point dit arrière ( $r_i$  à la figure 6) et un point dit avant ( $v_i$ ). On procède au nivellement en faisant la mesure arrière puis, après avoir déplacé la mire, la mesure avant. La différence d'altitude est calculée par  $r_i - v_i$ . Elle sera donc positive si le sens de cheminement (d'arrière en avant) monte, négative s'il descend.

Pour réaliser un cheminement, on part d'un point connu en altimétrie (le point A de la fig. 6) et l'on réalise une succession de mesures arrière et avant jusqu'au point B afin de déterminer de multiples différences d'altitudes ( $\Delta h_1, \dots, \Delta h_n$ ). La somme de ces dernières nous indiquera la dénivelée  $h$  entre les points A et B.

**Le cheminement:** une section de nivellement définit une suite de stations entre deux points connus (A et B)

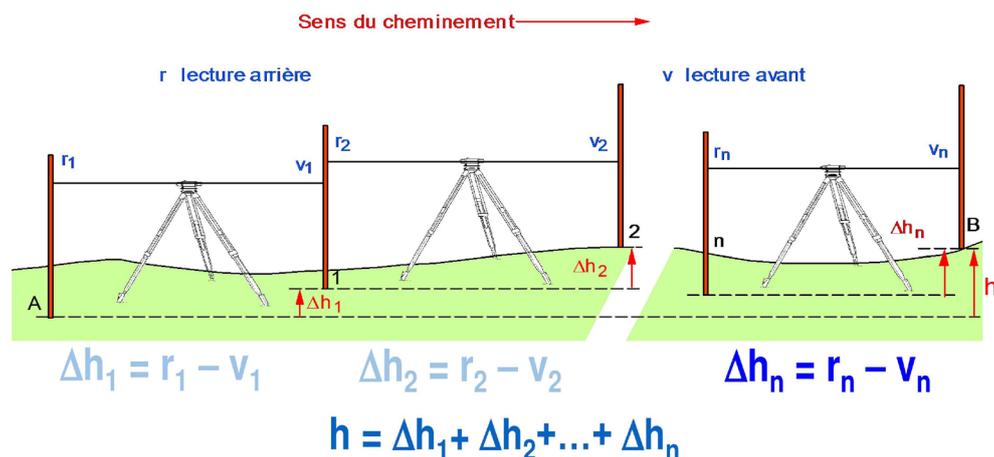


FIGURE 6

13:22

14:44

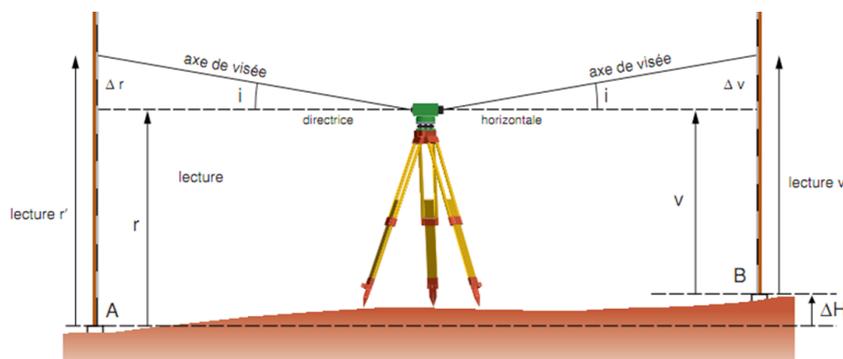
Cheminement

## 12. CONTRÔLE DU NIVEAU

Dans le chapitre sur le principe de mesure, on a défini que l'axe de visée est horizontal lorsque la bulle de la nivellement torique est centrée entre ses repères. Or, il se peut qu'il y ait un défaut de parallélisme entre cet axe de visée et la ligne directrice que définit la nivellement (la ligne en traits tillés de la fig. 1).

Si l'on place le niveau à égale distance du point arrière et du point avant selon l'axe de visée comme à la figure 1, la mesure avant sera de la forme  $v + \Delta v$ , où  $\Delta v$  est l'erreur, et la mesure arrière de la forme  $r + \Delta r$ . Puisque la distance jusqu'à la mire le long de l'axe est identique de part et d'autre du niveau, l'erreur sera la même pour la mesure arrière et pour la mesure avant, et va par conséquent s'annuler lors du calcul de la différence d'altitude.

- Des portées égales permettent d'éliminer l'erreur due au défaut de réglage



$$\begin{aligned} \text{arrière} &: r + \Delta r \\ \text{avant} &: v + \Delta v \\ \text{portées} & // \\ \text{?} & \Delta r = \Delta v \\ \Delta h &= r - v \end{aligned}$$

FIGURE 1

2:13

5:17

Annulation de l'erreur

### Procédure de contrôle

La procédure de contrôle du niveau doit être effectuée avant tout travail topographique important afin de détecter (et régler si besoin) un dérèglement de l'appareil. Il ne faut pas attendre de faire des fautes pour régler un niveau. Si l'on veut réduire les erreurs, il faut le meilleur réglage du niveau possible. Elle se découpe en plusieurs étapes et est illustrée à la figure 2 :

- Placer et caler le niveau entre deux points A et B.
- Placer la mire sur le point et effectuer une visée arrière vers le point A,  $r_1$ .
- Amener la mire sur le point B et effectuer une visée avant vers le point B,  $v_1$ .
- Rapprocher le niveau du point B sans changer l'emplacement de la mire.
- Effectuer une visée avant vers le point B,  $v_2$ .
- Amener la mire sur le point A et effectuer une visée arrière vers le point A,  $r_2$ .

Une fois les mesures obtenues, on calcule l'écart de fermeture qui nous indiquera si le niveau présente un défaut de réglage :

- Puisque les mesures  $r_1$  et  $v_1$  ont été effectuées à égale distance des points A et B, on a une dénivelée sans erreur, comme expliqué plus haut. Notons la valeur de  $h = r_1 - v_1$  ( $h = -0.452$  m à la fig. 2).
- Puisque la mesure  $v_2$  a été effectuée proche du point avant B, on estime qu'elle ne comporte pas d'erreur, c'est donc la mesure arrière ( $r_2$ ) qui présente un défaut, si défaut il y a.
- On calcule une valeur théorique pour  $r_2$ , notée  $r_{2, \text{calc}}$  à partir des deux mesures ci-dessus que nous avons posées comme exactes. Ainsi  $r_{2, \text{calc}} = h + v_2$  ( $r_{2, \text{calc}} = 0.758$  m à la fig. 2).
- L'écart de fermeture est égal à la différence entre la valeur mesurée et celle calculée soit  $r_{2, \text{calc}} - r_2$  (il vaut 0.001 m à la fig. 2).

Si la valeur absolue de l'écart de fermeture est inférieure à 5 millimètres, le niveau est considéré comme bien réglé.

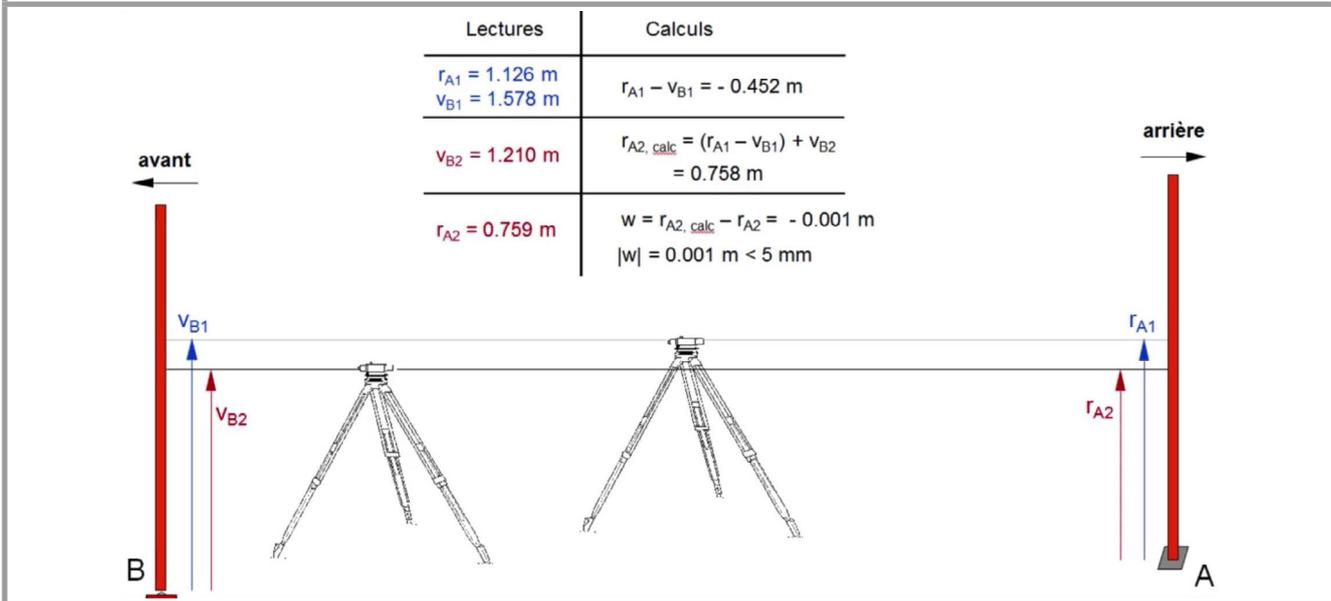


FIGURE 2

5:08 5:17

## 13. CHEMINEMENT

Sur un chantier, seuls quelques points sont connus en altimétrie, une densification de ces points est donc souhaitée. On a alors recours au cheminement, qui permet de mesurer et de vérifier des dénivelées entre des repères altimétriques. Le cheminement peut également être utilisé pour surveiller une zone instable contenant des points dont l'altitude a été antérieurement mesurée.

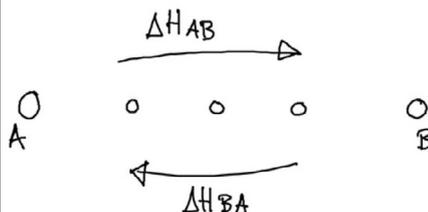


FIGURE 1

1:40

6:42

Cheminement aller-retour

### CHEMINEMENT ALLER-RETOUR

Le cheminement aller-retour se fait entre deux points dont on connaît ou non l'altitude (A et B à la fig. 1). On réalise dans un premier temps des mesures en partant du point A en allant vers B, puis dans le sens inverse (de B à A). Les deux dénivelées obtenues ( $\Delta H_{AB}$  et  $\Delta H_{BA}$  à la fig. 1) devraient avoir une somme théoriquement nulle. Or il y a habituellement un écart, qui, s'il est de l'ordre de quelques millimètres, est jugé acceptable et conclut à la validation des mesures.

### CHEMINEMENT RATTACHÉ

Le cheminement rattaché nécessite deux points connus en altimétrie (leur dénivelé est donc également connu). En partant de l'un des deux points on mesure le dénivelé entre ces deux points. La différence entre le dénivelé connu et mesuré est acceptable si elle ne dépasse pas les quelques millimètres.

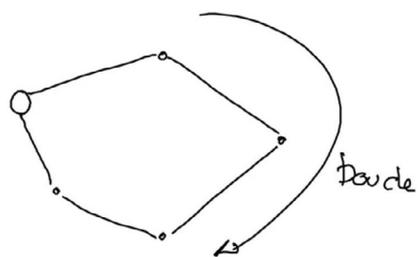


FIGURE 2

3:43

6:42

Cheminement fermé

### CHEMINEMENT FERMÉ

Le cheminement fermé part d'un point connu ou non en altimétrie (le gros cercle de la fig. 2) et décrit une boucle qui revient sur son point de départ. La dénivelée de la boucle, qui devrait être nulle, ne doit pas être trop importante (quelques mm) afin de permettre la validation des mesures effectuées.

### ILLUSTRATION PRATIQUE

Les figures 3 à 6 illustrent un court cheminement partant d'un point connu en altimétrie (on ne l'aperçoit pas sur les figures car il s'agit d'un boulon dans le sol) et allant jusqu'au cône orange le plus à gauche. L'opérateur effectue une visée arrière vers le point de départ (fig. 3), puis après déplacement de la mire, une visée avant vers le cône de droite (fig. 4). L'opérateur se déplace entre les deux cônes et réalise une visée arrière vers la mire dont l'emplacement n'a pas changé (fig. 5). Enfin il effectue une visée avant vers le point d'arrivée après que la mire ait été déplacée (fig. 6).

On procède alors aux calculs de dénivelées, en se rappelant que l'on soustrait toujours une visée avant à une visée arrière (arrière moins avant).



FIGURE 3

4:42

6:42

Visée arrière 1



FIGURE 4

5:04

6:42

Visée avant 1



FIGURE 5

5:33

6:42

Visée arrière 2



FIGURE 6

6:01

6:42

Visée avant 2

## 14. INTRODUCTION AU LEVER

Imaginons que nous soyons face au bâtiment de la figure 1 et que l'on désire le modéliser (ainsi que les éléments avoisinants) afin d'obtenir un plan du type de celui illustré à la figure 3. Il faudra initialement réaliser un **lever**, opération qui consiste à mesurer et à localiser les éléments nécessaires pour établir un modèle (représentation simplifiée d'un objet composée de lignes et de points). À la figure 1, les lignes rouges modélisent les arrêtes qui délimitent la façade du bâtiment. Le modèle pourrait être complété par la représentation de l'escalier, des fenêtres et des portes.



FIGURE 1

1:19

3:07

Modélisation d'un bâtiment

Le lever doit permettre de décrire les objets de l'espace dans un cadre de coordonnées, matérialisé par ses points fixes (les triangles de la fig. 2). Le lever consiste à décrire l'objet d'intérêt (ici les quatre coins de la maison) par des points qui seront rattachés au cadre de coordonnées. Pour ce faire, des mesures d'angles et de distances sont nécessaires, à partir desquelles et par trigonométrie il sera possible d'obtenir des coordonnées du modèle. Il faudra également résoudre le problème de l'orientation, sujet de la prochaine leçon, afin de rattacher le modèle au cadre de coordonnées national.

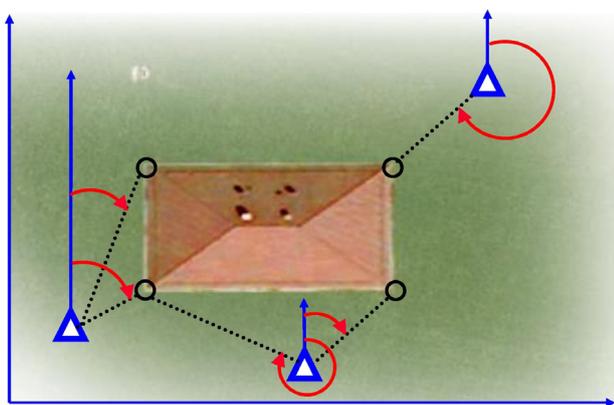


FIGURE 2

1:39

3:07

Points fixes et points d'intérêt



FIGURE 3

02:32

3:07

Modélisation réalisée par des étudiants à Biasca

## 15. ORIENTATION

Le problème de l'orientation est un aspect fondamental de la géodésie et de la topographie. Il permet de déterminer la direction d'un élément de la carte ou du terrain par rapport à une référence, en général le Nord.

La direction d'un élément comme une route ou une rivière peut être de deux types : relative (direction d'une rivière par rapport à celle de la route avoisinante) ou absolue (direction d'une rivière par rapport au Nord). Il existe trois types de Nord :

- **Nord magnétique** (NM) : selon l'axe de symétrie du champ magnétique terrestre. Il est peu utilisé en topométrie à cause de son manque de précision. La position du NM varie dans le temps et dans l'espace. On définit la **déclinaison magnétique** comme étant la différence entre la direction du NG et du NM.
- **Nord géographique** (NG) : selon l'axe de rotation de la Terre, noté NG. L'orientation d'une direction par rapport au NG est appelée l'**azimut**.
- **Nord de la carte**, noté NC. L'orientation d'une direction par rapport au NC est appelée le **gisement**. Rappelons ici que les lignes de coordonnées d'une carte sont parallèles et qu'il n'y a en principe qu'une ligne où les directions du NC et du NG sont confondues. On **définit la convergence du méridien** comme la différence entre NC et NG, qui varie selon l'éloignement au point origine.

### GISEMENT

Pour rattacher et orienter un objet à un cadre de coordonnées on utilise des points fixes dont on connaît les coordonnées (sur la fig. 1 ce sont les points P et Q). On considère ensuite le vecteur entre deux de ces points et l'on en détermine le gisement, qui est l'angle entre le Nord de la carte et la direction du vecteur. Le calcul du gisement sera utile lors de levés topométriques afin de déterminer les coordonnées nationales de points nouveaux à partir des mesures d'angles et de distances.

#### • Gisement et points fixes

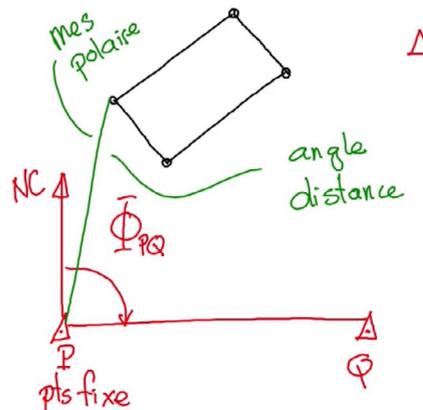


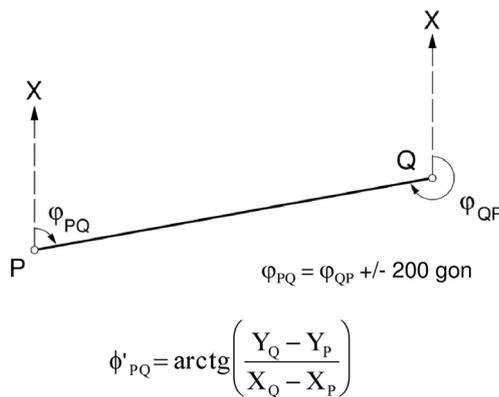
FIGURE 1

3:17

10:15

Rattachement d'un objet au système de coordonnées nationales

Pour calculer le gisement d'un vecteur passant par deux points du plan P et Q muni chacun d'une coordonnée X (Nord) et d'une coordonnée Y (Est), on utilise la formule de la figure 2 pour trouver  $\Phi'$ .



$$\phi' = \text{arctg} \left( \frac{\Delta Y}{\Delta X} \right)$$

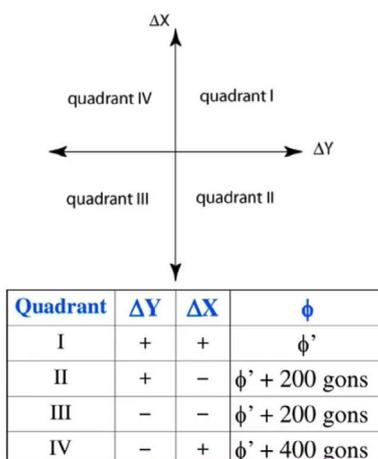
FIGURE 2

5:01

10:15

Calcul du gisement

Remarquons toutefois qu'en topométrie un gisement doit être compris entre 0 et 400 gon alors que la fonction « arc tangente » retourne une valeur comprise entre -100 et 100 gons. Il faut alors ajuster cette valeur  $\Phi'$  en étudiant le signe de  $\Delta X$  et celui de  $\Delta Y$  et en se référant au tableau de la figure 3.



$$\phi' = \text{arctg} \left( \frac{\Delta Y}{\Delta X} \right) \quad -100g \dots +100g$$

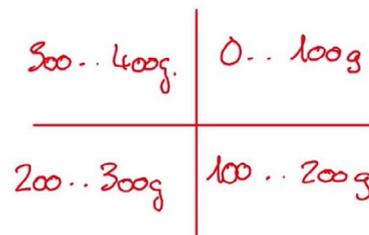


FIGURE 3

6:17

10:15

Ajustement du gisement en fonction de sa position dans les quadrants

### L'INCONNUE D'ORIENTATION

Lorsque l'on fait des mesures de directions horizontales avec un théodolite, l'orientation du cercle de mesure est quelconque (la direction de l'origine du cercle, 0.000, est arbitraire). En effet, un théodolite est comme un rapporteur angulaire posé au hasard sur le sol: il permet de lire des valeurs angulaires mais on ne sait pas dans quelle direction pointe le zéro. Sans cette information, les valeurs angulaires n'ont que peu d'intérêt. Il est donc nécessaire de déterminer le gisement de l'axe de l'origine du cercle afin d'orienter la station de mesure. Dans ce cas, on parle de la détermination de l'inconnue d'orientation ( $\omega$ ).

On procède en stationnant le théodolite au-dessus d'un point dont on connaît les coordonnées (le point P sur la fig. 4) et en mesurant à l'aide de l'instrument la direction  $r$  du vecteur depuis P vers un autre point connu (le point Q sur la fig. 4). On calcule ensuite le gisement  $\Phi$  du vecteur passant par ces deux points connus (PQ) à l'aide la formule de la figure 2. L'inconnue d'orientation se calcule par  $\omega = \Phi - r$ , un chiffre à ajuster pour obtenir une valeur comprise entre 0 et 400.

- Principe de l'orientation
- Stationnement sur un point fixe  $P$
- Utilisation d'un point (fixe)  $Q$  d'orientation
- Mesure d'une direction horizontale  $r_{PQ}$
- Calcul du gisement
- Détermination de l'inconnue d'orientation  $\omega$

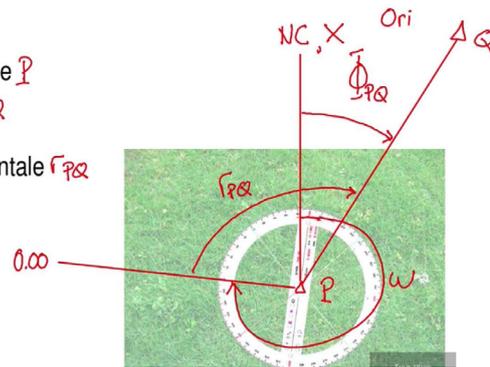


FIGURE 4

7:35

10:15

## 16. CALCUL D'UN GISEMENT PAS À PAS

Cette partie reprend les principes exposés plus haut et présente un exemple de calcul de l'exercice qui est proposé sur ce thème. Ce développement permet de suivre pas à pas les différentes étapes du calcul.

### EXEMPLE 1: GISEMENT MESURÉ ET CALCULÉ

Pour rappel, le gisement est un angle compris entre 0 et 400 gons qui exprime l'orientation d'une direction par rapport au Nord de la carte (NC). À la figure 1, le gisement du vecteur allant de S à M est 65 gons. Cette valeur a été mesurée à l'aide d'un rapporteur, mais peut également l'être en se basant sur les coordonnées des points S et M. Ce cas est illustré à la figure 2 et la procédure est la suivante :

- Calculer  $\Delta Y$  et  $\Delta X$ , qui valent ici respectivement 33,03 m et 20,49 m.
- Calculer  $\Phi$  à l'aide de la formule utilisant l'arc tangent de la figure 2.
- Ajuster  $\Phi$  selon que  $\Delta Y$  et  $\Delta X$  sont négatifs et/ou positifs. Pour ce faire, se référer au tableau de la figure 3 de la leçon 15.

Cette démarche est suivie dans l'exemple de la figure 2. Après calculs, on trouve un angle de 64.652 gons qui ne nécessite aucun ajustement dès lors que  $\Delta Y$  et  $\Delta X$  sont positifs (M se situe dans le premier quadrant d'un système d'axes dont l'origine est en S). Cette valeur est proche de celle mesurée précédemment avec le rapporteur (65 gons). On contrôle ainsi qu'il n'y a pas une faute de calcul.

- On peut calculer un gisement  $\Phi$ , à partir de 2 points (S et M) connus en coordonnées de la carte

$$\Phi_{SM} = \arctg\left(\frac{Y_M - Y_S}{X_M - X_S}\right)$$

$$\Phi_{SM} = \arctg\left(\frac{\Delta Y}{\Delta X}\right)$$

Attention :  $\Phi [0..400]$

Exemple :

S : Y = 565'353.61 X = 156'253.57

M : Y = 565'386.64 X = 156'274.06

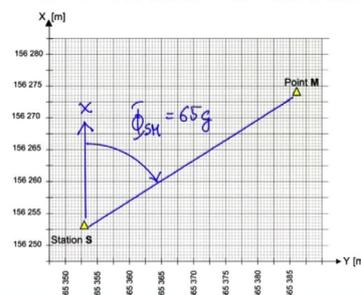


FIGURE 1

2:35

9:37

Gisement mesuré

- On peut calculer un gisement  $\Phi$ , à partir de 2 points (S et M) connus en coordonnées de la carte

$$\Phi_{SM} = \arctg\left(\frac{Y_M - Y_S}{X_M - X_S}\right)$$

$$\Phi_{SM} = \arctg\left(\frac{\Delta Y}{\Delta X}\right)$$

Attention :  $\Phi [0..400]$

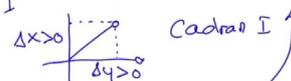
Exemple :

S : Y = 565'353.61 X = 156'253.57

M : Y = 565'386.64 X = 156'274.06

$$Y_M - Y_S = 33,03\text{m} \quad X_M - X_S = 20,49\text{m}$$

$$\Phi = \arctg\left(\frac{33,03}{20,49}\right) = 64,652\text{ gon.}$$



Valeur graphique = 65g

FIGURE 2

4:15

9:37

Gisement calculé

**EXEMPLE 2: LES CADRANS**

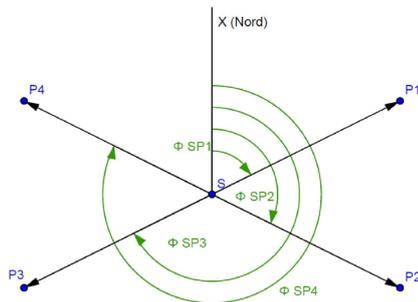
Dans le premier exemple, l'angle obtenu par la fonction arc tangente ne nécessite aucune correction du fait que le point M se situe dans le premier cadran. Dans cet exemple, les quatre points P1, P2, P3 et P4 de la figure 3 sont chacun dans un cadran différent du système d'axe dont l'origine est en S. On procède de la même manière qu'à l'exemple 1. L'angle retourné par la fonction arc tangente est ensuite :

- inchangé si  $\Delta Y > 0$  et  $\Delta X > 0$  (point P1, cadran 1);
- augmenté de 200 gons si  $\Delta X < 0$  (points P2 et P3, cadrans 2 et 3);
- augmenté de 400 gons si  $\Delta Y < 0$  et  $\Delta X > 0$  (point P4, cadran 4).

S (Y = 20.0 X = 20.0)

P1(Y = 40.0 X = 30.0) P3(Y = 0.0 X = 10.0)

P2(Y = 40.0 X = 10.0) P4(Y = 0.0 X = 30.0)



$$\Phi_{SP_1} = \arctg\left(\frac{40 - 20}{30 - 20}\right) = 70.483 \text{ gon}$$

$$\Phi_{SP_2} = \arctg\left(\frac{40 - 20}{10 - 20}\right) + 200 = 129.517 \text{ gon}$$

$$\Phi_{SP_3} = \arctg\left(\frac{0 - 20}{10 - 20}\right) + 200 = 270.483 \text{ gon}$$

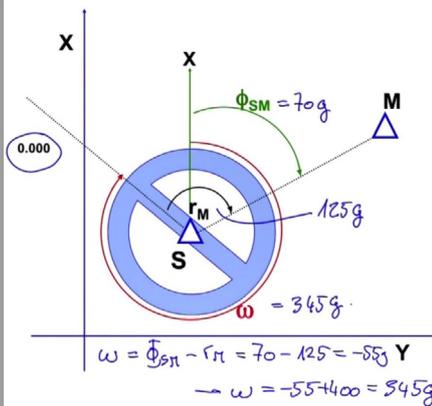
$$\Phi_{SP_4} = \arctg\left(\frac{0 - 20}{30 - 20}\right) = -70.483 = 329.517 \text{ gon}$$

FIGURE 3

9:27 9:37

## 17. CALCUL DE L'ORIENTATION D'UNE STATION PAS À PAS

L'orientation d'une station consiste à déterminer l'inconnue d'orientation, c'est-à-dire le gisement de l'origine du cercle horizontal d'un théodolite (0.000). L'exemple suivant servira à comprendre comment déterminer le gisement de l'axe zéro, et ainsi de pouvoir exploiter correctement les mesures d'un lever polaire.



### EXEMPLES GRAPHIQUES

Une condition nécessaire pour déterminer l'inconnue d'orientation est de disposer de deux points dont les coordonnées sont connues. Ce sont les points S et M, symbolisés par des triangles, de la figure 1. Le théodolite est posé sur le point S avec une direction arbitraire de l'origine du cercle horizontal (axe 0.000 sur la fig. 1). Avec le théodolite, on procède à la lecture de la direction horizontale vers le point M. Cet angle noté  $r_M$  valant 125 gons nous indique l'angle entre l'axe 0.000 et celui passant par les points S et M, mais le gisement de l'axe 0.000 est encore inconnu. Comme les points S et M sont connus, on a le gisement de l'axe passant par S et M, noté  $\Phi_{SM}$  et qui vaut 70 gons (mesuré au rapporteur). Il est alors possible de calculer l'inconnue d'orientation  $\omega$  comme :

*[gisement entre la station et le point connu] –  
[direction depuis la station vers le point connu]*

$$= \Phi_{SM} - r_M$$

$$= 70 - 125$$

$$= -55 \text{ gons}; \text{ auquel on ajoute } 400 \text{ gons}$$

$$= 345 \text{ gons.}$$

FIGURE 1

3:15

9:34

Procédure graphique 1

À la figure 2 un exemple similaire est présenté. On connaît la lecture de la direction horizontale de S vers M (53.485 gons), il est donc possible de dessiner l'axe 0.000. On mesure ensuite à l'aide du rapporteur le gisement de l'origine,  $\omega \approx 11$  gons. On mesure également le gisement entre la station S et le point connu M,  $\Phi_{SM} = 65$  gons. On vérifie ensuite par calcul que  $\omega = \Phi_{SM} - r_M = 65 - 53.5 = 11.5$  gons. Cette valeur est proche de celle mesurée à l'aide du rapporteur pour le gisement de l'origine.

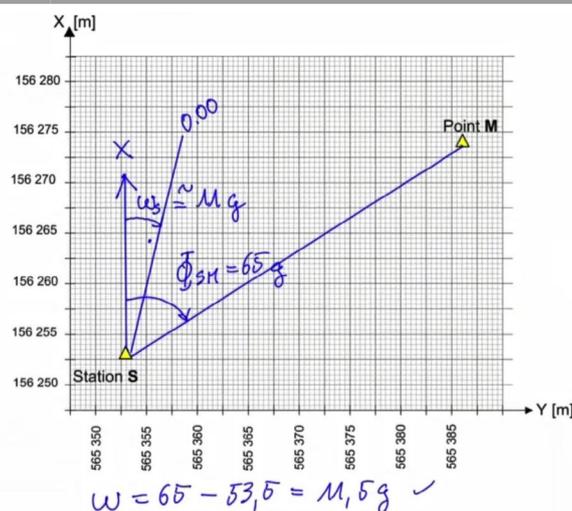


FIGURE 2

5:13

9:34

Procédure graphique 2

**EXEMPLE NUMÉRIQUE**

Bien qu'adaptée pour une estimation de l'inconnue d'orientation, la méthode graphique est moins précise que des calculs, mais elle permet d'obtenir des valeurs approchées et de détecter d'éventuelles fautes. Ces calculs sont présentés à la figure 3, et la procédure est la suivante:

- Calculer le gisement  $\Phi_{SM}$  entre la station et le point connu en partant des coordonnées X et Y des deux points comme expliqué dans la leçon 16. Ici  $\Phi_{SM} = 64.652$  gons.
- La lecture de la direction horizontale depuis la station vers le point connu est donnée, lecture P vers M = 53.485 gons.
- Calculer le gisement  $\omega$  de l'origine,  $\omega = \Phi_{SM} - r_M = 64.652 - 53.485 = 11.167$  gons.
- Ajuster si elle est négative la valeur de  $\omega$  en ajoutant 400 gons.
- Vérifier que la valeur de  $\omega$  correspond à celle évaluée graphiquement. Ici à l'aide du rapporteur on avait approximativement 11 gons et algébriquement 11.167 gons, ce qui est cohérent.

Exemple numérique:

S : Y = 565 353.61 X = 156 253.57

M : Y = 565 386.64 X = 156 274.06

Lecture P vers M = 53.485 gon

Calcul du gisement:  $\Phi_{SM}$ Inconnue d'orientation:  $\omega_S = \Phi_{SM} - r_M$ gisement  $\Phi_{SM}$  $\Delta Y = 33,03 \quad \Delta X = 20,49$  $\Phi_{SM} = \arctg\left(\frac{33,03}{20,49}\right) = 64,652 \text{ g}$   
Cadran I $\omega_S = 64,652 - 53,485 = 11,167 \text{ g}$ .

→ contrôle est OK

p.r. à la valeur graphique.

FIGURE 3

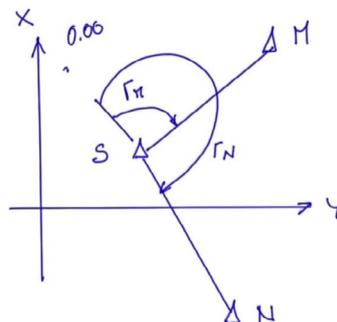
6:54

9:34

Procédure numérique

**INCONNUE D'ORIENTATION MOYENNE**

Une seule détermination de l'inconnue ne suffit pas car elle est sujette à des erreurs qui sont alors indétectables. En pratique, on utilise généralement au moins deux valeurs dont on fait la moyenne pour obtenir l'inconnue d'orientation. Pour ce faire trois points connus sont nécessaires, à la figure 4 ce sont les triangles S, N et M. La station est placée sur un des trois points (S) et les deux autres (M et N) serviront à réaliser deux calculs de gisement et deux mesures de direction avec le théodolite afin de déterminer deux inconnues d'orientation. Si ces deux valeurs divergent trop, il faudra soit répéter les mesures et les calculs soit utiliser un nouveau point connu afin de déterminer une troisième valeur pour l'inconnue d'orientation.



2 mesures:  $\gamma$   
2 pts d'orientation  
→  $\omega_1 (N) \quad \omega_2 (M)$

FIGURE 4

8:54

9:34

Inconnue d'orientation moyenne

## 18. LEVER POLAIRE

Pour établir précisément un modèle ou un plan d'un terrain, il faut décrire l'ensemble des objets naturels et construits avec une série de points et de lignes judicieusement choisis et connus en coordonnées. On réalise pour cela un **lever polaire**, qui est le procédé par lequel on mesure des distances et des directions depuis une station vers ces nouveaux points. Des calculs topométriques permettront par la suite de déterminer les coordonnées des nouveaux points.

### SUR LE TERRAIN

À la figure 1, la station est posée sur un point S connu et on désire déterminer les coordonnées des quatre points rouges. Le lever illustré dans cet exemple a été réalisé au nord-ouest du campus de l'EPFL. Afin d'effectuer un lever, on utilise les équipements suivants :

- Un **tachéomètre** (fig. 2) : un théodolite équipé d'un dispositif de mesures de distance, le théodolite étant un instrument qui permet de mesurer des angles dans les plans verticaux et horizontaux. L'appareil est mis en station sur le point S. Pour cet équipement, on parle aussi de station totale.
- Un **prisme** fixé sur une canne avec un voyant pour le pointer à l'aide de la lunette du théodolite (fig. 3).

Un croquis tel qu'illustré à la figure 2 contient le numéro des levés, leur emplacement approximatif ainsi que celui de la station. Il permet de documenter les objets levés sur le terrain.

Comme pour le nivellement géométrique, deux personnes sont nécessaires pour réaliser un lever. Les deux opérateurs doivent être coordonnés afin d'éviter toute ambiguïté dans la numérotation et la description des objets à lever. La procédure débute par le centrage, le calage et l'orientation de la station. La canne sur laquelle le prisme est fixé est également centrée, calée à l'aide d'une nivelle sphérique et orientée en direction de la station afin de permettre la visée. Enfin la personne opérant depuis la station vise le prisme en pointant son centre ou celui du voyant. Les données de direction et de distance sont automatiquement stockées dans l'appareil ou bien notée par l'opérateur. Les données récoltées dans cet exemple sont réunies à la figure 4, où le point connu (E) a été mesuré et sert au calcul de l'inconnue d'orientation.



FIGURE 1

1:17

6:39

Situation



FIGURE 2

1:40

6:39

Croquis de la situation



FIGURE 3

2:14

6:39

Le prisme

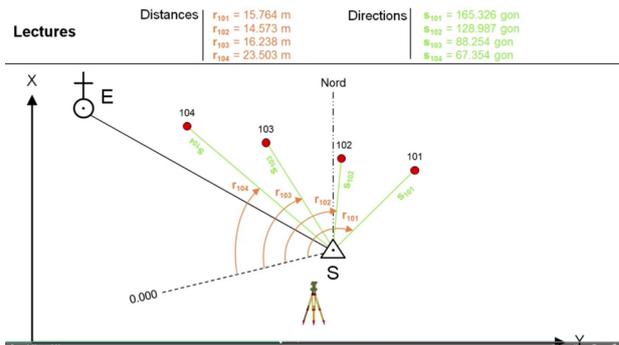


FIGURE 4

2:58

6:39

Données numériques du levé

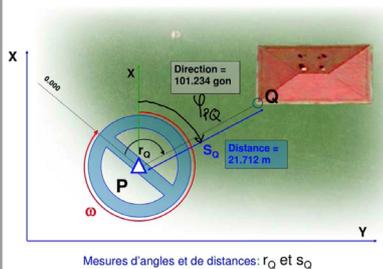
**AU BUREAU**

Une fois les données récoltées sur le terrain, la première chose à faire est de déterminer l'inconnue d'orientation, c'est-à-dire le gisement (angle avec le Nord de la carte) de l'axe 0.000 du théodolite. On procède comme expliqué dans la leçon 15.

Il est alors possible de déterminer les coordonnées des nouveaux points. Le calcul se déroule en trois étapes :

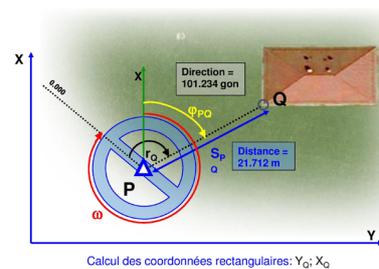
1. Calculer le gisement entre la station et les points d'intérêt (par exemple les points 101 à 104 de la figure 4 ou le point Q à la fig. 5). Il suffit pour cela d'additionner l'inconnue d'orientation  $\omega$  et la direction  $r_{O_i}$ , comme illustré à la figure 5.
2. Calculer  $\Delta X$  et  $\Delta Y$  avec la formule de la figure 6. L'angle utilisé est celui calculé à l'étape 1 et  $S_{PQ}$  est la distance horizontale mesurée sur le terrain.
3. Additionner  $\Delta X$  et  $\Delta Y$  avec les coordonnées respectives en X et en Y du point sur lequel la station a été placée ( $X_p$  et  $Y_p$  à la fig. 6).

## • Orientation, mesures polaires



Calcul gisement  $\psi_{PQ}$   
 $\psi_{PQ} = r_Q + \omega$

## • Orientation, mesures polaires, calculs



$$\Delta Y = S_{PQ} \cdot \sin \varphi_{PQ}$$

$$\Delta X = S_{PQ} \cdot \cos \varphi_{PQ}$$

$$Y_Q = Y_p + \Delta Y$$

$$X_Q = X_p + \Delta X$$

FIGURE 5

5:27

6:39

Étape 1

FIGURE 6

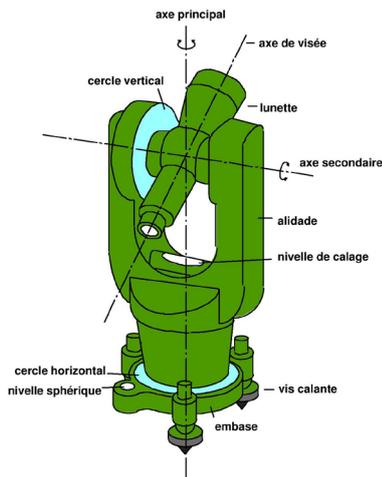
6:08

6:39

Étapes 2 et 3

## 19. THÉODOLITE

Mentionné dans d'autres leçons, le théodolite est l'instrument de base du géomètre permettant de mesurer des angles.



### COMPOSITION

Un théodolite, dont on peut voir une image d'un ancien modèle à la figure 2 et d'un modèle récent à la figure 5, est schématisé à la figure 1.

Il est composé de :

- une lunette avec un axe de visée pour observer les cibles ;
- un cercle de lecture vertical (bleu) pour les mesures d'angles verticaux (pointé du doigt à la fig. 2) ;
- un cercle de lecture horizontal (bleu) pour les mesures d'angles horizontaux ;
- deux nivelles pour effectuer le calage de l'appareil ;
- trois vis calantes solidaires à l'embase.

FIGURE 1

0:16

10:02

Schéma du théodolite



FIGURE 2

1:32

10:02

Un ancien théodolite

### CALAGE

Le but du calage est de rendre l'axe principal du théodolite (fig. 1) vertical, afin de pouvoir procéder à des mesures d'angles. Par analogie au calage du niveau, l'opération se découpe en deux parties :

- Caler grossièrement en amenant la bulle de la nivelle sphérique au centre.
- Caler finement en amenant la bulle de la nivelle torique dans son repère.

Ces deux nivelles sont illustrées à la figure 3.

Puisque les vis calantes sont au nombre de trois, il faut une procédure adaptée pour le calage afin de ne pas « tourner en rond » en ajustant au hasard les vis les unes après les autres. On travaille donc dans un premier temps sur un axe passant par deux des trois vis calantes (ligne rouge horizontale de la fig. 3). Cet axe est ajusté de manière à être horizontal à l'aide de la nivelle sphérique pour le calage grossier (fig. 3). Puis avec la troisième vis, on s'assure de l'horizontalité de l'axe perpendiculaire à ce dernier (ligne rouge perpendiculaire au premier axe calé), toujours en s'aidant de la nivelle sphérique (représentée à la fig. 3). Ensuite, on effectue le calage fin à l'aide de la nivelle torique en appliquant la même procédure afin que l'appareil soit parfaitement horizontal.

- Calage grossier
- Nivelle sphérique
- Calage fin
- Nivelle torique ou électronique

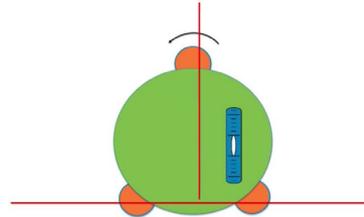


FIGURE 3

2:50

10:02

Calage fin

### MISE EN PLACE DU THÉODOLITE OU MISE EN STATION

- Amener le trépied à la verticale d'un point connu (ici une cheville peinte en vert à la limite de l'ombre de la jambe droite du trépied à la fig. 4), régler la longueur des jambes de manière à pouvoir travailler à une hauteur adaptée à l'opérateur et ajuster à l'œil l'horizontalité de sa base (partie rouge dans les mains de l'opérateur à la fig. 4).
- Fixer l'embase sur le trépied.
- Centrer l'ensemble pour le placer à la verticale du point connu en utilisant un fil à plomb accroché sous l'embase (on le distingue au-dessus de la cheville à la fig. 4). On procède d'abord grossièrement en déplaçant légèrement les jambes du trépied, puis finement en bougeant l'embase sur la tête du trépied.
- Caler grossièrement l'embase afin de rendre l'axe principal vertical.
- Fixer le théodolite sur l'embase.
- Caler finement l'appareil soit à l'aide d'une nivelle torique (anciens appareils), soit en s'aidant d'une nivelle numérique qui utilise des capteurs internes au théodolite.
- Contrôler le centrage.

Le théodolite est à présent mis en station. On peut mesurer sa hauteur, qui est la distance qui sépare le sol de l'axe secondaire, matérialisé par un petit point sur l'appareil (dans le rectangle rouge à la fig. 5).



FIGURE 4

4:32

10:02

Centrage du trépied au-dessus de la cheville



FIGURE 5

6:44

10:02

Hauteur du théodolite

### MESURES D'ANGLES

Une fois le théodolite disposé et calé, on peut procéder à des mesures d'angles verticaux et horizontaux. Si l'on souhaite connaître l'angle  $\alpha$  entre deux visées depuis la station (point S de la fig.6) vers deux points (P et Q), il suffit de calculer la différence des directions mesurées vers les points ( $r_Q - r_P$  si l'on veut l'angle compris entre les directions vers P et Q).

Les angles horizontaux ont une origine arbitraire, tandis que les angles verticaux ont pour origine le zénith, c'est-à-dire la verticale. Pour les horizontaux, on préfère le terme direction horizontale au terme angle qui désigne plutôt la différence entre deux directions, comme expliqué pour P et Q. Toutefois, les angles verticaux (angle de hauteur) qui intéressent le géomètre sont ceux dont l'origine est l'horizontale. On soustrait donc l'angle mesuré depuis le zénith à l'angle droit, 100 gons. Cette procédure est illustrée à la figure 6 où l'on a mesuré l'angle  $\xi_Q$  et où l'on trouve l'angle  $\beta_Q$  par  $\beta_Q = 100 - \xi_Q$ .

- Directions horizontales
  - Origine (0.000) du cercle horizontal est arbitraire lors des mesures
  - Procédure nécessaire pour avoir des directions orientées
- Angles verticaux

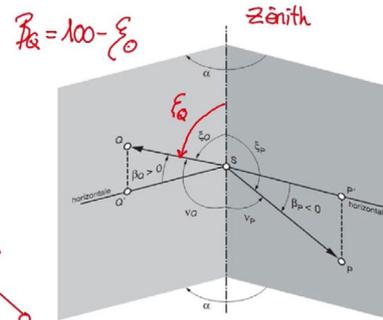
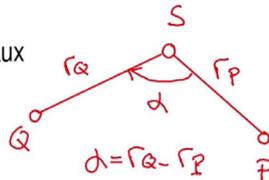


FIGURE 6

8:48

10:02

## 20. CALCUL D'UN LEVER POLAIRE PAS À PAS

Le lever polaire est un problème de géométrie dont la donnée est la suivante.

« On dispose des valeurs suivantes, représentées à la figure 1 :

- l'inconnue d'orientation  $\omega$ ;
- les coordonnées de la station  $S$ ;
- la distance horizontale entre la station et le point d'intérêt  $dist_{SP}$ ;
- la direction de la station vers le point d'intérêt  $r_p$ .

Déterminez les coordonnées du point  $P$ . »

Ce problème peut être résolu graphiquement, ou en ayant recours à quelques notions de trigonométrie.

- Le lever polaire se base sur des mesures de directions et de distances horizontales
- Avec la mise en station et les mesures polaires, on détermine les coordonnées planes d'un point

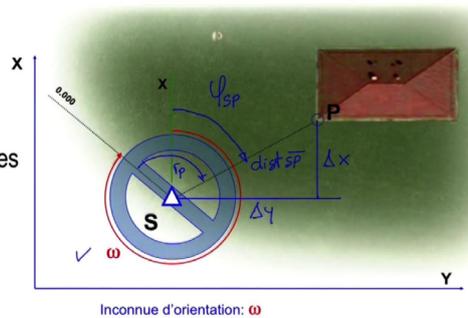


FIGURE 1

3:02

9:42

Donnée du problème du lever polaire

### RÉSOLUTION GRAPHIQUE

Une méthode pour la résolution graphique, illustrée à la figure 2, est la suivante :

- Tracer le vecteur  $X$  pointant vers le Nord de la carte.
- Tracer l'origine 0.00 en mesurant 53.485 gons dans le sens trigonométrique depuis la droite passant par  $S$  et  $M$ .
- Vérifier graphiquement la direction de  $S$  vers  $P$  ( $\approx 27$  gons).
- Déterminer graphiquement l'inconnue d'orientation  $\omega$  (11 gons) ainsi que le gisement  $\varphi_{SP}$  de  $S$  vers  $P$  (38 gons).
- Déterminer graphiquement les valeurs de  $\Delta Y$  (14 mètres) et de  $\Delta X$  (20 mètres).
- Calculer la coordonnée  $Y$  du point  $P$ :  $Y_P = \Delta Y + Y_S$  ( $565\,367 = 565\,353 + 14$ ).
- Calculer la coordonnée  $X$  du point  $P$ :  $X_P = \Delta X + X_S$  ( $156\,274 = 156\,254 + 20$ ).
- Vérifier graphiquement les valeurs trouvées pour  $Y_P$  et  $X_P$  (on voit sur la figure que cela concorde).

Exemple :  
 S : Y = 565'353.61 X = 156'253.57 ✓  
 M : Y = 565'386.64 X = 156'274.06  
 Mesures :  
 Direction S vers M : 53.485 gon ✓  
 Direction S vers P : 27.382 gon  
 Distance SP : 25.237 m  
 Approche graphique  
 $\omega_S = 11\text{ g}$   
 $\varphi_{SP} = 38\text{ g}$   
 $\Delta Y = 14\text{ m}$   
 $\Delta X = 20\text{ m}$   
 $Y_P = 565'367\text{ m} \checkmark$   
 $X_P = 156'274\text{ m} \checkmark$

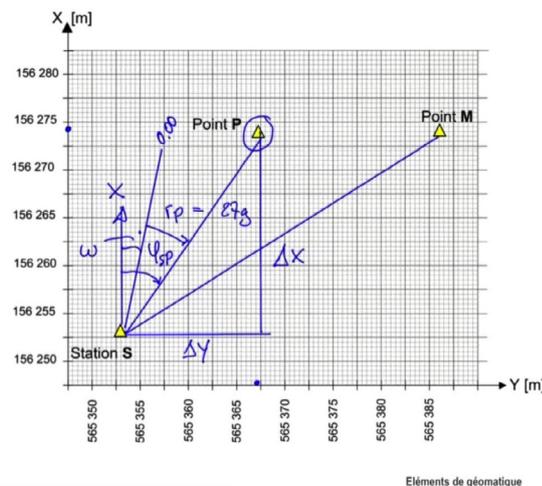


FIGURE 2

6:39

9:42

Résolution graphique

### RÉSOLUTION ALGÈBRIQUE

La résolution algébrique de la figure 3 utilise l'inconnue d'orientation, préalablement calculée. On trouve les coordonnées  $Y_P$  et  $X_P$  du nouveau point P comme suit :

- Calculer le gisement  $\varphi_{SP}$  de S vers P. C'est la somme de l'inconnue d'orientation ( $\omega = 11.167$  gons) et de la direction de S vers P ( $r_{SP} = 27.382$  gons). Pour comprendre cette somme, se référer à la figure 1, où  $r_{SP} = r_P$
- Calculer  $\Delta Y$  et  $\Delta X$  en utilisant les formules encadrées de la figure 3. La distance  $S_{SP}$  est la distance entre la station S et le point d'intérêt P et l'angle  $\varphi_{SP}$  est celui qu'on vient de calculer. Pour comprendre ces deux calculs, se référer à la figure 1.
- Calculer la coordonnée Y du point P :  $Y_P = \Delta Y + Y_S$  ( $565\,367.97 = 565\,353.61 + 14.36$ )
- Calculer la coordonnée X du point P :  $X_P = \Delta X + X_S$  ( $156\,274.32 = 156\,253.57 + 20.75$ )
- Finalement :  
 $Y_P = 565\,367.97\text{ m}$   
 $X_P = 156\,274.32\text{ m}$

Ces valeurs sont concordantes par rapport à celles déterminées graphiquement.

Exemple :  
 S : Y = 565 353.61 X = 156 253.57  
 M : Y = 565 386.64 X = 156 274.06  
 Déjà calculé:  
 $\Phi_{SM} = 64.652\text{ gon}$   $\omega_S = 11.167\text{ gon}$   
 Direction S vers P : 27.382 gon ✓  
 Distance SP : 25.237 m ✓

$$\varphi_{SP} = \omega_S + r_P$$

$$\Delta Y = s_{SP} \cdot \sin(\varphi_{SP})$$

$$\Delta X = s_{SP} \cdot \cos(\varphi_{SP})$$

$$Y_P = Y_S + \Delta Y$$

$$X_P = X_S + \Delta X$$

$$\varphi_{SP} = \omega_S + r_{SP} = 11,167 + 27,382 = 38,549\text{ g}$$

$$\Delta Y = 25,237 \cdot \sin(38,549) = 14,36\text{ m}$$

$$\Delta X = 25,237 \cdot \cos(38,549) = 20,75\text{ m}$$

$$Y_P = Y_S + 14,36 = 565'367,97\text{ m}$$

$$X_P = X_S + 20,75 = 156'274,32\text{ m}$$

→ Contrôle par rapport au graphique ✓

FIGURE 3

9:30

9:42

Résolution algébrique

## 21. MESURES OPTIQUES DES DISTANCES

Parmi les problèmes fondamentaux de la topométrie et de la géodésie, on trouve les mesures de distances. Elles paraissent aisées lorsqu'elles sont courtes et que l'on peut recourir à un double mètre ou à une règle, mais lorsque les distances s'accroissent ces méthodes ne conviennent plus. Quels moyens faut-il alors utiliser? Lorsque l'on mesure la longueur d'une route, doit-on considérer la distance rectiligne ou faut-il tenir compte de la courbure de la Terre? Quels sont les facteurs physiques et géométriques qui influencent les mesures?

### MESURES PARALLACTIQUE ET STADIMÉTRIQUE

Ces deux types de mesures optiques, qui ne sont plus utilisés de nos jours, sont basés sur un même concept, illustré à la figure 1. En considérant un triangle, avec un angle  $\alpha$  et une distance  $b$  fixes ou variables, il est possible de trouver la distance  $S$ , séparant le théodolite de la mire, à l'aide de la formule au bas de la figure 1 ( $\text{ctg}$  = cotangente = l'inverse de la tangente). Il y a deux manières de trouver  $\alpha$  et  $b$ :

- La mesure **stadimétrique** (fig. 2) qui utilise un théodolite. Les deux lignes bleues horizontales que l'observateur peut voir à travers la lunette de l'appareil ont un écart fixe, l'angle  $\alpha$  est donc constant. Il reste à mesurer la distance  $b$  entre ces deux lignes sur la mire.
- La mesure **parallactique** (fig. 3) qui utilise un théodolite. La barre orange est une mire en Invar, la longueur  $b$  est donc constante. Il faut mesurer l'angle  $\alpha$  entre les visées vers les deux extrémités de la mire horizontale.

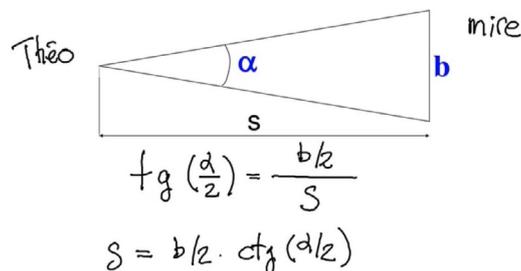


FIGURE 1

3:25

4:50

Formule pour la distance

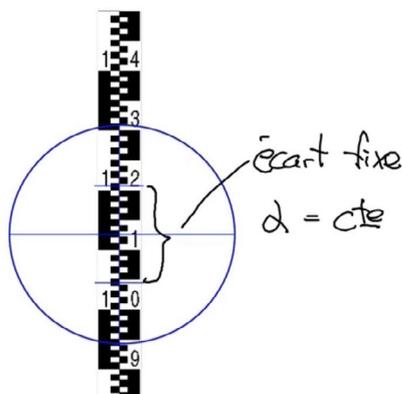


FIGURE 2

4:15

4:50

Mesure stadimétrique

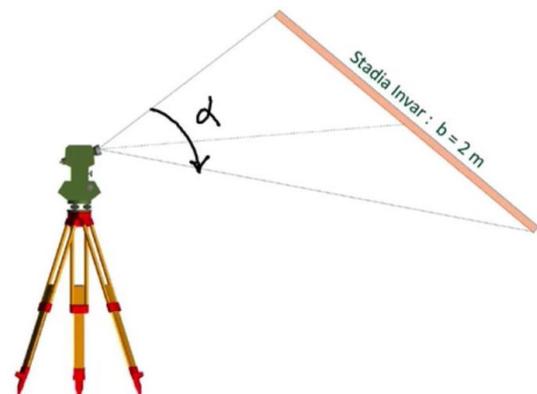


FIGURE 3

4:30

4:50

Mesure parallactique.  $\alpha$ : angle horizontal. La mire stadia en invar est horizontale

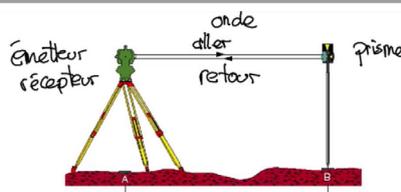
## 22. MESURE ÉLECTRONIQUE DES DISTANCES

Les mesures optiques ont fait leurs preuves dans de nombreux travaux de topographie, mais dès l'apparition de l'électronique, l'industrie a développé des appareils de mesure basés sur la propriété des ondes électromagnétiques. On a ainsi eu recours aux mesures électroniques. On utilise pour cela un **distancemètre** placé sur un théodolite et muni d'un émetteur et d'un récepteur. Sur le point visé, on installe une canne surmontée d'un prisme qui permet de réfléchir les ondes émises par l'appareil. Cette installation (figure 1) permet de réaliser des mesures allant de quelques mètres jusqu'à 20 kilomètres, via des méthodes expliquées ci-après. Aux valeurs mesurées, il faudra encore appliquer un indice de réfraction de l'atmosphère pour obtenir la distance exacte.

### MESURES PAR IMPULSIONS

Le principe des mesures par impulsions est le suivant: l'appareil génère une fréquence stable, porteuse d'un signal (court) se déplaçant à la vitesse de la lumière, qui est envoyée sur le prisme puis réfléchi vers l'émetteur. Le temps de parcours, mesuré, nous indique le temps que la lumière met pour réaliser deux fois la distance d'intérêt ( $S$  à la fig. 1). On retrouve cette distance doublée en multipliant le temps de parcours par la vitesse de la lumière, dont la valeur est rappelée à la figure 1. Pour cela, il faut une horloge de grande qualité qui permet de mesurer le temps avec une précision de l'ordre de  $10^{-12}$  s.

- Principe
- Propriété des ondes électromagnétiques
- $C = 299'792'458$  m/s (vide)
  - Indice de réfraction atmosphère: 1.0003
- Mesure du temps de parcours d'un signal
- Ondes porteuses
  - Infrarouge: 700 – 1000 nm
  - Laser à gaz: 550 - 660 nm
- Portée
  - 100 m jusqu'à 10 – 20 km



Mesure temps de parcours  
"aller - retour";  $2 \cdot S$   
Signal, vitesse lumière:  $C$   
 $2 \cdot S = \Delta t \cdot C$

FIGURE 1

2:20

9:15

Mesure par impulsion

### MESURES PAR DÉPHASAGE

La méthode de mesure par déphasage utilise un signal dont on connaît la longueur d'onde et le déphasage entre son émission et sa réception. Toutefois, le déphasage seul ne permet pas de trouver la distance entre l'émetteur-récepteur et le prisme réflecteur, il faut également connaître le nombre entier de longueurs d'ondes réalisé par le signal lors de son parcours (formule fig. 2). Pour résoudre ce problème, on a recours à plusieurs signaux de longueurs d'ondes différentes. Il est nécessaire qu'une de ces longueurs d'ondes soit supérieure à la distance à mesurer. En combinant les chiffres les plus significatifs des déphasages, on obtient la distance à mesurer, comme illustré à la figure 3.

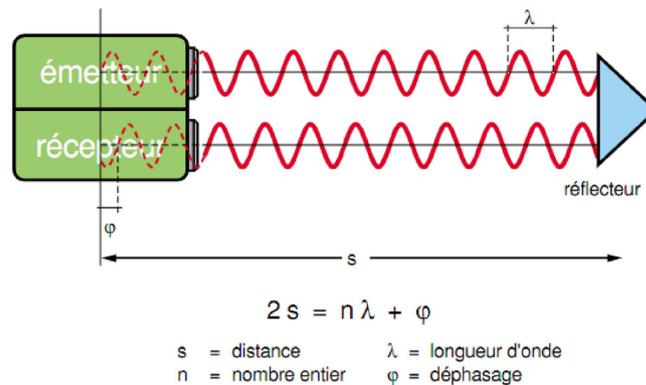


FIGURE 2

3:45

9:15

Déphasage

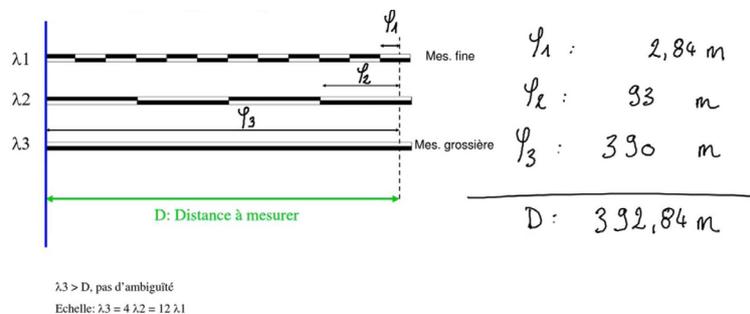


FIGURE 3

6:25

9:15

Plusieurs déphasages pour une mesure

## CORRECTION DE L'INDICE DE RÉFRACTION

Les mesures sont influencées par les conditions météorologiques: l'indice de réfraction est modifié lors des changements de température et de pression. Pour les ondes infrarouges (875 à 900 nm), la formule permettant de déterminer la correction est écrite à la figure 4 (avec son graphique à droite), elle dépend de la pression  $p$  (en millibars) et de la température  $t$  (en degré). Cette formule est uniquement valable pour les ondes infrarouges, dans les autres cas il faut consulter la documentation de l'appareil. Le résultat de la formule est en ppm ou millimètres par kilomètre, c'est-à-dire que pour une correction de 20 ppm sur une distance de 1000.000 mètres la distance corrigée sera de 1000.020 mètres.

- **Correction météo**
- L'indice de réfraction varie
  - Température
  - Pression
- Formule de Barrel et Sears
- Onde infrarouge: 875 – 900 nm

$$c_{ppm} = 282 - \frac{79p}{273 + t}$$

c : constante de multiplication ou facteur d'échelle (ppm = mm/km)  
p : pression en [mb] ou [hPa]  
t : température en [°C]

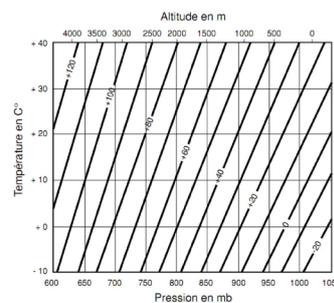


FIGURE 4

6:58

9:15

Corrections

## 23. NIVELLEMENT TRIGONOMETRIQUE

Le nivellement trigonométrique consiste à déterminer des dénivelés à partir de mesures de distances et d'angles verticaux, tout en tenant compte des facteurs qui peuvent influencer ces résultats (courbure de la Terre, altitude, projection). On procédera alors à des réductions.

### TROIS TYPES DE DISTANCE

On définit trois types de distances entre deux points P et Q :

NOM	DÉFINITION	APPELLATION À LA FIGURE 2
Corde	Corde tendue entre P et Q (droite)	$C_p$
Arc	Courbe qui suit la forme sphérique de la Terre	$S_p$
Horizontale	Le segment compris entre les verticales des deux points P et Q de la droite perpendiculaire à la verticale en un des deux points (ici le point P)	S

La différence de longueur entre la corde et l'arc est la plupart du temps négligeable en topographie. En effet, pour une corde mesurant 10 kilomètres l'écart par rapport à l'arc sera d'un millimètre. Toutefois la flèche, c'est-à-dire la distance maximale qui sépare la corde de l'arc sur un plan vertical (illustration à la fig. 1) est de deux mètres pour une corde de 10 kilomètres. Cela signifie que le centre d'une corde de 10000 mètres tendue d'un bout à l'autre d'un lac comme illustré à la figure 1 se trouvera deux mètres sous l'eau. La différence entre l'horizontale et l'arc est négligeable pour des distances de l'ordre de quelques kilomètres. On en conclut donc que ces trois distances sont identiques lorsqu'elles sont inférieures à 10 kilomètres.

- Différence entre la corde et l'arc
- Corde: ligne droite entre P et Q
- Arc: courbe selon la sphère terrestre

- Corde = 10'000 m     $\Delta \sim 1\text{mm}$
- Arc = ? 10'000,001 m
- Flèche?  $f = 2\text{m}$

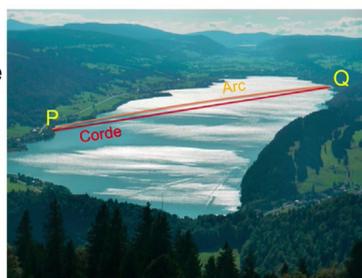
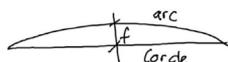
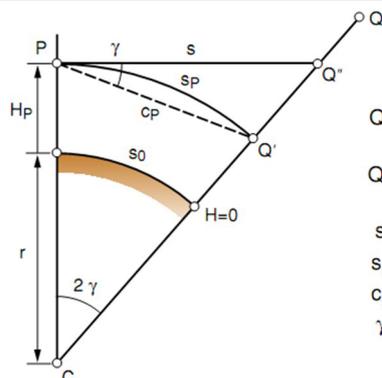


FIGURE 1

2:31

15:39

Corde, arc et flèche



- $Q'$  : projection de Q sur la surface de niveau sphérique passant par P
- $Q''$  : projection de Q sur la surface horizontale passant par P
- s : distance horizontale en P
- $s_p$  : distance sphérique au niveau de P
- $c_p$  : corde  $PQ'$
- $\gamma$  : demi-angle au centre de la Terre correspondant au côté PQ

FIGURE 2

2:33

15:39

Trois types de distance

### CORRECTION DUE À LA COURBURE DE LA TERRE

Puisque la distance selon la corde est identique à celle selon l'arc pour des petites valeurs, on peut dire qu'elle équivaut au produit de l'angle au centre de la Terre en radians et de la distance jusqu'au centre de la Terre. À la figure 3, cette relation est exprimée par  $S = R2\gamma$ , où  $2\gamma$  est l'angle au centre de la Terre et  $R$  le rayon de la Terre. La portion E de la figure 3, qui correspond à la distance entre  $Q'$  et  $Q''$  à la figure 2 se calcule comme  $E = \gamma S$ . En combinant ces deux équations, on trouve une formule pour E valable pour des courtes distances et indépendante de l'angle, exprimée en bas de la figure 3.

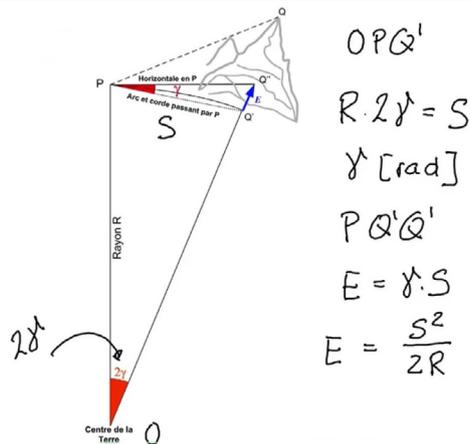


FIGURE 3

5:21

15:39

Influence de la rotondité de la Terre

### TERRE PLATE : CAS SIMPLIFIÉ À L'ÉCHELLE D'UN QUARTIER OU D'UN CHANTIER

Les corrections dues à la courbure de la Terre, l'altitude et la réfraction ne sont pas nécessaires lorsque l'on travaille à l'échelle d'un chantier. Il s'agit du modèle de « terre plate » utilisé pour la plupart des travaux à une échelle locale. Les calculs de dénivelées se font alors simplement comme illustré à la figure 4.

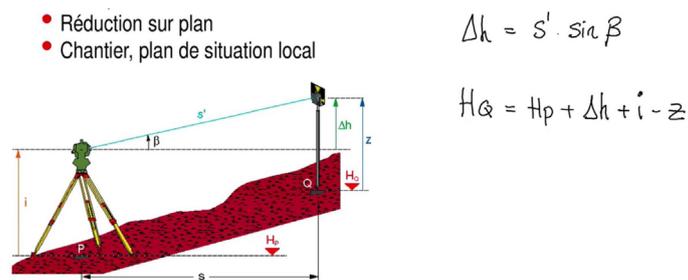


FIGURE 4

6:56

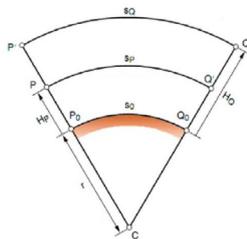
15:39

L'hypothèse « Terre plate »

### CORRECTION DUE À L'ALTITUDE

Afin de pouvoir combiner des distances topographiques de manière cohérente, il faut les définir sur un même horizon de référence, en l'occurrence le niveau de la mer. Il est clair à la figure 5 que la distance entre deux points selon leurs normales n'est pas la même au niveau de la mer ( $S_0$ ) ou à une autre altitude ( $S_P$  ou  $S_Q$ ). Il faut pour cela procéder à une réduction des distances  $S_P$  et  $S_Q$ , qui se présente simplement sous la forme d'une règle de trois en haut à droite de la figure 5. Cette correction est nécessaire car, comme l'illustre l'exemple au bas de la figure 5, la différence entre la valeur originale et celle corrigée atteint vite quelques centimètres.

- Distances et altitudes
- Mesure à une altitude H
- Réduction au niveau de la Mer ( $H = 0$ )



$r$  : rayon de la sphère terrestre  
 $H_P$  : altitude du point P  
 $H_Q$  : altitude du point Q  
 $S_P$  : distance sphérique au niveau de P  
 $S_Q$  : distance sphérique au niveau de Q  
 $S_0$  : distance sphérique au niveau  $H = 0$

$$\frac{S_P}{S_0} = \frac{r + H_P}{r}$$

$$S_P = \frac{r + H_P}{r} \cdot S_0$$

non négligeable

$$H_P = 500 \text{ m} \quad S_P = 1000 \text{ m}$$

$$S_P - S_0 = 8 \text{ cm}$$

FIGURE 5

8:45

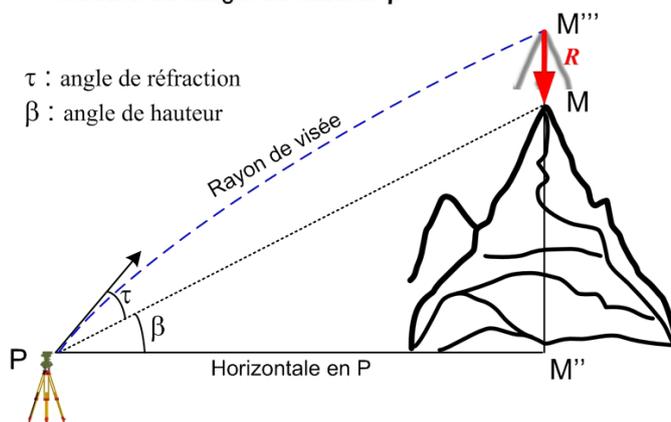
15:39

Les distances sont définies au niveau de la mer

### CORRECTION DUE À LA RÉFRACTION

La réfraction atmosphérique courbe le rayon de visée, faussant la mesure angulaire réalisée à l'aide d'un théodolite. Cette situation est illustrée à la figure 6, avec un angle de réfraction  $\tau$  qui altère le vrai angle de hauteur  $\beta$ . Pour procéder à la correction, il faut trouver  $\tau$ . Il existe pour cela une formule empirique, exprimée à la figure 6. On admet que la constante  $k$  vaut 0.13 et  $\gamma$  est la moitié de l'angle au centre de la Terre. L'effet de la réfraction est effectivement proportionnel à l'angle au centre de la Terre : plus l'angle au centre est important, plus la distance entre le théodolite et la cible sera grande et par conséquent le rayon de visée d'avantage courbé. On trouve  $\gamma$  par trigonométrie en connaissant le rayon de la Terre et la distance entre l'appareil P et la cible Q' (illustration de la situation à la fig. 2).

- Réduction sur la sphère
- Mesure de l'angle de hauteur  $\beta$



$\tau$  : angle de réfraction  
 $\beta$  : angle de hauteur

$\tau$  : réfraction

rayon de visée courbé

$$\tau = k \cdot \gamma$$

FIGURE 6

9:53

15:39

Courbure du rayon de visée

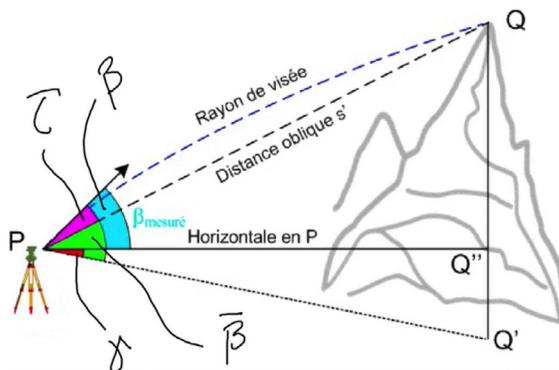
## RÉDUCTION DE L'ANGLE

La réfraction n'est pas le seul paramètre dont on doit tenir compte pour le nivellement trigonométrique. Au-delà d'une certaine distance, l'hypothèse « Terre plate » n'est plus vérifiée. Le triangle PQQ' n'est plus un triangle rectangle, il faut tenir compte de l'angle  $\gamma$  (fig. 7 et fig. 8). Afin de trouver le véritable angle de hauteur, on utilise la formule de la figure 7, dont on peut vérifier graphiquement la véracité. Elle dépend de :

- $\beta$ , l'angle mesuré à l'aide du théodolite (bleu);
- $\gamma$ , la moitié de l'angle au centre de la Terre (rouge);
- $\tau$ , l'angle de réfraction calculé comme expliqué dans « Correction due à la réfraction » (violet).

Il faut garder en tête que certaines conversions d'unités sont nécessaires, en effet,  $\beta$  sera souvent mesuré en gon tandis que  $\gamma$  et  $\tau$  s'expriment en radians.

### • Réduction sur la sphère



$\beta$ : mesure  $\neq$  hauteur  
 $\gamma$ :  $1/2$   $\neq$  centre Terre  
 $\tau$ : réfraction  
 $\bar{\beta} = \beta + \gamma - \tau$

Eléments de géomatique 1

FIGURE 7

11:11

15:39

Tous les ajustements d'angles

## RÉCAPITULATIF

On trouve les formules pour la distance  $S_p$  et la dénivelée de la figure 8 en utilisant les éléments suivants :

- les résultats trouvés précédemment pour la réduction de l'angle (« Réduction de l'angle de hauteur »);
- l'illustration de la figure 8;
- le théorème du sinus;
- le fait qu'à l'échelle qui nous intéresse, la distance est la même selon une corde ou un arc.

### • Réduction sur la sphère

- Triangle réduit: PQQ'

### Correction angle hauteur

$$\bar{\beta} = \beta + \gamma - \tau$$

$$\gamma [\text{rad}] = \frac{s}{2 \cdot r}; r = \text{rayon terrestre} = 6'378'800 \text{ m}$$

$$\tau [\text{rad}] = k \cdot \gamma; k = \text{coefficient de réfraction} = 0.13$$

### Distance $S_p$

$$s_p = \frac{s' \cdot \cos(\bar{\beta} + \gamma)}{\cos \gamma}$$

### Dénivelée

$$\Delta H = \frac{s_p \cdot \sin \bar{\beta}}{\cos(\bar{\beta} + \gamma)}$$

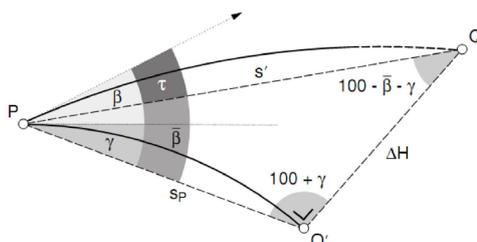


FIGURE 8

11:35

15:39

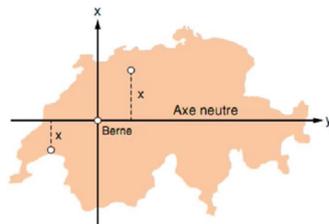
Synthèse des formules du chapitre

### CORRECTION DUE À LA PROJECTION

Les cartes étant, contrairement à la Terre, planes, les projections induisent des déformations des distances. La fonction traduisant cette altération linéaire est écrite à la figure 9, où  $\delta x$  est exprimée en ppm ou millimètres par kilomètre. Elle dépend de  $x_m$ , l'éloignement par rapport à l'axe neutre (Est-Ouest) et de  $r$ , le rayon de la Terre. La formule finale pour la valeur réduite pour une distance originale  $S_0$  est exprimée plus bas. Ainsi, sur une carte, l'EPFL qui se situe à 47 kilomètres de l'axe neutre passant par Berne subit une déformation de 28 millimètres par kilomètre.

En résumé, dans tous les problèmes de traitement des distances, il faut se poser la question du type de distance et si les valeurs ont déjà été réduites. Seule une réduction dans le plan de projection, en tenant compte de l'attitude de mesure, permet de combiner la distance avec des coordonnées nationales.

- Correction due à la projection
- Altération linéaire



Correction en ppm

$$\delta x = \frac{x_m^2}{2r^2} \cdot 10^6 [\text{mm} / \text{km}] \text{ ou } [\text{ppm}]$$

Projection CH

altération linéaire

$$\bar{S} = S_0 \left( 1 + \frac{x_m^2}{2 \cdot r^2} \right)$$

ex: EPFL  $x_m = -47 \text{ km}$

28 ppm    28 mm / 1 km

FIGURE 9

15:21 15:39

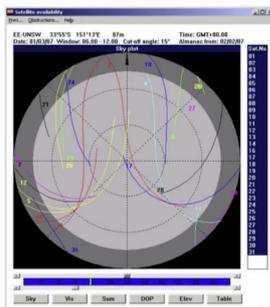
## 24. PRINCIPES DE LA LOCALISATION PAR SATELLITES

La localisation par satellites est une méthode utilisée en géodésie et topométrie qui complète idéalement les autres instruments décrits dans ce cours. Dans cette leçon, on présente le principe du GPS, développé par les Américains, sachant que d'autres systèmes GNSS (Global Navigation Satellites Systems) sont disponibles aujourd'hui.

Le GPS, initialement développé par le département américain de la Défense, a rapidement été adopté par le grand public grâce à un service de positionnement ouvert (non crypté) et à l'évolution de l'informatique qui a démocratisé les récepteurs.

Le GPS n'est pas un système de localisation parfait. Il ne fonctionne pas partout, la position peut être perturbée lorsque le ciel est masqué par des arbres, des immeubles ou encore à l'intérieur d'un tunnel. De plus, les satellites ne passent jamais au-dessus des pôles, ce qui crée des zones du ciel vides de satellites GNSS comme à la figure 1. Comme on peut considérer, à un instant donné, les satellites visibles comme des points de mesure, une telle situation crée un déséquilibre dans la répartition des satellites dans l'espace.

trace des satellites à Sydney  
le 1er mars 2007



Le ciel  
peut être  
masqué...



- sky plot: Le zénith est au centre et l'horizon autour.
- Aucun satellite au-dessus du pôle Sud.

FIGURE 1

2:42

13:26

Diagramme du ciel vers le pôle Sud

### PRINCIPE DE LOCALISATION

Le fonctionnement de la localisation par GPS est illustré à la figure 2. On évalue la distance entre le satellite (représenté par un triangle) et le récepteur: on sait alors que l'on se situe sur un cercle d'un certain rayon centré sur le satellite. En répétant l'opération une seconde fois, on trouve la position du récepteur à l'intersection des cercles. La mesure fondamentale du système GPS est une différence de temps, dont on peut dériver la distance entre l'émetteur (le satellite) et le récepteur sur Terre.

Le GPS grand public a une précision d'une dizaine de mètres, voire de quelques mètres suivant les conditions de réception et la configuration de la constellation. La position relative des satellites dans le ciel joue un rôle essentiel dans la détermination de la position résultant du recoupement de distances. On peut interpréter géométriquement la qualité a priori du recoupement de distance en considérant une incertitude sur les mesures de distance. Suivant les cas de figure, cette zone d'incertitude du recoupement peut prendre la forme d'un cercle ou d'une ellipse (allongée dans un cas défavorable, comme illustré à la fig. 3). Dans ce cas, les angles du recoupement sont très aigus ou presque plats, ce qui constitue une géométrie défavorable. Un angle de 90° donnerait une situation favorable.

Pour illustrer ces conditions géométriques, la figure 4 présente deux situations avec l'impact d'une distance erronée (mesure en rouge). On voit que l'impact de la faute est moindre sur le cas à gauche (favorable) que sur celui présenté à droite.

• avec ellipse d'erreur

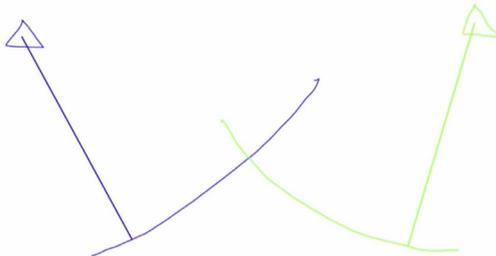


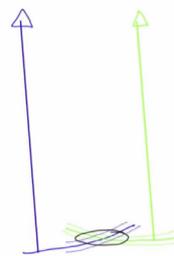
FIGURE 2

4:25

13:26

Principe de localisation

• angle très aigu



• angle presque plat

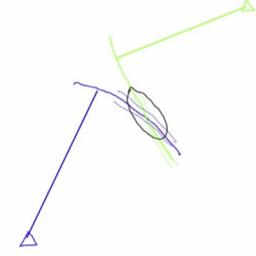


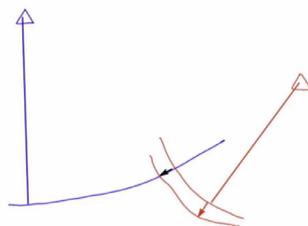
FIGURE 3

6:47

13:26

Ellipse d'incertitude

• cas favorable



• cas défavorable

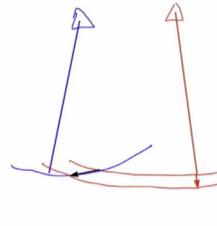


FIGURE 4

7:31

13:26

Différents cas lors d'erreurs de distance

## CALCUL DE DISTANCE

On désire connaître la distance entre le satellite et le récepteur sur Terre. Pour cette mesure, on n'a pas un système émetteur-récepteur-récepteur comme dans le cas du distance-mètre, on dispose uniquement d'un émetteur (le satellite) et d'un récepteur GPS, qui comme son nom l'indique ne fait que recevoir de l'information; il n'émet aucun signal. Le satellite envoie un signal contenant un code sur une échelle de temps très précise (horloge atomique). Le récepteur reçoit le code émis par le satellite après son parcours dans l'espace, en rappelant qu'environ 20 000 km séparent le récepteur du satellite. Le récepteur est capable de générer en interne le même code que le satellite. Par comparaison du code reçu du satellite et de celui généré par le récepteur, on constate un décalage de temps. L'écart de temps ainsi calculé multiplié par la vitesse de la lumière donne la distance entre l'émetteur et le récepteur. Ceci serait vrai si les échelles de temps du satellite et du récepteur sont de même qualité et parfaitement synchronisées.

## ERREUR D'HORLOGE

L'horloge du satellite est de type atomique et celle du récepteur est une horloge à quartz. Ceci engendre un défaut de synchronisation qui affecte la mesure de distance avec un biais considérable. Toutefois, tous les satellites ont des horloges atomiques de même qualité et sont parfaitement synchronisés, ce qui signifie que l'erreur d'horloge d'un récepteur à une époque donnée est la même pour tous les satellites observés. On ne parle alors plus de distance émetteur-récepteur mais de **pseudo-distance**.

Avec un exemple dans le plan, on a donc trois inconnues qui sont le biais constant (écart lié à l'erreur d'horloge) et les deux coordonnées Est et Nord. Trois satellites sont nécessaires à la détermination des coordonnées et de l'erreur d'horloge (quatre lorsque l'on est en 3D), comme illustré à la figure 5. Pour la localisation en 3D, on construit donc un système d'équations avec quatre inconnues (position, erreur d'horloge du récepteur) et un minimum de quatre mesures de pseudo-distances. En général, on dispose de plus que quatre mesures, ce qui permet un contrôle et une atténuation de certaines erreurs. Ce traitement des erreurs d'horloge est appliqué lors de l'utilisation de base du GPS.

On a vu que la position relative des satellites joue un rôle dans la qualité de la position. En 3D, on illustre deux cas critiques à la figure 6. A gauche, les satellites sont dans un même plan méridien, ce qu'il faut éviter. Un point situé dans le plan est bien défini mais lors d'un déplacement de la solution hors du plan (flèche noire), ceci implique un décalage identique de chaque pseudo-distance. L'erreur d'horloge du récepteur sera entièrement corrélée avec ce déplacement, ce qui la rend impossible à corriger. Un cas similaire est présenté à l'image de droite. Cette configuration assure une bonne position en planimétrie, mais une très mauvaise altitude (position le long de l'axe du cône). L'altitude et l'erreur d'horloge sont indissociables, on ne peut pas les résoudre simultanément.

- détermination de l'erreur d'horloge

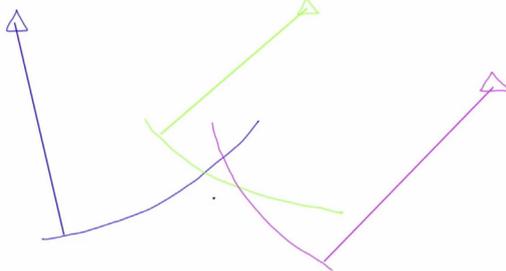
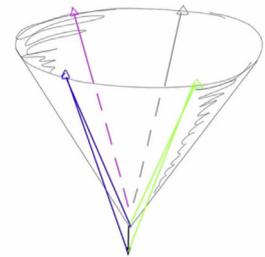
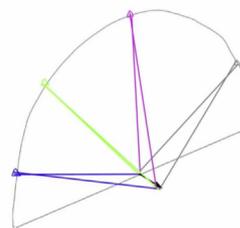


FIGURE 5

9:33 13:26

Position de récepteur avec erreur d'horloge

- configurations singulières



- toujours plus rares avec davantage de satellites!

FIGURE 6

12:03 13:26

Satellites sur un même plan

## 25. INTRODUCTION SUR LES MNA

Lorsque l'on désire traiter numériquement l'altitude dans le cadre de projets topographiques ou de travaux de construction, on a recours aux **modèles numériques d'altitude** (MNA). Les trois dernières leçons traiteront de ce sujet, en commençant par la problématique de la représentation du relief sur une carte plane, dont voici trois exemples :

- La carte de la figure 1 datant de 1513 utilise une représentation figurative des montagnes, des collines, des lacs et des zones habitées.
- La carte de la figure 2 est une représentation actuelle qui utilise des couleurs, de l'ombrage et de l'hydrographie pour traduire l'altimétrie et le relief.
- Pour pouvoir modéliser plus précisément et mesurer les altitudes, les cartes actuelles sont dotées de points cotés (des emplacements précis dont l'altitude est annotée) ainsi que des courbes de niveau. Les cartes de la figure 3 en sont des exemples avec deux lignes rouges tracées sur les courbes de niveau de 1900 et 1500 mètres. La différence d'écartement de ces lignes entre 1982 et 2011 est due à un éboulement majeur qui a fortement modifié le relief. Toutefois, pour quantifier plus exactement l'ampleur de cet éboulement, on aura recours aux MNA.

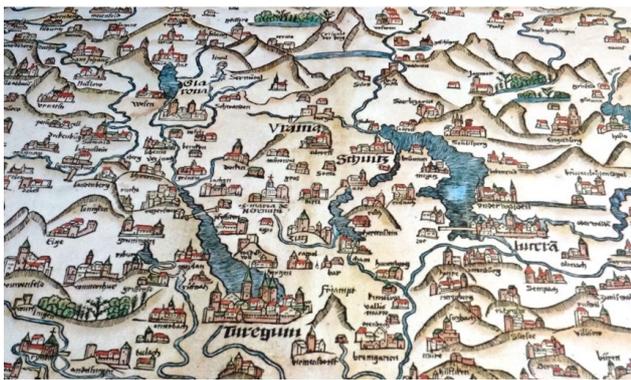


FIGURE 1

0:50

5:03

Figuratif (Strassburger Ptolemäus 1513 © sihl 500 Jahre Schweizer Landkarten)

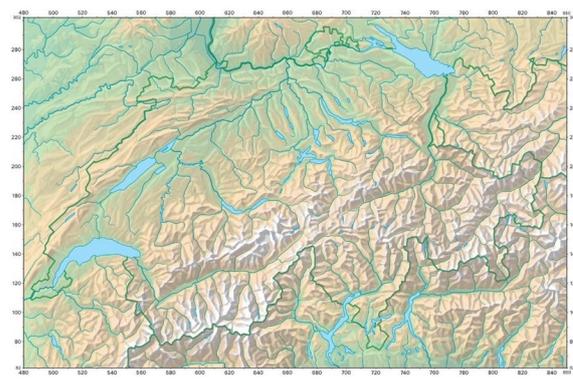
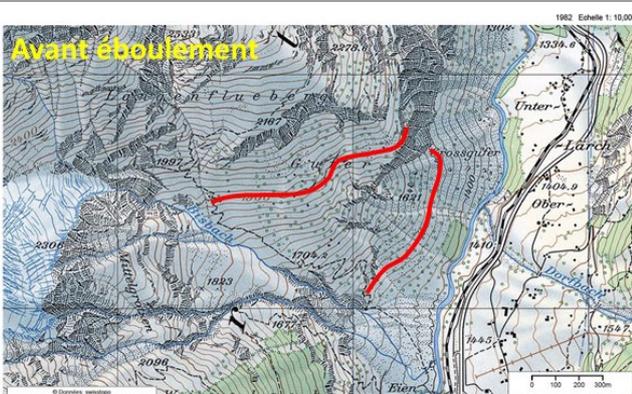


FIGURE 2

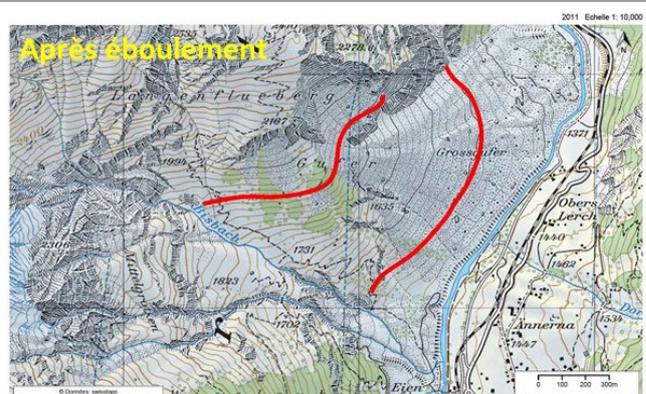
1:42

5:03

Ombres, couleurs et hydrographie (© 2013, Swisstopo, JD100064)



Randa - 1982



Randa - 2011

FIGURE 3

3:43

5:03

Points cotés et courbes de niveau (© 2013, Swisstopo, JD100064)

## 26. GÉOMORPHOMÉTRIE

Les MNA comportent plusieurs sous-modèles qui sont par exemple :

- MNT (modèle numérique du terrain). C'est une représentation de la surface au sol avec ses variations de relief.
- MNS (modèle numérique de surface). Il s'agit d'un MNT auquel on ajoute la surface qui couvre les bâtiments et la végétation.

### ÉLÉMENTS D'ALTITUDE D'UNE CARTE

La carte de la figure 1, bien qu'elle soit une représentation plane, permet de comprendre le relief du terrain. On distingue en effet aux points :

1. une pente régulière;
2. un terrain accidenté avec des rochers;
3. une zone de marais relativement plate;

Les éléments qui permettent cette lecture sont par exemple :

4. un point coté (2005 mètres d'altitude);
5. une courbe de niveau (1900 mètres d'altitude).

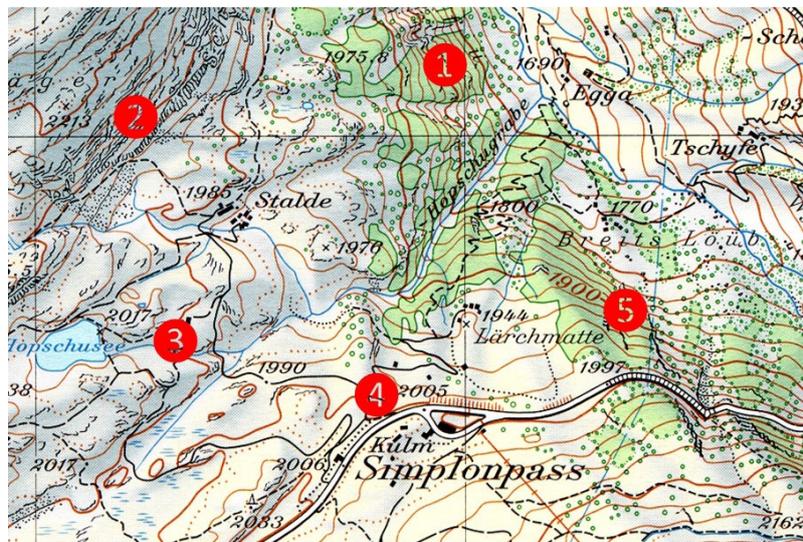


FIGURE 1

2:02

13:15

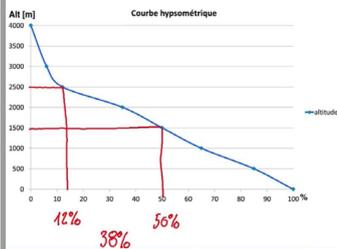
Relief au Simplon (© 2013, Swisstopo, JD100064)

### CARACTÉRISTIQUES GLOBALES DE LA GÉOMORPHOMÉTRIE

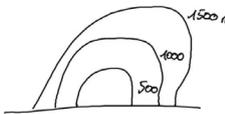
L'approche globale de la géomorphométrie, opposée à l'approche locale, est l'étude de l'ensemble d'une zone choisie. On cherchera à définir, par exemple, les éléments suivants :

- La **courbe hypsométrique**, qui représente la répartition en pourcentage d'une zone à une altitude donnée. À la figure 2, 50% du terrain sont situés au-dessus de 1500 mètres et 12% au-dessus de 2500 mètres. On a donc  $50\% - 12\% = 38\%$  de la surface qui se trouve entre 1500 et 2500 mètres d'altitude. Cette courbe sert par exemple à caractériser un bassin-versant pour des études hydrologiques.
- La représentation de la **rugosité**, que l'on définit en faisant des classes de pentes du terrain ou d'altitudes dans un périmètre donné. Une carte comportant des courbes de niveau illustre l'altitude, mais on se fait intuitivement une idée de la pente en observant l'écartement entre les courbes. Une autre carte traduisant des pentes est le modèle ombré illustré à la figure 3. Il s'agit d'un MNA réalisé à partir de données laser.
- La mesure de la rugosité, pour laquelle on utilise un indice fractal qui va caractériser la longueur d'une courbe. L'indice variant entre 1 pour une droite et 2 pour une courbe très sinueuse.

- Géomorphométrie globale
- Courbe hypsométrique



répartition de la surface  
en f(H)



38% surface : 1500-2500 m

Éléments de géomatique

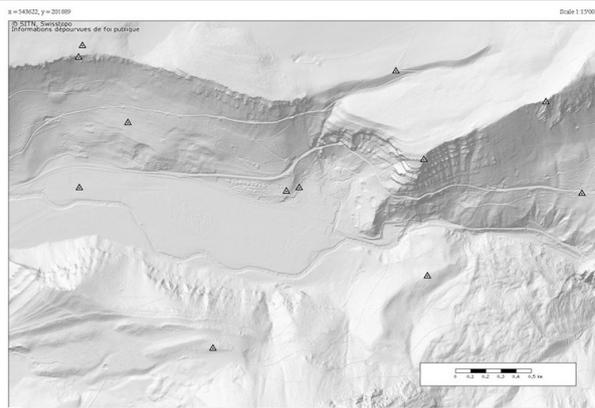


FIGURE 2

5:55

13:15

Courbe hypsométrique

FIGURE 3

6:58

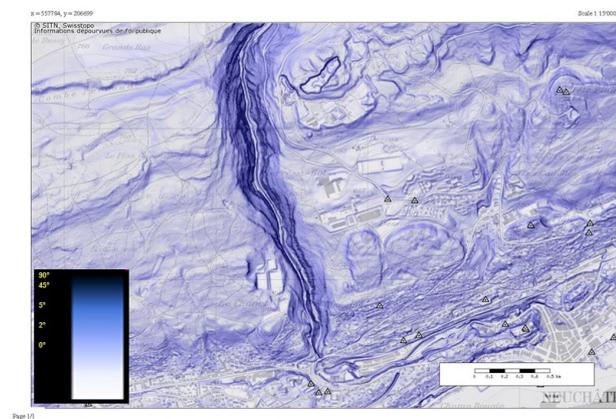
13:15

Modèle ombré (© 2013, SiTN, www.sitn.ne.ch)

### CARACTÉRISTIQUES LOCALES DE LA GÉOMORPHOMÉTRIE

L'approche locale s'intéresse aux propriétés géométriques que sont :

- La pente, exprimée en degrés ou en pourcentage. La figure 4 montre une carte des pentes allant du blanc pour les zones plates (0° d'inclinaison) au bleu foncé pour les plus abruptes (jusqu'à 90°).
- L'orientation. La carte de la figure 5 (qui représente la même zone que celle de la fig. 4) indique l'orientation des versants de ce relief montagneux.
- La concavité et la convexité, dont les caractéristiques sont rappelées à la figure 6.



Données cartographiques:

FIGURE 4

10:51

13:15

Pente (© 2013, SiTN, www.sitn.ne.ch)

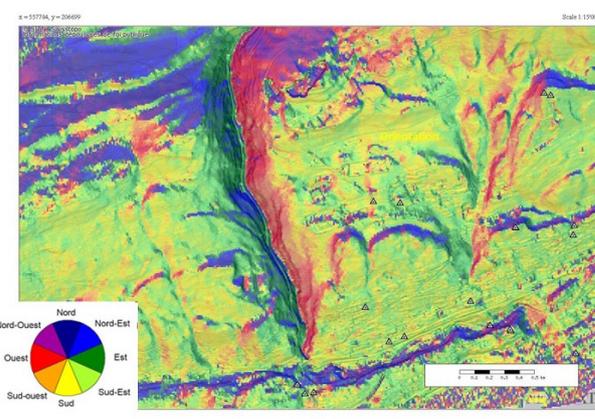


FIGURE 5

11:23

13:15

Orientation (© 2013, SiTN, www.sitn.ne.ch)

- Géomorphométrie locale
- Convexité
  - Située toute entière au dessous du plan tangent à la surface
  - Exemple: une bosse
- Concavité
  - Située toute entière au dessus du plan tangent à la surface
  - Exemple: un creux

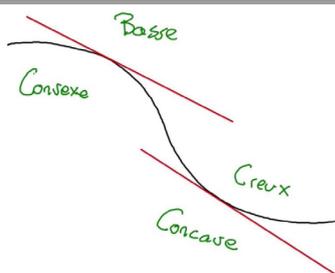


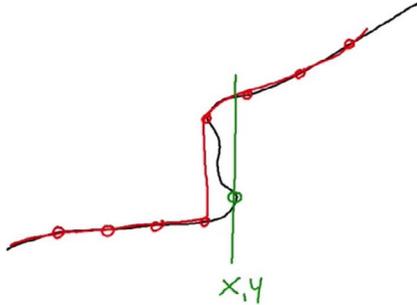
FIGURE 6

12:37

13:15

Concavité et convexité

## 27. MODÉLISATION ET INTERPOLATION



La modélisation et l'interpolation consistent à établir un modèle à partir de mesures de terrain de manière à créer une surface qui permette d'interpoler des altitudes de nouveaux points. Il s'agit de trouver la meilleure courbe proche des points de mesures, qui peut être exacte lorsqu'elle passe par tous les points ou approchée dans le cas contraire. La surface d'interpolation ne permet pas de restituer un modèle 3D du terrain, car les surplombs (illustré à la fig. 1) ne peuvent être représentés. En effet, des droites verticales ne pouvant couper une courbe qu'en un point, le point vert de la figure 1 ne sera pas considéré. On parle alors d'un modèle en 2.5D.

FIGURE 1

2:46

18:25

Pas de surplombs

### TYPES DE DONNÉES ALTIMÉTRIQUES

Il existe plusieurs méthodes pour relever des points sur le terrain servant à la réalisation du modèle altimétrique. Une première méthode classique, issue de la topométrie terrestre, consiste à restituer les formes caractéristiques du terrain de manière synthétique avec :

- Un semis de points, représentés par des croix à l'image de gauche de la figure 5. On mesure pour chacun des points ses trois coordonnées dans l'espace. Plus le terrain sera accidenté, plus la densité de points sera importante.
- Des lignes caractéristiques (bord de route, bâtiment, cours d'eau, talus) qui vont donner les informations sur la structure du terrain et les limites avec certains objets construits.

Une autre méthode plus actuelle utilise des lasers à balayage ou de la photogrammétrie numérique pour relever une importante quantité de points de manière à couvrir massivement toutes les formes de relief du terrain. Le défaut de cette méthode est qu'elle ne mesure pas uniquement les points représentatifs du terrain, mais également la végétation et les constructions. Il faudra ensuite filtrer et classifier ces nuages de points de manière à composer les MNT et MNS.

### MODÉLISATION À L'AIDE D'UNE GRILLE RÉGULIÈRE

Pour construire la surface, on peut s'aider d'une grille, représentée à la figure 2 avec les points relevés sur le terrain. La taille de la grille dépend de l'objectif, de la densité des points ainsi que de la morphologie du terrain. On va interpoler les sommets de carrés (comme celui entouré en vert) en déterminant son altitude à l'aide d'une des trois méthodes suivantes :

- Reprendre l'altitude du point le plus proche ( $H = 531$  m).
- Faire une moyenne pondérée en fonction de la distance des points proches du nœud ( $H_1 = 531$  m,  $H_2 = 541$  m,  $H_3 = 550$  m).
- Utiliser une méthode plus rigoureuse dite d'« estimation », par exemple celle du Krigeage.

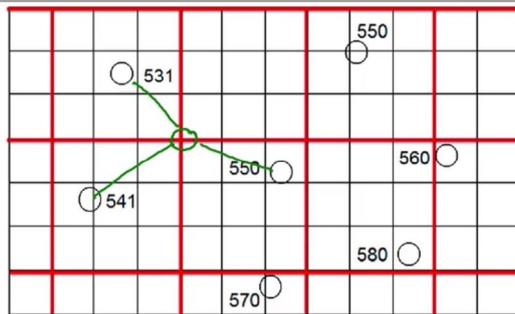


FIGURE 2

12:16

18:25

Grille

### MODÉLISATION À L'AIDE DE TRIANGLES

Une autre modélisation s'appuie sur des triangles qui sont utilisés pour créer la surface d'interpolation, que l'on construit en reliant les points d'altitude entre eux. Il existe plusieurs manières de procéder, dont la principale est appelée la **triangulation de Delaunay**. Pour valider un triangle, il faut que son cercle circonscrit ne contienne aucun autre point (l'image de gauche de la fig. 3 respecte cette condition contrairement à celle de droite). On associe souvent le diagramme de Vornoi (en bleu à la fig. 4) à la triangulation de Delaunay (en noir à la fig. 4). Les médiatrices des triangles de Delaunay sont les côtés du diagramme de Vornoi, et les sommets du diagramme sont les centres des cercles circonscrits de la triangulation de Delaunay. En plus de respecter la condition de Delaunay, les triangles sont construits de manière à ce qu'ils ne coupent jamais les éléments structurants comme les routes et les cours d'eau (image de droite de la fig. 5).

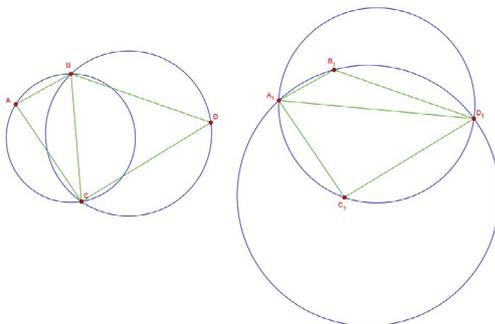


FIGURE 3

13:19

18:25

Triangulation de Delaunay

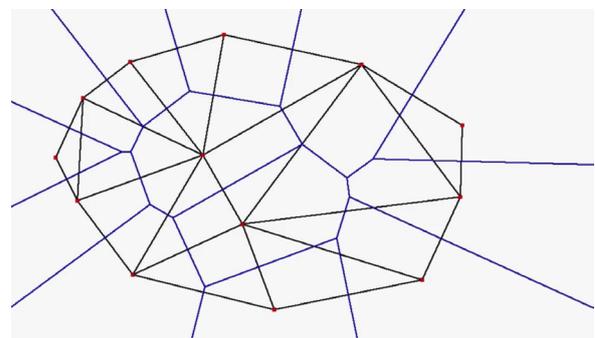
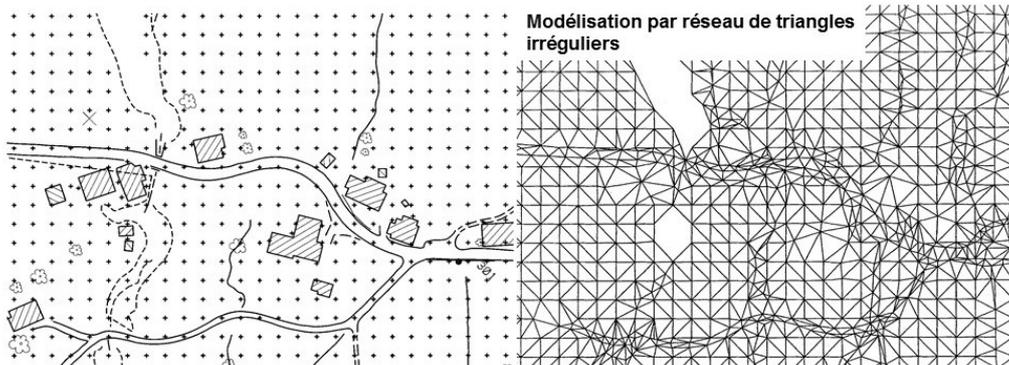


FIGURE 4

15:02

18:25

Diagramme de Vornoi



Modélisation par réseau de triangles irréguliers

FIGURE 5

15:28

18:25

**INTERPOLATION D'ALTITUDE**

Les MNA sont intéressants car ils permettent de déterminer l'altitude d'un point dont on connaît uniquement les coordonnées planes (le point E de la fig. 6). Pour cela, on réalise une interpolation bilinéaire: on place le point E sur le plan à l'altitude zéro des points connus en altimétrie et en planimétrie (A, B, C et D) et l'on trace la verticale à ce point. L'altitude  $H_E$  est la distance entre le point E et l'intersection entre cette verticale et le plan élevé des quatre nœuds de la grille.

- Interpolation
- Nouveau point (E) à partir de la grille régulière

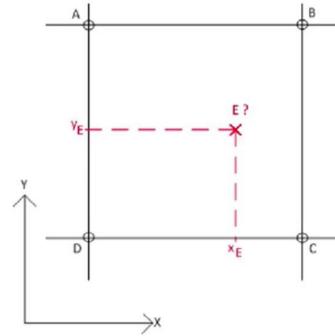
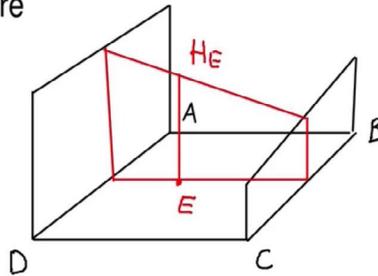


FIGURE 6

17:45

18:25



**BOOCs**  
**EPFL**

Éléments de géomatique  
Pierre-Yves Gilliéron  
et Bertrand Merminod



65

## IMPRESSUM

© EPFL Press, 2016.  
Tous droits réservés.

Graphisme :  
Emphase Sàrl, Lausanne

Résumé : Floriane Gilliéron

Développés par EPFL Press, les BOOCs (Book and Open Online Courses) sont le support compagnon des MOOCs proposés par l'École polytechnique fédérale de Lausanne. Valeur ajoutée aux MOOCs, ils rassemblent l'essentiel à retenir pour l'obtention du certificat et constituent un atout pédagogique. Learn faster, learn better. Bonne révision!

ISBN 978-2-88914-412-9