

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

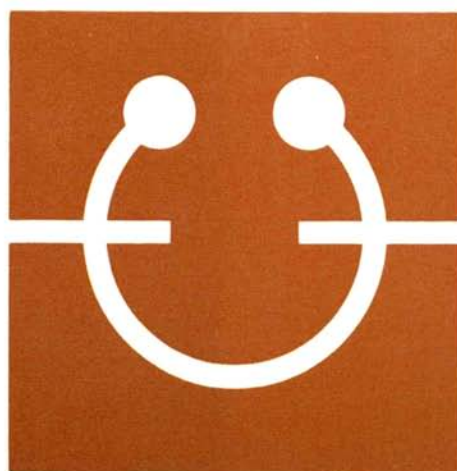
# Traité d'Électricité

PUBLIÉ SOUS LA DIRECTION DE JACQUES NEIRYNCK

VOLUME XIII

## HYPERFRÉQUENCES

Fred Gardiol



PRESSES POLYTECHNIQUES ROMANDES



TRAITÉ D'ÉLECTRICITÉ

**XIII**  
**HYPERFRÉQUENCES**



**TRAITÉ D'ÉLECTRICITÉ**

DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE  
PUBLIÉ SOUS LA DIRECTION DE JACQUES NEIRYNCK

VOLUME XIII

**HYPERFRÉQUENCES**

par Fred Gardiol



PRESSES POLYTECHNIQUES ROMANDES

Cet ouvrage fait partie d'une série de vingt-deux volumes  
dont les titres sont les suivants :

- I INTRODUCTION À L'ÉLECTROTECHNIQUE
- II MATÉRIAUX DE L'ÉLECTROTECHNIQUE
- III ÉLECTROMAGNÉTISME
- IV THÉORIE DES RÉSEAUX DE KIRCHHOFF
- V ANALYSE ET SYNTHÈSE DES SYSTÈMES LOGIQUES
- VI THÉORIE ET TRAITEMENT DES SIGNAUX
- VII DISPOSITIFS À SEMICONDUCTEUR
- VIII ÉLECTRONIQUE
- IX TRANSDUCTEURS ÉLECTROMÉCANIQUES
- X MACHINES ÉLECTRIQUES
- XI MACHINES SÉQUENTIELLES
- XII ÉNERGIE ÉLECTRIQUE
- XIII HYPERFRÉQUENCES
- XIV CALCULATRICES
- XV ÉLECTRONIQUE DE PUISSANCE
- XVI ÉLECTRONIQUE DE RÉGLAGE ET DE COMMANDE
- XVII SYSTÈMES DE MESURE
- XVIII SYSTÈMES DE TÉLÉCOMMUNICATIONS
- XIX FILTRES ÉLECTRIQUES
- XX TRAITEMENT NUMÉRIQUE DES SIGNAUX
- XXI ÉLECTROACOUSTIQUE
- XXII HAUTE TENSION



Le Traité d'Electricité est une publication des  
**Presses polytechniques romandes**, fondation scientifique  
dont le but est principalement la diffusion des travaux de  
l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne.

Le catalogue de ces publications peut être obtenu aux  
**Presses polytechniques romandes, CH-1015 Lausanne.**

---

Deuxième édition  
ISBN (série) : 2-604-00002-4  
ISBN (ce volume) : 2-88074-053-3  
© 1987 Presses polytechniques romandes  
CH-1015 Lausanne  
Imprimé en France

## INTRODUCTION

### **Place de ce volume dans le Traité d'Électricité, d'Électronique et d'Électrotechnique**

Ce volume se situe à la frontière supérieure, dans le domaine des fréquences, du Traité d'Électricité. Il considère en effet des signaux radioélectriques à variation extrêmement rapide, dont les périodes sont situées entre les picosecondes et les nanosecondes. Les hyperfréquences sont surtout utilisées dans trois types d'applications :

- le radar, qui sert à la détection et à la mesure ;
- en télécommunications, elles assurent des liaisons dirigées, notamment dans le domaine spatial ;
- le chauffage, le séchage, la cuisson des matériaux les plus divers.

Les deux premiers types d'applications sont liés à l'information. Dans le radar, les hyperfréquences permettent d'acquérir une certaine information, contenue dans le signal d'écho réfléchi par un obstacle. La position et la nature de celui-ci sont déterminés en comparant les signaux émis et reçus après réflexion. En télécommunications, les hyperfréquences servent de support à l'information, qu'il s'agit souvent de transmettre sur de très grandes distances. Quant au dernier type d'applications, il utilise une propriété remarquable qu'ont les hyperfréquences de chauffer en profondeur. Il s'agit dans ce cas d'un transfert d'énergie. Cette propriété a trouvé de nombreuses applications dans la vie de tous les jours, depuis la cuisine jusqu'au traitement de diverses maladies. A l'avenir, les hyperfréquences pourront peut-être aussi servir au transport d'énergie électrique à grande distance.

Les applications des hyperfréquences se situent donc à cheval entre les domaines de l'information et de l'énergie ; les applications les plus traditionnelles se trouvent toutefois dans le premier domaine.

C'est au cours de la seconde guerre mondiale, au début des années 1940, que les hyperfréquences ont vu le jour. A l'instar des autres domaines de l'électricité, leur développement a été riche en transformations et en rebondissements spectaculaires. Si les principaux domaines d'applications sont maintenant bien établis, des changements profonds continuent à se faire, surtout au niveau de la technologie. Les guides d'ondes cèdent la place aux structures planaires, moins encombrantes et plus faciles à réaliser. Quant aux tubes générateurs de signal, s'ils gardent leur place aux puissances élevées, ils ont été détrônés ailleurs par des semiconducteurs, d'abord par des diodes, à leur tour progressivement remplacées par les transistors.

Il peut paraître téméraire de préparer un ouvrage traitant d'un sujet en évolution. Les informations présentées ne risquent-elles pas d'être déjà dépassées lors de la parution ? Si risque il y a, ce risque existe dans tous les domaines d'intérêt des ingénieurs. C'est précisément la tâche de ceux-ci de faire évoluer les techniques, pour fournir des solutions toujours plus favorables... Il ne faut cependant pas trop craindre une désuétude précoce : chaque domaine possède plusieurs niveaux de complexité, dont certains vieillissent moins vite que d'autres.

A titre d'exemple, considérons un radar. Son fonctionnement est basé sur l'écho électromagnétique. Les ondes se propagent et sont réfléchies selon les lois immuables qui régissent l'univers. Certes, nos connaissances de ces lois sont imparfaites. Néanmoins, les modèles dont nous faisons usage pour cerner la réalité décrivent celle-ci de façon suffisamment précise pour que la différence soit indétectable dans la plupart des cas. Encore

faut-il choisir le modèle adéquat. La vitesse de la lumière, le quotient de la puissance reçue par la puissance émise sont imposés par la physique et par la géométrie du système, non par ses caractéristiques techniques. Même son organisation interne est pratiquement immuable : elle doit comporter au moins un émetteur, une antenne, un récepteur, un dispositif d'interconnexion et un ensemble de traitement des signaux. Ce n'est qu'au niveau des composants, où l'aspect technologique prédomine, que le risque de désuétude devient réel. Néanmoins, en plaçant chaque composant dans une boîte noire, décrite par sa matrice de répartition, on peut encore raisonner valablement même si on ignore le contenu exact de la boîte. Il faut ici distinguer ceux qui utilisent les boîtes et ceux qui les fabriquent. Si on s'adresse aux utilisateurs, on peut écrire un ouvrage cohérent qui reste raisonnablement à jour.

Comme le contenu des boîtes noires évolue, aucun livre ne permet de rester longtemps informé de toutes dernières réalisations. L'ingénieur doit donc aussi avoir accès à des sources continues d'information, qui lui donnent la possibilité de se maintenir au courant dans le domaine de spécialité qu'il a choisi. Il dispose dans ce but de nombreuses revues techniques spécialisées, il peut aussi prendre part aux congrès, symposia et conférences organisés dans son domaine d'intérêt. Pour qu'il puisse comprendre et assimiler ce qu'il lit et ce qu'il entend, il faut qu'il dispose d'un certain niveau fondamental de connaissance. L'enseignement polytechnique, ainsi que cet ouvrage qui lui est associé, visent à fournir ces bases, qui sont indispensables pour assurer une formation continue.

### Organisation générale de ce volume

Le premier chapitre décrit brièvement le contexte des hyperfréquences : bandes de fréquences utilisées, périodes, longueurs d'ondes. Les propriétés les plus caractéristiques sont passées en revue et un bref historique retrace les étapes les plus importantes. Les équations de Maxwell en notation complexe sont présentées, ainsi que les conditions aux limites (décrites plus en détail dans *Electromagnétisme*).

L'utilisation des hyperfréquences est traditionnellement liée à celle de tuyaux métalliques, les guides d'ondes. Plus récemment, la panoplie des lignes de transmission s'est étendue, incorporant notamment les lignes planaires (microruban) et les guides diélectriques (fibres optiques). L'étude des ondes guidées par des structures uniformes fait l'objet du deuxième chapitre.

Pour définir une fréquence d'oscillation stable, il faut disposer d'un circuit résonnant. Cette fonction est assurée en hyperfréquences par des cavités ou résonateurs, le plus souvent des enceintes métalliques faiblement couplées à une ou plusieurs lignes de transmission. Le chapitre trois considère d'abord une cavité fermée, puis détermine le schéma équivalent et la réponse en fréquence d'une cavité couplée.

La génération et l'amplification de signaux hyperfréquences font usage d'interactions entre un champ électromagnétique et des particules chargées. La présentation de ces phénomènes fort complexes ne peut être ici que descriptive, donnant un aperçu des principes de fonctionnement. Le chapitre quatre décrit ainsi les principaux tubes et semiconducteurs utilisés pour produire ou amplifier un signal hyperfréquences.

Un tel signal est défini par une puissance et une fréquence, ou par un ensemble de ces deux grandeurs (spectre de raies). Les principaux procédés de mesure sont présentés dans le cinquième chapitre, qui décrit également les sources d'erreurs les plus significatives.

Un système est un assemblage de composants : pour pouvoir le définir, il faut connaître les caractéristiques des composants dont il est formé. Ceux-ci sont représentés par leurs matrices de répartition. Les principales contraintes imposées par la linéarité, la réciprocité, la symétrie, la conservation d'énergie sont décrites au chapitre six. Un catalogue des composants le plus souvent rencontrés en hyperfréquences complète ce chapitre.

Les méthodes utilisées pour mesurer le transfert et la réflexion de signaux par les composants font l'objet du septième chapitre.

L'ouvrage se termine par une description des principales applications actuelles des hyperfréquences : le radar, les télécommunications (faisceaux hertziens, satellites), les applications industrielles et domestiques de chauffage, de mesure et de contrôle, les appli-



cations médicales et les effets biologiques. L'emploi éventuel d'hyperfréquences pour la transmission de puissance est brièvement évoqué. Dans chaque cas, les particularités de l'application et les principaux problèmes rencontrés sont présentés.

Une série d'annexes de caractère mathématique et physique complète cet ouvrage au chapitre neuf. En particulier, une section présente les analogies qui existent avec le domaine de l'acoustique (voir *Électroacoustique*).

### Remarques relatives à l'utilisation des différents modèles de la réalité

Le domaine des hyperfréquences recouvre une gamme d'applications de nature très diversifiée. On y trouve un grand nombre de problèmes des plus variés. Au niveau fondamental, les théories de base font appel à des mathématiques souvent ardues. En revanche, beaucoup d'applications pratiques sont encore de caractère empirique. Entre ces deux extrêmes, la théorie et la pratique ont toutes deux une part dans la réalisation de dispositifs. Cet ouvrage vise à donner une vue d'ensemble de toute cette variété. Il passe en revue les théories fondamentales, décrit les méthodes de mesure et présente succinctement les principales applications.

La même variété se retrouve dans l'utilisation de modèles de différents niveaux de complexité. L'étude des guides d'ondes et des cavités se base sur le modèle de Maxwell. Celui-ci est encore adéquat pour considérer les interactions entre le champ électromagnétique et un faisceau d'électrons dans la plupart des tubes générateurs et amplificateurs d'hyperfréquences. Pour traiter d'autres composants actifs, notamment les semiconducteurs, il faut faire appel à la physique quantique. Pour caractériser et mesurer les composants, on utilise la matrice de répartition, définie dans le modèle de Kirchhoff (voir *Théorie des réseaux de Kirchhoff*). En hyperfréquences, les termes de cette matrice sont le plus souvent des fonctions transcendentes.

### Conventions

Le Traité d'Électricité est composé de volumes (vol.) repérés par un chiffre romain (vol. III). Chaque volume est partagé en chapitres (chap.) repérés par un nombre arabe (chap. 2). Chaque chapitre est divisé en sections (sect.) repérées par deux nombres arabes séparés par un point (sect. 4.2). Chaque section est divisée en paragraphes (§) repérés par trois nombres arabes séparés par deux points (§ 2.3.11). Les références internes stipulent le volume, le chapitre, la section ou le paragraphe du Traité auquel on renvoie. Dans le cas de la référence à une partie du même volume, on omet le numéro de celui-ci.

Les références bibliographiques sont numérotées continûment par volume et repérées par un seul nombre arabe entre crochets : [56].

Un terme apparaît en *italique maigre* la première fois qu'il est défini dans le texte. Un passage important est mis en évidence lorsqu'il est composé en *italique gras*.

Un paragraphe délicat ou compliqué est marqué par le signe ■ précédant son repère numérique. Un paragraphe qui n'est pas indispensable à la compréhension de ce qui suit est marqué par le signe □ précédant son repère numérique.

Les équations hors texte sont numérotées continûment par chapitre et repérées par deux nombres arabes placés entre parenthèses et séparés par un point (2.153) ; une équation est mise en évidence par son numéro imprimé en caractère gras (1.3). Les figures et tableaux sont numérotés continûment par chapitre et repérés par deux nombres arabes précédés de fig. (fig. 2.54) ou tab. (tab. 1.2).



## TABLE DES MATIÈRES

	INTRODUCTION . . . . .	v
CHAPITRE 1	NOTIONS FONDAMENTALES	
	1.1 Principales définitions . . . . .	1
	1.2 Propriétés des hyperfréquences . . . . .	4
	1.3 Historique . . . . .	7
	1.4 Hypothèses de base . . . . .	8
CHAPITRE 2	LIGNES DE TRANSMISSION ET GUIDES D'ONDES	
	2.1 Définitions et classification . . . . .	13
	2.2 Propagation dans un guide d'ondes métallique homogène fermé. . . . .	17
	2.3 Guide d'ondes rectangulaire. . . . .	33
	2.4 Guides d'ondes circulaire . . . . .	42
	2.5 Autres formes de guides d'ondes creux . . . . .	51
	2.6 Lignes à deux conducteurs: mode TEM . . . . .	52
	2.7 Méthodes de perturbation . . . . .	55
	2.8 Lignes et guides d'ondes inhomogènes . . . . .	62
	2.9 Exemple simple: plaque diélectrique . . . . .	65
	2.10 Guide diélectrique circulaire, fibre optique. . . . .	71
	2.11 Lignes planaires. . . . .	79
	2.12 Exercices. . . . .	93
CHAPITRE 3	CAVITÉS RÉSONNANTES	
	3.1 Introduction et généralités . . . . .	97
	3.2 Etude d'une cavité homogène fermée . . . . .	98
	3.3 Cavité formée par un tronçon de ligne de transmission . . . . .	103
	3.4 Méthode de perturbation . . . . .	115
	3.5 Cavités ouvertes . . . . .	121
	3.6 Notions d'excitation . . . . .	128
	3.7 Exercices. . . . .	130
CHAPITRE 4	GÉNÉRATEURS ET AMPLIFICATEURS	
	4.1 Principes de base . . . . .	133
	4.2 Tubes à champs croisés: magnétrons . . . . .	135
	4.3 Les klystrons . . . . .	142

	4.4	Tubes à couplage distribué . . . . .	149
	4.5	Gyrotrons . . . . .	157
	4.6	Générateurs à transfert d'électrons . . . . .	159
	4.7	Avalanche et temps de transit . . . . .	164
	4.8	Transistors . . . . .	168
	4.9	Multiplication de fréquence . . . . .	171
	4.10	Amplificateurs à faible bruit . . . . .	174
	4.11	Remarques pratiques . . . . .	177
	4.12	Exercices . . . . .	181
<b>CHAPITRE 5</b>		<b>MESURE DU SIGNAL</b>	
	5.1	Grandeurs caractérisant le signal . . . . .	183
	5.2	Mesures mécaniques de la fréquence . . . . .	184
	5.3	Compteurs de fréquence . . . . .	187
	5.4	Analyseur de spectre . . . . .	193
	5.5	Mesure mécanique de la puissance . . . . .	196
	5.6	Mesure de la puissance par conversion thermique . . . . .	197
	5.7	Sources d'erreurs . . . . .	202
	5.8	Mesure de la puissance d'impulsion . . . . .	206
	5.9	Oscilloscope . . . . .	209
	5.10	Exercices . . . . .	209
<b>CHAPITRE 6</b>		<b>COMPOSANTS HYPERFRÉQUENCES</b>	
	6.1	Matrice de répartition . . . . .	213
	6.2	Monoportes : composants à un accès . . . . .	222
	6.3	Biportes : composants à deux accès . . . . .	224
	6.4	Triportes : composants à trois accès . . . . .	239
	6.5	Quadriportes : composants à quatre accès . . . . .	246
	6.6	Hexaportes : composants à six accès . . . . .	257
	6.7	Composants non réciproques à ferrite . . . . .	260
	6.8	Composants de contrôle à semiconducteurs . . . . .	277
	6.9	Implantation d'éléments électroniques . . . . .	281
	6.10	Exercices . . . . .	285
<b>CHAPITRE 7</b>		<b>MESURE DES COMPOSANTS</b>	
	7.1	Principes des mesures comparatives . . . . .	287
	7.2	Mesure de réflexion : ligne fendue . . . . .	290
	7.3	Réflectométrie . . . . .	299
	7.4	Affaiblissement et déphasage . . . . .	309
	7.5	Mesures de cavités . . . . .	318
	7.6	Mesure du facteur de bruit . . . . .	322
	7.7	Exercices . . . . .	328
<b>CHAPITRE 8</b>		<b>APPLICATIONS</b>	
	8.1	Radar . . . . .	331
	8.2	Télécommunications . . . . .	343

8.3	Chauffage à microondes . . . . .	355
8.4	Effets biologiques . . . . .	361
8.5	Mesure de matériaux . . . . .	364
8.6	Radiométrie . . . . .	371
8.7	Transport d'énergie . . . . .	373
8.8	Accélérateurs de particules . . . . .	374
8.9	Exercices . . . . .	376
CHAPITRE 9	ANNEXES	
9.1	Calcul vectoriel . . . . .	379
9.2	Relations intégrales . . . . .	385
9.3	Fonctions de Bessel . . . . .	386
9.4	Fonctions de Bessel modifiées . . . . .	390
9.5	Similitudes entre hyperfréquences et acoustique . . . . .	393
9.6	Tableaux récapitulatifs pour les guides d'ondes rectangulaire et circulaire . . . . .	394
9.7	Propriétés des matériaux usuels utilisés en hyperfréquences . . . . .	396
9.8	Symboles graphiques utilisés en hyperfréquences . . . . .	396
	SOLUTIONS DES EXERCICES . . . . .	401
	BIBLIOGRAPHIE . . . . .	409
	INDEX ANALYTIQUE . . . . .	419
	INDEX DES TERMES ANGLAIS . . . . .	423
	GLOSSAIRE . . . . .	425



## NOTIONS FONDAMENTALES

## 1.1 PRINCIPALES DÉFINITIONS

## 1.1.1 Définition : hyperfréquences

Le terme *hyperfréquences* sert à désigner une bande de fréquences située entre environ 300 MHz et 300 GHz, caractérisant de ce fait des signaux comportant entre 300 millions et 300 milliards de périodes par seconde (de  $3 \cdot 10^8$  à  $3 \cdot 10^{11}$  Hz, fig. 1.1). Ces limites ont un caractère arbitraire : elles permettent surtout de localiser le domaine des hyperfréquences entre celui des ondes employées pour la diffusion de la radio et de la télévision (fréquences plus basses) et celui des rayons infrarouges (fréquences plus élevées).

## 1.1.2 Nomenclature : décades UHF, SHF et EHF

La désignation plus fine des gammes de fréquence fait usage d'un classement par décades (tab. 1.2). La bande des hyperfréquences recouvre approximativement les trois décades des *ultra hautes fréquences* (UHF), *supra hautes fréquences* (SHF) et *extra hautes fréquences* (EHF). L'emploi de préfixes *superlatifs* peut prêter à confusion : extra est-il vraiment plus grand que supra ? et les deux que ultra ? Et ensuite, qu'est-ce qui est plus grand que extra ? Comme on n'a pas trouvé de terme supérieur adéquat, on parle alors de rayons infrarouges, visibles, ultraviolets (fig. 1.1).

Les hyperfréquences sont aussi divisées en gammes plus étroites, liées aux bandes normalisées d'utilisation des principaux guides d'ondes (tab. 2.14 et 2.19).

## 1.1.3 Energie d'un photon aux hyperfréquences

Du point de vue de la physique quantique, le rayonnement électromagnétique est un flux de photons d'énergie  $hf$ , où  $f$  est la fréquence et  $h$  la constante de Planck ( $4,14 \cdot 10^{-15}$  eVs ou  $6,63 \cdot 10^{-34}$  Js). En hyperfréquences, un photon a donc une énergie située entre environ  $1,2 \cdot 10^{-6}$  et  $1,2 \cdot 10^{-3}$  eV.

## 1.1.4 Ordre de grandeur des périodes

La *période*  $T$  des signaux hyperfréquences, qui est définie par l'inverse de la fréquence  $f$ , se situe entre 3 ns (nanosecondes) et 3 ps (picosecondes).

## 1.1.5 Longueur d'onde

Pour une onde électromagnétique se déplaçant dans l'espace à la vitesse de la lumière  $c_0 = 2,997925 \dots 10^8$  m/s, la *longueur d'onde*, définie par  $\lambda = c_0/f = c_0 T$  (§ III.6.2.4), se situe entre 1 m et 1 mm pour un signal hyperfréquences.

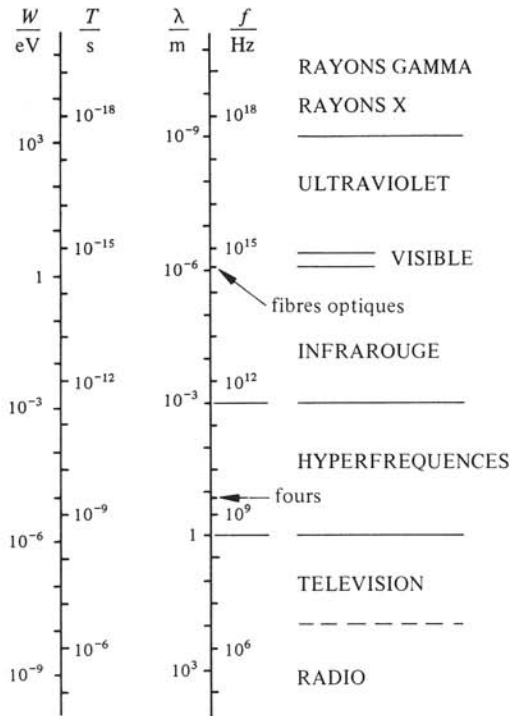


Fig. 1.1 Subdivisions du spectre électromagnétique.

### 1.1.6 Synonyme : microondes

Le terme de *microondes*, qui est une traduction de l'anglais *microwaves*, est souvent employé en lieu et place d'hyperfréquences, notamment pour les applications de chauffage. Il dénote la *petitesse* des longueurs d'ondes par rapport à celles dont on fait usage en radiodiffusion. Ici aussi, l'emploi d'un préfixe relatif peut prêter à confusion : on pourrait logiquement s'attendre à ce que les *microondes* aient des longueurs d'onde de l'ordre de *micromètres* et non pas, comme c'est effectivement le cas, entre les *millimètres* et les *mètres*.

### 1.1.7 Synonymes : ondes décimétriques, centimétriques et millimétriques

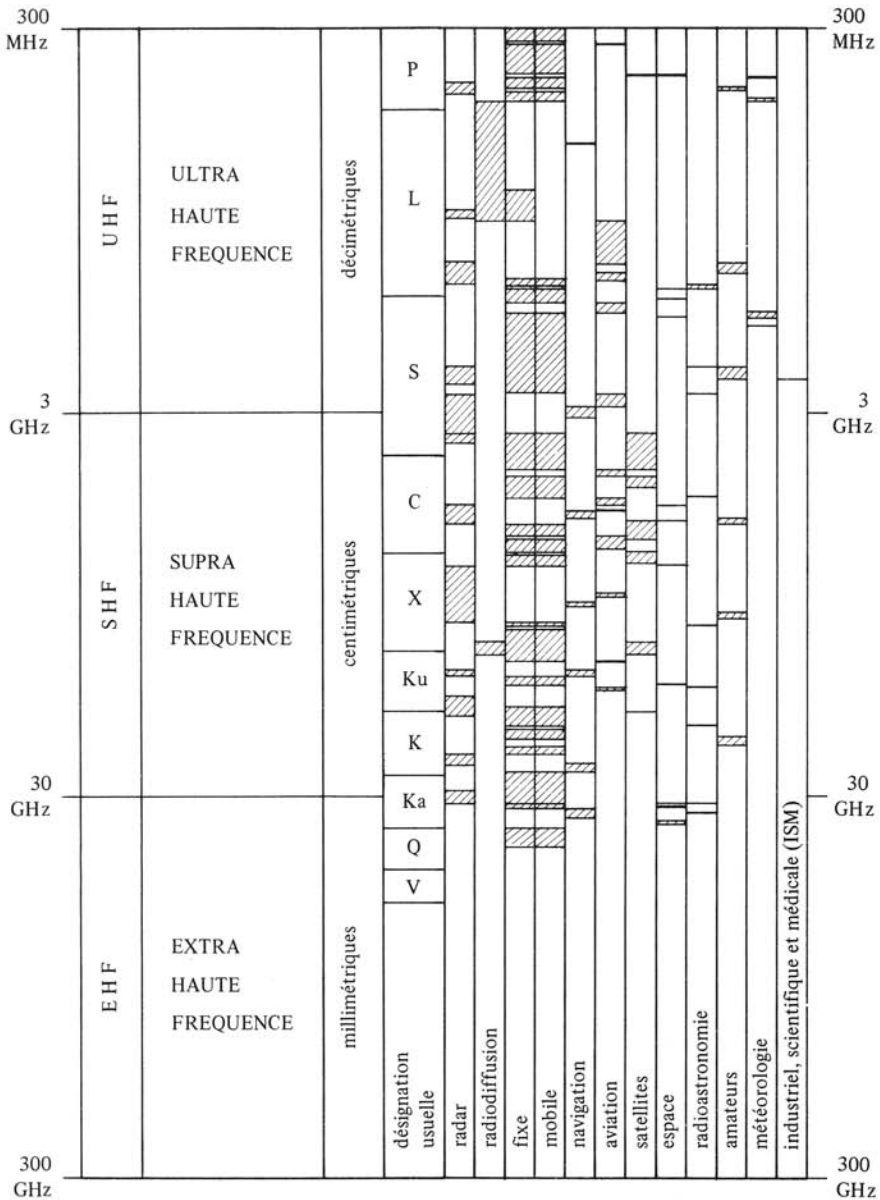
Une manière plus précise de définir les décades (tab. 1.2) consiste à parler respectivement d'ondes *décimétriques* (UHF), *centimétriques* (SHF) et *millimétriques* (EHF).

### 1.1.8 Remarques dimensionnelles

La longueur d'onde d'un signal hyperfréquences est *du même ordre de grandeur* que les éléments employés pour le produire et le transmettre. Il n'est de ce fait pas possible de supposer qu'il s'agit d'éléments *ponctuels*, comme on le fait dans les approximations de théorie des circuits (vol. IV). La notion de *tension* n'est par ailleurs pas



Tableau 1.2 Division, nomenclature et attribution des hyperfréquences.



définie de façon univoque, puisque le champ électrique ne dérive pas d'un potentiel scalaire.

Il n'est pas possible non plus de supposer que les éléments soient *grands* par rapport à la longueur d'onde, approximation qui est à la base de l'optique géométrique.

En hyperfréquences, il est donc nécessaire de considérer de façon complète les champs électriques et magnétiques définis par le *modèle de Maxwell* (vol. III). C'est

par conséquent grâce aux hyperfréquences qu'on a pu vérifier la validité de ce modèle. Pour étudier et exploiter le domaine des hyperfréquences, il a fallu mettre au point des méthodes et inventer des composants spécifiques à ce domaine.

### 1.1.9 Autre définition des hyperfréquences

Par extension, le terme hyperfréquences sert également à désigner l'ensemble des méthodes et des composants développés pour permettre d'exploiter la bande de fréquences définie au paragraphe 1.1.1.

#### 1.1.10 Domaine comparable : acoustique

Comme le son dans l'air a une vitesse de propagation de l'ordre de 300 m/s, inférieure d'un facteur d'un million environ à celle de la lumière, les longueurs d'onde situées entre 1 mm et 1 m correspondent en *acoustique* à la bande de fréquences allant de 300 Hz à 300 kHz. Or, c'est dans cette bande que se situent les principales sources acoustiques, notamment la voix humaine et la musique. Il existe de ce fait une similitude entre hyperfréquences et acoustique, deux domaines dans lesquels les longueurs d'onde des signaux sont du même ordre de grandeur que les dimensions des éléments. Certaines méthodes développées en acoustique sont donc *transposables* aux hyperfréquences et vice-versa (sect. 9.5 et vol. XXI).

## 1.2 PROPRIÉTÉS DES HYPERFRÉQUENCES

### 1.2.1 Bande passante

La grande bande passante disponible favorise l'emploi des hyperfréquences en télécommunications. Le débit d'information qui peut être transmis sur un canal étant directement proportionnel à la bande passante de celui-ci (vol. XVIII), un calcul simple montre que la bande s'étendant de 300 MHz à 300 GHz permet d'acheminer 999 fois plus d'information en un temps donné que toutes les bandes situées en dessous de 300 MHz. De ce fait, l'emploi des hyperfréquences permet de faire face aux besoins croissants en canaux de télécommunications.

Cette propriété est directement liée à la fréquence du signal. Des quantités encore bien plus considérables d'information pourraient, selon cet argument, être transmises dans les bandes des infrarouges et du visible, dans des systèmes à laser et à fibres optiques (sect. 2.10 et § 8.2.15).

### 1.2.2 Transparence de la ionosphère

La ionosphère est un ensemble de couches *ionisées*, ou un *plasma d'électrons*, qui entoure le globe terrestre à des altitudes situées entre 50 et 10 000 km (§ 8.2.6). Ces couches ionisées sont produites par le rayonnement solaire, leurs caractéristiques (altitude, densité) fluctuent considérablement entre le jour et la nuit. Elles dépendent en plus des saisons et surtout de l'activité solaire.

La propagation d'ondes électromagnétiques à l'intérieur de la ionosphère est similaire à celle dans un guide d'ondes (chap. 2). Les signaux de fréquences inférieures à environ 10-40 MHz (fréquence de coupure) sont partiellement ou totalement réflé-

chis. Ce phénomène permet de réaliser des liaisons à réflexions multiples en ondes courtes. Les signaux de fréquences supérieures traversent la ionosphère, mais subissent une distorsion qui décroît avec la fréquence. Les signaux hyperfréquences, situés bien au-delà de la coupure due à la ionosphère, ne sont pratiquement pas affectés tant que leur amplitude reste faible. Ils sont de ce fait utilisés pour les télécommunications par satellites, ainsi que pour maintenir le contact avec les sondes et expéditions spatiales. La radioastronomie étudie le rayonnement hyperfréquences provenant de lointaines étoiles, galaxies et quasars (§ 8.6.4).

### 1.2.3 Transparence partielle de l'atmosphère

Les différents gaz qui composent l'atmosphère (oxygène, azote, vapeur d'eau, gaz carbonique) et les différents corps en suspension (gouttelettes d'eau, cristaux de glace, poussières) n'influencent pratiquement pas les signaux électromagnétiques dont la fréquence est inférieure à 10 GHz environ. Des signaux de fréquences plus élevées sont en revanche soumis à plusieurs effets indésirables : absorption, dépolarisation et scintillement (sect. 8.2).

### 1.2.4 Bruit électromagnétique

La puissance de bruit que capte une antenne pointée vers le ciel, en l'absence de signal, possède un minimum relativement plat dans la bande située entre 1 et 10 GHz. La température équivalente de bruit  $y$  est inférieure à 10 Kelvin ; la puissance de bruit captée est obtenue en multipliant la température équivalente par la constante de Boltzmann ( $k_B = 1,3804 \cdot 10^{-23}$  J/K) et par la bande passante du récepteur (sect. 7.6).

Cela signifie, pratiquement, que c'est dans cette bande que l'on peut détecter les signaux de plus faibles amplitudes et donc disposer des récepteurs les plus sensibles. Par exemple, les signaux d'amplitude extrêmement faible reçus après une transmission à travers des distances planétaires font généralement usage de la bande des 3 GHz. Il faut encore que le bruit interne du récepteur ne dégrade pas de façon irrémédiable le rapport signal sur bruit.

### 1.2.5 Directivité des antennes

L'angle d'ouverture du faisceau rayonné par une antenne est proportionnel au quotient de la longueur d'onde à la plus grande dimension de l'antenne (sect. III.7.2).

Pour transmettre un signal d'un point à un autre (faisceaux hertziens) ou pour déterminer de façon précise l'origine d'une réflexion (radar), un faisceau étroit est indispensable. Il faut dans ce but soit disposer d'une antenne de grandes dimensions, ce qui n'est pas toujours réalisable en pratique, soit faire usage d'un signal de très haute fréquence. Les hyperfréquences conviennent bien à ces applications.

Des angles d'ouverture encore plus étroits sont obtenus en faisant usage de fréquences dans la bande visible (laser). Les problèmes de pointage peuvent alors devenir importants lorsque les faisceaux deviennent très étroits.

### 1.2.6 Réflexion sur des obstacles

La surface effective de réflexion est une grandeur qui dépend de façon critique du quotient entre la dimension de l'obstacle et la longueur d'onde (sect. 8.1). Si

l'élément réfléchissant est beaucoup plus petit que la longueur d'onde, sa réflexion est extrêmement faible. En revanche, lorsque la longueur d'onde devient beaucoup plus petite que l'obstacle, la surface effective de réflexion d'un objet métallique est approximativement sa section droite dans la direction du faisceau. Les ondes centimétriques permettent ainsi de détecter des objets dont la grandeur est de l'ordre du mètre, sans être influencées par les gouttes de pluie (§ 1.2.3). Ces dernières peuvent en revanche perturber la détection effectuée par des ondes millimétriques.

### 1.2.7 Interaction avec la matière

Lorsqu'une onde électromagnétique rencontre un échantillon de matériau, elle est absorbée de façon préférentielle à certaines fréquences : les résonances du matériau. Dans la bande des hyperfréquences, les résonances observées sont liées à la composition moléculaire des matériaux étudiés. On fait usage de cet effet en chimie et en physique (§ 8.5.15).

Plus particulièrement, l'eau absorbe fortement toutes les hyperfréquences, propriété qui a permis deux types d'applications :

- le chauffage par microondes, employé pour la cuisson d'aliments, le séchage et le traitement thermique de nombreux matériaux, le traitement médical de nombreuses maladies par diathermie (sect. 8.3);
- la détection et la mesure de l'humidité contenue dans les matériaux (sect. 8.5).

### 1.2.8 Rayonnement non ionisant

L'énergie de cohésion moléculaire (sect. II.1.3) est supérieure de plusieurs ordres de grandeur à l'énergie d'un photon de rayonnement hyperfréquences (§ 1.1.3). Par conséquent, un tel photon *ne peut pas modifier une liaison chimique* en induisant un effet photoélectrique. Le rayonnement des hyperfréquences est donc *non ionisant*. A des fréquences plus élevées, au contraire, un photon a suffisamment d'énergie pour extraire un électron et produire une ionisation : bande visible, ultraviolet, rayons X et gamma.

### 1.2.9 Fréquences stables d'oscillation

Les oscillateurs atomiques les plus stables connus, respectivement l'hydrogène, le césium et le rubidium, ont tous leurs fréquences d'oscillation dans les bandes des hyperfréquences. Il en résulte que les horloges atomiques de haute précision et les étalons de fréquence font usage d'hyperfréquences (§ 5.3.11).

### 1.2.10 Remarque

L'ensemble des propriétés énumérées dans les paragraphes précédents fait des hyperfréquences un domaine privilégié pour de nombreuses applications telles les télécommunications spatiales et le radar, mais aussi le chauffage et les mesures. Certaines de ces applications ne seraient pas réalisables sans hyperfréquences. Pour d'autres, les hyperfréquences présentent le meilleur compromis possible entre différentes contraintes à respecter. Une description plus détaillée des principaux domaines d'application est donnée au chapitre 8.

## 1.3 HISTORIQUE

### 1.3.1 Premières expériences de transmission radio

Les générateurs à étincelles utilisés par Hertz et Marconi lors des premières expériences de transmission en 1888 et 1890 émettaient des ondes non cohérentes (bruit) dont le spectre très large s'étendait jusqu'aux hyperfréquences. Celles-ci ont donc joué un rôle méconnu lors des toutes premières transmissions.

### 1.3.2 Premier guide d'ondes

En 1894, Sir Oliver Lodge a entouré un générateur à étincelles d'un tuyau métallique et a constaté que le rayonnement émis possédait des propriétés directives particulières. Cet effet n'a toutefois pas donné de suite pratique à cette époque, il est plus ou moins resté au stade de curiosité. Avec l'invention de la triode, le développement de la radio s'est ensuite orienté vers les fréquences plus basses.

### 1.3.3 Expériences de télécommunications

Les premières expériences pratiques visant à utiliser les hyperfréquences en télécommunications datent des années 1920 et 1930. Elles sont principalement liées aux travaux de George Southworth aux *Bell Telephone Laboratories*, aux Etats-Unis d'Amérique. Il fit usage de tuyaux d'eau en cuivre pour étudier les propriétés de la propagation guidée. C'est de cette époque que date l'appellation de *plombiers* souvent attribuée depuis lors aux utilisateurs des hyperfréquences.

### 1.3.4 Apparition du Radar

L'essor des hyperfréquences est intimement lié au développement du radar durant la seconde guerre mondiale, principalement en Angleterre et aux U.S.A. Le principe de fonctionnement proposé vers 1930 par Sir Robert Wattson-Watt consiste à émettre une brève impulsion de signal et à mesurer le temps écoulé entre le départ du signal et le retour d'un écho. Pour obtenir une détection précise, des bandes de fréquences de plus en plus élevées ont été employées. C'est dans ce but que fut développé le magnétron, tube capable de produire des signaux hyperfréquences de grande puissance. La mise au point et la fabrication en série de radars furent effectuées à partir de 1940, surtout en Amérique, notamment dans la région de Boston. Le radar joua un rôle essentiel dans la guerre, en particulier lors de la bataille d'Angleterre. Certains résultats des travaux de recherche et de développement furent rendus publics à la fin de la guerre. Il faut citer plus particulièrement la collection de 25 volumes publiés par le *Massachusetts Institute of Technology*, qui présentent les fondements des hyperfréquences et sont encore abondamment consultés [1].

### 1.3.5 Développement des tubes hyperfréquences

Les générateurs d'hyperfréquences ont d'abord été des tubes à vide, développés spécifiquement pour les radars. Le magnétron, déjà mentionné, fait usage de champs électrique et magnétique croisés, utilisant un principe étudié dans plusieurs pays pendant les années 1920. Il fut mis au point au début de la seconde guerre mondiale. Le klystron fut inventé en 1935 par les frères Russell et Sigurd Varian. Un certain nom-

bre d'autres générateurs furent développés par la suite, les plus significatifs étant le carcinotron et le tube à ondes progressives. Une description plus détaillée des générateurs et des amplificateurs est donnée au chapitre 4.

### 1.3.6 Apparition des composants à ferrite

C'est en 1956 qu'est apparu le premier élément passif linéaire non réciproque, un gyrateur à ferrite inventé par C. Lester Hogan. Les nombreux isolateurs et circulateurs qui ont été mis au point par la suite sont surtout des éléments de protection, de découplage et de contrôle. Ils ont trouvé une place dans la majorité des applications des hyperfréquences (sect. 6.7).

### 1.3.7 Communications par satellites

En 1962 a été lancé *Telstar*, le premier satellite de télécommunications (à défilement). Trois ans plus tard, en 1965, apparaissait le premier satellite géostationnaire *Early Bird* (l'oiseau du matin). Depuis lors les satellites ont pris une place croissante dans les télécommunications, surtout pour des transmissions transocéaniques, mais aussi dans des réseaux nationaux (§ 8.2.13).

### 1.3.8 Bipôles à semiconducteurs

Dans le courant des années 1960, des éléments actifs à semiconducteurs sont apparus sur le marché, remplaçant peu à peu les tubes à vide comme sources de signal hyperfréquences de faible à moyenne intensité. Il s'agit tout d'abord de la diode Gunn, découverte par J.B. Gunn en 1962, puis des différents types de diodes faisant usage d'avalanche et de temps de transit (chap. 4).

### 1.3.9 Transistors hyperfréquences

Les générateurs et amplificateurs à diodes du paragraphe précédent sont de plus en plus remplacés, vers la fin des années 1970, par des transistors, soit bipolaires, soit de type MESFET (sect. 4.8).

### 1.3.10 Circuits imprimés pour hyperfréquences

Durant la même période, les guides d'ondes métalliques cèdent souvent la place, pour des applications de faible puissance, à des circuits plus compacts en lignes micro-ruban, à fente ou coplanaire, fabriqués au moyen des techniques des circuits imprimés (sect. 2.11).

## 1.4 HYPOTHÈSES DE BASE

### ■ 1.4.1 Rappel : régime sinusoïdal et vecteurs-phaseurs

Les développements théoriques de cet ouvrage considèrent exclusivement des signaux variant dans le temps de façon *sinusoïdale*, représentés en notation complexe par des *vecteurs-phaseurs* (sect. III.5.2). Des signaux de caractère plus complexe peuvent toujours être décomposés en une somme finie ou infinie de termes sinusoïdaux (série ou transformée de Fourier, sect. IV.7.3 et IV.7.4).

Le choix d'une décomposition en termes sinusoïdaux est justifié par le fait que dans tous les systèmes linéaires de transmission, les fonctions propres sont des ondes sinusoïdales, qui se déplacent *sans se déformer*, bien que leur amplitude et leur phase varient avec la position. Dans tout système dispersif, au contraire, un signal non sinusoïdal subit une déformation en se déplaçant, une distorsion d'amplitude (§ III.6.2.1) et de phase (§ III.6.2.5).

Le champ physique  $X(r, t)$ , fonction de l'espace et du temps, est lié au vecteur-phaseur correspondant  $\underline{X}(r)$  par la relation

$$X(r, t) = \text{Re}[\sqrt{2} \underline{X}(r) \exp(j\omega t)] \quad (1.1)$$

où le vecteur  $r$  dénote la position,  $t$  le temps et  $\omega = 2\pi f$  la pulsation du signal de fréquence  $f$ . Le soulignement indique qu'une grandeur est complexe (phaseur ou vecteur-phaseur). Les caractères italiques gras signalent des grandeurs vectorielles. Le module du vecteur-phaseur  $\underline{X}(r)$  est la *valeur efficace* du champ physique représenté (§ III.5.2.4).

#### ■ 1.4.2 Rappel : équations de Maxwell en notation complexe

Les équations de Maxwell relatives aux vecteurs-phaseurs dans un milieu linéaire, homogène, isotrope (§ 1.4.6) avec pertes sont données par (§ III.5.2.7)

$$\nabla \times \underline{E} = -j\omega \underline{B} = -j\omega \underline{\mu} \underline{H} \quad \text{V/m}^2 \quad (1.2)$$

$$\nabla \times \underline{H} = \underline{J} + j\omega \underline{D} = (\sigma + j\omega \underline{\epsilon}) \underline{E} \quad \text{A/m}^2 \quad (1.3)$$

$$\nabla \cdot \underline{E} = \underline{\rho} / \underline{\epsilon} \quad \text{V/m}^2 \quad (1.4)$$

$$\nabla \cdot \underline{H} = 0 \quad \text{A/m}^2 \quad (1.5)$$

avec

$\underline{E}$	vecteur-phaseur électrique	V/m
$\underline{H}$	vecteur-phaseur magnétique	A/m
$\underline{B}$	vecteur-phaseur induction	T
$\underline{D}$	vecteur-phaseur déplacement	As/m <sup>2</sup>
$\underline{J}$	vecteur-phaseur densité de courant	A/m <sup>2</sup>
$\underline{\rho}$	phaseur densité de charge	As/m <sup>3</sup>
$\sigma$	conductivité	S/m
$\underline{\epsilon} = \epsilon_0 \underline{\epsilon}_r = \epsilon' - j\epsilon'' = \epsilon_0(\epsilon'_r - j\epsilon''_r) = \epsilon'(1 - j \tan \delta)$	permittivité complexe	As/Vm
$\underline{\mu} = \mu_0 \underline{\mu}_r = \mu' - j\mu'' = \mu_0(\mu'_r - j\mu''_r)$	perméabilité complexe	Vs/Am

Les termes  $\underline{\epsilon}_r$  et  $\underline{\mu}_r$  sont respectivement la permittivité et la perméabilité *relatives* du milieu considéré. Le facteur de pertes  $\tan \delta = \epsilon''/\epsilon'$  caractérise l'affaiblissement du champ dans un milieu diélectrique.

#### ■ 1.4.3 Rappel : conditions aux limites

Sur la surface qui sépare deux milieux de propriétés différentes, dont *aucun n'est un conducteur électrique parfait*, les composantes tangentielles des champs électrique

et magnétique sont continues, ce qui est exprimé par

$$\mathbf{n} \times (\underline{\mathbf{E}}_1 - \underline{\mathbf{E}}_2) = 0 \quad \text{V/m} \quad (1.6)$$

$$\mathbf{n} \times (\underline{\mathbf{H}}_1 - \underline{\mathbf{H}}_2) = 0 \quad \text{A/m} \quad (1.7)$$

où  $\mathbf{n}$  est le vecteur unité normal à la surface de séparation, dirigé du milieu 2 vers le milieu 1, et où les indices 1 et 2 spécifient le milieu dans lequel le champ est défini. Lorsque  $\omega \neq 0$ , les conditions aux limites portant sur les composantes normales des vecteurs-phaseurs sont automatiquement remplies si les relations (1.6) et (1.7) sont satisfaites.

Au bord d'un *conducteur électrique parfait* (c.e.p.,  $\sigma = \infty$ ), le vecteur-phaseur électrique doit remplir la condition

$$\mathbf{n} \times \underline{\mathbf{E}} = 0 \quad \text{V/m} \quad (1.8)$$

Cette condition est approximativement satisfaite sur une surface métallique (court-circuit).

Au bord d'un *conducteur magnétique parfait* sans courant de surface (c.m.p.,  $\mu = \infty$ ) le vecteur-phaseur magnétique doit remplir la condition

$$\mathbf{n} \times \underline{\mathbf{H}} = 0 \quad \text{A/m} \quad (1.9)$$

Les matériaux magnétiques n'ont plus, en hyperfréquences, une perméabilité suffisamment grande pour satisfaire la condition ci-dessus. Elle peut en revanche servir à tenir compte de symétries géométriques (plan de circuit ouvert) ou encore à représenter approximativement la séparation entre un diélectrique de très grande permittivité et un autre diélectrique de permittivité beaucoup plus faible.

Les conditions portant sur les composantes normales donnent pour le champ électrique

$$\mathbf{n} \cdot (\underline{\epsilon}_{r1} \underline{\mathbf{E}}_1 - \underline{\epsilon}_{r2} \underline{\mathbf{E}}_2) = \underline{\rho}_s / \epsilon_0 \quad \text{V/m} \quad (1.10)$$

Pour que des charges de surface  $\underline{\rho}_s$  puissent se trouver sur la surface de séparation entre deux milieux, il faut que la conductivité d'au moins un des deux soit non nulle.

On trouve similairement pour le champ magnétique

$$\mathbf{n} \cdot (\underline{\mu}_{r1} \underline{\mathbf{H}}_1 - \underline{\mu}_{r2} \underline{\mathbf{H}}_2) = 0 \quad \text{A/m} \quad (1.11)$$

#### 1.4.4 Remarque : champ magnétique dans un conducteur électrique parfait

Comme, par définition (§ III.1.5.4) le champ électrique  $\underline{\mathbf{E}}$  est nul à l'intérieur d'un conducteur électrique parfait, il découle de (1.2) que le champ magnétique doit aussi y être identiquement nul lorsque  $\omega \neq 0$ .

Au bord d'un conducteur électrique parfait circule un courant de surface  $\underline{\mathbf{A}}$  satisfaisant la condition portant sur le champ magnétique tangentiel (III.1.28)

$$\mathbf{n} \times \underline{\mathbf{H}} = -\underline{\mathbf{A}} \quad \text{A/m} \quad (1.12)$$

où la normale à la surface  $\mathbf{n}$  pointe vers le conducteur, c'est-à-dire vers l'extérieur d'un guide d'ondes ou d'une cavité.



#### 1.4.5 Rappel : constantes du vide

Dans le vide, et approximativement aussi dans l'air, le déplacement électrique  $\underline{D}$  est lié au champ électrique  $\underline{E}$  par la *constante électrique*  $\epsilon_0$

$$\epsilon_0 = \frac{|\underline{D}|}{|\underline{E}|} = 8,854...10^{-12} \quad \text{As/Vm} \quad (1.13)$$

Similairement, la *constante magnétique*  $\mu_0$  est le quotient de l'induction magnétique  $\underline{B}$  par le champ magnétique  $\underline{H}$  dans *tous* les milieux non magnétiques

$$\mu_0 = \frac{|\underline{B}|}{|\underline{H}|} = 4\pi \cdot 10^{-7} \quad \text{Vs/Am} \quad (1.14)$$

La *vitesse de la lumière dans le vide*  $c_0$  est directement liée aux deux constantes  $\epsilon_0$  et  $\mu_0$  par la relation

$$\begin{aligned} c_0 &= \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 2,997\,925...10^8 \quad \text{m/s} \quad (1.15) \\ &\cong 300\,000 \text{ km/s} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 300 \text{ m}/\mu\text{s} = 300 \text{ mm/ns} \end{aligned}$$

L'*impédance caractéristique du vide*  $Z_0$  est définie par

$$Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} \cong 120\pi = 376,73... \quad \Omega \quad (1.16)$$

#### 1.4.6 Définition : isotropie et anisotropie

Dans la grande majorité des matériaux employés en pratique, les vecteurs-phaseurs  $\underline{D}$  et  $\underline{E}$  sont *équipollents* ou *colinéaires*. Il en va de même pour  $\underline{B}$  et  $\underline{H}$ . On parle dans ce cas d'un matériau *isotrope*. La permittivité et la perméabilité sont alors des grandeurs *scalaires* (§ 1.4.2).

Il existe en hyperfréquences une famille de matériaux isolants magnétiques appelés ferrites (sect. 6.7) pour lesquels  $\underline{B}$  et  $\underline{H}$  *ne sont pas équipollents*. Il s'agit de matériaux *anisotropes*, dont la perméabilité est une grandeur tensorielle  $\underline{\underline{\mu}}$  représentée par une matrice  $3 \times 3$ . Dans certains matériaux anisotropes, le théorème de réciprocité (sect. III.5.3) n'est pas applicable (sect. 6.7).



## LIGNES DE TRANSMISSION ET GUIDES D'ONDES

### 2.1 DÉFINITIONS ET CLASSIFICATION

#### 2.1.1 Hypothèse : uniformité dans la direction de propagation

La propagation sur une ligne de transmission ou un guide d'ondes est déterminée par l'étude de la distribution des champs électromagnétiques dans la structure générale de la figure 2.1.

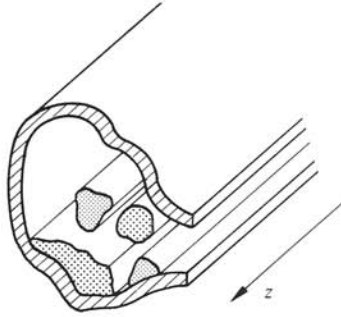


Fig. 2.1 Guide de section quelconque, uniforme dans la direction de propagation.

La section droite de cette structure est quelconque. Elle peut comporter plusieurs milieux de propagation différents (air, diélectriques, ferrites), auquel cas elle est dite *inhomogène*. Elle peut par ailleurs contenir, ou être entourée de conducteurs métalliques. La direction de propagation est rectiligne : on dispose l'axe des coordonnées longitudinales  $z$  dans cette direction. Ni la géométrie, ni les propriétés des matériaux ne sont modifiées lors d'un déplacement dans cette direction : ces grandeurs sont de ce fait indépendantes de la variable  $z$  (invariance de translation). On dit alors que la ligne ou le guide est *uniforme*.

#### 2.1.2 Choix du système de coordonnées

Pour pouvoir étudier de la façon la plus efficace possible la propagation le long de la structure, il faut choisir le système de coordonnées le mieux adapté à la géométrie transverse de celle-ci, de façon à pouvoir satisfaire aux conditions aux limites à ses bords. Dans tous les cas, on fait usage d'un système de coordonnées qui comporte toujours la coordonnée longitudinale  $z$  définie précédemment et deux coordonnées dans le plan transverse. Pour un problème à symétrie de rotation, on choisit bien entendu les coordonnées cylindriques circulaires. Un guide de section rectangulaire est étudié dans un

repère cartésien. D'autres géométries sont traitées en coordonnées cylindriques elliptiques, paraboliques, ou encore basées sur des réseaux de courbes obtenus par des transformations conformes dans le plan transverse.

Les plans transverses sont toujours perpendiculaires à la direction de propagation. Les dépendances transverse et longitudinale des champs électromagnétiques sont de ce fait indépendantes, ce qui permet de séparer l'opérateur différentiel *del* ou *nabla* (§ 9.1.2) en une partie transverse (indice  $t$ ) et une partie longitudinale

$$\nabla = \nabla_t + e_z \frac{\partial}{\partial z} \quad m^{-1} \quad (2.1)$$

En coordonnées cartésiennes, l'opérateur transverse peut encore être décomposé selon les coordonnées  $x$  et  $y$

$$\nabla_t = e_x \frac{\partial}{\partial x} + e_y \frac{\partial}{\partial y} \quad m^{-1} \quad (2.2)$$

Dans les autres systèmes de coordonnées, l'opérateur transverse n'est pas décomposable (§ 9.1.6).

Les vecteurs-phaseurs sont aussi séparés en parties transverse et longitudinale,

$$\underline{X} = \underline{X}_t + e_z \underline{X}_z \quad (2.3)$$

il en va de même pour le vecteur  $r$  qui spécifie la position

$$r = r_t + e_z z \quad m \quad (2.4)$$

### 2.1.3 Conséquence : séparation de variables

Dans chaque système de coordonnées cylindriques (correspondant à une ligne uniforme), les *équations de Maxwell* sont partiellement séparables. Les solutions générales pour les champs électromagnétiques sont alors formées d'une combinaison linéaire de produits de deux termes, dépendant respectivement de la variable transverse  $r_t$  et de la variable longitudinale  $z$ . Pour une composante quelconque  $\underline{X}_i$  de l'un des champs, on a

$$\underline{X}_i(r_t, z) = \sum_k \underline{f}_{ki}(r_t) \underline{g}_{ki}(z) \quad (2.5)$$

On peut par conséquent étudier séparément les dépendances transverse et longitudinale des champs.

### 2.1.4 Dépendance longitudinale des champs

Appliquant la méthode de séparation des variables, puis regroupant les termes, on obtient pour *chaque* composante des champs électromagnétiques une équation d'onde dans la direction de propagation d'une structure isotrope

$$\frac{\partial^2 \underline{X}_i(r_t, z)}{\partial z^2} - \underline{\gamma}^2 \underline{X}_i(r_t, z) = 0 \quad (2.6)$$

La constante complexe  $\underline{\gamma}^2$  est obtenue dans le processus de séparation. Sa valeur dépend de la fréquence, des propriétés de la ligne et de la solution particulière considérée (type de mode, § 2.1.8).

Le développement détaillé pour un cas particulier est donné au paragraphe 2.2.4 (mode TE dans un guide d'ondes métallique fermé). L'équation (2.6) admet la solution générale suivante (chap. III.8)

$$\underline{X}_i(r_t, z) = \underline{X}_{i+}(r_t) \exp(-\gamma z) + \underline{X}_{i-}(r_t) \exp(+\gamma z) \quad (2.7)$$

Les deux termes correspondent respectivement aux ondes progressive et rétrograde, les fonctions  $\underline{X}_{i+}(r_t)$  et  $\underline{X}_{i-}(r_t)$  donnant leur dépendance transverse dans le plan  $z = 0$ .

### 2.1.5 Rappel : exposant de propagation et grandeurs dérivées

Les principales propriétés de l'exposant de propagation  $\underline{\gamma} = \alpha + j\beta$  sont décrites dans la section III.6.2.

La partie réelle  $\alpha$ , mesurée en Néper par mètre (Np/m) est appelée *affaiblissement linéique*. Elle représente la décroissance de l'onde dans la direction de propagation. Son inverse  $\delta = 1/\alpha$  est la *profondeur de pénétration*, distance sur laquelle le signal décroît d'un facteur  $1/e$ .

La partie imaginaire  $\beta$ , mesurée en radians par mètre (rad/m) est le *déphasage linéique*, qui indique la variation de phase de l'onde dans la direction de propagation. La *longueur d'onde* le long de la ligne ou du guide, dénotée par  $\lambda_g$ , est inversement proportionnelle à  $\beta$

$$\lambda_g = 2\pi/\beta \quad \text{m} \quad (2.8)$$

Les *vitesse de propagation*, respectivement de *phase* et de *groupe*, sont définies par les relations

$$v_\varphi = \omega/\beta \quad \text{m/s} \quad (2.9)$$

$$v_g = (\partial\beta/\partial\omega)^{-1} \quad \text{m/s} \quad (2.10)$$

La vitesse de phase est celle d'un observateur qui suivrait un zéro du champ. La vitesse de groupe est celle de l'enveloppe d'un signal modulé.

### 2.1.6 Définition : ligne de transmission

Le terme *ligne de transmission* sert à désigner de préférence des systèmes comportant plusieurs conducteurs métalliques isolés les uns des autres (par exemple les lignes bifilaire et coaxiale de la figure 2.4).

### 2.1.7 Définition : guide d'ondes

La propagation dans un *guide d'ondes* est généralement assurée par des réflexions multiples, soit sur des parois en métal (guide d'ondes métallique : tuyau en métal), soit sur des surfaces séparant des milieux diélectriques de propriétés différentes : guide diélectrique, fibre optique (fig. 2.4).

### 2.1.8 Définition : modes de propagation

La résolution des équations de Maxwell (1.2) à (1.5) en présence des conditions aux limites transverses (1.6) à (1.9) dans la structure de la figure 2.1 est un problème

**aux valeurs propres.** Ce problème admet plusieurs solutions différentes, que l'on appelle *modes de propagation*. Ce sont les fonctions propres du problème, à chacune desquelles est associée une valeur propre (exposant de propagation, nombre d'onde transverse).

Il existe un nombre infini de modes de propagation, qui forment un ensemble discret dans le cas d'une structure fermée (entourée d'une enveloppe métallique), auquel vient s'ajouter un spectre continu de modes de rayonnement lorsque la structure est ouverte (champs pouvant s'étendre à l'infini dans le plan transverse).

Chaque mode possède des caractéristiques de propagation qui lui sont propres : affaiblissement et déphasage linéiques, vitesses de propagation, fréquence de coupure. Lorsque la transmission fait simultanément usage de plusieurs modes, la différence des vitesses de propagation produit des distorsions. Dans les applications de télécommunications et de radar, on souhaite donc qu'un seul mode puisse se propager à la fréquence du signal. Un choix judicieux de la forme et des dimensions du guide permettent d'obtenir ce résultat. L'existence possible de plusieurs modes de propagation limite la bande de fréquence utilisable de toutes les lignes de transmission. Il existe cependant une exception importante, celle des fibres optiques : on fait usage de transmission multimodale, mais on réduit la longueur de la ligne ou la bande passante pour maintenir la distorsion dans des limites tolérables.

La présence (ou l'absence) d'un mode particulier sur une ligne dépend du dispositif d'excitation, c'est-à-dire des conditions aux limites aux deux extrémités (source et charge).

### 2.1.9 Classification des modes de propagation

Selon qu'il possède ou non des composantes longitudinales des champs électrique ou magnétique, un mode a des caractéristiques différentes. On obtient ainsi quatre catégories de modes, présentées dans le tableau 2.2.

Tableau 2.2 Les quatre types de modes de propagation.

$E_z$	$H_z$	Nom	Sigle	Autre dénomination
= 0	= 0	Transverse électromagnétique	TEM	
= 0	≠ 0	Transverse électrique	TE	H
≠ 0	= 0	Transverse magnétique	TM	E
≠ 0	≠ 0	Hybride		EH ou HE

### 2.1.10 Classification des lignes et des guides d'ondes

Il existe un grand nombre de structures qui permettent la transmission de signaux électriques. Ces structures peuvent être :

- soit ouvertes (possibilité de rayonnement), soit fermées (champs entièrement contenus à l'intérieur d'une enveloppe conductrice);
- soit homogènes (un seul milieu de propagation ne variant pas dans le plan

transverse), soit inhomogènes (plusieurs milieux de nature différente, ou un milieu variant de façon continue dans le plan transverse);

- soit démunie de tout conducteur métallique, soit dotée d'un ou de plusieurs conducteurs.

Ces trois critères délimitent 10 catégories, représentées dans le tableau 2.3. Les principaux guides d'ondes et lignes de transmission correspondant à chacune des catégories sont indiqués dans les cases correspondantes. Les sections droites des lignes sont représentées schématiquement à la figure 2.4.

Tableau 2.3 Classification des lignes et guides d'ondes

		Pas de conducteur	Un conducteur	Deux conducteurs
Ouvverte	Homogène	Ondes dans l'espace libre (chap. III.6)	Guide unifilaire	Ligne symétrique à ruban Ligne bifilaire
	Inhomogène	Guides diélectriques Fibres optiques Ondes dans un milieu inhomogène	Ligne de Goubau	Ligne microruban Ligne à fente Ligne coplanaire Ligne bifilaire isolée
Fermée	Homogène	Impossible	Guides d'ondes métalliques	Ligne coaxiale
	Inhomogène	Impossible	Guides d'ondes métalliques chargés	Ligne coaxiale chargée

### 2.1.11 Définitions : guide d'ondes et ligne chargés

Lorsqu'un guide d'ondes ou une ligne de transmission (par exemple une ligne coaxiale) est *partiellement rempli* de diélectrique (fig. 2.4), on parle respectivement de *guide d'ondes chargé* (en anglais : loaded waveguide) ou de *ligne chargée*.

## 2.2 PROPAGATION DANS UN GUIDE D'ONDES MÉTALLIQUE HOMOGÈNE FERMÉ


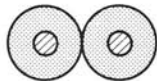


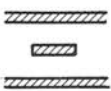
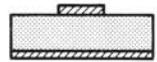

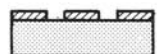

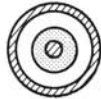
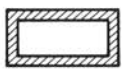
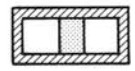

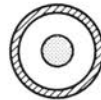
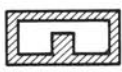





### 2.2.1 Hypothèses

Le cas idéalisé suivant est considéré (fig. 2.5):

- la structure est uniforme dans la direction de propagation  $z$ , selon les spécifications du paragraphe 2.1.1;
- la section droite est quelconque. Elle peut être simplement connexe (guide d'ondes creux) ou multiples connexes (plusieurs conducteurs);
- le milieu remplissant le guide est isotrope, linéaire et homogène. Ses propriétés  $\epsilon$ ,  $\mu$  et  $\sigma$  ne dépendent pas de la position à l'intérieur du guide, ni de l'amplitude des signaux;

- l'enveloppe du guide, qui l'entoure complètement, est formée d'un conducteur parfait, soit électrique (c.e.p., approximation d'une paroi métallique), soit magnétique (c.m.p., correspondant à un plan de symétrie);
- le guide d'ondes ne contient pas de densité de charge électrique ( $\rho = 0$ ).

Tableau 2.4 Sections des principales lignes de transmission et guides d'ondes.

Homogènes	Inhomogènes		
Ligne bifilaire 	Ligne bifilaire isolée 		
Ligne unifilaire 	Ligne de Goubau 		
Ligne à ruban 	Ligne microruban 		
	Ligne à fente 		
	Ligne coplanaire 		
Ligne coaxiale 	Ligne coaxiale chargée 		
Guides d'ondes métalliques	Guides d'ondes chargés		
			
			
Guides d'ondes diélectriques	Fibres optiques		
			
			
			



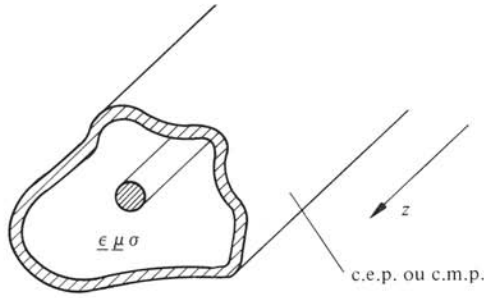


Fig. 2.5 Modèle de guide d'ondes métallique.

### 2.2.2 Séparation des équations de Maxwell en composantes longitudinales et transverses

Comme la structure est uniforme dans la direction de propagation, on applique (2.1) et (2.3) aux équations de Maxwell. Pour les équations en divergence (1.4) et (1.5), on obtient

$$\nabla_{\mathbf{t}} \cdot \underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{t}} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0 \quad \text{V/m}^2 \quad (2.11)$$

$$\nabla_{\mathbf{t}} \cdot \underline{\mathbf{H}}_{\mathbf{t}} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0 \quad \text{A/m}^2 \quad (2.12)$$

On développe de même les équations rotationnelles, ce qui donne pour (1.2)

$$\left( \nabla_{\mathbf{t}} + \mathbf{e}_z \frac{\partial}{\partial z} \right) \times (\underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{t}} + \mathbf{e}_z E_z) = -j\omega \underline{\mu} \underline{\mathbf{H}}_{\mathbf{t}} - j\omega \underline{\mu} \mathbf{e}_z H_z \quad \text{V/m}^2 \quad (2.13)$$

En effectuant la multiplication dans le terme de gauche, on obtient quatre composantes. La première est purement longitudinale, les deux suivantes transverses et la dernière est identiquement nulle (produit vectoriel de deux vecteurs longitudinaux).

$$\nabla_{\mathbf{t}} \times \underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{t}} + \mathbf{e}_z \frac{\partial}{\partial z} \times \underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{t}} + \nabla_{\mathbf{t}} \times \mathbf{e}_z E_z + \mathbf{e}_z \frac{\partial}{\partial z} \times \mathbf{e}_z E_z \quad \text{V/m}^2 \quad (2.14)$$

Après regroupement des composantes transverses, cette relation devient

$$\nabla_{\mathbf{t}} \times \underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{t}} + \mathbf{e}_z \times \left( \frac{\partial \underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{t}}}{\partial z} - \nabla_{\mathbf{t}} E_z \right) = -j\omega \underline{\mu} \underline{\mathbf{H}}_{\mathbf{t}} - j\omega \underline{\mu} \mathbf{e}_z H_z \quad \text{V/m}^2 \quad (2.15)$$

On procède de la même façon pour l'équation (1.3)

$$\nabla_{\mathbf{t}} \times \underline{\mathbf{H}}_{\mathbf{t}} + \mathbf{e}_z \times \left( \frac{\partial \underline{\mathbf{H}}_{\mathbf{t}}}{\partial z} - \nabla_{\mathbf{t}} H_z \right) = (j\omega \underline{\epsilon} + \sigma) \underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{t}} + (j\omega \underline{\epsilon} + \sigma) \mathbf{e}_z E_z \quad \text{A/m}^2 \quad (2.16)$$

Ces deux relations, (2.15) et (2.16), possèdent chacune une partie transverse et une partie longitudinale. L'identification de ces dernières donne respectivement

$$\nabla_{\mathbf{t}} \times \underline{\mathbf{E}}_{\mathbf{t}} = -j\omega \underline{\mu} \mathbf{e}_z H_z \quad \text{V/m}^2 \quad (2.17)$$

$$\nabla_{\mathbf{t}} \times \underline{\mathbf{H}}_{\mathbf{t}} = (j\omega \underline{\epsilon} + \sigma) \mathbf{e}_z E_z \quad \text{A/m}^2 \quad (2.18)$$

Quant aux composantes transverses, elles sont obtenues en multipliant vectoriellement (2.15) et (2.16) par  $\underline{e}_z$ , ce qui donne à l'aide de relations vectorielles

$$\nabla_t \underline{E}_z - \frac{\partial \underline{E}_t}{\partial z} = -j\omega \underline{\mu} \underline{e}_z \times \underline{H}_t \quad \text{V/m}^2 \quad (2.19)$$

$$\nabla_t \underline{H}_z - \frac{\partial \underline{H}_t}{\partial z} = (j\omega \underline{\epsilon} + \sigma) \underline{e}_z \times \underline{E}_t \quad \text{A/m}^2 \quad (2.20)$$

### 2.2.3 Conditions d'existence d'un mode TEM ( $\underline{E}_z = 0$ , $\underline{H}_z = 0$ )

Pour un mode Transverse ElectroMagnétique, les champs sont, par définition, purement transverses. Il en résulte que  $\underline{E}_z$  et  $\underline{H}_z$  sont tous deux nuls partout (tab. 2.2). Introduisant ces valeurs dans (2.11), (2.12), (2.17) et (2.18), on obtient

$$\nabla_t \times \underline{E}_t = 0 \quad \text{V/m}^2 \quad (2.21)$$

$$\nabla_t \cdot \underline{E}_t = 0 \quad \text{V/m}^2 \quad (2.22)$$

$$\nabla_t \times \underline{H}_t = 0 \quad \text{A/m}^2 \quad (2.23)$$

$$\nabla_t \cdot \underline{H}_t = 0 \quad \text{A/m}^2 \quad (2.24)$$

Les deux premières relations correspondent à un problème bidimensionnel d'électrostatique sans charges d'espace (chap. III.2), les deux suivantes à un problème bidimensionnel de magnétostatique sans courants (sect. III.4.1).

Les deux problèmes sont satisfaits par l'équation de Laplace en deux dimensions, que l'on résout avec les méthodes décrites au chapitre III.2.

Pour un guide d'ondes simplement connexe (tuyau métallique creux sans conducteur à l'intérieur) l'équation de Laplace n'admet que la solution triviale  $\underline{E}_t \equiv 0$ . La condition aux limites sur la surface métallique y impose un potentiel constant. A l'intérieur du guide le potentiel doit aussi être constant, en vertu des propriétés de l'équation de Laplace (§ III.2.1.5). Il en résulte que le guide d'ondes creux ne permet pas la propagation d'un mode TEM.

Sur une structure à deux conducteurs, au contraire, un mode TEM peut se propager. On obtient son équation d'onde en dérivant par rapport à  $z$  la relation (2.19), où l'on a préalablement posé  $\underline{E}_z = 0$ , puis on fait usage de (2.20)

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \underline{E}_t}{\partial z^2} &= j\omega \underline{\mu} \underline{e}_z \times \frac{\partial \underline{H}_t}{\partial z} = -j\omega \underline{\mu} (j\omega \underline{\epsilon} + \sigma) \underline{e}_z \times \underline{e}_z \times \underline{E}_t \\ &= j\omega \underline{\mu} (j\omega \underline{\epsilon} + \sigma) \underline{E}_t \quad \text{V/m}^3 \end{aligned} \quad (2.25)$$

Il s'agit de l'équation d'une onde plane uniforme se propageant le long de l'axe des  $z$  dans un milieu homogène infini de propriétés  $\underline{\epsilon}$ ,  $\underline{\mu}$ ,  $\sigma$  (sect. III.6.1). La propagation du mode TEM dans une ligne homogène à deux conducteurs ne dépend que du milieu de propagation, et non de la géométrie ou des dimensions de la ligne. L'exposant de propagation  $\underline{\gamma}$  est donné par

$$\underline{\gamma} = \alpha + j\beta = \sqrt{j\omega \underline{\mu} (j\omega \underline{\epsilon} + \sigma)} \quad \text{m}^{-1} \quad (2.26)$$

Comme le déphasage linéique  $\beta$  est défini pour tout  $\omega$  à partir du continu, le mode TEM peut se propager sur une ligne bifilaire quelle que soit la fréquence.

Plus généralement, une ligne à  $N$  conducteurs peut propager  $N - 1$  modes TEM linéairement indépendants.

#### ■ 2.2.4 Relations pour un mode TE ( $E_z = 0, H_z \neq 0$ ), nombres d'onde

Pour qu'un mode TE (Transverse Electrique) puisse se propager dans un guide d'ondes, il faut trouver une relation différentielle portant sur  $H_z$  seulement (puisque  $E_z = 0$ ), dont les solutions satisfassent aux conditions aux limites aux bords du guide. On prend dans ce but la divergence transverse de (2.20), que l'on développe en faisant ensuite usage de (2.17)

$$\begin{aligned} \nabla_t^2 \underline{H}_z - \frac{\partial}{\partial z} \nabla_t \cdot \underline{H}_t &= (j\omega\epsilon + \sigma) \nabla_t \cdot (\underline{e}_z \times \underline{E}_t) \\ &= -(j\omega\epsilon + \sigma) \underline{e}_z \cdot \nabla_t \times \underline{E}_t \\ &= j\omega\mu (j\omega\epsilon + \sigma) \underline{H}_z \quad \text{A/m}^3 \end{aligned} \quad (2.27)$$

On définit alors le nombre d'onde  $\underline{k}$

$$\underline{k}^2 = -j\omega\mu (j\omega\epsilon + \sigma) \quad \text{m}^{-2} \quad (2.28)$$

Le second terme du membre de gauche de (2.27) est transformé à l'aide de (2.12), de façon à obtenir finalement une relation ne comportant que la composante  $H_z$

$$\nabla_t^2 \underline{H}_z + \frac{\partial^2 \underline{H}_z}{\partial z^2} + \underline{k}^2 \underline{H}_z = 0 \quad \text{A/m}^3 \quad (2.29)$$

Le premier terme contient une dérivation transverse, le second une dérivation longitudinale de  $H_z$ . Pour qu'une solution non triviale existe, les variations dans les deux directions doivent être indépendantes et on fait usage de la séparation de variables

$$\nabla_t^2 \underline{H}_z + \underline{p}^2 \underline{H}_z = 0 \quad \text{A/m}^3 \quad (2.30)$$

$$\frac{\partial^2 \underline{H}_z}{\partial z^2} - \underline{\gamma}^2 \underline{H}_z = 0 \quad \text{A/m}^3 \quad (2.31)$$

$$\underline{p}^2 - \underline{\gamma}^2 = \underline{k}^2 \quad \text{m}^{-2} \quad (2.32)$$

La première de ces relations (2.30) concerne la dépendance transverse du mode. Elle définit le nombre d'onde transverse  $\underline{p}$ . En présence des conditions aux limites aux bords du guide, (1.8) ou (1.9), l'équation (2.30) n'admet de solutions que pour certaines valeurs de  $\underline{p}$ , qui sont les valeurs propres du problème, correspondant aux modes de propagation TE dans le guide (§2.1.8). Le nombre d'onde transverse  $\underline{p}$  dépend de la section droite du guide (forme et dimensions), ainsi que de la distribution des champs du mode considéré dans le plan transverse, mais non du milieu remplissant le guide. Dans un guide homogène (sect. 2.2 à 2.7), le nombre d'onde transverse est toujours réel et positif (§2.2.23).

L'équation (2.31) est l'équation d'onde longitudinale (2.6) appliquée à la composante  $\underline{H}_z$ . Quant à la relation (2.32), elle lie l'exposant de propagation  $\underline{\gamma}$  et le nombre d'onde transverse  $\underline{p}$  au nombre d'onde  $\underline{k}$ .

### 2.2.5 Champs transverses du mode TE

Les composantes transverses des champs électromagnétiques peuvent être mises sous la forme de fonctions du champ magnétique longitudinal  $\underline{H}_z$ . En prenant le gradient transverse de (2.12), puis en remplaçant  $\nabla_t^2$  par  $-p^2$  (on fait alors usage de 2.30, qui s'applique non seulement à  $\underline{H}_z$ , mais aussi aux composantes qui en dérivent), on obtient

$$\nabla_t^2 \underline{H}_t = -\nabla_t \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial z} = -p^2 \underline{H}_t \quad \text{A/m}^3 \quad (2.33)$$

et par conséquent

$$\underline{H}_t = \frac{1}{p^2} \nabla_t \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial z} \quad \text{A/m} \quad (2.34)$$

Le champ électrique transverse est obtenu en introduisant la valeur de  $\underline{H}_t$  définie par (2.34) dans la relation (2.19), dérivant ensuite par rapport à  $z$  et faisant usage de (2.31)

$$\underline{E}_t = \frac{j\omega\mu}{p^2} \underline{e}_z \times \nabla_t \underline{H}_z \quad \text{V/m} \quad (2.35)$$

### 2.2.6 Relations entre les composantes transverses des champs du mode TE

Les composantes transverses des champs sont aussi liées entre elles. La relation (2.19) donne une première équation

$$\frac{\partial \underline{E}_t}{\partial z} = j\omega\mu \underline{e}_z \times \underline{H}_t \quad \text{V/m}^2 \quad (2.36)$$

Une seconde équation liant les deux champs est obtenue à l'aide de deux relations du paragraphe 2.2.5. On dérive l'équation (2.34) par rapport à  $z$  et on remplace la dérivation longitudinale par l'exposant de propagation. On multiplie ensuite vectoriellement l'équation (2.35) par  $\underline{e}_z$ . Les termes ainsi obtenus sont identifiés, ce qui donne la relation cherchée

$$\frac{\partial \underline{H}_t}{\partial z} = -\frac{\underline{\gamma}^2}{j\omega\mu} \underline{e}_z \times \underline{E}_t \quad \text{A/m}^2 \quad (2.37)$$

### 2.2.7 Définitions : tension et courant sur une ligne équivalente

Les deux relations (2.36) et (2.37) présentent une analogie formelle avec les équations des lignes (§ III.8.3.2). On peut donc faire usage de la théorie des lignes et, dans ce but, on décompose les champs transverses en produits d'une fonction à dépendance longitudinale par une fonction à dépendance transverse (§ 2.1.3)

$$\underline{E}_t(\mathbf{r}_t, z) = \underline{U}_e(z) \underline{E}_T(\mathbf{r}_t) \quad \text{V/m} \quad (2.38)$$

$$\underline{H}_t(\mathbf{r}_t, z) = \underline{I}_e(z) \underline{H}_T(\mathbf{r}_t) \quad \text{A/m} \quad (2.39)$$

Les fonctions de  $z$  résultant de la séparation sont *la tension*  $\underline{U}_e(z)$  et *le courant*  $\underline{I}_e(z)$  sur une ligne de transmission équivalente.

### 2.2.8 Commentaire

Pour éviter des confusions possibles, on fait usage de l'indice  $t$  pour représenter la composante transverse d'un champ, et l'indice  $T$  pour spécifier *la partie dépendant de la coordonnée transverse*. Les dimensions mêmes de ces deux termes sont différentes : en effet, si les composantes transverses ont les dimensions des champs, leurs parties transverses après séparation ont pour dimension l'inverse d'une longueur.

### 2.2.9 Ligne équivalente pour le mode TE

On développe (2.36) à l'aide de (2.38) et (2.39)

$$\frac{\partial}{\partial z} \underline{E}_t = \underline{E}_T \frac{d\underline{U}_e}{dz} = j\omega\mu \mathbf{e}_z \times \underline{H}_t = j\omega\mu \underline{I}_e \mathbf{e}_z \times \underline{H}_T \quad \text{V/m}^2 \quad (2.40)$$

On identifie les termes à dépendance transverse et les termes à dépendance longitudinale dans (2.40), de façon à faire apparaître la première équation (III.8.14) des lignes, qui lie le courant à la variation de tension

$$\frac{d\underline{U}_e}{dz} = -j\omega\mu \underline{I}_e = -\underline{Z}' \underline{I}_e \quad \text{V/m} \quad (2.41)$$

$$\underline{E}_T = -\mathbf{e}_z \times \underline{H}_T \quad \text{m}^{-1} \quad (2.42)$$

On développe de la même manière (2.37)

$$\frac{\partial}{\partial z} \underline{H}_t = \underline{H}_T \frac{d\underline{I}_e}{dz} = -\frac{\gamma^2}{j\omega\mu} \mathbf{e}_z \times \underline{E}_t = -\frac{\gamma^2}{j\omega\mu} \underline{U}_e \mathbf{e}_z \times \underline{E}_T \quad \text{A/m} \quad (2.43)$$

Après identification, on obtient la seconde équation des lignes

$$\frac{d\underline{I}_e}{dz} = -\frac{\gamma^2}{j\omega\mu} \underline{U}_e = -\underline{Y}' \underline{U}_e \quad \text{A/m} \quad (2.44)$$

$$\underline{H}_T = \mathbf{e}_z \times \underline{E}_T \quad \text{m}^{-1} \quad (2.45)$$

### 2.2.10 Remarque

La séparation des composantes transverses et longitudinales est arbitraire : on peut toujours multiplier  $\underline{U}_e$  par une constante quelconque  $\underline{K}$ , tout en divisant  $\underline{E}_T$  par cette même constante. Cela n'affecte pas (2.38), mais cependant modifie les relations suivantes (2.41) à (2.45). Le choix le plus simple et le plus logique, consistant à poser arbitrairement  $\underline{K} = 1$ , a été effectué ici. Il revient à spécifier des amplitudes égales pour  $\underline{E}_T$  et  $\underline{H}_T$ , ce qui signifie que le rapport de  $\underline{U}_e$  sur  $\underline{I}_e$  est le quotient des champs transverse électrique et magnétique.

### 2.2.11 Schéma équivalent d'une section infinitésimale de guide pour un mode TE

Le schéma équivalent d'une section de ligne de longueur  $dz$  est représenté à la figure 2.6 (sect. III.8.3). Pour un mode TE dans un guide d'ondes, l'impédance série  $\underline{Z}'$  est donnée par la relation (2.41). L'admittance en parallèle  $\underline{Y}'$  définie par (2.44) est développée comme suit, explicitant  $\underline{k}$  à l'aide de (2.28)

$$\underline{Y}' = \frac{\underline{\gamma}^2}{j\omega\underline{\mu}} = \frac{p^2 - \underline{k}^2}{j\omega\underline{\mu}} = \frac{p^2}{j\omega\underline{\mu}} + \frac{j\omega\underline{\mu}(j\omega\underline{\epsilon} + \sigma)}{j\omega\underline{\mu}} \quad \text{S/m} \quad (2.46)$$

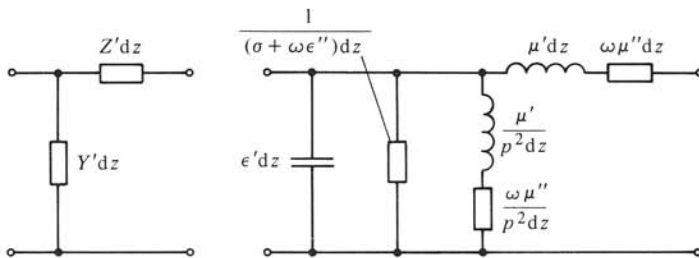


Fig. 2.6 Schéma équivalent d'une section de guide d'ondes de longueur infinitésimale  $dz$  propageant un mode TE. Les valeurs respectives des inductances, des capacités et des résistances sont indiquées en regard des composants.

Les grandeurs complexes  $\underline{\epsilon}$  et  $\underline{\mu}$  sont ensuite décomposées en parties réelles et imaginaires (§ 1.4.2)

$$\underline{Y}' = \frac{1}{j\omega\mu'/p^2 + \omega\mu''/p^2} + j\omega\epsilon' + \omega\epsilon'' + \sigma \quad \text{S/m} \quad (2.47)$$

### 2.2.12 Raccord avec la théorie des lignes pour un mode TE, impédance équivalente

L'étude de la propagation dans un guide d'ondes peut maintenant être faite à l'aide de la théorie des lignes (chap. III.8). Les courants et tensions sur la ligne équivalente ont la forme

$$\underline{U}_e = \underline{U}_{e+} \exp(-\underline{\gamma}z) + \underline{U}_{e-} \exp(+\underline{\gamma}z) \quad \text{V} \quad (2.48)$$

$$\underline{I}_e = (1/\underline{Z}_e) [\underline{U}_{e+} \exp(-\underline{\gamma}z) - \underline{U}_{e-} \exp(+\underline{\gamma}z)] \quad \text{A} \quad (2.49)$$

avec l'exposant de propagation  $\underline{\gamma}$  et l'impédance caractéristique équivalente  $\underline{Z}_e$  donnés par

$$\underline{\gamma} = \sqrt{\underline{Z}'\underline{Y}'} = \sqrt{j\omega\underline{\mu}(\underline{\gamma}^2/j\omega\underline{\mu})} \quad \text{m}^{-1} \quad (2.50)$$

$$\underline{Z}_e = \sqrt{\underline{Z}'/\underline{Y}'} = j\omega\underline{\mu}/\underline{\gamma} \quad \Omega \quad (2.51)$$

où  $\underline{U}_{e+}$  et  $\underline{U}_{e-}$  sont respectivement les tensions des ondes progressive et rétrograde en  $z = 0$ , qui sont imposées par les conditions d'excitation aux deux extrémités du guide d'ondes (générateur et charge).

### 2.2.13 Définition : potentiel transverse $\underline{\psi}$ du mode TE

La relation (2.18) montre que, lorsque  $\underline{E}_z$  est nul, le champ magnétique transverse dérive d'un potentiel, que l'on définit comme suit

$$\underline{H}_T = -\nabla_t \underline{\psi} \quad \text{m}^{-1} \quad (2.52)$$

Ce potentiel  $\underline{\psi}$  doit satisfaire l'équation de Helmholtz, obtenue à l'aide de (2.30)

$$\nabla_t^2 \underline{\psi} + p^2 \underline{\psi} = 0 \quad \text{m}^{-2} \quad (2.53)$$

Les conditions à satisfaire aux bords du guide sur un conducteur électrique parfait (c.e.p.) sont

$$\underline{n} \times \underline{E}_T = -(\underline{n} \cdot \underline{H}_T) \underline{e}_z = 0 \quad \text{m}^{-1} \quad (2.54)$$

ce qui entraîne

$$-\underline{n} \cdot \underline{H}_T = \underline{n} \cdot \nabla_t \underline{\psi} = \frac{\partial \underline{\psi}}{\partial n} = 0 \quad \text{m}^{-1} \quad (2.55)$$

Sur un conducteur magnétique parfait (c.m.p.), le potentiel transverse doit s'annuler

$$\underline{\psi} = 0 \quad 1 \quad (2.56)$$

#### 2.2.14 Relation entre le potentiel transverse $\underline{\psi}$ et la composante longitudinale du champ magnétique du mode TE

Développant  $\underline{H}_T$  (2.34) à l'aide de (2.39), faisant usage de (2.52) et intégrant, on obtient, annulant la constante d'intégration (arbitraire)

$$-\underline{I}_e \underline{\psi} = \frac{1}{p^2} \frac{\partial \underline{H}_z}{\partial z} \quad \text{A} \quad (2.57)$$

Cette relation est ensuite dérivée par rapport à  $z$  et donne, faisant usage de (2.31) et de (2.44)

$$\underline{H}_z = \frac{p^2}{j\omega\mu} \underline{U}_e \underline{\psi} \quad \text{A/m} \quad (2.58)$$

La composante longitudinale du champ magnétique est donc proportionnelle à la tension équivalente sur la ligne, sa dépendance transverse est celle du potentiel transverse  $\underline{\psi}$ .

#### 2.2.15 Relations pour un mode TM ( $\underline{H}_z = 0, \underline{E}_z \neq 0$ )

Les relations pour un mode Transverse Magnétique sont les duales de celles d'un mode TE. Les dérivations sont de ce fait analogues, et seuls les principaux résultats sont donc présentés. Les équations transverse et longitudinale deviennent dans ce cas

$$\nabla_t^2 \underline{E}_z + p^2 \underline{E}_z = 0 \quad \text{V/m}^3 \quad (2.59)$$

$$\frac{\partial^2 \underline{E}_z}{\partial z^2} - \underline{\gamma}^2 \underline{E}_z = 0 \quad \text{V/m}^3 \quad (2.60)$$

$$p^2 - \underline{\gamma}^2 = \underline{k}^2 \quad \text{m}^{-2} \quad (2.32)$$

### 2.2.16 Champs transverses du mode TM

Les composantes transverses sont des fonctions de  $\underline{E}_z$

$$\underline{E}_t = \frac{1}{p^2} \nabla_t \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial z} \quad \text{V/m} \quad (2.61)$$

$$\underline{H}_t = -\frac{j\omega\epsilon + \sigma}{p^2} \underline{e}_z \times \nabla_t \underline{E}_z \quad \text{A/m} \quad (2.62)$$

### 2.2.17 Relations entre les composantes transverses du mode TM

On fait usage de la même méthode qu'au paragraphe 2.2.6, ce qui donne

$$\frac{\partial \underline{H}_t}{\partial z} = -(j\omega\epsilon + \sigma) \underline{e}_z \times \underline{E}_t \quad \text{A/m}^2 \quad (2.63)$$

$$\frac{\partial \underline{E}_t}{\partial z} = \frac{\gamma^2}{j\omega\epsilon + \sigma} \underline{e}_z \times \underline{H}_t \quad \text{V/m}^2 \quad (2.64)$$

### 2.2.18 Ligne équivalente pour un mode TM

Les dépendances transverses et longitudinales sont séparées au moyen des relations (2.38) et (2.39). On trouve les mêmes relations (2.42) et (2.45) pour les fonctions transverses que pour le mode TE, mais les relations longitudinales donnent ici

$$\frac{d\underline{I}_e}{dz} = -(j\omega\epsilon + \sigma) \underline{U}_e = -\underline{Y}' \underline{U}_e \quad \text{A/m} \quad (2.65)$$

$$\frac{d\underline{U}_e}{dz} = -\frac{\gamma^2}{j\omega\epsilon + \sigma} \underline{I}_e = -\underline{Z}' \underline{I}_e \quad \text{V/m} \quad (2.66)$$

### 2.2.19 Schéma équivalent d'une section de guide de longueur infinitésimale pour un mode TM

C'est ici l'impédance linéique  $\underline{Z}'$  qu'il s'agit de développer pour déterminer les éléments série du schéma équivalent

$$\begin{aligned} \underline{Z}' &= \frac{\gamma^2}{j\omega\epsilon + \sigma} = \frac{p^2 - k^2}{j\omega\epsilon + \sigma} \\ &= \frac{1}{j\omega\epsilon'/p^2 + (\omega\epsilon'' + \sigma)/p^2 + j\omega\mu' + \omega\mu''} \quad \Omega/\text{m} \end{aligned} \quad (2.67)$$

L'admittance linéique  $\underline{Y}'$  est donnée en (2.65). Le schéma équivalent d'une section de ligne de longueur  $dz$  est représenté à la figure 2.7. C'est le dual de celui du mode TE.

### 2.2.20 Raccord avec la théorie des lignes pour le mode TM

Le seul terme qui soit différent de ceux définis au paragraphe 2.2.12 est l'impédance caractéristique équivalente  $\underline{Z}_e$ , qui vaut pour un mode TM

$$\underline{Z}_e = \sqrt{\underline{Z}'/\underline{Y}'} = \underline{\gamma}/(j\omega\epsilon + \sigma) \quad \Omega \quad (2.68)$$



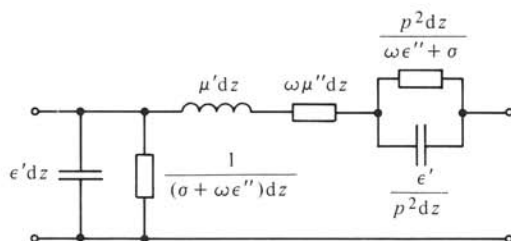


Fig. 2.7 Schéma équivalent d'une section de guide d'ondes de longueur  $dz$  pour un mode TM. Les valeurs respectives des inductances, des capacités et des résistances sont indiquées en regard des composants.

### 2.2.21 Définition du potentiel transverse $\underline{\phi}$ du mode TM

C'est ici le champ électrique transverse qui dérive d'un potentiel  $\underline{\phi}$ , suite à l'annulation de son rotationnel (2.17)

$$\underline{E}_T = -\nabla_t \underline{\phi} \quad \text{m}^{-1} \quad (2.69)$$

Ce potentiel doit satisfaire l'équation de Helmholtz (2.59)

$$\nabla_t^2 \underline{\phi} + p^2 \underline{\phi} = 0 \quad \text{m}^{-2} \quad (2.70)$$

en présence des conditions aux limites (§ 1.4.3) :

- au bord d'un conducteur électrique parfait (c.e.p.)

$$\underline{\phi} = 0 \quad 1 \quad (2.71)$$

- au bord d'un conducteur magnétique parfait (c.m.p.)

$$\mathbf{n} \cdot \nabla_t \underline{\phi} = \frac{\partial \underline{\phi}}{\partial n} = 0 \quad \text{m}^{-1} \quad (2.72)$$

### 2.2.22 Relation entre le potentiel transverse $\underline{\phi}$ et la composante longitudinale du champ électrique du mode TM

Ces deux grandeurs sont liées entre elles par une relation obtenue à partir de (2.61), (2.38), (2.69) et (2.66)

$$\underline{E}_z = \frac{p^2}{j\omega\epsilon + \sigma} \underline{I}_e \underline{\phi} \quad \text{V/m} \quad (2.73)$$

La composante longitudinale du champ électrique d'un mode TM est proportionnelle au courant équivalent sur la ligne et au potentiel transverse  $\underline{\phi}$ .

### ■ 2.2.23 Propriétés du nombre d'onde transverse $p$

La nature du nombre d'onde transverse  $p$  peut encore être précisée dans le cas général, sans qu'on doive spécifier la section droite du guide. On fait usage dans ce but du théorème de la divergence (§ 9.2.2) en deux dimensions, appliqué à la section droite du guide d'ondes

$$\int_S \nabla \cdot \underline{A} \, dA = \oint_C \underline{A} \cdot \mathbf{n} \, dl \quad (2.74)$$

On sélectionne pour la démonstration un vecteur transverse  $\underline{A}$ , défini comme suit

$$\underline{A} = \underline{\theta}^* \nabla_{\underline{t}} \underline{\theta} \quad \text{m}^{-1} \quad (2.75)$$

où  $\underline{\theta}$  est un potentiel transverse, soit  $\underline{\psi}$  pour un mode TE, soit  $\underline{\phi}$  pour un mode TM,  $\underline{\theta}^*$  étant son conjugué complexe. A l'aide de (2.53) ou de (2.70), la divergence transverse de  $\underline{A}$  prend la forme

$$\nabla_{\underline{t}} \cdot \underline{A} = \nabla_{\underline{t}} \underline{\theta}^* \cdot \nabla_{\underline{t}} \underline{\theta} + \underline{\theta}^* \nabla_{\underline{t}}^2 \underline{\theta} = |\nabla_{\underline{t}} \underline{\theta}|^2 - p^2 |\underline{\theta}|^2 \quad \text{m}^{-2} \quad (2.76)$$

La valeur ainsi obtenue est introduite dans (2.74)

$$\int_S |\nabla_{\underline{t}} \underline{\theta}|^2 dA - p^2 \int_S |\underline{\theta}|^2 dA = \oint_C \underline{\theta}^* \nabla_{\underline{t}} \underline{\theta} \cdot \underline{n} dl \quad 1 \quad (2.77)$$

Le terme de droite est nul par suite des conditions aux limites, qu'il s'agisse d'un mode TE ou d'un mode TM, aussi bien sur un c.e.p. que sur un c.m.p. Le nombre d'onde transverse  $p$  est alors défini, en termes du potentiel transverse, par la relation

$$p^2 = \frac{\int_S |\nabla_{\underline{t}} \underline{\theta}|^2 dA}{\int_S |\underline{\theta}|^2 dA} \quad \text{m}^{-2} \quad (2.78)$$

Il s'agit du quotient de deux grandeurs définies positives : le nombre d'onde transverse dans un guide homogène entouré d'un conducteur parfait est de ce fait toujours **une grandeur réelle**. Il ne dépend pas du milieu remplissant le guide d'ondes (milieu homogène et isotrope, § 2.2.1). On prendra toujours par la suite la racine positive pour  $p$ .

#### 2.2.24 Normalisation des fonctions transverses $\underline{E}_T$ et $\underline{H}_T$

Pour obtenir des résultats cohérents, il faut que la puissance transmise sur la ligne équivalente soit identique à celle qui est transportée dans le guide d'ondes, c'est-à-dire

$$\begin{aligned} \underline{S}_z &= \int_S (\underline{E} \times \underline{H}^*) \cdot \underline{e}_z dA = \underline{U}_e \underline{I}_e^* \int_S \underline{E}_T \times (\underline{e}_z \times \underline{E}_T^*) \cdot \underline{e}_z dA \\ &= \underline{U}_e \underline{I}_e^* \int_S |\underline{E}_T|^2 dA = \underline{U}_e \underline{I}_e^* \quad \text{VA} \end{aligned} \quad (2.79)$$

Pour satisfaire cette condition, il faut donc avoir

$$\int_S |\underline{E}_T|^2 dA = \int_S |\underline{H}_T|^2 dA = \int_S |\nabla_{\underline{t}} \underline{\theta}|^2 dA = 1 \quad 1 \quad (2.80)$$

Faisant usage de (2.78), on trouve ensuite que

$$\int_S |\underline{\theta}|^2 dA = \frac{1}{p^2} \quad \text{m}^2 \quad (2.81)$$

avec  $\underline{\theta} = \underline{\phi}$  pour un mode TM et  $\underline{\theta} = \underline{\psi}$  pour un mode TE.

#### 2.2.25 Définitions : impédance d'onde, impédances de guide

La tension et le courant équivalents  $\underline{U}_e$  et  $\underline{I}_e$ , définis en (2.38) et (2.39), sont des grandeurs proportionnelles aux champs électrique et magnétique transverses dans le guide : ils ne représentent pas une tension et un courant existant effectivement à un

quelconque emplacement dans ce guide. Le quotient  $Z_e$  de ces deux grandeurs est appelé *impédance d'onde*.

Certains auteurs ont de plus défini une tension de guide  $\underline{U}_g$  et un courant de guide  $\underline{I}_g$  à l'aide des relations suivantes

$$\underline{U}_g = \max \int_A^B \underline{E} \cdot d\mathbf{l} \quad \text{V} \quad (2.82)$$

$$\underline{I}_g = \int_{C'} \underline{A} \cdot \mathbf{e}_z \, dl \quad \text{A} \quad (2.83)$$

où  $A$  et  $B$  sont deux points, situés dans un plan transverse du guide et où  $C'$  est une partie du contour du guide, par exemple celle sur laquelle le courant de surface circule dans la direction  $z$ . Dans un guide creux, on trouve cependant que  $\underline{U}_g \cdot \underline{I}_g \neq \underline{S}_z$  (composante longitudinale de la puissance transmise dans le guide). Il en résulte que l'on peut définir trois *impédances de guide* différentes [2] :

$$\underline{Z}_{UI} = \underline{U}_g / \underline{I}_g \quad \Omega \quad (2.84)$$

$$\underline{Z}_{PI} = \underline{S}_z / |\underline{I}_g|^2 \quad \Omega \quad (2.85)$$

$$\underline{Z}_{PU} = |\underline{U}_g|^2 / \underline{S}_z \quad \Omega \quad (2.86)$$

Les valeurs de ces trois impédances de guide sont différentes, les quotients de deux d'entre elles dépendant du type de guide d'ondes considéré : il en résulte une incertitude lorsqu'il faut connecter des guides ayant des formes différentes. De plus, les discontinuités excitent localement des modes supérieurs (§ 6.1.4) : l'étude des champs existant au voisinage d'une jonction entre deux guides d'ondes de sections différentes pose des problèmes très difficiles à résoudre de façon théorique. On fait le plus souvent usage de méthodes expérimentales pour adapter les discontinuités.

### 2.2.26 Hypothèse : guide d'ondes sans pertes

Quand le guide contient un *milieu sans pertes*,  $\sigma = 0$ ,  $\epsilon'' = 0$  et  $\mu'' = 0$ . Le nombre d'onde  $\underline{k}$  est alors réel

$$k = \omega \sqrt{\epsilon \mu} = \omega / c \quad \text{m}^{-1} \quad (2.87)$$

où  $c$  est la vitesse de la lumière dans le milieu remplissant le guide.

L'étude de la propagation dans les guides d'ondes considère toujours une structure sans pertes (conducteur parfait et milieu non dissipatif). Cette hypothèse est employée dans les paragraphes qui suivent, ainsi qu'aux sections 2.4 à 2.6, 2.9 et 2.10. L'effet des pertes est généralement évalué au moyen de méthodes de perturbation (sect. 2.7).

### 2.2.27 Définition : diagramme de dispersion

Dans un guide d'ondes sans pertes, l'exposant de propagation prend la forme

$$\underline{\gamma} = \alpha + j\beta = \sqrt{p^2 - k^2} = \sqrt{p^2 - (\omega/c)^2} \quad \text{m}^{-1} \quad (2.88)$$

Le diagramme représentant  $\alpha$  et  $\beta$  en fonction de la fréquence est appelé *diagramme de dispersion*. Un exemple est donné à la figure 2.8 pour un guide d'ondes rectangulaire particulier. Il faut noter qu'il existe une infinité de courbes, correspondant à toutes les solutions possibles pour  $p$ .

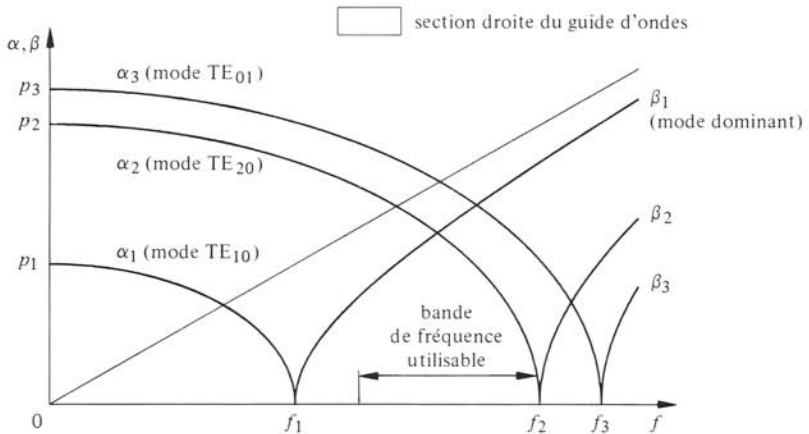


Fig. 2.8 Diagramme de dispersion pour un guide d'ondes rectangulaire ayant un rapport largeur sur hauteur de 2,25.

### 2.2.28 Définitions : fréquence et longueur d'onde de coupure

Pour chaque mode, il existe une fréquence particulière pour laquelle l'exposant de propagation s'annule ( $\gamma = 0$ ) : on l'appelle la *fréquence de coupure*  $f_c$  de ce mode. Sa valeur est donnée par (2.88)

$$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{pc}{2\pi} = \frac{p}{2\pi\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{c}{\lambda_c} \quad \text{Hz} \quad (2.89)$$

quant à  $\lambda_c = 2\pi/p$ , c'est la *longueur d'onde de coupure*.

### 2.2.29 Champs dans le guide à la fréquence de coupure

Lorsque  $\gamma$  est nul, on constate que l'un des deux champs transverse est nul. Pour un mode TE, il s'agit du champ magnétique transverse (2.34), tandis que c'est le champ électrique transverse qui disparaît à la coupure d'un mode TM (2.61). Il en résulte que, dans les deux cas, la puissance transmise dans le guide (2.79) s'annule : le guide ne permet donc pas de transmettre un signal à cette fréquence au moyen de ce mode particulier.

### 2.2.30 Mode en dessous de la coupure : mode évanescent

Quand, pour un mode donné,  $f < f_c$ , le terme sous la racine de (2.88) est positif et l'exposant de propagation est alors purement réel. On a dans ce cas un affaiblissement de l'onde, sans propagation

$$\alpha = \sqrt{p^2 - (\omega/c)^2} \quad \text{m}^{-1} \quad (2.90)$$

La courbe représentée par la relation  $\alpha(\omega)$  est une ellipse dans le diagramme de dispersion (fig. 2.8). Un mode en dessous de la coupure est appelé *mode évanescent*. L'impédance d'onde est dans ce cas purement imaginaire. Pour un mode TE (2.51)

$$Z_e = j\omega\mu/\alpha \quad \Omega \quad (2.91)$$

Il s'agit d'une réactance inductive : on dit que le mode TE en dessous de la coupure emmagasine de l'énergie magnétique. Pour un mode TM, l'impédance d'onde est donnée par (2.68)

$$\underline{Z}_e = \alpha / j\omega\epsilon \quad \Omega \quad (2.92)$$

Un mode TM en dessous de la fréquence de coupure emmagasine de l'énergie électrique, on a alors une réactance capacitive.

### 2.2.31 Mode en dessus de la coupure

Quand, pour un mode donné,  $f > f_c$ , le terme sous la racine de (2.88) est négatif, de sorte que l'exposant de propagation est purement imaginaire : le signal peut alors se propager sans affaiblissement dans le guide

$$\beta = \sqrt{k^2 - p^2} = \sqrt{(\omega/c)^2 - p^2} \quad \text{m}^{-1} \quad (2.93)$$

La courbe représentant la fonction  $\beta(\omega)$  dans le diagramme de dispersion est une hyperbole (fig. 2.8).

### 2.2.32 Définition : longueur d'onde de guide

Une onde qui se propage dans un guide d'ondes présente une périodicité dans le sens longitudinal, dont la période est la *longueur d'onde de guide*  $\lambda_g$  (2.8)

$$\begin{aligned} \lambda_g &= \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{\sqrt{k^2 - p^2}} = \frac{2\pi}{k} \frac{1}{\sqrt{1 - (p/k)^2}} \\ &= \frac{\lambda}{\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_c)^2}} \quad \text{m} \end{aligned} \quad (2.94)$$

où  $\lambda = 2\pi/k$  est la longueur d'onde dans le milieu  $\epsilon, \mu$ . La longueur d'onde de guide  $\lambda_g$  est toujours plus grande que la longueur d'onde  $\lambda$  dans le milieu.

### 2.2.33 Vitesses de phase et de groupe, dispersion, distorsion de phase

Ces deux vitesses, définies au paragraphe 2.1.5, valent respectivement pour un mode se propageant ( $f > f_c$ )

$$v_\varphi = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega}{\sqrt{(\omega/c)^2 - p^2}} = \frac{c}{\sqrt{1 - (pc/\omega)^2}} \quad \text{m/s} \quad (2.95)$$

$$v_g = \left( \frac{\partial \beta}{\partial \omega} \right)^{-1} = \frac{\sqrt{(\omega/c)^2 - p^2}}{\omega/c^2} = c \sqrt{1 - (pc/\omega)^2} \quad \text{m/s} \quad (2.96)$$

On remarque que  $v_\varphi v_g = c^2$ . Les deux vitesses sont des fonctions de la fréquence, le guide d'ondes est *dispersif*, c'est-à-dire que des signaux de fréquences différentes se propagent à des vitesses différentes. Un signal modulé subit de ce fait une *distorsion de phase*, particulièrement importante près de la coupure. Dans les applications de transfert d'information, on évite de faire usage d'un guide dans la bande de fréquences située entre  $f_c$  et  $1,25 \cdot f_c$ .

### 2.2.34 Impédance d'onde

Pour un mode en dessus de la coupure, l'impédance d'onde est réelle, correspondant à un transfert de puissance active. S'il s'agit d'un mode TE, elle est donnée par (2.51)

$$Z_e = \frac{j\omega\mu}{\gamma} = \frac{\omega\mu}{\beta} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{\lambda_g}{\lambda} \quad \Omega \quad (2.97)$$

Pour un mode TM, elle vaut (2.68)

$$Z_e = \frac{\gamma}{j\omega\epsilon} = \frac{\beta}{\omega\epsilon} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{\lambda}{\lambda_g} \quad \Omega \quad (2.98)$$

### 2.2.35 Bandes de fréquence, mode dominant, modes supérieurs

Dans le diagramme de dispersion d'un guide d'ondes on distingue, au point de vue des utilisations pratiques, quatre bandes de fréquence (fig. 2.8) :

- $f < f_1$ , aucun mode ne peut se propager, et les champs décroissent avec la distance (§ 2.2.30). Un tel guide peut être employé comme affaiblisseur (§ 6.3.8), dans des filtres ou pour des applications de blindage;
- $f_1 < f < 1,25 \cdot f_1$ , un seul mode, le *mode dominant*, peut se propager. Il présente toutefois une grande dispersion, de sorte que cette bande de fréquences n'est en général pas employée pour transmettre de l'information;
- $1,25 \cdot f_1 < f < f_2$ , un seul mode, le mode dominant, peut se propager. La dispersion est généralement acceptable dans cette bande, si la longueur de guide utilisée n'est pas excessive;
- $f > f_2$ , plusieurs modes, le mode dominant et un ou plusieurs *modes supérieurs*, peuvent se propager dans cette bande (fonctionnement multimodal). Les vitesses de propagation et les affaiblissements sont toutefois différents pour les différents modes, ce qui entraîne une distorsion du signal. On préfère ne pas faire usage de cette bande de fréquences, ou alors on prend des précautions pour ne pas exciter les modes supérieurs.

### 2.2.36 Définition : modes dégénérés

Dans certains guides d'ondes, il existe plusieurs modes dont les potentiels transverses  $\underline{\theta}$  (§ 2.2.23) sont différents, mais qui ont le même nombre d'onde transverse  $p$ . On les appelle *modes dégénérés*. Ces modes ont des structures de champs différentes, mais les courbes qui les représentent dans le diagramme de dispersion du guide sont confondues : même affaiblissement en dessous de la coupure, même fréquence de coupure, même déphasage en dessus de la coupure.

De plus, toute combinaison linéaire de modes dégénérés est aussi un mode dégénéré. Dans l'ensemble infini des modes dégénérés possibles, seuls certains d'entre eux sont linéairement indépendants.

### 2.2.37 Commentaire : mode TEM

Le mode TEM dans une ligne à deux conducteurs peut être considéré comme un cas particulier de mode TE ou TM pour lequel  $p = 0$ .

### 2.2.38 Commentaire : modes hybrides

Dans un guide d'ondes rempli d'un milieu homogène, toutes les solutions possibles peuvent être décomposées en modes TE et TM indépendants, avec en plus un mode TEM pour une ligne à deux conducteurs. Il n'existe pas dans ce cas de mode hybride.

## 2.3 GUIDE D'ONDES RECTANGULAIRE

### 2.3.1 Définition de la géométrie

On considère un guide d'ondes dont la section droite est un rectangle de largeur  $a$  et de hauteur  $b$ , avec  $a > b$  (fig. 2.9). Les coordonnées cartésiennes correspondant à cette géométrie apparaissent aussi dans la figure. Les parois du guide sont en métal, supposé parfaitement conducteur dans l'approximation sans pertes.

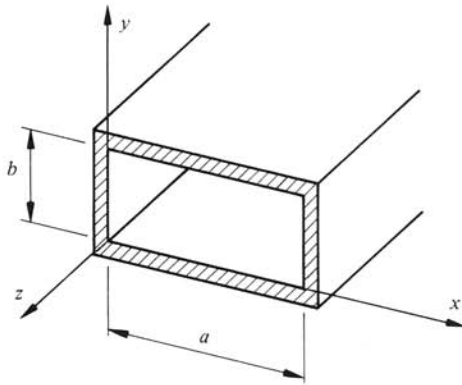


Fig. 2.9 Guide d'ondes rectangulaire.

### 2.3.2 Résolution de l'équation de Helmholtz

L'équation à résoudre dans le plan transverse est

$$\nabla_t^2 \underline{\theta} + p^2 \underline{\theta} = 0 \quad m^{-2} \quad (2.99)$$

où  $\underline{\theta} = \underline{\phi}$  pour un mode TM et  $\underline{\theta} = \underline{\psi}$  pour un mode TE. Les conditions à satisfaire sur les parois conductrices du guide sont, pour les modes TM

$$\underline{\phi} = 0 \quad 1 \quad (2.71)$$

et pour les modes TE

$$\mathbf{n} \cdot \nabla_t \underline{\psi} = \frac{\partial \underline{\psi}}{\partial n} = 0 \quad 1 \quad (2.55)$$

En coordonnées cartésiennes, l'opérateur différentiel transverse est donné par (2.2), le laplacien transverse vaut par conséquent

$$\nabla_t^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad m^{-2} \quad (2.100)$$

On fait usage de la méthode de séparation des variables en coordonnées carté-

siennes (§ III.2.4.2), posant

$$\underline{\theta}(x, y) = \underline{X}(x) \underline{Y}(y) \quad 1 \quad (2.101)$$

Introduisant ce produit de fonctions dans (2.99), puis divisant par  $\underline{\theta}$  on obtient

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} + \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} + p^2 = 0 \quad m^{-2} \quad (2.102)$$

Le premier terme n'est fonction que de  $x$ , le second que de  $y$ . Pour qu'une solution non triviale puisse exister, il faut que tous deux soient constants, et que par conséquent

$$\frac{d^2 X}{dx^2} + \underline{u}^2 X = 0 \quad m^{-2} \quad (2.103)$$

$$\frac{d^2 Y}{dy^2} + \underline{v}^2 Y = 0 \quad m^{-2} \quad (2.104)$$

$$\underline{u}^2 + \underline{v}^2 = p^2 \quad m^{-2} \quad (2.105)$$

Les solutions sont des fonctions trigonométriques, correspondant à un choix de  $u^2$  et  $v^2$  réels positifs, qui seul permet de satisfaire aux conditions aux limites (2.71) ou (2.55). On obtient ainsi la solution générale

$$\underline{\theta} = (\underline{A}_1 \sin ux + \underline{A}_2 \cos ux) \cdot (\underline{B}_1 \sin vy + \underline{B}_2 \cos vy) \quad 1 \quad (2.106)$$

Les constantes sont ensuite déterminées par les conditions aux limites et les relations de normalisation (2.80) ou (2.81).

### 2.3.3 Potentiel transverse des modes TM

Pour que la condition

$$\underline{\theta} = \underline{\phi} = 0 \quad 1 \quad (2.71)$$

soit satisfaite sur le pourtour du guide, il faut que  $\underline{A}_2 = 0$ ,  $\underline{B}_2 = 0$ , et de plus que  $u = m\pi/a$  et  $v = n\pi/b$ . On a ainsi

$$\phi_{mn} = C_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad 1 \quad (2.107)$$

Les termes  $m$  et  $n$  sont des entiers positifs, qui doivent tous deux être différents de zéro et donc satisfaire à la condition

$$m n \neq 0 \quad 1 \quad (2.108)$$

Ces solutions correspondent aux valeurs de  $p$  (ensemble discret) données par (2.105)

$$p_{mn} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \quad m^{-1} \quad (2.109)$$

La constante de normalisation  $C_{mn}$  est évaluée à l'aide de (2.81), donnant

$$C_{mn} = 2/(p_{mn} \sqrt{ab}) \quad 1 \quad (2.110)$$



Le potentiel du premier mode TM, c'est-à-dire du mode  $TM_{11}$ , est représenté à la figure 2.10. Les potentiels des autres modes  $TM_{mn}$  sont similaires, comportant respectivement  $m$  demi-périodes dans la largeur et  $n$  demi-périodes dans la hauteur de la section droite du guide.

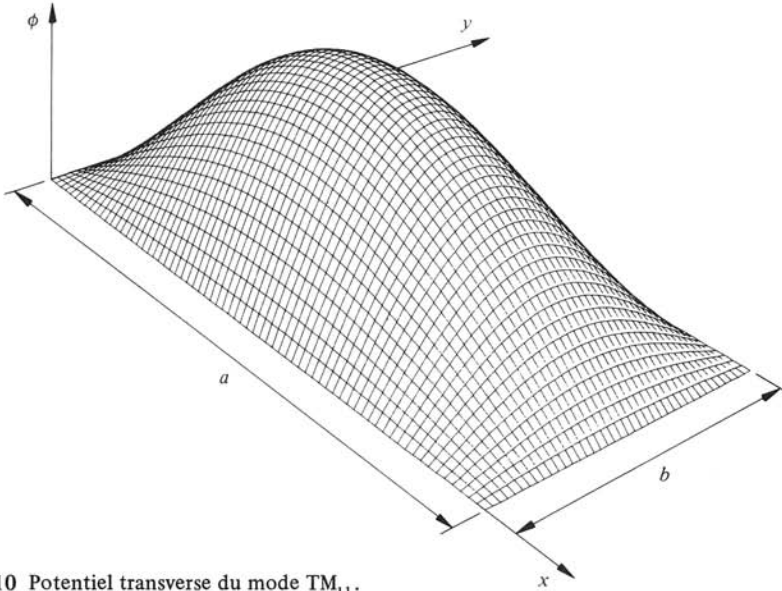


Fig. 2.10 Potentiel transverse du mode  $TM_{11}$ .

### 2.3.4 Champs transverses des modes TM

Le champ électrique transverse dérive du potentiel  $\phi$  (2.69), le champ magnétique transverse lui étant perpendiculaire (2.45). Ils valent respectivement

$$E_T = -\nabla_t \phi = -C_{mn} \left( e_x \frac{m\pi}{a} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} + e_y \frac{n\pi}{b} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \right) m^{-1} \quad (2.111)$$

$$H_T = e_z \times E_T = C_{mn} \left( e_x \frac{n\pi}{b} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} - e_y \frac{m\pi}{a} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \right) m^{-1} \quad (2.112)$$

Les lignes de champ du mode  $TM_{11}$  sont représentées à la figure 2.11.

### 2.3.5 Remarque générale pour les modes TM

Les lignes de champ électrique transverse sont les lignes de plus forte pente du potentiel du mode TM. Les lignes de champ magnétique sont, elles, les courbes de niveau ou équipotentielles de  $\phi$ . Le champ électrique longitudinal est proportionnel au potentiel  $\phi$  (§ 2.2.22).

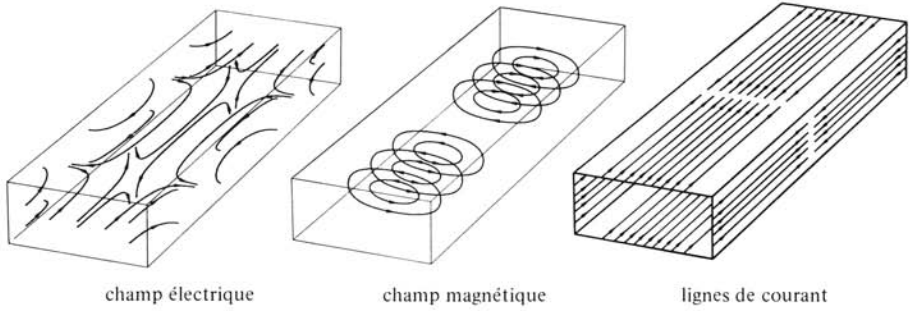


Fig. 2.11 Représentation du mode  $TM_{11}$ .

### 2.3.6 Potentiel transverse des modes TE

La condition à satisfaire aux bords du guide porte ici sur la dérivée du potentiel normale à la surface métallique, c'est-à-dire

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = 0 \quad \text{en } x=0 \quad \text{et } x=a \quad \text{m}^{-1} \quad (2.113)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = 0 \quad \text{en } y=0 \quad \text{et } y=b \quad \text{m}^{-1} \quad (2.114)$$

Ces conditions sont satisfaites par (2.106) lorsque  $\underline{A}_1 = 0$ ,  $\underline{B}_1 = 0$ ,  $u = m\pi/a$  et  $v = n\pi/b$ , ce qui donne pour le potentiel

$$\psi_{mn} = C_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \quad 1 \quad (2.115)$$

Les termes  $m$  et  $n$  sont des entiers positifs, dont l'un peut être nul (si les deux sont nuls, le potentiel est constant et les champs sont nuls : c'est une solution triviale). On doit donc avoir

$$m + n \neq 0 \quad 1 \quad (2.116)$$

Les valeurs correspondantes de  $p$  sont également données par

$$p_{mn} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \quad \text{m}^{-1} \quad (2.109)$$

On évalue de même la constante de normalisation  $C_{mn}$  à l'aide de (2.81) et on trouve deux cas possibles :

- si  $m$  ou  $n$  est nul

$$C_{mn} = \sqrt{\frac{2}{ab}} \frac{1}{p_{mn}} \quad 1 \quad (2.117)$$

- si  $m$  et  $n$  sont tous deux différents de zéro

$$C_{mn} = \frac{2}{\sqrt{ab}} \frac{1}{p_{mn}} \quad 1 \quad (2.118)$$

Les potentiels transverse des modes  $TE_{10}$  et  $TE_{11}$  sont représentés à la figure 2.12. Ceux des autres modes  $TE_{mn}$  sont comparables, comportant respectivement  $m$  demi-périodes dans la direction  $x$  et  $n$  demi-périodes dans la direction  $y$ .

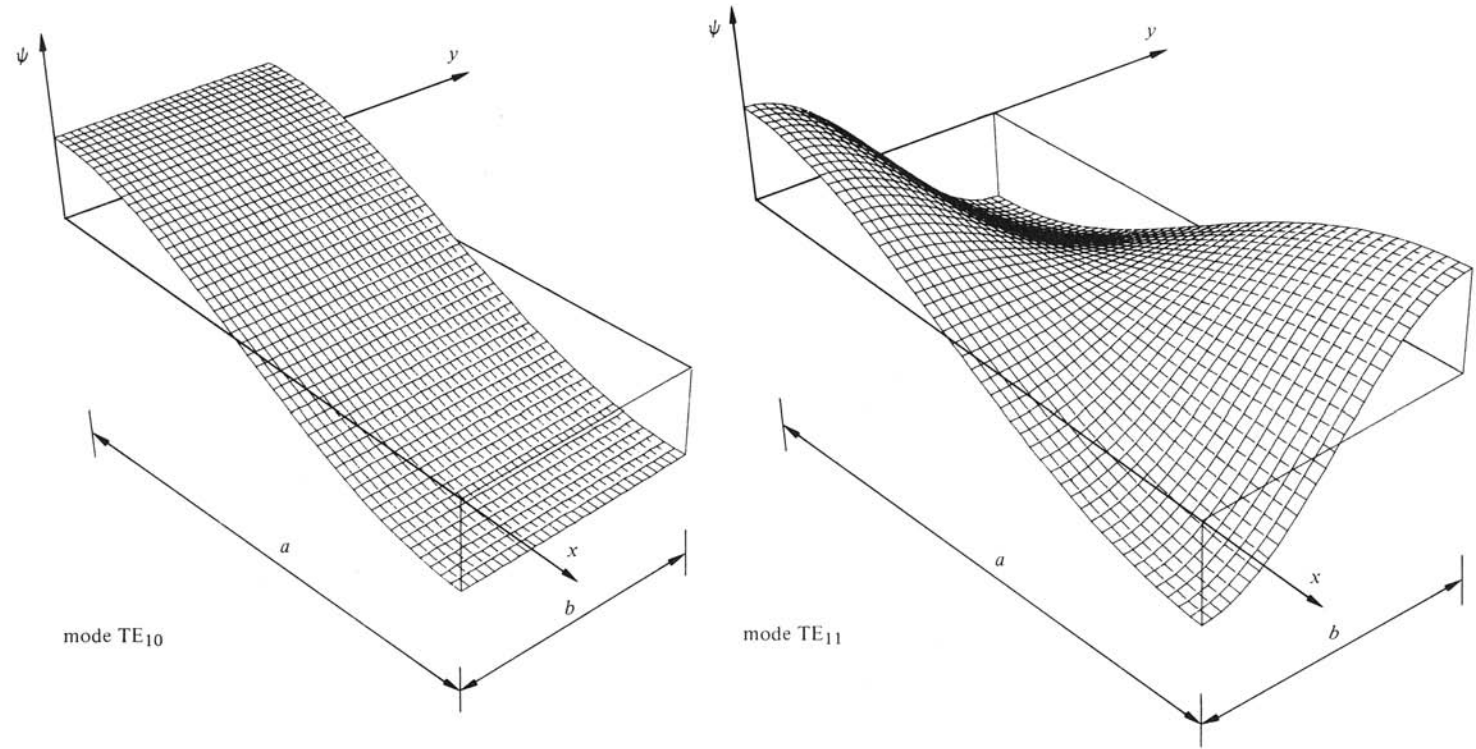


Fig. 2.12 Potentiels transverses des modes TE<sub>10</sub> et TE<sub>11</sub>.

### 2.3.7 Champs transverses des modes TE

Le champ magnétique transverse dérive du potentiel  $\psi$  (2.52), le champ électrique lui est perpendiculaire (2.42)

$$H_T = -\nabla_t \psi = C_{mn} \left( e_x \frac{m\pi}{a} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} + e_y \frac{n\pi}{b} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \right) m^{-1} \quad (2.119)$$

$$E_T = -e_z \times H_T = C_{mn} \left( e_x \frac{n\pi}{b} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} - e_y \frac{m\pi}{a} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \right) m^{-1} \quad (2.120)$$

Les lignes de champ des deux modes TE<sub>10</sub> et TE<sub>11</sub> sont représentées à la figure 2.13.

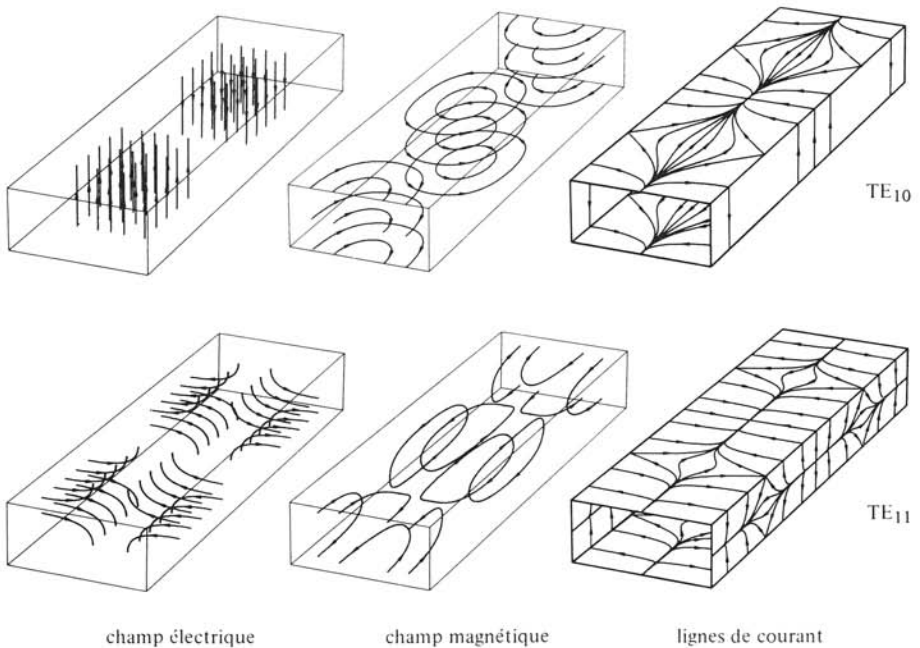


Fig. 2.13 Représentation des modes TE<sub>10</sub> et TE<sub>11</sub>.

### 2.3.8 Remarque générale pour les modes TE

Les lignes de champ magnétique transverse sont les lignes de plus forte pente du potentiel du mode TE. Les lignes de champ électrique correspondent alors aux courbes de niveau ou équipotentielles de  $\psi$ . Le champ magnétique longitudinal est proportionnel au potentiel  $\psi$  (§ 2.2.14).

### 2.3.9 Fréquences de coupure

La fréquence de coupure des modes  $TE_{mn}$  et  $TM_{mn}$  est donnée par (2.89)

$$f_{mn} = \frac{pc}{2\pi} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2} \quad \text{Hz} \quad (2.121)$$

Lorsque  $m$  et  $n$  sont tous deux non nuls, les modes  $TE_{mn}$  et  $TM_{mn}$  sont dégénérés (§ 2.2.36).

La fréquence de coupure la plus basse est celle du mode  $TE_{10}$ , que l'on appelle par conséquent mode dominant (§ 2.2.35). Le premier mode supérieur est soit le mode  $TE_{01}$  (si  $b > a/2$ ), soit le mode  $TE_{20}$  (si  $b < a/2$ ) :

$$f_{10} = \frac{c}{2a} \quad f_{01} = \frac{c}{2b} \quad f_{20} = \frac{c}{a} \quad \text{Hz} \quad (2.122)$$

Dans ce dernier cas, la bande utilisable du guide d'ondes s'étend entre  $1,25 \cdot f_{10}$  et  $f_{20}$ . C'est la valeur maximale pouvant être obtenue en guide rectangulaire.

#### □ 2.3.10 Commentaire : dualité

Si l'on compare les lignes de champs transverses du mode  $TE_{11}$  dans la figure 2.13 avec celles du mode  $TM_{11}$  de la figure 2.11, on peut mettre en évidence la dualité qui existe entre ces deux modes : les lignes de champ électrique deviennent lignes de champ magnétique et vice-versa, les limites c.e.p. au bord du guide devant être remplacées par les c.m.p. fictifs correspondant aux axes de symétrie en  $x = a/2$  et en  $y = b/2$ . La même dualité existe pour tous les modes dégénérés (§ 2.2.36)  $TE_{mn}$  et  $TM_{mn}$  ayant les mêmes valeurs de  $m$  et de  $n$  (avec  $mn \neq 0$ ).

### 2.3.11 Mode dominant $TE_{10}$

Comme indiqué au paragraphe 2.2.35, un guide d'ondes n'est employé que dans la bande de fréquences où seul un mode se propage, et encore seulement dans la partie de cette bande où la dispersion est acceptable. Les dimensions des guides d'ondes normalisés et leurs principales caractéristiques sont données dans le tableau 2.14 [3].

La longueur d'onde de guide est obtenue à l'aide de (2.94)

$$\lambda_{10} = \frac{2\pi}{\beta_{10}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - (\lambda/2a)^2}} \quad \text{m} \quad (2.123)$$

Le potentiel transverse est ici donné par (2.115)

$$\psi_{10} = C_{10} \cos \frac{\pi x}{a} = \frac{1}{\pi} \sqrt{2a/b} \cos \frac{\pi x}{a} \quad 1 \quad (2.124)$$

Les composantes des champs valent alors

$$\underline{E}_t = -e_y \sqrt{2/ab} \sin \frac{\pi x}{a} [\underline{U}_{e+} \exp(-j\beta_{10}z) + \underline{U}_{e-} \exp(+j\beta_{10}z)] \quad \text{V/m} \quad (2.125)$$

$$\underline{H}_t = e_x \sqrt{2/ab} \frac{\beta_{10}}{\omega\mu} \sin \frac{\pi x}{a} [\underline{U}_{e+} \exp(-j\beta_{10}z) - \underline{U}_{e-} \exp(+j\beta_{10}z)]$$

A/m (2.126)

$$\underline{H}_z = \frac{1}{j\omega\mu} \frac{\pi}{a} \sqrt{2/ab} \cos \frac{\pi x}{a} [\underline{U}_{e+} \exp(-j\beta_{10}z) + \underline{U}_{e-} \exp(+j\beta_{10}z)]$$

A/m (2.127)

**Tableau 2.14** Caractéristiques des guides d'ondes rectangulaires normaux (les fréquences indiquées pour le mode dominant sont les valeurs minimales et maximales recommandées).

Type 153 IEC-	Bande de fréquences en GHz		Dimensions		Affaiblissement en dB/m		
	Mode dominant de	à	a/mm	b/mm	à f/GHz	théorique	max.
R 3	0,32	0,49	584,2	292,1	0,386	0,00078	0,0011
R 4	0,35	0,53	533,4	266,7	0,422	0,00090	0,0012
R 5	0,41	0,62	457,2	228,6	0,49	0,00113	0,0015
R 6	0,49	0,75	381,0	190,5	0,59	0,00149	0,002
R 8	0,64	0,98	292,1	146,05	0,77	0,00222	0,003
R 9	0,76	1,15	247,65	123,82	0,91	0,00284	0,004
R 12	0,96	1,46	195,58	97,79	1,15	0,00405	0,005
R 14	1,14	1,73	165,10	82,55	1,36	0,00522	0,007
R 18	1,45	2,20	129,54	64,77	1,74	0,00749	0,010
R 22	1,72	2,61	109,22	54,61	2,06	0,00970	0,013
R 26	2,17	3,30	86,36	43,18	2,61	0,0138	0,018
R 32	2,60	3,95	72,14	34,04	3,12	0,0189	0,025
R 40	3,22	4,90	58,17	29,083	3,87	0,0249	0,032
R 48	3,94	5,99	47,55	22,149	4,73	0,0355	0,046
R 58	4,64	7,05	40,39	20,193	5,57	0,0431	0,056
R 70	5,38	8,17	34,85	15,799	6,46	0,0576	0,075
R 84	6,57	9,99	28,499	12,624	7,89	0,0794	0,103
R 100	8,20	12,5	22,860	10,160	9,84	0,110	0,143
R 120	9,84	15,0	19,050	9,525	11,8	0,133	
R 140	11,9	18,0	15,799	7,898	14,2	0,176	
R 180	14,5	22,0	12,954	6,477	17,4	0,238	
R 220	17,6	26,7	10,668	4,318	21,1	0,370	
R 260	21,7	33,0	8,636	4,318	26,1	0,435	
R 320	26,4	40,0	7,112	3,556	31,6	0,583	
R 400	32,9	50,1	5,690	2,845	39,5	0,815	
R 500	39,2	59,6	4,775	2,388	47,1	1,060	
R 620	49,8	75,8	3,759	1,880	59,9	1,52	
R 740	60,5	91,9	3,099	1,549	72,6	2,03	
R 900	73,8	112	2,540	1,270	88,6	2,74	
R 1 200	92,2	140	2,032	1,016	111	3,82	
R 1 400	114	173	1,651	0,826	136,3	5,21	
R 1 800	145	220	1,295	0,648	174,0	7,50	
R 2 200	172	261	1,092	0,546	206,0	9,70	
R 2 600	217	330	0,864	0,432	260,5	13,76	

### 2.3.12 Remarque

Au milieu des parois inférieure et supérieure du guide, en  $x = a/2$ , le champ magnétique est purement transverse (fig. 2.13). Il en résulte que le courant de surface à cet endroit est purement longitudinal : on peut par conséquent découper une fente longitudinale dans les parois sans perturber le courant, et donc sans produire de rayonnement. Cette propriété est employée pour effectuer des mesures (sect. 7.2) et pour adapter (§ 6.3.21).

De même, des fentes verticales peuvent être découpées dans les parois latérales du guide sans produire de rayonnement.

Toute autre fente découpée dans les parois du guide d'ondes coupe des lignes de courant et produit de ce fait un rayonnement : cette propriété est employée pour la réalisation d'antennes.

### 2.3.13 Rappel

L'étude de la propagation du mode dominant dans un guide d'ondes rectangulaire est faite dans les paragraphes III.6.7.2 et III.6.7.3 en considérant la réflexion multiple d'une onde plane sur deux parois métalliques. Ce développement simplifié permet d'étudier les modes  $TE_{m0}$  et  $TE_{0n}$ .

#### □ 2.3.14 Tension de guide pour le mode dominant $TE_{10}$

A l'aide de la définition (2.82), on détermine la tension de guide

$$\underline{U}_g(z) = \underline{U}_e(z) \max \int_A^B \underline{E}_T \cdot dI = \underline{U}_e(z) \sqrt{\frac{2}{ab}} b = \underline{U}_e(z) \sqrt{\frac{2b}{a}} \quad \text{V} \quad (2.128)$$

#### □ 2.3.15 Courant de guide pour le mode dominant $TE_{10}$

Le courant de guide est déterminé en intégrant le champ magnétique transverse sur la paroi supérieure du guide (2.83)

$$\begin{aligned} \underline{I}_g(z) &= \underline{I}_e(z) \int_0^a \underline{H}_x dx = \underline{I}_e(z) \sqrt{2/ab} \int_0^a \sin \frac{\pi x}{a} dx \\ &= \underline{I}_e(z) \frac{2}{\pi} \sqrt{2a/b} \quad \text{A} \quad (2.129) \end{aligned}$$

#### □ 2.3.16 Impédances de guide pour le mode dominant $TE_{10}$

On constate que le produit  $\underline{U}_g \underline{I}_g^*$  ne correspond pas à la puissance transmise par le guide

$$\underline{U}_g \underline{I}_g^* = \underline{U}_e \underline{I}_e^* \sqrt{2b/a} \cdot 2/\pi \sqrt{2a/b} = \underline{U}_e \underline{I}_e^* 4/\pi \neq \underline{U}_e \underline{I}_e^* \quad \text{W} \quad (2.130)$$

Les trois impédances de guide, définies par (2.84), (2.85) et (2.86), sont par conséquent différentes. On considère ci-après leurs valeurs pour une onde progressive :

$$\underline{Z}_{UI} = \underline{U}_g / \underline{I}_g = \frac{\underline{U}_{e+}}{\underline{Y}_e \underline{U}_{e+}} \sqrt{2b/a} \pi/2 \sqrt{b/2a} = \underline{Z}_e \pi b/2a \quad \Omega \quad (2.131)$$

$$\underline{Z}_{PU} = \frac{|\underline{U}_g|^2}{\underline{U}_e \underline{I}_e^*} = \frac{|\underline{U}_{e+}|^2}{\underline{Y}_e |\underline{U}_{e+}|^2} 2b/a = \underline{Z}_e 2b/a \quad \Omega \quad (2.132)$$

$$\underline{Z}_{PI} = \frac{\underline{U}_e \underline{I}_e^*}{|\underline{I}_g|^2} = \frac{\underline{Y}_e |\underline{U}_{e+}|^2}{\underline{Y}_e^2 |\underline{U}_{e+}|^2} \frac{\pi^2}{4} \frac{b}{2a} = \underline{Z}_e \frac{\pi^2 b}{8a} \quad \Omega \quad (2.133)$$

Ces trois valeurs ne diffèrent les unes des autres que par une constante multiplicative. Lorsqu'on veut adapter une transition entre deux guides rectangulaires de sections différentes, on fait usage d'une de ces trois définitions. On doit bien entendu choisir la même pour les deux guides.

### 2.3.17 Cas particulier : guide de section carrée, dégénérescence spatiale

Lorsque  $a = b$ , les modes  $TE_{10}$  et  $TE_{01}$  ont la même fréquence de coupure et le même diagramme de dispersion : ils sont donc dégénérés. La structure transverse des champs d'un mode est obtenue par rotation de 90 degrés de ceux de l'autre mode : on parle dans ce cas de *dégénérescence spatiale* (d.s.). Une combinaison linéaire de ces deux modes est un nouveau mode de propagation (§ 2.2.36).

Les premiers modes supérieurs sont dans ce cas les modes  $TE_{11}$  et  $TM_{11}$ , eux aussi dégénérés (mais non pas spatialement dégénérés), pour lesquels (2.110)

$$f_{11} = \frac{c}{2} \sqrt{1/a^2 + 1/a^2} = \frac{c}{2a} \sqrt{2} = \sqrt{2} f_{10} = \sqrt{2} f_{01} \quad \text{Hz} \quad (2.134)$$

La bande utilisable du guide est nettement plus faible que pour un guide rectangulaire pour lequel  $a \geq 2b$ .

## 2.4 GUIDE D'ONDES CIRCULAIRE

### 2.4.1 Définition de la géométrie

On considère un guide d'ondes dont la section droite est un cercle de rayon  $a$ , représenté à la figure 2.15.

Par suite de la symétrie circulaire, le système de coordonnées cylindriques circulaires  $(\rho, \varphi, z)$  est le mieux adapté pour étudier cette structure.

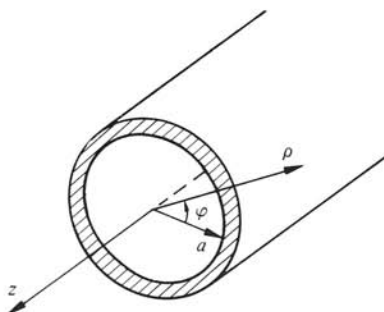


Fig. 2.15 Guide d'ondes circulaire.



### ■ 2.4.2 Résolution de l'équation de Helmholtz

L'équation à résoudre (2.53) ou (2.70) devient, en coordonnées cylindriques circulaires

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \varphi^2} + p^2 \theta = 0 \quad m^{-2} \quad (2.135)$$

La méthode de séparation des variables est applicable (§ III.2.4.5). On pose

$$\theta(\rho, \varphi) = \Phi(\varphi) R(\rho) \quad (2.136)$$

On introduit cette relation dans (2.135) et on divise par  $\theta/\rho^2$ , ce qui donne

$$\frac{\rho}{R} \left( \frac{dR}{d\rho} + \rho \frac{d^2 R}{d\rho^2} \right) + p^2 \rho^2 = - \frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} = m^2 \quad 1 \quad (2.137)$$

Le membre de gauche n'est fonction que de  $\rho$ , celui de droite que de  $\varphi$  : ils doivent de ce fait être tous deux égaux à une constante, appelée ici  $m^2$ . L'équation différentielle en  $\varphi$  admet donc les solutions suivantes

$$\Phi = B_1 \sin m\varphi + B_2 \cos m\varphi \quad 1 \quad (2.138)$$

Par suite de la périodicité en  $\varphi$  de la solution [ $\Phi(\varphi + 2\pi) = \Phi(\varphi)$ ],  $m$  doit être un entier positif, qui peut être nul.

La fonction  $R(\rho)$  doit satisfaire l'équation

$$\rho^2 \frac{d^2 R}{d\rho^2} + \rho \frac{dR}{d\rho} + (p^2 \rho^2 - m^2) R = 0 \quad 1 \quad (2.139)$$

Il s'agit de l'équation de Bessel, dont les solutions sont les fonctions de Bessel de première espèce  $J_m$  et de seconde espèce  $N_m$  (sect. 9.3). Comme les fonctions de deuxième espèce sont toutes singulières pour un argument nul, c'est-à-dire sur l'axe du guide, elles ne correspondent pas à des solutions du problème considéré. En effet, le guide ne contient pas de charge d'espace. On a donc la solution

$$\underline{\theta}(\rho, \varphi) = J_m(p\rho) [B_1 \sin m\varphi + B_2 \cos m\varphi] \quad 1 \quad (2.140)$$

### 2.4.3 Potentiel transverse des modes TM

Pour que la condition

$$\underline{\theta} = \underline{\phi} = 0 \quad 1 \quad (2.71)$$

soit satisfaite sur la surface métallique du guide, il faut que

$$J_m(p_{mn}^{\text{TM}} a) = 0 \quad 1 \quad (2.141)$$

Les solutions correspondent donc aux zéros des fonctions de Bessel de première espèce (tab. 9.3). Le premier zéro correspond à  $p_{01}^{\text{TM}} = 2,405.../a$ , le potentiel transverse correspondant étant donné par

$$\phi_{01} = C_{01}^{\text{TM}} J_0(2,405 \rho/a) \quad 1 \quad (2.142)$$

Il est représenté à la figure 2.16.

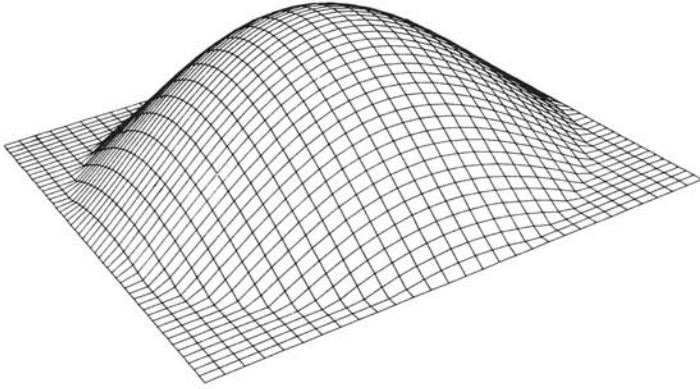


Fig. 2.16 Potentiel transverse  $\phi_{01}$  du mode  $TM_{01}$ .

La forme générale du potentiel du mode  $TM_{mn}$  est donnée par

$$\phi_{mn} = C_{mn}^{\text{TM}} J_m(p_{mn}^{\text{TM}} \rho) \begin{cases} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{cases} \quad 1 \quad (2.143)$$

Les accolades  $\{ \}$  indiquent que deux solutions existent : une solution en  $\sin m\varphi$  et une solution en  $\cos m\varphi$ . Lorsque  $m \neq 0$ , ces deux solutions correspondent à deux modes dégénérés spatialement (§ 2.3.17).

La constante de normalisation  $C_{mn}^{\text{TM}}$  est évaluée à l'aide de (2.81), donnant après évaluation de l'intégrale (§ 9.3.8)

$$C_{mn}^{\text{TM}} = \frac{\sqrt{2 - \delta(m)}}{a p_{mn}^{\text{TM}} \sqrt{\pi} J_m'(p_{mn}^{\text{TM}} a)} \quad 1 \quad (2.144)$$

avec  $\delta(m) = 1$  si  $m = 0$ ,  $\delta(m) = 0$  si  $m \neq 0$ . Le prime ' dénote la dérivation par rapport à l'argument.

#### 2.4.4 Champs transverses des modes TM

Ils sont obtenus en dérivant (2.143), faisant usage de (2.69) et de (2.45)

$$E_T = C_{mn}^{\text{TM}} \left( -e_\rho p_{mn}^{\text{TM}} J_m'(p_{mn}^{\text{TM}} \rho) \begin{cases} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{cases} - e_\varphi \frac{m}{\rho} J_m(p_{mn}^{\text{TM}} \rho) \begin{cases} -\sin m\varphi \\ \cos m\varphi \end{cases} \right) \quad m^{-1} \quad (2.145)$$

$$H_T = C_{mn}^{\text{TM}} \left( e_\rho \frac{m}{\rho} J_m(p_{mn}^{\text{TM}} \rho) \begin{cases} -\sin m\varphi \\ \cos m\varphi \end{cases} - e_\varphi p_{mn}^{\text{TM}} J_m'(p_{mn}^{\text{TM}} \rho) \begin{cases} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{cases} \right) \quad m^{-1} \quad (2.146)$$

Les champs des modes  $TM_{01}$ ,  $TM_{11}$  et  $TM_{21}$  sont représentés à la figure 2.17.

### 2.4.5 Potentiel transverse des modes TE

La condition à satisfaire au bord du guide, en  $\rho = a$ , est donnée par

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right|_{\rho=a} = \left. \frac{\partial \psi}{\partial \rho} \right|_{\rho=a} = 0 \quad m^{-1} \quad (2.147)$$

Elle est satisfaite lorsque

$$J'_m(p_{mn}^{\text{TE}} a) = 0 \quad 1 \quad (2.148)$$

Les solutions correspondent aux zéros des dérivées des fonctions de Bessel de première espèce, c'est-à-dire aux extrema de celle-ci (tab. 9.8). Le potentiel du mode  $\text{TE}_{mn}$  est donné par

$$\psi_{mn} = C_{mn}^{\text{TE}} J_m(p_{mn}^{\text{TE}} \rho) \begin{cases} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{cases} \quad 1 \quad (2.149)$$

La constante de normalisation  $C_{mn}^{\text{TE}}$ , évaluée à l'aide de (2.81) donne, faisant usage des relations du paragraphe 9.3.8

$$C_{mn}^{\text{TE}} = \frac{\sqrt{2 - \delta(m)}}{a p_{mn}^{\text{TE}} \sqrt{\pi} \left[ 1 - \left( \frac{m}{p_{mn}^{\text{TE}} a} \right)^2 \right]^{1/2} J_m(p_{mn}^{\text{TE}} a)} \quad 1 \quad (2.150)$$

Les constantes de normalisation des modes TE et TM ayant les mêmes indices sont différentes. Il en va de même pour les nombres d'onde transverses.

### 2.4.6 Champs transverses des modes TE

Pour les obtenir, on fait usage de (2.52) et de (2.42), appliqués à (2.149)

$$H_T = C_{mn}^{\text{TE}} \left( -e_\rho p_{mn}^{\text{TE}} J'_m(p_{mn}^{\text{TE}} \rho) \begin{cases} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{cases} - e_\varphi \frac{m}{\rho} J_m(p_{mn}^{\text{TE}} \rho) \begin{cases} -\sin m\varphi \\ \cos m\varphi \end{cases} \right) \quad m^{-1} \quad (2.151)$$

$$E_T = C_{mn}^{\text{TE}} \left( -e_\rho \frac{m}{\rho} J_m(p_{mn}^{\text{TE}} \rho) \begin{cases} -\sin m\varphi \\ \cos m\varphi \end{cases} + e_\varphi p_{mn}^{\text{TE}} J'_m(p_{mn}^{\text{TE}} \rho) \begin{cases} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{cases} \right) \quad m^{-1} \quad (2.152)$$

Les champs des modes  $\text{TE}_{01}$ ,  $\text{TE}_{11}$  et  $\text{TE}_{21}$  sont représentés à la figure 2.17.

### 2.4.7 Remarque

Les valeurs propres des modes TE et TM ayant les mêmes indices sont différentes, il faut donc toujours préciser si une valeur du nombre d'onde transverse  $p_{mn}$  correspond

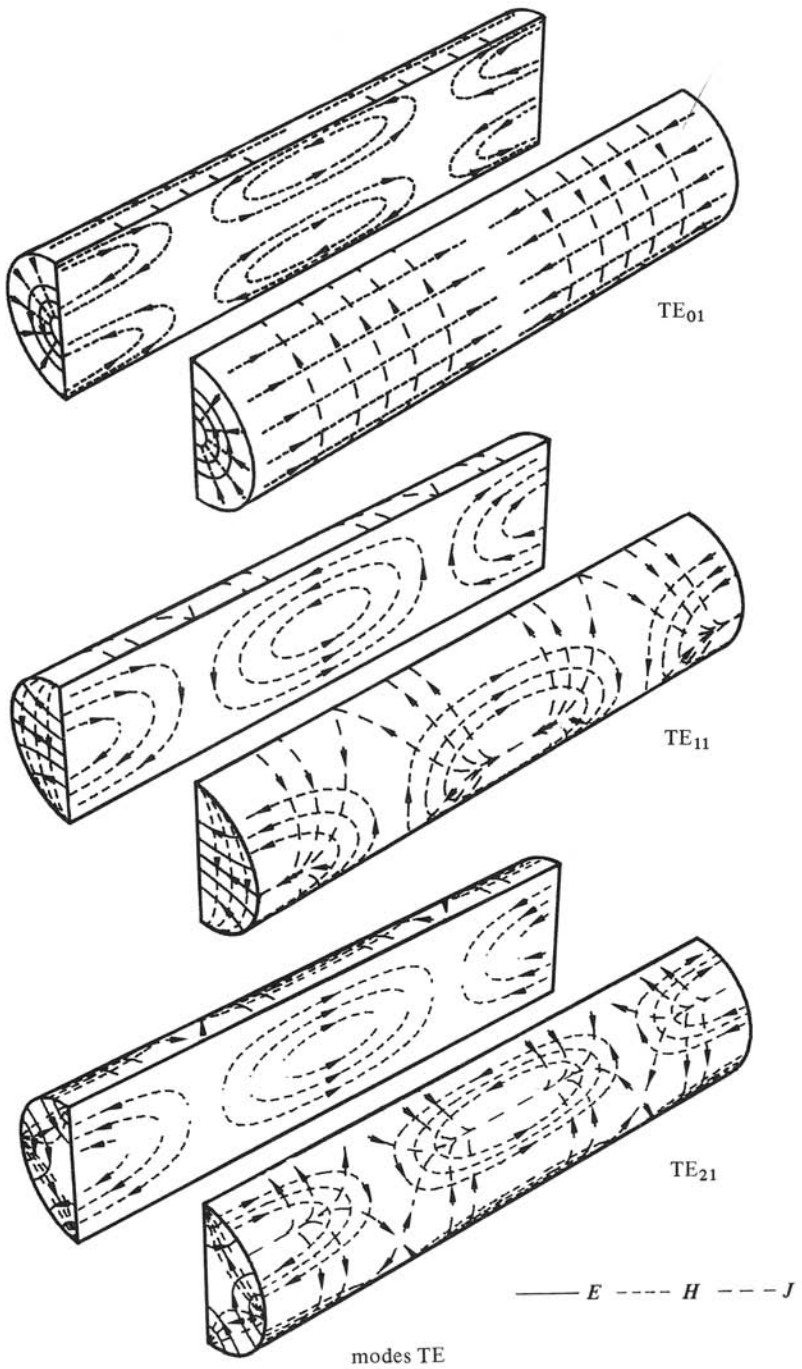
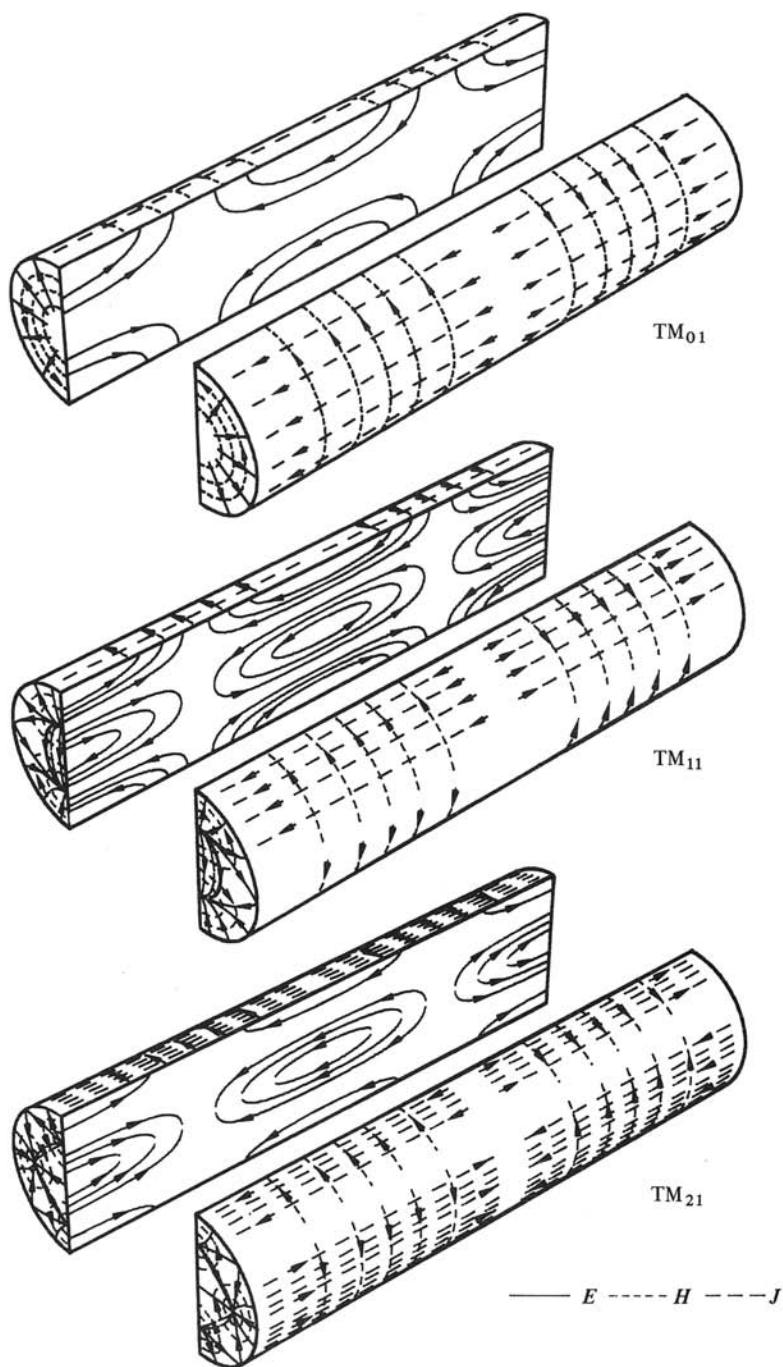


Fig. 2.17 Représentation de 6 modes en guide d'ondes circulaire. On a représenté sur le plan de coupe longitudinal la projection des champs de la moitié gauche du guide.



modes TM

à un mode TE ou à un mode TM. Il en va de même pour les constantes de normalisation, les constantes dans les deux cas étant différentes [(2.144) et (2.150)].

### 2.4.8 Fréquences de coupure

On trouve les fréquences de coupure des différents modes à partir des nombres d'onde transverses  $p_{mn}$ , pour lesquels les relations (2.141) et (2.148) sont satisfaites, c'est-à-dire pour les zéros et les extrema des fonctions de Bessel de première espèce  $J_m$ . Les premiers modes pouvant se propager sont donnés dans le tableau 2.18.

**Tableau 2.18** Les dix premiers modes de propagation dans un guide circulaire (d.s. = dégénéré spatialement).

Mode	$p_{mn}a$	$\frac{f_c}{\text{GHz}} \cdot \frac{a}{\text{mm}}$	Remarques
TE <sub>11</sub>	1,841	87,843	d.s. dominant
TM <sub>01</sub>	2,405	114,754	
TE <sub>21</sub>	3,054	145,720	d.s.
TE <sub>01</sub>	3,832	182,828	faibles pertes } dégénérés
TM <sub>11</sub>			
TE <sub>31</sub>	4,201	200,459	d.s.
TM <sub>21</sub>	5,136	245,043	d.s.
TE <sub>41</sub>	5,318	253,723	d.s.
TE <sub>12</sub>	5,331	254,386	d.s.
TM <sub>02</sub>	5,520	263,390	

Le rapport entre la fréquence de coupure du premier mode supérieur (TM<sub>01</sub>) et celle du mode dominant (TE<sub>11</sub>) n'est ici que de 1,306, qu'il faut comparer à 1,414 pour le guide d'ondes carré (§ 2.3.17) et à 2 pour le guide d'ondes rectangulaire pour lequel  $a > 2b$ . Les dimensions des guides circulaires normalisés [4] sont données dans le tableau 2.19.

### 2.4.9 Mode dominant TE<sub>11</sub>

La bande utilisable du guide circulaire est située entre les fréquences de coupure des modes TE<sub>11</sub> et TM<sub>01</sub>. La longueur d'onde de guide du mode dominant TE<sub>11</sub> est obtenue à l'aide de (2.94)

$$\lambda_g = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - (0,293 \lambda/a)^2}} \quad \text{m} \quad (2.153)$$

Son potentiel transverse est donné par (2.149). Il est représenté à la figure 2.20

$$\psi_{11} = 0,8871 J_1(1,841 \rho/a) \begin{cases} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{cases} \quad 1 \quad (2.154)$$

Tableau 2.19 Caractéristiques des guides d'ondes circulaires.

Type	Rayon <i>a</i> /mm	Fréquences de coupure en GHz			Affaiblissement en dB/m, mode TE <sub>11</sub>		
		Mode TE <sub>11</sub>	Mode TM <sub>01</sub>	Mode TE <sub>01</sub>	à <i>f</i> /GHz	théorique	max.
C 3.3	323,9	0,27	0,35	0,56	0,325	0,00067	0,0009
C 4	276,7	0,32	0,41	0,66	0,380	0,00085	0,0011
C 4.5	236,4	0,37	0,48	0,77	0,446	0,00108	0,0014
C 5.3	201,9	0,43	0,57	0,90	0,522	0,00137	0,0018
C 6.2	172,5	0,51	0,66	1,06	0,611	0,00174	0,0023
C 7	147,39	0,60	0,78	1,24	0,715	0,00219	0,0029
C 8	125,92	0,70	0,91	1,45	0,838	0,00278	0,0036
C 10	107,57	0,82	1,07	1,70	0,980	0,00352	0,0046
C 12	91,88	0,96	1,25	1,99	1,147	0,00447	0,0058
C 14	78,50	1,20	1,46	2,33	1,343	0,00564	0,0073
C 16	67,05	1,31	1,71	2,73	1,572	0,00715	0,0093
C 18	57,29	1,53	2,00	3,19	1,841	0,00906	0,012
C 22	48,93	1,79	2,34	3,74	2,154	0,0115	0,015
C 25	41,81	2,10	2,74	4,37	2,521	0,0140	0,018
C 30	35,71	2,46	3,21	5,12	2,952	0,0184	0,024
C 35	30,52	2,88	3,76	5,99	3,455	0,0233	0,030
C 40	25,99	3,38	4,41	7,03	4,056	0,0297	0,039
C 48	22,22	3,95	5,16	8,23	4,744	0,0375	0,049
C 56	19,05	4,61	6,02	9,60	5,534	0,0473	0,062
C 65	16,27	5,40	7,05	11,2	6,480	0,0599	0,078
C 76	13,894	6,32	8,26	13,2	7,588	0,0759	0,099
C 89	11,912	7,37	9,63	15,3	8,850	0,0956	0,124
C 104	10,122	8,68	11,3	18,1	10,42	0,1220	0,150
C 120	8,737	10,00	13,1	20,9	12,07	0,1524	
C 140	7,544	11,6	15,2	24,2	13,98	0,1893	
C 165	6,350	13,8	18,1	28,8	16,61	0,2459	
C 190	5,563	15,8	20,6	32,9	18,95	0,3003	
C 220	4,762	18,4	24,1	38,4	22,14	0,3787	
C 255	4,165	21,1	27,5	43,9	25,31	0,4620	
C 290	3,563	24,6	32,2	51,2	29,54	0,5834	
C 330	3,175	27,7	36,1	57,6	33,20	0,6938	
C 380	2,781	31,6	41,3	65,7	37,91	0,8486	
C 430	2,387	36,8	48,1	76,6	44,16	1,0650	
C 495	2,184	40,2	52,5	83,7	48,26	1,2190	
C 580	1,790	49,1	64,1	102	58,88	1,643	
C 660	1,583	55,3	72,3	115	66,41	1,967	
C 765	1,384	63,5	82,9	132	76,15	2,413	
C 890	1,194	73,6	96,1	153	88,30	3,011	

Les composantes des champs valent alors

$$\underline{E}_T = 0,8871 \left[ -e_\rho \frac{1}{\rho} J_1(1,841 \rho/a) \begin{Bmatrix} -\sin \varphi \\ \cos \varphi \end{Bmatrix} + e_\varphi \frac{1,841}{a} J_1'(1,841 \rho/a) \begin{Bmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{Bmatrix} \right] \quad \text{m}^{-1} \quad (2.155)$$

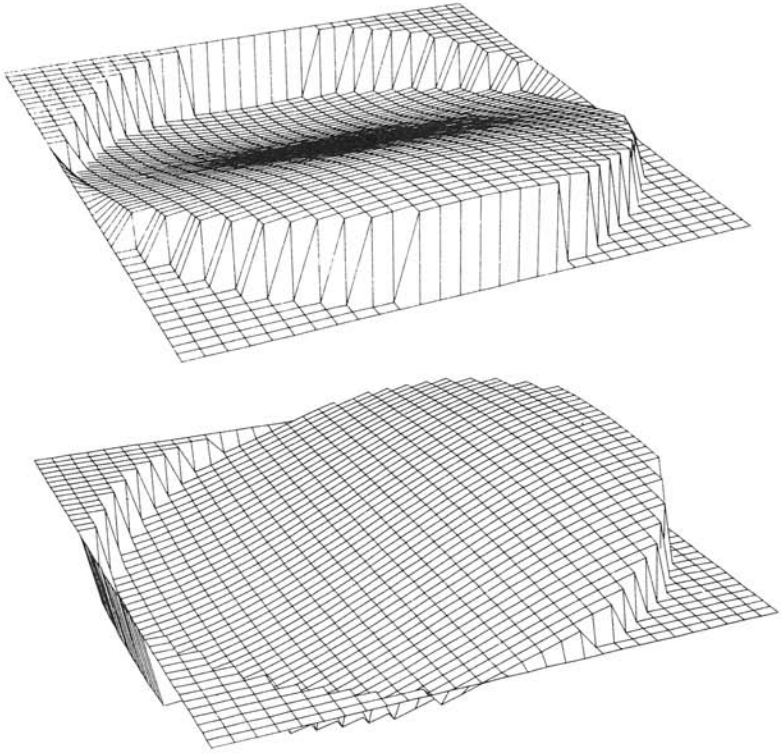


Fig. 2.20 Potentiels  $\psi_{11}$  des deux modes  $TE_{11}$  dégénérés spatialement.

$$\underline{H}_T = 0,8871 \left[ -e_\rho \frac{1,841}{a} J_1' (1,841 \rho/a) \begin{Bmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{Bmatrix} - e_\varphi \frac{1}{\rho} J_1 (1,841 \rho/a) \begin{Bmatrix} -\sin \varphi \\ \cos \varphi \end{Bmatrix} \right] \text{ m}^{-1} \quad (2.156)$$

$$\underline{H}_z = \frac{3}{j\omega\mu a^2} \underline{U}_e J_1 (1,841 \rho/a) \begin{Bmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{Bmatrix} \text{ A/m} \quad (2.157)$$

#### 2.4.10 Cas particulier : mode $TE_{01}$

Un autre mode du guide d'ondes circulaire possède des propriétés particulières, c'est le mode  $TE_{01}$  (troisième mode supérieur, tab. 2.18). Le potentiel transverse de ce mode s'obtient à l'aide de (2.149)

$$\psi_{01} = 0,366 J_0(3,832 \rho/a) \quad 1 \quad (2.158)$$

Les composantes des champs sont obtenues en faisant usage des relations (2.151) et (2.152)

$$\underline{E}_T = e_\varphi 1,4 J_0'(3,832 \rho/a) = -e_\rho 1,4 J_1(3,832 \rho/a) \quad \text{m}^{-1} \quad (2.159)$$



$$H_T = -e_\rho 1,4 J'_0(3,832 \rho/a) = e_\rho 1,4 J_1(3,832 \rho/a) \quad \text{m}^{-1} \quad (2.160)$$

$$\underline{H}_z = \frac{5,367}{j\omega\mu a^2} \underline{U}_e J_0(3,832 \rho/a) \quad \text{A/m} \quad (2.161)$$

Au bord du guide, en  $\rho = a$ , le champ magnétique est purement longitudinal. Le courant circulant sur la paroi du guide n'a de ce fait qu'une composante azimutale (1.12). Il est donc possible de découper des fentes annulaires dans la paroi sans perturber les champs à l'intérieur du guide (fentes non rayonnantes). De plus, l'amplitude du champ magnétique longitudinal, et par conséquent celle du courant, décroissent avec la fréquence (2.161). Il en résulte que l'affaiblissement d'un guide d'ondes réel (parois avec pertes) s'amenuise lorsque la fréquence augmente (§ 2.7.6).

## 2.5 AUTRES FORMES DE GUIDES D'ONDES CREUX

### 2.5.1 Introduction

En plus des guides d'ondes à sections droites rectangulaires et circulaires, que l'on rencontre le plus couramment dans la pratique, d'autres formes de guides sont employées dans des applications particulières, en vue par exemple d'augmenter la bande passante ou la puissance transmise, de faciliter l'implantation d'éléments, etc. [5]. Par ailleurs, certaines sections apparaissent dans des transitions entre des guides de formes différentes. Les guides elliptiques et les guides à moulures sont deux types de guides que l'on rencontre assez souvent en pratique.

### 2.5.2 Guide elliptique

La section elliptique possède une propriété remarquable, celle de n'être que peu modifiée lors de changements de direction ou de plan de polarisation (coude ou torsade). Des guides d'ondes de section elliptique sont de ce fait couramment employés pour des raccords d'antennes. L'étude de la propagation se fait dans le système de coordonnées elliptique-hyperbolique, les solutions faisant alors usage de fonctions de Mathieu [6].

### 2.5.3 Guides à moulures

L'introduction d'une ou de deux arêtes métalliques (moulures) dans un guide d'ondes rectangulaire (fig. 2.21) permet d'augmenter la bande de fréquence utilisable. La fréquence de coupure du mode dominant est réduite par la présence de la ou des pièces métalliques, qui affecte moins les modes supérieurs. Des rapports allant jusqu'à 3 ou 4 sont ainsi obtenus. Le terme anglais correspondant est ridge waveguide.

Cependant, les champs électrique et magnétique sont tous deux concentrés au voisinage de la moulure. Il en résulte une diminution de la puissance maximale que peut transmettre le guide : le champ disruptif (claquage) est atteint avec un niveau de signal plus faible que dans un guide rectangulaire. L'affaiblissement dû aux pertes dans le métal (§ 2.7.3) est également plus grand que pour le guide d'ondes rectangulaire, suite à la concentration du champ magnétique.

La forme de ces guides ne permet pas une résolution exacte de l'équation de Helmholtz : plusieurs méthodes approchées ont été proposées dans ce but [7, 8].

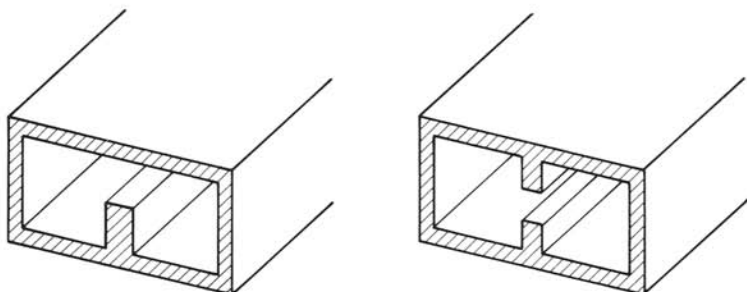


Fig. 2.21 Guide d'ondes à moulures.

## 2.6 LIGNES À DEUX CONDUCTEURS : MODE TEM

### 2.6.1 Constatations générales

Comme signalé au paragraphe 2.2.3, le mode TEM sur une ligne bifilaire peut se propager à toutes les fréquences à partir du continu. Contrairement aux modes du guide d'ondes creux, il n'a pas de fréquence de coupure qui limite son utilisation aux seules hautes fréquences. L'exposant de propagation ne dépend que du milieu (homogène) remplissant la ligne et de la fréquence (2.26). Dans une structure sans pertes (§ 2.2.26), il devient

$$\underline{\gamma} = \sqrt{j\omega\mu j\omega\epsilon} = j\omega\sqrt{\mu\epsilon} = j\frac{\omega}{c_0}\sqrt{\epsilon_r\mu_r} \quad \text{m}^{-1} \quad (2.162)$$

Similairement, l'impédance d'onde  $Z_e$ , définie par le quotient des deux champs transverses (§ 2.2.25), ne dépend pas de la forme de la ligne

$$Z_e = \sqrt{j\omega\mu/j\omega\epsilon} = \sqrt{\mu/\epsilon} \quad \Omega \quad (2.163)$$

Cette impédance ne doit pas être confondue avec l'impédance de guide (ou de ligne) qui dépend, elle, de la géométrie. C'est cette dernière qui doit être employée pour adapter.

Les champs transverses du mode TEM sont obtenus par la résolution de l'équation de Laplace en deux dimensions (§ 2.2.3), en appliquant les conditions aux limites.

Comme il n'y a pas de fréquence de coupure, le mode TEM d'une ligne à deux conducteurs est *toujours* le mode dominant.

### 2.6.2 Ligne coaxiale

Les études électrostatique et magnétostatique de cette structure (fig.2.22) ont été effectuées aux paragraphes III.2.4.6 et III.4.4.3.

Le potentiel transverse  $\underline{\phi}$  est donné, considérant le mode TEM comme un cas particulier du mode TM

$$\phi^{\text{TEM}} = \frac{\ln(\rho/a)}{\sqrt{2\pi \ln(b/a)}} \quad 1 \quad (2.164)$$

Puisqu'il n'existe pas de fréquence de coupure, on pose que  $p = 0$  (§ 2.2.37). On ne peut donc pas faire usage de la condition de normalisation (2.81), mais la condition

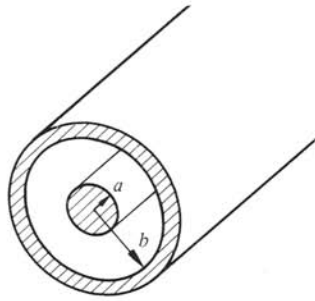


Fig. 2.22 Ligne coaxiale : conducteur cylindrique circulaire placé coaxialement à l'intérieur d'un tube conducteur.

(2.80) qui porte sur  $\underline{E}_T$  reste valable. Les champs transverses sont donnés par

$$\underline{E}_T = -e_\rho \frac{1}{\rho \sqrt{2\pi \ln(b/a)}} \quad \text{m}^{-1} \quad (2.165)$$

$$\underline{H}_T = -e_\varphi \frac{1}{\rho \sqrt{2\pi \ln(b/a)}} \quad \text{m}^{-1} \quad (2.166)$$

La capacité par unité de longueur est déterminée au paragraphe III.2.4.6

$$C' = \frac{2\pi\epsilon}{\ln(b/a)} \quad \text{F/m} \quad (2.167)$$

Quant à l'inductance linéique, elle est donnée au tableau III.8.12

$$L' = \frac{\mu}{2\pi} \ln(b/a) \quad \text{H/m} \quad (2.168)$$

En haute fréquence, le courant est concentré sur la surface des conducteurs, supposés sans pertes, de sorte que seul le champ entre ceux-ci est pris en considération.

L'impédance de la ligne est alors obtenue à l'aide de l'équation (III.8.18)

$$\begin{aligned} Z_c &= \sqrt{Z'Y'} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{j\omega\mu}{j\omega\epsilon}} \ln(b/a) \\ &= Z_e \frac{1}{2\pi} \ln(b/a) \quad \Omega \end{aligned} \quad (2.169)$$

Contrairement à ce qui se passe pour les guides d'ondes creux (§ 2.3.16), les trois définitions d'impédance de guide coïncident pour un mode TEM.

### 2.6.3 Ligne à ruban équilibré, stripline

Dans cette structure (fig. 2.23), les champs transverses sont contenus au voisinage du conducteur central, entre deux plans conducteurs connectés entre eux. L'étude électrostatique a été effectuée pour le cas limite  $b = 0$  par transformation conforme (méthode de Schwartz-Christoffel), donnant [9]

$$\underline{Z}_c = \underline{Z}_e \frac{1}{4} \frac{K(1-u)}{K(u)} \quad \Omega \quad (2.170)$$

où l'on a posé

$$u = [\cosh(\pi w/4h)]^{-1} \quad 1 \quad (2.171)$$

et où  $K(u)$  est l'intégrale elliptique complète de premier ordre [10]. Des relations approchées permettent de tenir compte de l'épaisseur du conducteur central.

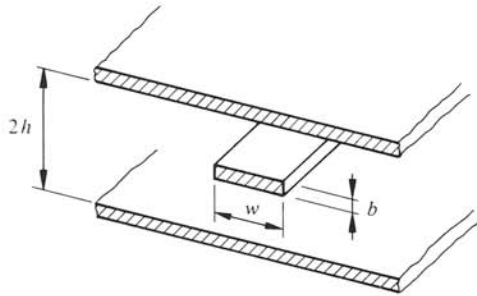


Fig. 2.23 Ligne à ruban équilibré.

L'étude de la propagation est effectuée en supposant deux plaques métalliques infiniment larges. En pratique, on constate que le champ décroît très rapidement dans la direction transverse, de sorte que la largeur des plaques peut être réduite à environ  $5w$  sans affecter la propagation du mode TEM.

Comme on a alors une ligne *ouverte*, un spectre continu de modes de rayonnement se superpose au spectre discret des modes guidés.

#### 2.6.4 Avantage : bande de fréquences

Une ligne à deux conducteurs n'ayant pas de fréquence de coupure pour son mode dominant, elle peut être employée sur une très grande bande de fréquence, entre  $f=0$  et l'apparition du premier mode TE.

#### 2.6.5 Désavantage : connexions

Il est plus difficile de joindre électriquement deux conducteurs qu'un seul : un guide d'ondes creux est plus facile à connecter qu'une ligne coaxiale qui requiert des connecteurs de haute précision, souvent coûteux, pour réduire ou compenser l'effet des discontinuités. Il faut par ailleurs soutenir mécaniquement le conducteur central pour maintenir l'uniformité de la section.

#### 2.6.6 Désavantage : concentration des champs

Dans une ligne à deux conducteurs, les champs se concentrent près des conducteurs, surtout de celui qui a la section la plus faible. La puissance que peut transmettre la ligne est limitée par l'existence de cette concentration. Le champ disruptif est atteint pour une plus faible puissance que pour un guide creux de même section. L'échauffement du conducteur intérieur limite également la puissance. Dans les guides d'ondes creux, la répartition des champs est plus uniforme et par conséquent ces derniers permettent de transporter, à section égale, une plus grande puissance.

## 2.7 MÉTHODES DE PERTURBATION

## 2.7.1 Définition

Lorsqu'un système ne diffère que peu d'un autre système pour lequel la solution est connue, on peut l'étudier en évaluant l'effet produit par la différence entre les deux systèmes, que l'on appelle *perturbation*. On compare dans ce but les équations relatives aux deux systèmes (perturbé et non perturbé) et on tire de cette comparaison une relation donnant la différence entre les paramètres caractéristiques des deux systèmes.

Pour évaluer la valeur de l'expression ainsi obtenue, on doit le plus souvent faire usage d'approximations : la méthode est de ce fait *approchée* et ne donne de résultats satisfaisants que lorsque les perturbations sont suffisamment petites. On n'en fait donc usage que pour étudier de faibles variations autour d'une solution connue. Comme la limite de validité de l'approximation est difficile à déterminer, ces méthodes doivent être employées avec circonspection.

En guides d'ondes, on les utilise notamment pour déterminer l'affaiblissement dû aux pertes par effet Joule (§ 1.2.3.4) dans les parois du guide, les effets produits par l'introduction d'un diélectrique (isolant) et par de petites modifications de la section droite du guide d'ondes (par exemple, l'effet des arrondis).

## ■ 2.7.2 Perturbation de l'exposant de propagation

L'indice  $\gamma$  sert à représenter le système connu (non perturbé), qui est ici un guide d'ondes sans pertes contenant seulement de l'air ou du vide. Les équations de Maxwell (1.2) et (1.3) donnent, explicitant la dépendance longitudinale pour une *onde progressive* (2.7)

$$\nabla_t \times \underline{E}_0 + j\omega\mu_0 \underline{H}_0 = \gamma_0 \underline{e}_z \times \underline{E}_0 \quad \text{V/m}^2 \quad (2.172)$$

$$\nabla_t \times \underline{H}_0 - j\omega\epsilon_0 \underline{E}_0 = \gamma_0 \underline{e}_z \times \underline{H}_0 \quad \text{A/m}^2 \quad (2.173)$$

Les relations correspondantes sont écrites pour le système *perturbé*, dans lequel les sources de perturbation sont représentées par des courants fictifs  $\underline{J}_m$  et  $\underline{J}_e$ , respectivement magnétique et électrique

$$\nabla_t \times \underline{E} + j\omega\mu_0 \underline{H} + \underline{J}_m = \underline{\gamma} \underline{e}_z \times \underline{E} \quad \text{V/m}^2 \quad (2.174)$$

$$\nabla_t \times \underline{H} - j\omega\epsilon_0 \underline{E} - \underline{J}_e = \underline{\gamma} \underline{e}_z \times \underline{H} \quad \text{A/m}^2 \quad (2.175)$$

La relation donnant  $\underline{\gamma}$  en fonction des champs dans les deux systèmes est obtenue en prenant les conjugués complexes de (2.172) et de (2.173), puis en les multipliant scalairement par  $\underline{H}$  et par  $-\underline{E}$ , respectivement. Les relations (2.174) et (2.175) sont à leur tour multipliées scalairement par  $\underline{H}_0^*$  et  $-\underline{E}_0^*$ . L'addition des relations ainsi obtenues donne, après regroupement des termes semblables

$$\begin{aligned} \nabla_t \cdot (\underline{E}_0^* \times \underline{H} + \underline{E} \times \underline{H}_0^*) + \underline{H}_0^* \cdot \underline{J}_m + \underline{E}_0^* \cdot \underline{J}_e \\ = (\underline{\gamma} + \underline{\gamma}_0^*) \underline{e}_z \cdot (\underline{E}_0^* \times \underline{H} + \underline{E} \times \underline{H}_0^*) \quad \text{VA/m}^3 \end{aligned} \quad (2.176)$$

Cette relation est ensuite intégrée sur la section droite  $S$  du guide d'ondes. On fait alors usage du théorème de la divergence (9.52) et de la condition au bord du guide, qui est un c.e.p. dans le système non perturbé

$$n \times \underline{E}_0^* = 0 \quad \text{V/m} \quad (2.177)$$

On obtient ainsi la formule de perturbation

$$\underline{\gamma} + \underline{\gamma}_0^* = \frac{\oint_C (\underline{E} \times \underline{H}_0^*) \cdot \underline{n} \, dl + \int_S (\underline{J}_e \cdot \underline{E}_0^* + \underline{J}_m \cdot \underline{H}_0^*) \, dA}{\int_S (\underline{E} \times \underline{H}_0^* + \underline{E}_0^* \times \underline{H}) \cdot \underline{e}_z \, dA} \quad \text{m}^{-1} \quad (2.178)$$

Cette formule est exacte : aucune approximation n'a été faite dans les manipulations algébriques employées pour l'obtenir. Toutefois, les grandeurs  $\underline{E}$  et  $\underline{H}$  ne sont pas connues : il faut donc faire certaines suppositions sur leurs valeurs pour pouvoir utiliser cette relation et déterminer  $\underline{\gamma}$ .

### ■ 2.7.3 Application : effet des pertes dans les parois d'un guide d'ondes

C'est ici une condition limite qui est modifiée : on considère la paroi du guide formée d'un métal réel, de conductivité  $\sigma$  grande, mais non infinie. Il n'existe pas de courants perturbateurs à l'intérieur du guide

$$\underline{J}_m = 0 \quad \text{V/m}^2 \quad \underline{J}_e = 0 \quad \text{A/m}^2 \quad (2.179)$$

Le champ magnétique n'est pas perturbé en première approximation, de sorte que

$$\underline{H} \cong \underline{H}_0 \quad \text{A/m} \quad (2.180)$$

Quant au champ électrique, sa valeur moyenne à l'intérieur du guide n'est pratiquement pas affectée. Cependant, sa composante tangentielle au bord du guide n'est plus nulle, mais est donnée par

$$\underline{E}_{\text{tan}} = \underline{Z}_m \underline{A} = -\underline{Z}_m (\underline{n} \times \underline{H}) \cong -\underline{Z}_m (\underline{n} \times \underline{H}_0) \quad \text{V/m} \quad (2.181)$$

où  $\underline{A} = -\underline{n} \times \underline{H}$  est la densité de courant de surface sur la paroi du guide (1.12) et  $\underline{Z}_m$  l'impédance caractéristique du métal, donnée par (III.6.47)

$$\underline{Z}_m \cong \sqrt{j\omega\mu'_m/\sigma} = (1+j) \sqrt{\omega\mu'_m/2\sigma} = (1+j)R_m \quad \Omega \quad (2.182)$$

l'indice  $m$  spécifie que ces grandeurs se réfèrent au métal.

Introduisant ces valeurs des champs dans (2.178), on obtient pour un mode se propageant ( $\alpha_0 = 0$ )

$$\underline{\gamma} + \underline{\gamma}_0^* = \alpha + j(\beta - \beta_0) = \frac{(1+j)R_m \oint_C |\underline{H}_0|^2 \, dl}{2 \int_S \underline{P}_0 \cdot \underline{e}_z \, dA} \quad \text{m}^{-1} \quad (2.183)$$

où  $\underline{P}_0$  est la partie réelle du vecteur de Poynting, qui représente la densité de puissance transmise par une onde électromagnétique, donnée par (§ III.6.3.2)

$$\underline{P}_0 = \text{Re} [\underline{E}_0 \times \underline{H}_0^*] \quad \text{W/m}^2 \quad (2.184)$$

L'intégrale du dénominateur de (2.183) représente la puissance active totale transmise par le guide d'ondes. Suite à la normalisation effectuée au paragraphe 2.2.24

$$\int \underline{P}_0 \cdot \underline{e}_z \, dA = \underline{U}_e \underline{I}_e^* \quad \text{W} \quad (2.185)$$

Pour un mode TM, à l'aide de (2.39), (2.45) et (2.69) on trouve

$$\underline{H}_0 = -\underline{I}_e \underline{e}_z \times \nabla_t \phi \quad \text{A/m} \quad (2.186)$$

et par conséquent

$$\alpha + j(\beta - \beta_0) = \frac{(1+j)R_m}{2Z_e} \oint_C |\nabla_t \underline{\phi}|^2 dl \quad m^{-1} \quad (2.187)$$

Pour un mode TE, on trouve en faisant usage de (2.39), (2.52) et (2.58)

$$\underline{H}_0 = -\underline{I}_e \nabla_t \underline{\psi} + e_z \frac{p^2}{j\omega\mu_0} \underline{U}_e \underline{\psi} \quad A/m \quad (2.188)$$

et par conséquent

$$\alpha + j(\beta - \beta_0) = \frac{(1+j)R_m}{2} \left( \frac{1}{Z_e} \oint_C |\nabla_t \underline{\psi}|^2 dl + \frac{p^4 Z_e}{\omega^2 \mu_0^2} \oint_C |\underline{\psi}|^2 dl \right) m^{-1} \quad (2.189)$$

ou encore, remplaçant  $Z_e$  par sa valeur tirée de (2.97)

$$\alpha = \beta - \beta_0 = \frac{R_m}{2\omega\mu_0\beta_0} \left( \beta_0^2 \oint_C |\nabla_t \underline{\psi}|^2 dl + p^4 \oint_C |\underline{\psi}|^2 dl \right) m^{-1} \quad (2.190)$$

#### 2.7.4 Remarque

À la fréquence de coupure, le guide ne transporte pas de puissance (§ 2.2.29). La relation (2.183) devient alors singulière, son dénominateur étant identiquement nul. La méthode de perturbation pour l'exposant de propagation n'est donc pas valable à la fréquence de coupure et au voisinage de celle-ci (§ 2.7.1). Une autre relation, applicable spécifiquement à la fréquence de coupure doit donc être établie (§ 2.7.9).

#### 2.7.5 Application : mode dominant dans le guide d'ondes rectangulaire

La valeur de  $\underline{\psi}$  obtenue en (2.124) pour le mode TE<sub>10</sub> est introduite dans l'expression (2.190). On évalue les deux intégrales et on obtient

$$\alpha = \beta - \beta_0 \cong \frac{R_m}{\omega\mu_0\beta_0 a} [2p^2 + (a/b)k^2] \quad m^{-1} \quad (2.191)$$

Pour déterminer comment l'affaiblissement varie avec la fréquence, on remplace encore dans (2.191) toutes les grandeurs qui en dépendent, c'est-à-dire  $R_m$  (2.182),  $k$  (2.28) et  $\beta$  (2.93), ce qui donne finalement

$$\alpha \cong \sqrt{\frac{\pi\mu_m}{2\sigma\mu_0}} \frac{1}{\sqrt{\epsilon/\mu_0}} \frac{1}{a^{3/2}} \left( \frac{2(f/f_{10})^{-1/2} + (a/b)(f/f_{10})^{3/2}}{\sqrt{(f/f_{10})^2 - 1}} \right) \quad \text{Np/m} \quad (2.192)$$

L'affaiblissement d'un guide d'ondes en cuivre est représenté à la figure 2.24 en fonction de la fréquence normalisée  $f \cdot a$ , le quotient  $a/b$  servant de paramètre. Comme on l'a déjà signalé, une singularité existe à la fréquence de coupure : l'affaiblissement y tend vers l'infini et sort donc du domaine de validité de la méthode de perturbation. L'affaiblissement décroît ensuite avec la fréquence, passe par un minimum (généralement en dehors de la bande utilisable du guide), puis augmente aux fréquences plus élevées.

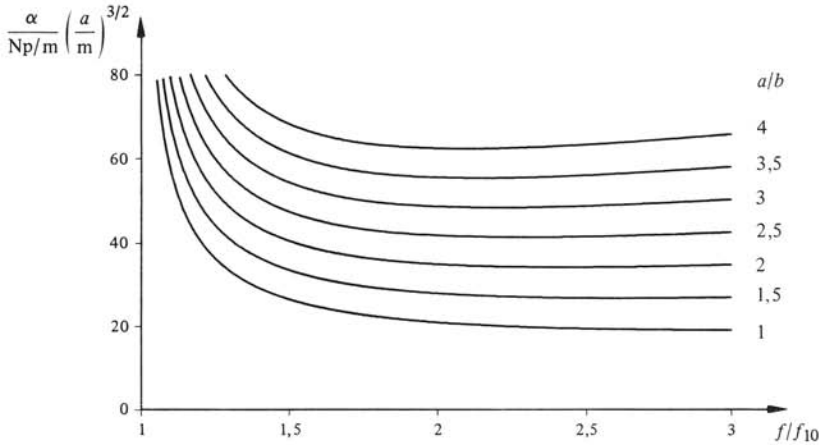


Fig. 2.24 Affaiblissement d'un guide d'ondes rectangulaire en fonction de la fréquence et du rapport  $a/b$  pour le mode dominant  $TE_{10}$ .

Par ailleurs, l'affaiblissement augmente lorsqu'on réduit la hauteur du guide : le quotient  $a/b$  doit donc être choisi le plus petit possible. La valeur de  $a/b = 2$  est la plus souvent choisie, suite aux contraintes imposées par l'apparition de modes supérieurs (§ 2.3.9).

### 2.7.6 Application : modes dans un guide d'ondes circulaire

Introduisant les valeurs des potentiels transverses  $\underline{\psi}$  correspondant respectivement aux modes dominant  $TE_{11}$  (§ 2.4.9) et supérieur  $TE_{01}$  (§ 2.4.10), on obtient

$$\alpha_{11} \cong \frac{R_m}{aZ_0} (1 - f_{11}^2/f^2)^{-1/2} \left( \frac{f_{11}^2}{f^2} + \frac{1}{(1,841)^2 - 1} \right) \quad \text{Np/m} \quad (2.193)$$

$$\alpha_{01} \cong \frac{R_m}{aZ_0} \frac{f_{01}^2}{f \sqrt{f^2 - f_{01}^2}} \quad \text{Np/m} \quad (2.194)$$

Les affaiblissements de ces deux modes sont comparés dans la figure 2.25 en fonction de la fréquence. Alors que l'affaiblissement du mode dominant  $TE_{11}$  décroît et passe par un minimum, celui du mode supérieur  $TE_{01}$  ne présente pas de minimum et décroît de façon monotone aux hautes fréquences, pour lesquelles  $\alpha \sim f^{-1/2}$ . Cette propriété particulière est due à la décroissance du courant de surface, signalée au paragraphe 2.4.10.

Il est donc en principe possible d'obtenir des affaiblissements arbitrairement faibles en opérant à des fréquences très supérieures à la coupure du guide. Toutefois, comme on fait usage d'un mode supérieur, il est difficile d'assurer que seul ce mode se propage : la moindre irrégularité géométrique, ou le moindre coude dans le guide provoque un couplage à d'autres modes de propagation dont les affaiblissements sont beaucoup plus importants. Des guides d'ondes circulaires fonctionnent en mode  $TE_{01}$  dans des applications de télécommunications [11]. Leur emploi pour la transmission de grande puissances a été envisagé [12].



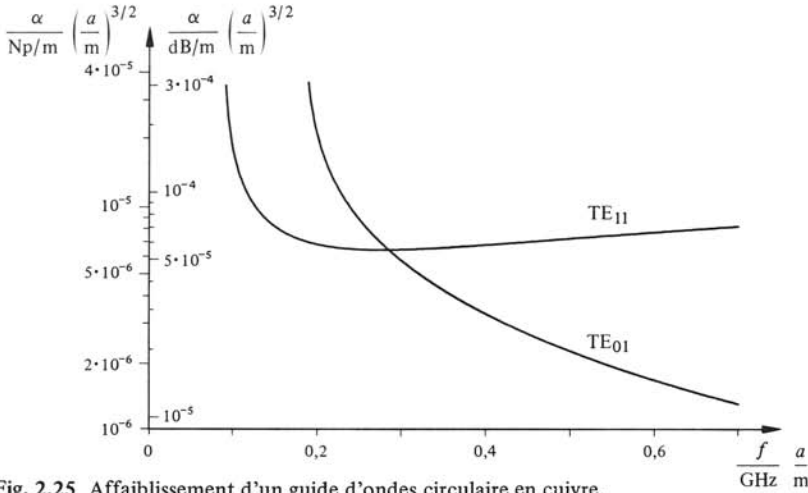


Fig. 2.25 Affaiblissement d'un guide d'ondes circulaire en cuivre.

### 2.7.7 Application : mode TEM en ligne coaxiale

On détermine de façon tout à fait similaire l'affaiblissement d'une ligne coaxiale en introduisant le potentiel transverse  $\phi$  (2.164) dans la relation obtenue pour les modes TM, ce qui donne après quelques calculs [13]

$$\alpha^{\text{TEM}} = \frac{R_m}{2\sqrt{\mu_0/\epsilon}} \frac{1/a + 1/b}{\ln(b/a)} \quad \text{Np/m} \quad (2.195)$$

L'affaiblissement augmente donc comme la racine de la fréquence (facteur  $R_m$ ). Sa dépendance des dimensions est représentée en fonction du quotient  $b/a$  à la figure 2.26. Il passe par un minimum lorsque  $b/a = 3,5911\dots$

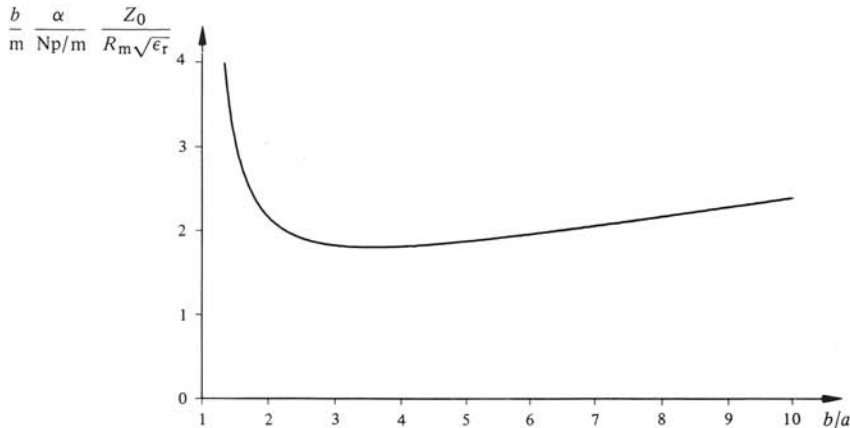


Fig. 2.26 Affaiblissement d'une ligne coaxiale en fonction du rapport  $b/a$ .

### 2.7.8 Application : introduction de diélectrique dans le guide d'ondes

On considère un guide d'ondes dans lequel a été introduit un barreau de diélectrique de section  $\Delta S$  et de permittivité relative  $\epsilon_r$ . L'uniformité du guide dans la direction de propagation est maintenue (fig. 2.27).

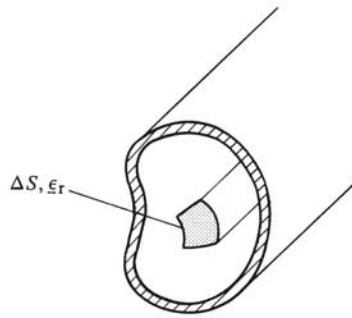


Fig. 2.27 Guide creux contenant un barreau longitudinal de diélectrique.

Dans la section de diélectrique  $\Delta S$ , l'équation de Maxwell devient (2.173)

$$\nabla_t \times \underline{H} - j\omega\epsilon_0\epsilon_r \underline{E} = \underline{\gamma} e_z \times \underline{H} \quad \text{A/m}^2 \quad (2.196)$$

Identifiant avec (2.175) on obtient le courant électrique fictif

$$\underline{J}_e = j\omega\epsilon_0(\epsilon_r - 1)\underline{E} \quad \text{A/m}^2 \quad (2.197)$$

et par conséquent, introduisant cette valeur dans (2.178)

$$\underline{\gamma} + \underline{\gamma}_0^* = \alpha + j(\beta - \beta_0) = \frac{j\omega\epsilon_0 \int_{\Delta S} (\epsilon_r - 1) \underline{E} \cdot \underline{E}_0^* dA}{\int_S (\underline{E} \times \underline{H}_0^* + \underline{E}_0^* \times \underline{H}) \cdot e_z dA} \quad \text{m}^{-1} \quad (2.198)$$

Lorsque  $\epsilon_r$  n'est pas trop grand et que  $\Delta S \ll S$ , on suppose que  $\underline{E} \cong \underline{E}_0$  et que  $\underline{H} \cong \underline{H}_0$  dans (2.198). L'intégrale du numérateur est alors proportionnelle à l'augmentation d'énergie produite par l'introduction du barreau de diélectrique. Comme dans les milieux matériels  $\epsilon_r' \geq 1$ , le déphasage linéique  $\beta$  augmente ou reste constant.

### 2.7.9 Perturbation de la fréquence de coupure

On peut également employer une méthode de perturbation pour déterminer l'effet d'une perturbation sur la fréquence de coupure d'un guide d'ondes. Comme cette dernière n'est définie que pour un guide sans pertes (§ 2.2.28), seules des modifications n'entraînant pas l'apparition d'absorption peuvent être considérées. Tel est le cas lorsqu'on introduit dans un guide un barreau de diélectrique (fig. 2.27), ou encore qu'on modifie légèrement la section droite du guide (la paroi étant en c.e.p. dans la situation perturbée également). L'exposant de propagation est nul à la coupure, et les équations de Maxwell (1.2) et (1.3) deviennent pour le système non perturbé à la pulsation de coupure  $\omega_{c0}$

$$\nabla_t \times \underline{E}_0 + j\omega_{c0} \mu_0 \underline{H}_0 = 0 \quad \text{V/m}^2 \quad (2.199)$$

$$\nabla_t \times \underline{H}_0 - j\omega_{c0} \epsilon_0 \underline{E}_0 = 0 \quad \text{A/m}^2 \quad (2.200)$$

Dans le système perturbé par les courants fictifs  $\underline{J}_m$  et  $\underline{J}_e$  on obtient de même, à la pulsation de coupure  $\omega_c$

$$\nabla_t \times \underline{E} + j\omega_c \mu_0 \underline{H} + \underline{J}_m = 0 \quad \text{V/m}^2 \quad (2.201)$$

$$\nabla_t \times \underline{H} - j\omega_c \epsilon_0 \underline{E} - \underline{J}_e = 0 \quad \text{A/m}^2 \quad (2.202)$$

On procède ensuite exactement comme pour l'exposant de propagation (§ 2.7.2). Les fréquences de coupure sont ici différentes dans les deux systèmes, on obtient

$$\begin{aligned} \nabla_t \cdot [\underline{E}_0^* \times \underline{H} + \underline{E} \times \underline{H}_0^*] + j(\omega_c - \omega_{c0})[\epsilon_0 \underline{E}_0^* \cdot \underline{E} + \mu_0 \underline{H}_0^* \cdot \underline{H}] \\ + \underline{E}_0^* \cdot \underline{J}_e + \underline{H}_0^* \cdot \underline{J}_m = 0 \quad \text{VA/m}^3 \end{aligned} \quad (2.203)$$

Après intégration sur la section droite du *guide non perturbé* et faisant usage de la condition limite portant sur  $\underline{E}_0$  (2.177), on obtient la relation de perturbation

$$\begin{aligned} \omega_c - \omega_{c0} = \frac{j \oint_C (\underline{E} \times \underline{H}_0^*) \cdot \underline{n} \, dl + j \int_{\Delta S} (\underline{J}_e \cdot \underline{E}_0^* + \underline{J}_m \cdot \underline{H}_0^*) \, dA}{\int_S (\epsilon_0 \underline{E}_0^* \cdot \underline{E} + \mu_0 \underline{H}_0^* \cdot \underline{H}) \, dA} \\ \text{rad/s} \end{aligned} \quad (2.204)$$

### 2.7.10 Application : introduction de diélectrique dans un guide d'ondes

On procède comme au paragraphe 2.7.8, considérant toutefois ici exclusivement un matériau diélectrique sans pertes (pour la raison exposée au paragraphe précédent). Le courant de perturbation électrique  $\underline{J}_e$  est défini par (2.197) et introduit dans (2.204), où l'on fait également les approximations  $\underline{E} \cong \underline{E}_0$  et  $\underline{H} \cong \underline{H}_0$

$$\omega_c - \omega_{c0} = \frac{-\omega_c \int_{\Delta S} (\epsilon_r - 1) |\underline{E}_0|^2 \, dA}{2 \int_S |\underline{E}_0|^2 \, dA} \quad \text{rad/s} \quad (2.205)$$

Si l'intégrale du numérateur a la même forme que celle de la relation pour l'exposant de propagation (2.198), l'intégrale du dénominateur représente ici le double de l'énergie totale emmagasinée dans un guide de longueur unité. Comme la permittivité relative  $\epsilon_r$  est supérieure ou égale à l'unité pour tous les milieux matériels, la fréquence de coupure décroît lorsqu'on introduit un diélectrique.

### 2.7.11 Application : modification de la section du guide

On considère un guide d'ondes perturbé ayant une section droite légèrement inférieure à celle du guide d'ondes initial (par exemple, un guide d'ondes rectangulaire dont les coins sont arrondis). Le contour  $C$  entoure la section initiale, le contour  $C'$  la section modifiée (fig. 2.28).

C'est ici le terme de contour de (2.204) qu'il faut considérer. Ce terme est nul sur le contour  $C'$ , suite à la condition limite sur le c.e.p. Il n'est en revanche pas nul sur la partie du contour  $C$  qui ne coïncide pas avec  $C'$ . On intègre donc autour de la perturbation  $\Delta S$  et on obtient, faisant usage de la relation de Poynting en deux dimensions (adaptation de III.5.38)

$$\begin{aligned} \oint_C (\underline{E} \times \underline{H}_0^*) \cdot \underline{n} \, dl &= \oint_C (\underline{E} \times \underline{H}_0^*) \cdot \underline{n} \, dl - \oint_{C'} (\underline{E} \times \underline{H}_0^*) \cdot \underline{n} \, dl \\ &\cong j\omega_c \int_{\Delta S} (\epsilon_0 |\underline{E}_0|^2 - \mu_0 |\underline{H}_0|^2) \, dA \quad \text{VA/m} \end{aligned} \quad (2.206)$$

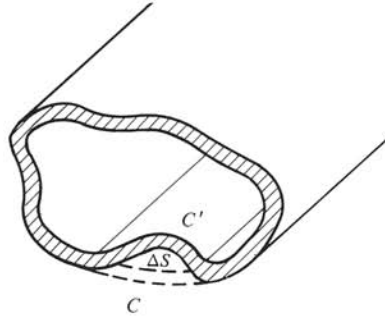


Fig. 2.28 Modification de la section droite du guide.

Introduisant cette relation dans (2.204) on obtient, en l'absence d'autres types de perturbations

$$\omega_c - \omega_{c0} \cong -\omega_c \frac{\int_{\Delta S} (\epsilon_0 |\underline{E}_0|^2 - \mu_0 |\underline{H}_0|^2) dA}{\int_S (\epsilon_0 |\underline{E}_0|^2 + \mu_0 |\underline{H}_0|^2) dA} \quad \text{rad/s} \quad (2.207)$$

La fréquence de coupure diminue si la section droite est réduite dans une région où l'énergie électrique prédomine. Elle augmente si l'on réduit la section dans une région à énergie magnétique prépondérante. Une variation en direction opposée apparaît lorsqu'on agrandit la section du guide.

## 2.8 LIGNES ET GUIDES D'ONDES INHOMOGÈNES

### 2.8.1 Définitions

On désigne sous ce nom un guide d'ondes ou une ligne de transmission uniforme dans la direction de propagation (sect. 2.1), mais comportant une variation transverse des propriétés du ou des milieux de propagation. Les champs électromagnétiques d'une onde qui se propage dans la structure s'étendent alors sur une région dont les propriétés spatiales varient dans le plan transverse.

Le plus souvent, la structure comporte au moins deux milieux homogènes distincts (air, isolant). On étudie dans ce cas séparément les champs dans chacun des différents milieux, puis on applique les conditions de continuité des champs sur leurs frontières respectives (§ 1.4.3). Il faut en particulier que la dépendance longitudinale des champs, et donc l'exposant de propagation  $\gamma$ , soit la même partout. Si le principe de résolution est simple, sa mise en application présente souvent de grandes difficultés. Seules des méthodes de résolution numérique à l'ordinateur sont le plus souvent en mesure de fournir des solutions précises. Pour de nombreuses applications pratiques, des relations approchées simples sont cependant suffisantes.

D'autres structures présentent une variation transverse continue de la permittivité  $\epsilon(r_t)$  ou de la perméabilité  $\mu(r_t)$ . Il s'agit dans ce cas de résoudre les équations de Maxwell avec des coefficients variables. S'il n'est pas possible d'obtenir une solution exacte, on peut ramener le problème au cas précédent, c'est-à-dire remplacer la variation continue des paramètres par une fonction en escalier (approchée).

### 2.8.2 Absence du mode TEM sur une ligne inhomogène

L'exposant de propagation  $\gamma$  d'un mode TEM ne dépend que de la fréquence et des propriétés du milieu dans lequel il se propage (2.26). Par conséquent, dans une ligne inhomogène, cet exposant va dépendre de la position dans le plan transverse : une telle variation est incompatible avec les conditions de continuité des champs, de sorte qu'un mode TEM ne peut pas exister sur une ligne inhomogène. Cette constatation est tout à fait générale, elle s'applique aux lignes inhomogènes dans leur ensemble.

### 2.8.3 Définition : mode quasi-TEM

A première vue, il peut paraître surprenant qu'une ligne téléphonique bifilaire isolée, qui est une ligne inhomogène, ne puisse pas transmettre un mode TEM. En fait, le mode dominant de nombreuses lignes inhomogènes à deux conducteurs se comporte en basse fréquence pratiquement comme un mode TEM. C'est notamment le cas de la ligne bifilaire isolée, de la ligne microruban et de la ligne coaxiale chargée de diélectrique. Leur mode dominant est appelé *mode quasi-TEM*. Les composantes longitudinales des champs, bien que non nulles, ont une amplitude nettement inférieure à celle des composantes transverses, et n'ont de ce fait que peu d'influence. La propagation de ce mode peut être étudiée approximativement par l'électrostatique. On remplace dans ce but la structure inhomogène par une structure homogène équivalente, que l'on étudie comme dans la section 2.6. La permittivité effective du milieu homogène équivalent est déterminée par une étude électrostatique de la structure (chap. III.2). Ce modèle simplifié n'est valable qu'en dessous d'une certaine fréquence, qui dépend de la géométrie et des dimensions.

### 2.8.4 Possibilité d'existence d'un mode TM

On considère une ligne inhomogène, uniforme dans la direction de propagation  $z$  (sect. 2.1). En un point quelconque de la surface séparant deux milieux, on définit un repère cartésien local : l'axe des  $y$  selon la normale à la surface, l'axe des  $x$  tangent à la surface et de plus perpendiculaire à la direction de propagation  $z$  (fig. 2.29).

Si la composante tangentielle du champ électrique transverse n'est pas nulle, elle doit être continue le long de la surface de propagation (1.6) et par conséquent

$$\underline{E}_{x1} = \underline{E}_{x2} \quad \text{V/m} \quad (2.208)$$

Les indices 1 et 2 se réfèrent aux milieux considérés.

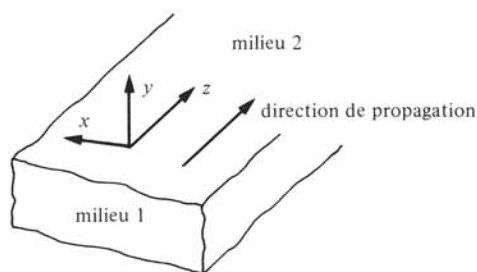


Fig. 2.29 Surface de séparation et définition du repère cartésien local dans une ligne inhomogène.

On fait usage de l'équation de Maxwell (1.3) pour une onde progressive (2.5), dont les champs ont une dépendance longitudinale de la forme  $\exp(-\underline{\gamma}z)$

$$\underline{E}_{xi} = \frac{1}{(j\omega\underline{\epsilon}_i + \sigma_i)} \left( \frac{\partial \underline{H}_{zi}}{\partial y} - \frac{\partial \underline{H}_{yi}}{\partial z} \right) = \frac{1}{(j\omega\underline{\epsilon}_i + \sigma_i)} \left( \frac{\partial \underline{H}_{zi}}{\partial y} + \underline{\gamma} \underline{H}_{yi} \right) \quad \text{V/m} \quad (2.209)$$

Utilisant cette relation de part et d'autre dans (2.208) et tenant compte de la continuité de la composante normale du champ magnétique [ $\underline{H}_{y1} = \underline{H}_{y2} = \underline{H}_y$  (1.11)], on obtient

$$\frac{1}{j\omega\underline{\epsilon}_1 + \sigma_1} \frac{\partial \underline{H}_{z1}}{\partial y} - \frac{1}{j\omega\underline{\epsilon}_2 + \sigma_2} \frac{\partial \underline{H}_{z2}}{\partial y} = - \left( \frac{1}{j\omega\underline{\epsilon}_1 + \sigma_1} - \frac{1}{j\omega\underline{\epsilon}_2 + \sigma_2} \right) \underline{\gamma} \underline{H}_y \quad \text{V/m} \quad (2.210)$$

Lorsque  $\underline{H}_y$  est non nul, la composante longitudinale  $\underline{H}_z$  du champ magnétique doit également être non nulle : le mode n'est alors pas un mode TM.

Par conséquent, une ligne ou un guide d'ondes inhomogène ne supportent un mode TM ( $\underline{H}_z = 0$ ) que si

- le champ électrique transverse est normal à la surface de séparation;
- le champ magnétique transverse est tangentiel en tous points à cette surface.

### 2.8.5 Possibilité d'existence d'un mode TE

Lorsque c'est la composante tangentielle du champ magnétique qui n'est pas nulle, elle doit être continue le long de la surface de séparation

$$\underline{H}_{x1} = \underline{H}_{x2} \quad \text{A/m} \quad (2.211)$$

Procédant comme dans le cas précédent, on trouve ici en faisant usage de (1.2)

$$\underline{H}_{xi} = \frac{-1}{j\omega\mu_0} \left( \frac{\partial \underline{E}_{zi}}{\partial y} + \underline{\gamma} \underline{E}_{yi} \right) \quad \text{A/m} \quad (2.212)$$

Introduisant ensuite la condition de continuité portant sur  $\underline{E}_y$ , on trouve, en supposant que la surface ne porte pas de charges (1.10)

$$\frac{\partial \underline{E}_{z1}}{\partial y} - \frac{\partial \underline{E}_{z2}}{\partial y} = -\underline{\gamma} \underline{E}_{y1} \left( \frac{\underline{\epsilon}_{r1}}{\underline{\epsilon}_{r2}} - 1 \right) \quad \text{V/m}^2 \quad (2.213)$$

Lorsque  $\underline{E}_{y1}$  est non nul, il en va de même pour  $\underline{E}_z$  et le mode n'est pas TE.

Par conséquent, une ligne ou un guide d'ondes inhomogène ne supportent un mode TE ( $\underline{E}_z = 0$ ) que si

- le champ magnétique transverse est normal en tous points à la surface de séparation;
- le champ électrique transverse est tangentiel en tous points à cette surface.

### 2.8.6 Modes hybrides

Lorsque les conditions des deux paragraphes précédents ne sont pas satisfaites, les modes de propagation sont des modes hybrides ( $\underline{H}_z \neq 0$ ,  $\underline{E}_z \neq 0$ ).

## 2.9 EXEMPLE SIMPLE : PLAQUE DIÉLECTRIQUE

## 2.9.1 Description de la structure

Une plaque diélectrique sans pertes, d'épaisseur  $2d$  et de permittivité relative  $\epsilon_r$  est placée parallèlement au plan  $yOz$  (fig. 2.30). De part et d'autre de la plaque, soit pour  $|x| > d$ , le milieu de propagation est de l'air. Comme les surfaces de propagation sont des plans parallèles, le problème admet une solution exacte [14].

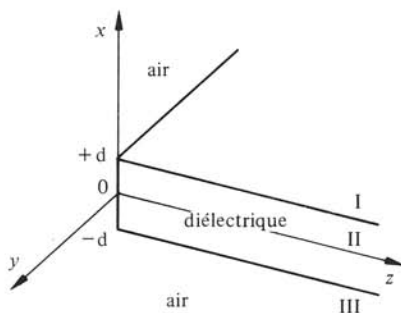


Fig. 2.30 Plaque diélectrique.

Pour que la continuité des champs puisse être assurée, il faut que l'exposant de propagation  $\beta$  soit le même dans les trois régions. Il en résulte par (2.32) que les nombres d'onde transverses doivent alors être différents. Dans le diélectrique

$$\underline{p}_d = \sqrt{\omega^2 \epsilon_0 \mu_0 \epsilon_r - \beta^2} \quad \text{m}^{-1} \quad (2.214)$$

Dans l'air

$$\underline{p}_a = \sqrt{\omega^2 \epsilon_0 \mu_0 - \beta^2} \quad \text{m}^{-1} \quad (2.215)$$

Les indices  $d$  et  $a$  spécifient le milieu de propagation.

Les champs d'une onde *guidée* par la plaque doivent décroître lorsqu'on s'éloigne de celle-ci : les seules solutions acceptables doivent donc tendre vers zéro lorsque le module de  $x$  tend vers l'infini.

## ■ 2.9.2 Modes TE

On considère en premier lieu une onde TE se propageant dans la direction  $z$  (onde progressive), en supposant des champs indépendants de la coordonnée  $y$ . La composante longitudinale du champ magnétique doit satisfaire l'équation de Helmholtz bidimensionnelle (2.30) qui devient ici

$$\frac{d^2 \underline{H}_z}{dx^2} + \underline{p}_{a,d}^2 \underline{H}_z = 0 \quad \text{A/m}^3 \quad (2.216)$$

Si  $\underline{p}^2$  est positif, les solutions de cette équation sont des fonctions trigonométriques (comme dans le cas du guide rectangulaire). On obtient par contre des exponentielles pour des valeurs négatives de  $\underline{p}^2$ . Dans l'air (régions I et III), les champs doivent tendre vers zéro à l'infini, condition qui ne peut être satisfaite que par une exponentielle

décroissante et par conséquent

$$\underline{H}_{zI} = \underline{A} \exp(-|\underline{p}_a|x - \underline{\gamma}z) \quad \text{A/m} \quad (2.217)$$

$$\underline{H}_{zIII} = \underline{D} \exp(|\underline{p}_a|x - \underline{\gamma}z) \quad \text{A/m} \quad (2.218)$$

Introduisant ces deux relations dans (2.216), on voit que  $\underline{p}_a = -j|\underline{p}_a|$  : le nombre d'onde transverse est purement imaginaire (alors que dans le guide d'ondes homogène il doit toujours être réel, comme démontré au paragraphe 2.2.23). Les constantes  $\underline{A}$  et  $\underline{D}$  sont déterminées par les conditions aux limites.

Dans le diélectrique, la dépendance doit être trigonométrique de la forme

$$\underline{H}_{zII} = [\underline{B} \sin p_d x + \underline{C} \cos p_d x] \exp(-\underline{\gamma}z) \quad \text{A/m} \quad (2.219)$$

On fait alors usage des conditions aux limites :

- continuité du champ magnétique tangentiel

$$\text{en } x = d \quad \underline{A} \exp(-|\underline{p}_a|d) = \underline{B} \sin(p_d d) + \underline{C} \cos(p_d d) \quad \text{A/m} \quad (2.220)$$

$$\text{en } x = -d \quad \underline{D} \exp(-|\underline{p}_a|d) = -\underline{B} \sin(p_d d) + \underline{C} \cos(p_d d) \quad \text{A/m} \quad (2.221)$$

- continuité du champ électrique tangentiel, obtenu à l'aide de (2.35)

$$\underline{E}_t = \frac{j\omega\mu}{p^2} \underline{e}_z \times \underline{e}_x \frac{\partial H_z}{\partial x} = \underline{e}_y \frac{j\omega\mu}{p^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} \quad \text{V/m} \quad (2.222)$$

on doit par conséquent avoir continuité de  $\frac{1}{p^2} \frac{\partial H_z}{\partial x}$  ce qui donne respectivement en  $x = \pm d$

$$\frac{1}{|\underline{p}_a|} \underline{A} \exp(-|\underline{p}_a|d) = \frac{1}{p_d} (\underline{B} \cos p_d d - \underline{C} \sin p_d d) \quad \text{A} \quad (2.223)$$

$$\frac{-1}{|\underline{p}_a|} \underline{D} \exp(-|\underline{p}_a|d) = \frac{1}{p_d} (\underline{B} \cos p_d d + \underline{C} \sin p_d d) \quad \text{A} \quad (2.224)$$

La composante transverse du champ magnétique  $\underline{H}_x$  satisfait alors également la condition de continuité.

Les quatre constantes  $\underline{A}$ ,  $\underline{B}$ ,  $\underline{C}$  et  $\underline{D}$  sont ensuite éliminées par le procédé suivant : on prend la somme, puis la différence des deux paires d'équations obtenues ci-dessus. Divisant ensuite respectivement l'une par l'autre les deux équations portant sur  $\underline{C}$  et les deux équations portant sur  $\underline{B}$  on obtient dans ces deux cas

$$|\underline{p}_a| = p_d \tan(p_d d) \quad \text{m}^{-1} \quad (2.225)$$

$$|\underline{p}_a| = -p_d \cotan(p_d d) \quad \text{m}^{-1} \quad (2.226)$$

La relation (2.225) correspond aux modes symétriques en  $\underline{E}_y$ , pour lesquels

$$\underline{B} = 0 \quad \text{et} \quad \underline{A} = \underline{D} = \underline{C} \cos(p_d d) \exp(|\underline{p}_a|d) \quad \text{A/m} \quad (2.227)$$

La relation (2.226) correspond aux modes asymétriques en  $\underline{E}_y$ , pour lesquels

$$\underline{C} = 0 \quad \text{et} \quad \underline{A} = -\underline{D} = \underline{B} \sin(p_d d) \exp(|\underline{p}_a|d) \quad \text{A/m} \quad (2.228)$$



Pour déterminer l'exposant de propagation en fonction de la fréquence, on exprime  $|p_a|$  en fonction de  $p_d$  à l'aide de (2.214) et de (2.215), puis on introduit la valeur obtenue dans (2.225) et (2.226), ce qui donne

$$p_d \tan(p_d d) = \sqrt{\Delta p^2 - p_d^2} \quad \text{m}^{-1} \quad (2.229)$$

$$-p_d \cotan(p_d d) = \sqrt{\Delta p^2 - p_d^2} \quad \text{m}^{-1} \quad (2.230)$$

avec

$$\Delta p^2 = p_d^2 - p_a^2 = p_d^2 + |p_a|^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 (\epsilon_r - 1) \quad \text{m}^{-1} \quad (2.231)$$

Il n'est pas possible d'explicitier les relations de dispersion : contrairement au cas du guide d'ondes homogène, on n'obtient pas ici une relation simple de la forme  $\beta(\omega)$ . On doit résoudre pour chaque mode une équation transcendante. Cette résolution peut être effectuée graphiquement : à la figure 2.31, on représente les deux membres des relations (2.229) et (2.230). Les solutions correspondent aux points d'intersection entre les courbes représentant les membres de gauche avec le cercle correspondant au membre de droite, dont le rayon dépend de la fréquence. On constate qu'il y a toujours au moins une intersection, qui correspond au premier mode symétrique ( $\text{TE}_{10}$ ) : celui-ci n'a pas de fréquence de coupure. La méthode graphique étant cependant laborieuse, on fait le plus souvent usage de méthodes numériques de calcul. Le diagramme de dispersion pour les premiers modes TE sur une plaque d'épaisseur  $2d$  de permittivité relative  $\epsilon_r = 9$  est présenté à la figure 2.32. On remarque que, lorsque la fréquence augmente, les courbes tendent asymptotiquement vers celles correspondant aux modes  $\text{TE}_{m0}$  dans un guide d'ondes rectangulaire de même largeur  $2d$  rempli du même diélectrique.

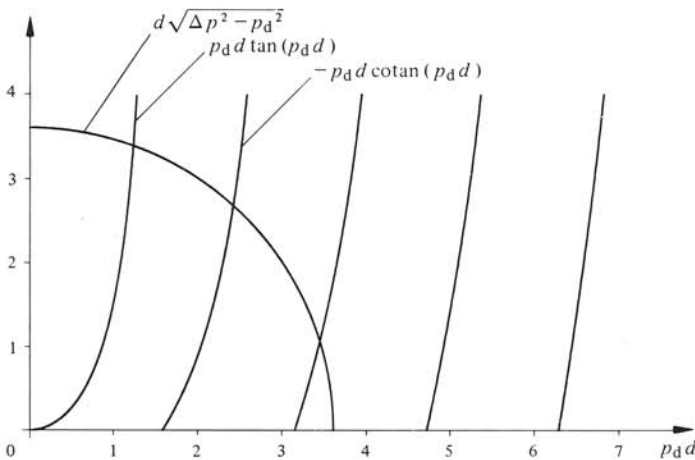


Fig. 2.31 Représentation graphique des relations (2.229) et (2.230).

### 2.9.3 Distribution des champs du premier mode TE

Pour le premier mode de propagation TE sur une lame diélectrique, l'amplitude du champ électrique  $E_y$  correspondant à une puissance de 1 W par tranche unitaire est représentée pour plusieurs fréquences à la figure 2.33. On constate que, lorsque la fréquence est basse, le champ décroît très lentement à grande distance de la plaque.

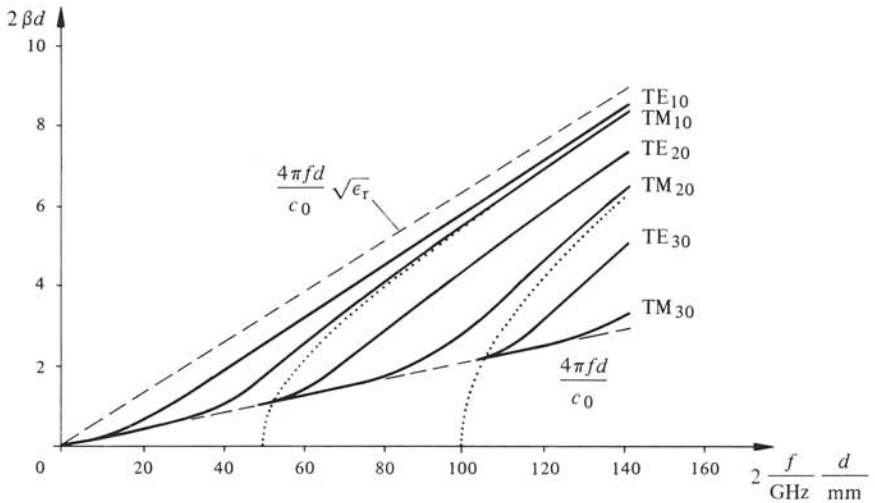


Fig. 2.32 Diagramme de dispersion pour une lame diélectrique de permittivité  $\epsilon_r = 9$ . Les courbes en pointillés correspondent au cas du guide métallique.

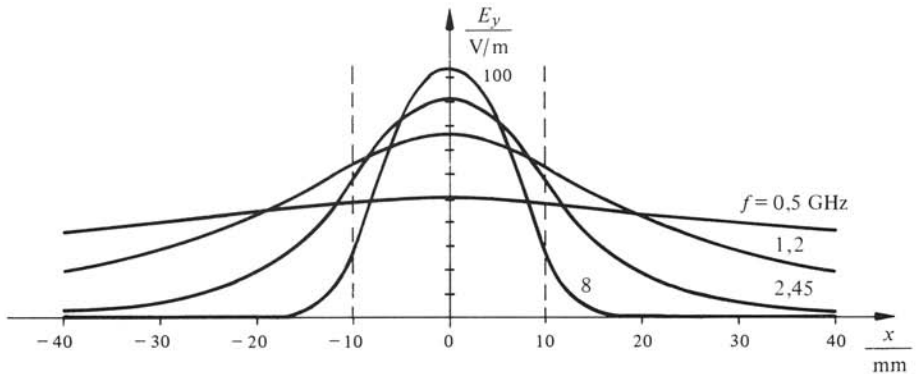


Fig. 2.33 Répartition du champ électrique dans une lame diélectrique de 20 mm d'épaisseur et de permittivité  $\epsilon_r = 9$ .

Plus la fréquence augmente et plus le champ est concentré dans le diélectrique. La même constatation peut être faite pour toutes les lignes inhomogènes.

### 2.9.4 Modes TM

L'étude des modes TM ne dépendant pas de la variable  $y$  est en tout point similaire à celle des modes TE. On a dans ce cas une composante longitudinale du champ électrique  $E_z$ , des composantes transverses  $E_x$  et  $H_y$ . Les équations de dispersion deviennent dans ce cas

$$p_d \tan(p_d d) = \epsilon_r \sqrt{\Delta p^2 - p_d^2} \quad \text{m}^{-1} \quad (2.232)$$

$$-p_d \cotan(p_d d) = \epsilon_r \sqrt{\Delta p^2 - p_d^2} \quad \text{m}^{-1} \quad (2.233)$$

Comparant ces relations avec celles des modes TE, on constate que la seule différence est l'apparition du facteur  $\epsilon_r$  dans le terme de droite. Il en résulte que, à une fré-

quence donnée, c'est-à-dire pour une valeur constante de  $\Delta p$ , les intersections pour les modes TM correspondent à des valeurs plus élevées de  $p_d$ , et donc les valeurs de  $\beta$  correspondantes sont plus faibles. Le premier mode TM n'a pas de fréquence de coupure, tout comme le premier mode TE. Les diagrammes de dispersion des premiers modes sont représentés à la figure 2.32

### 2.9.5 Remarque

Le mode  $TE_{m0}$  et le mode  $TM_{m0}$  ont tous deux la même fréquence de coupure, qui est nulle lorsque  $m = 1$  (fig. 2.32). Toutefois, leurs diagrammes de dispersion respectifs ne sont pas confondus ( $\beta_{m0}^{TE} \neq \beta_{m0}^{TM}$ ). Dans une ligne inhomogène, des modes ayant la même fréquence de coupure ne sont pas forcément dégénérés : la situation est différente de celle rencontrée dans les lignes homogènes (§ 2.2.36).

### 2.9.6 Autres modes supérieurs : LSE et LSM

On peut former arbitrairement des modes dont les champs dépendent de la coordonnée  $y$  en superposant deux modes du même type (TE ou TM) se déplaçant dans des directions dans le plan  $yOz$  faisant respectivement des angles  $+\theta$  et  $-\theta$  avec l'axe des  $z$ . L'étude est similaire à celle effectuée à la section III.6.7.2, où l'on montre que le mode dominant du guide d'ondes rectangulaire est la superposition de deux ondes planes. On peut ainsi former une infinité de modes. Ceux-ci ne sont cependant plus ni TE, ni TM. Ils comportent simultanément des composantes longitudinales  $H_z$  et  $E_z$  non nulles et sont donc des modes hybrides. On remarque cependant que le mode formé par la superposition de deux modes TE n'a pas de composante  $E_x$  : on dit donc que le champ électrique est dans la section longitudinale, ce mode est appelé à *section longitudinale électrique* ou mode *LSE*. Similairement, le mode obtenu en superposant deux modes TM n'a pas de composante  $H_x$ . Il est de ce fait appelé *mode à section longitudinale magnétique* ou mode *LSM*.

### □ 2.9.7 Ligne à lame diélectrique

Les résultats des sections précédentes sont directement applicables à l'étude de la propagation sur la ligne de la figure 2.34. La plaque diélectrique, au lieu de s'étendre à l'infini dans la direction  $y$ , est ici placée entre deux plans métalliques (c.e.p.) en  $y = 0$  et  $y = b$  [15]. Ces deux plans imposent des conditions supplémentaires que les champs doivent satisfaire. Les modes TE, étudiés dans le paragraphe 2.9.2, n'ont qu'une composante électrique  $E_y$ , perpendiculaire aux plans conducteurs et satisfaisant donc les conditions aux limites. Tous ces modes se propagent sans modification par rapport au paragraphe 2.9.2.

Les modes TM du paragraphe 2.9.4 ont, en revanche, des composantes  $E_x$  et  $E_z$ , toutes deux tangentes aux plans conducteurs, ils ne satisfont pas par conséquent les conditions aux limites. Ils ne peuvent pas se propager dans la structure de la figure 2.34.

Les modes LSE et LSM définis au paragraphe 2.9.6 peuvent se propager, pour autant que leur dépendance de la coordonnée  $y$  soit compatible avec l'espacement  $b$  entre les deux plaques. Les champs doivent alors avoir une allure sinusoïdale, comme

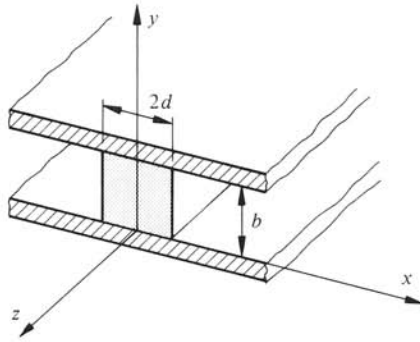


Fig. 2.34 Ligne à lame diélectrique.

dans le cas du guide d'ondes rectangulaire

$$\begin{cases} \sin \\ \cos \end{cases} (n\pi y/b) \quad 1 \quad (2.234)$$

où  $n$  est un nombre entier positif. Pour les modes LSE et LSM, on obtient les relations de dispersion en résolvant respectivement (2.229) et (2.230), ou (2.232) et (2.233) en utilisant le paramètre  $p_d$  donné par

$$p_d = \sqrt{\omega^2 \epsilon_0 \mu_0 \epsilon_r - \beta^2 - (n\pi/b)^2} \quad \text{m}^{-1} \quad (2.235)$$

Le mode dominant de la structure est le premier mode TE.

### □ 2.9.8 Guide d'ondes rectangulaire chargé

L'étude de la propagation dans un guide rectangulaire chargé de plaques de diélectrique (fig. 2.35) se fait comme dans le cas précédent (§ 2.9.7). Les limites latérales, précédemment situées à l'infini, sont ici ramenées en  $x = 0$  et  $x = a$ , sous forme de deux plans métalliques (c.e.p.). Le champ électrique tangentiel ( $E_y$  et  $E_z$ ) doit s'annuler dans ces deux plans : les exponentielles décroissantes des problèmes précédents ne permettant pas de remplir ces conditions, on les remplace par des fonctions hyperboliques ou trigonométriques, selon la fréquence. Le mode dominant (quasi-TE<sub>10</sub>) doit satisfaire aux relations [16]

$$\tan p_d h = \frac{p_a p_d (\tan p_a d_1 + \tan p_a d_2)}{p_d^2 (\tan p_a d_1 \tan p_a d_2) - p_a^2} \quad \text{si } p_a^2 > 0 \quad 1 \quad (2.236)$$

$$\tan p_d h = \frac{|p_a| p_d (\tanh |p_a| d_1 + \tanh |p_a| d_2)}{p_d^2 (\tanh |p_a| d_1 \tanh |p_a| d_2) - |p_a|^2} \quad \text{si } p_a^2 < 0 \quad 1 \quad (2.237)$$

L'introduction d'une plaque diélectrique dans un guide d'ondes permet de modifier sa longueur électrique : on fait usage de ce principe dans des déphaseurs (§ 6.3.11). Il a par ailleurs été signalé qu'en plaçant une plaque diélectrique au milieu du guide (fig. 2.35,  $d_1 = d_2$ ) on peut augmenter simultanément la bande de fréquences utilisable et la puissance transmise [17]. Cette assertion s'est avérée incorrecte, car basée sur une étude lacunaire : quand on considère les modes supérieurs LSE et LSM, on constate que

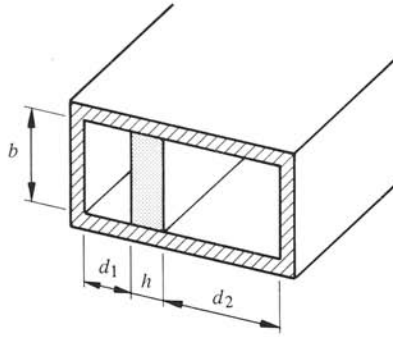


Fig. 2.35 Guide d'ondes chargé de diélectrique.

l'élargissement de la bande passante est insignifiant [18]. Quant à l'augmentation de la puissance, elle n'est que théorique : il faudrait un joint mécanique parfait entre le matériau diélectrique et le métal aux deux extrémités de la plaque. La présence de la moindre fente réduit en réalité la capacité en puissance de la structure bien en dessous de celle du guide d'ondes vide [19].

## 2.10 GUIDE DIÉLECTRIQUE CIRCULAIRE, FIBRE OPTIQUE

### 2.10.1 Définition de la géométrie, coeur, gaine

C'est ici un cylindre de matériau diélectrique sans pertes, appelé *coeur* (en anglais *core*) qui est employé pour guider les ondes. Il a une section circulaire de rayon  $a$  et sa permittivité, supérieure à celle du milieu qui l'entoure, vaut  $\epsilon_1(\rho)$ . Il se trouve enveloppé par la *gaine* (en anglais *cladding*), isotrope et homogène de permittivité  $\epsilon_2$ . Bien que la gaine ait une dimension finie dans le plan transverse, la décroissance des champs d'un mode guidé est suffisamment rapide pour qu'on néglige l'effet de la séparation entre la gaine et le milieu extérieur. On considère donc dans l'étude théorique une gaine s'étendant à l'infini. La figure 2.36 représente une structure générale de fibre optique.

L'intérêt que présente une telle structure est de guider des ondes sans faire usage de conducteurs métalliques. Les fibres optiques ne sont de ce fait pas affectées par les perturbations radioélectriques ; elles servent aussi à établir des liaisons en présence de tensions élevées (§ 8.2.15).

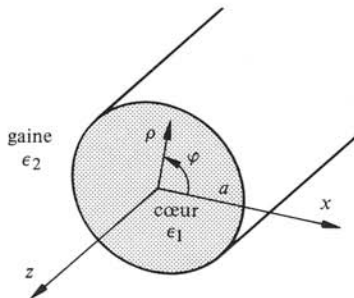


Fig. 2.36 Guide diélectrique circulaire, fibre optique à saut d'indice.

### 2.10.2 Fibre optique à saut d'indice

Le premier type de fibre fabriqué et étudié a un cœur homogène ( $\epsilon_1$  est constant). On parle dans ce cas de *fibre à saut d'indice* (en anglais *step index*).

### 2.10.3 Equations à résoudre

Suite à la symétrie circulaire de la structure, l'équation à résoudre est la même que celle du guide métallique circulaire (2.135). On obtient deux solutions, une pour le milieu 1 (cœur) à l'intérieur du cylindre, l'autre pour le milieu 2 (gaine) à l'extérieur (s'étendant théoriquement à l'infini, § 2.10.1). Les nombres d'onde transverses  $p_i$  sont définis de la même manière que pour une plaque diélectrique (§ 2.9.1). Les paramètres normalisés  $u, v$  et  $w$  introduits ci-après, plus couramment employés en pratique, sont utilisés par la suite

$$u = ap_1 = a \sqrt{\omega^2 \epsilon_1 \mu_0 - \beta^2} \quad 1 \quad (2.238)$$

$$w = -jap_2 = a \sqrt{\beta^2 - \omega^2 \epsilon_2 \mu_0} \quad 1 \quad (2.239)$$

Ils sont liés par la relation

$$v^2 = u^2 + w^2 = a^2(p_1^2 - p_2^2) = a^2 \omega^2 \epsilon_1 \mu_0 2\Delta \quad 1 \quad (2.240)$$

La différence relative entre les deux permittivités  $\Delta$  joue un rôle important pour le guidage de l'onde

$$\Delta = (\epsilon_1 - \epsilon_2)/2\epsilon_1 \quad 1 \quad (2.241)$$

À l'intérieur du cylindre, les champs doivent rester finis sur l'axe, condition qui spécifie une solution du même type que celle obtenue pour le guide d'ondes métallique creux

$$\theta_1(\rho, \varphi) = \underline{B}_1 J_m(u\rho/a) \begin{cases} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{cases} \quad 1 \quad (2.242)$$

où  $m$  est un nombre entier positif ou nul.

Dans la gaine, les champs doivent tendre vers zéro à l'infini, condition qui est satisfaite par la fonction de Bessel modifiée  $K_m(w\rho/a)$  (§ 9.4.1). On obtient ainsi

$$\theta_2(\rho, \varphi) = \underline{B}_2 K_m(w\rho/a) \begin{cases} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{cases} \quad 1 \quad (2.243)$$

Il faut ensuite assurer la continuité des composantes tangentielles des champs entre les deux milieux en  $\rho = a$ . Considérant les solutions pour le guide d'ondes métallique circulaire (sect. 2.4), on remarque que le champ électrique et le champ magnétique ont tous deux des composantes radiales et azimutales, sauf pour le cas particulier  $m = 0$ . Il en résulte, faisant usage des constatations des paragraphes 2.8.4 et 2.8.5, que ce n'est que lorsque  $m$  est nul que des modes TE et TM peuvent exister. Dans tous les autres cas, les modes de propagation sont *hybrides* ( $\underline{E}_z \neq 0, \underline{H}_z \neq 0$ , § 2.1.9).

### 2.10.4 Définition : ouverture numérique $NA$

Par analogie avec d'autres systèmes optiques, l'*ouverture numérique* d'une fibre est définie par le sinus du plus grand angle d'incidence que peut avoir un rayon lumi-

neux pour être guidé par la fibre. Le rayon atteint l'extrémité de la fibre, supposée sectionnée selon un plan perpendiculaire à son axe (plan transverse). L'ouverture numérique est spécifiée par la variable  $NA$ , de l'anglais Numerical Aperture

$$NA = \sqrt{(\epsilon_1 - \epsilon_2)/\epsilon_0} = \sqrt{2\Delta\epsilon_1/\epsilon_0} \quad 1 \quad (2.244)$$

### 2.10.5 Modes $TE_{0n}$

Posant  $m = 0$  dans (2.242) et (2.243), on exprime le potentiel transverse  $\underline{\psi}$  dans les deux milieux (coeur et gaine)

$$\underline{\psi}_1(\rho, \varphi) = \underline{B}_1 J_0(u\rho/a) \quad \rho < a \quad 1 \quad (2.245)$$

$$\underline{\psi}_2(\rho, \varphi) = \underline{B}_2 K_0(w\rho/a) \quad \rho > a \quad 1 \quad (2.246)$$

Les composantes des champs  $E_\varphi$  et  $H_z$  sont non nulles et doivent être continues en  $\rho = a$ . Faisant usage de (2.42), (2.52) et (2.58), on constate qu'il faut pour cela que  $\partial\underline{\psi}/\partial\rho$  et  $p^2\underline{\psi}$  soient tous deux continus, ce qui entraîne

$$u^2 \underline{B}_1 J_0(u) = -w^2 \underline{B}_2 K_0(w) \quad 1 \quad (2.247)$$

$$u \underline{B}_1 J_0'(u) = w \underline{B}_2 K_0'(w) \quad 1 \quad (2.248)$$

Combinant ces deux relations et tenant compte que  $J_0'(x) = -J_1(x)$  et que de même  $K_0'(x) = -K_1(x)$  (§ 9.3.5 et 9.4.5), on obtient la relation de dispersion pour les modes  $TE_{0n}$

$$\frac{J_1(u)}{u J_0(u)} = - \frac{K_1(w)}{w K_0(w)} \quad 1 \quad (2.249)$$

Les diagrammes de dispersion sont ensuite obtenus par résolution simultanée des relations (2.249) et (2.240), faisant usage dans ce but soit d'une méthode graphique, soit de méthodes numériques à l'ordinateur. Comme dans le cas de la lame diélectrique de la section 2.9, il n'est pas possible ici de formuler une relation explicite de la forme  $\beta(\omega)$ .

### 2.10.6 Modes $TM_{0n}$

Le potentiel transverse  $\underline{\phi}$  du mode  $TM_{0n}$  a la même dépendance radiale que le potentiel  $\underline{\psi}$  du paragraphe précédent (2.245) et (2.246). Ce sont ici les composantes  $H_\varphi$  et  $E_z$  qui sont continues en  $\rho = a$ , requérant la continuité de  $\partial\underline{\phi}/\partial\rho$  et de  $p^2 \underline{\phi}/\epsilon$ . Procédant comme au paragraphe 2.10.5, on trouve la relation de dispersion pour les modes  $TM_{0n}$

$$\frac{\epsilon_1 J_1(u)}{u J_0(u)} = - \frac{\epsilon_2 K_1(w)}{w K_0(w)} \quad 1 \quad (2.250)$$

### ■ 2.10.7 Modes hybrides

Lorsque  $m \neq 0$ , les conditions à la frontière du cylindre imposent l'existence simultanée des composantes longitudinales des deux champs. Un mode hybride est donc formé de la superposition de deux modes TE et TM, qui sont *couplés par les con-*

*ditions de continuité des champs* en  $\rho = a$ . Les dépendances des potentiels ont les formes générales données en (2.242) et (2.243).

Pour que les composantes longitudinales  $\underline{E}_z$  et  $\underline{H}_z$  soient continues, il faut ici que, comme dans les deux paragraphes précédents

$$u^2 \underline{B}_1^{\text{TE}} J_m(u) = -w^2 \underline{B}_2^{\text{TE}} K_m(w) \quad 1 \quad (2.251)$$

$$u^2/\epsilon_1 \underline{B}_1^{\text{TM}} J_m(u) = -w^2/\epsilon_2 \underline{B}_2^{\text{TM}} K_m(w) \quad 1 \quad (2.252)$$

La continuité des composantes azimutales  $\underline{E}_\varphi$  et  $\underline{H}_\varphi$  impose deux autres conditions, qui portent celles-ci *simultanément* sur les deux potentiels  $\underline{\psi}$  et  $\underline{\phi}$  et donnent après quelques calculs

$$\begin{aligned} \mp \frac{m\beta}{\omega\epsilon_1} \underline{B}_1^{\text{TM}} J_m(u) + u \underline{B}_1^{\text{TE}} J'_m(u) \\ = \mp m \frac{\beta}{\omega\epsilon_2} \underline{B}_2^{\text{TM}} K_m(w) + w \underline{B}_2^{\text{TE}} K'_m(w) \quad 1 \end{aligned} \quad (2.253)$$

$$\begin{aligned} -u \underline{B}_1^{\text{TM}} J'_m(u) \pm \frac{m\beta}{\omega\mu_0} \underline{B}_1^{\text{TE}} J_m(u) \\ = -w \underline{B}_2^{\text{TM}} K'_m(w) \pm \frac{m\beta}{\omega\mu_0} \underline{B}_2^{\text{TE}} K_m(w) \quad 1 \end{aligned} \quad (2.254)$$

où les signes  $\pm$  correspondent aux deux types de dépendance en sinus et en cosinus des relations (2.242) et (2.243). Les quatre équations de continuité des champs peuvent être mises sous forme matricielle

$$\begin{pmatrix} 0 & u^2 J_m(u) & 0 & w^2 K_m(w) \\ u^2 J_m(u)/\epsilon_1 & 0 & w^2 K_m(w)/\epsilon_2 & 0 \\ \pm m \frac{\beta}{\omega\epsilon_1} J_m(u) & -u J'_m(u) & \mp m \frac{\beta}{\omega\epsilon_2} K_m(w) & w K'_m(w) \\ -u J'_m(u) & \pm m \frac{\beta}{\omega\mu_0} J_m(u) & w K'_m(w) & \mp m \frac{\beta}{\omega\mu_0} K_m(w) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{B}_1^{\text{TM}} \\ \underline{B}_1^{\text{TE}} \\ \underline{B}_2^{\text{TM}} \\ \underline{B}_2^{\text{TE}} \end{pmatrix} = 0 \quad 1 \quad (2.255)$$

Pour que ce système d'équations admette une solution non triviale, il faut que son déterminant s'annule. Ceci fournit la relation de dispersion des modes hybrides

$$\begin{aligned} \left( \frac{J'_m(u)}{u J_m(u)} + \frac{K'_m(w)}{w K_m(w)} \right) \left( \frac{\epsilon_1 J'_m(u)}{\epsilon_2 u J_m(u)} + \frac{K'_m(w)}{w K_m(w)} \right) \\ = \frac{m^2 \beta^2}{\omega^2 \mu_0 \epsilon_2} \left( \frac{1}{u^2} + \frac{1}{w^2} \right)^2 \quad 1 \end{aligned} \quad (2.256)$$

Cette équation possède deux familles de solutions, qui correspondent aux modes HE et EH. Pour  $m = 0$ , on retrouve bien dans (2.256) les relations de dispersion des modes TE et TM.



### 2.10.8 Approximation de faible guidance, modes HE et EH

Pour des raisons technologiques, liées aux procédés de diffusion utilisés pour la fabrication des fibres, la différence relative de permittivité  $\Delta$  est très faible

$$\Delta \ll 1 \quad 1 \quad (2.257)$$

On peut donc poser que  $\epsilon_1/\epsilon_2 \cong 1$ , et la relation de dispersion (2.256) devient

$$\frac{J'_m(u)}{u J_m(u)} + \frac{K'_m(w)}{w K_m(w)} = \pm m \left( \frac{1}{u^2} + \frac{1}{w^2} \right) \quad 1 \quad (2.258)$$

Pour le signe supérieur, les relations de récurrence des fonctions de Bessel (§ 9.3.5 et 9.4.5) permettent d'écrire (2.258) sous la forme

$$-\frac{J_{m+1}(u)}{u J_m(u)} = \frac{K_{m+1}(w)}{w K_m(w)} \quad 1 \quad (2.259)$$

On trouve de même pour le signe inférieur

$$\frac{J_{m-1}(u)}{u J_m(u)} = \frac{K_{m-1}(w)}{w K_m(w)} \quad 1 \quad (2.260)$$

Les solutions simultanées de (2.240) et (2.259) sont appelées *modes EH*, celles de (2.240) et (2.260) *modes HE*. Les diagrammes de dispersion d'une fibre à saut d'indice sont présentés à la figure 2.37.

### 2.10.9 Fréquences de coupure

La fonction de Bessel modifiée  $K_m$  a une décroissance de type exponentiel. Lorsque le paramètre  $w$  est réel positif, c'est-à-dire lorsque (2.239)

$$\beta > \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_2} \quad m^{-1} \quad (2.261)$$

les champs décroissent de manière exponentielle dans la gaine. L'énergie est de ce fait confinée presque exclusivement dans le coeur. En revanche, lorsque  $w$  est nul, c'est-à-dire que

$$\beta = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_2} \quad m^{-1} \quad (2.262)$$

le potentiel transverse tiré de (2.135) prend la forme

$$\underline{\theta}(\rho, \varphi) = (\underline{C}\rho + \underline{D}) \begin{cases} \sin m\varphi \\ \cos m\varphi \end{cases} \quad 1 \quad (2.263)$$

et les champs dans la gaine ne décroissent plus avec la distance. L'énergie n'étant alors plus confinée dans le coeur, il n'y a plus d'effet de guidage. La condition (2.262) est appelée condition de *coupure*. Le tableau 2.38 donne les *fréquences de coupure* normalisées  $\nu$  des différents modes.

### 2.10.10 Mode dominant HE<sub>11</sub>

On note dans le tableau 2.38 que seul le mode HE<sub>11</sub> ne possède pas de fréquence de coupure : c'est donc le *mode dominant*, qui peut en théorie se propager à fréquence

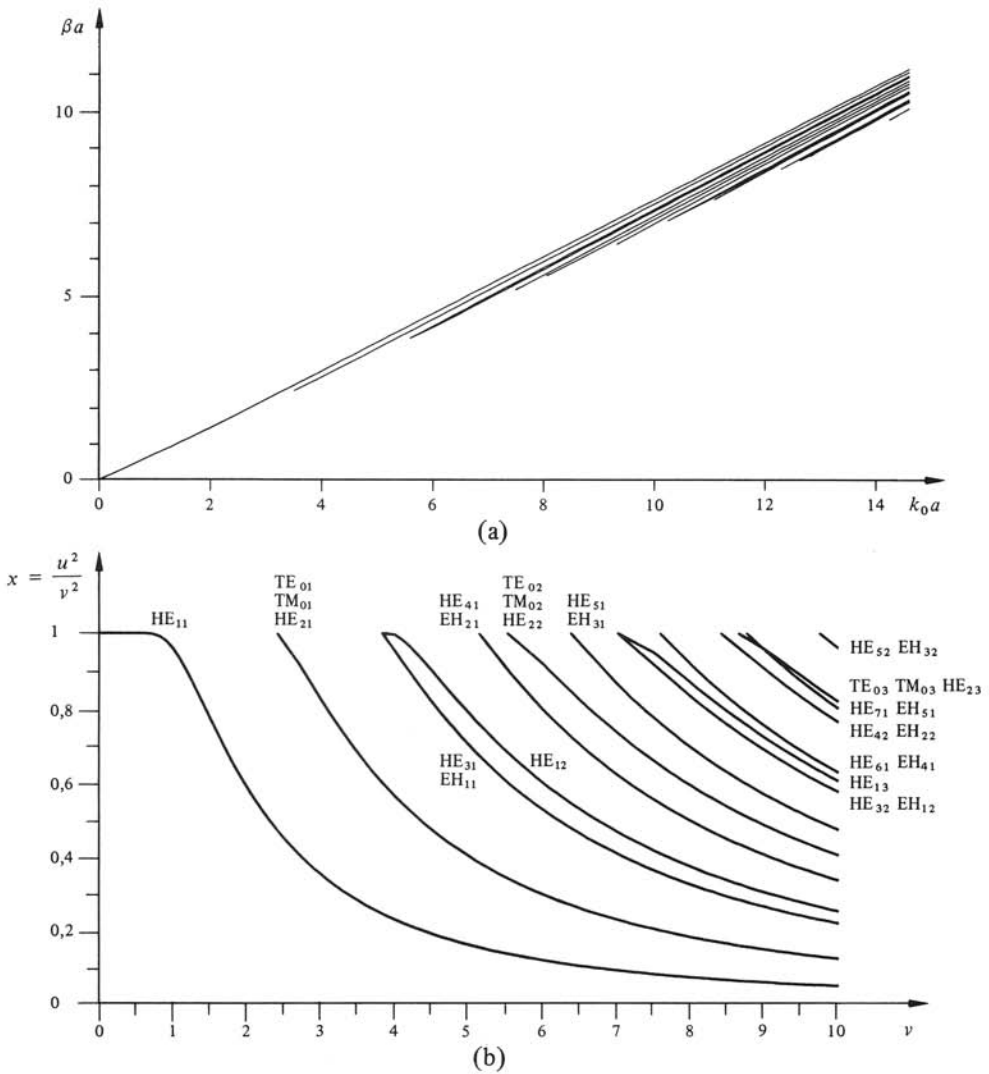


Fig. 2.37 Diagrammes de dispersion pour une fibre optique à saut d'indice: (a)  $\beta a$  en fonction de  $ka$  pour  $\Delta = 0,1$  et  $\epsilon_1 = 1,53^2 \epsilon_0$ ; (b)  $x = u^2/v^2$  en fonction de  $v$  pour  $\Delta = 0,1$ .

nulle. En pratique, à mesure que la fréquence diminue, la décroissance des champs dans le plan transverse devient si lente qu'il faudrait un guide de dimension gigantesque pour que l'énergie y reste confinée. Par ailleurs, les pertes dans le matériau atteignent des valeurs prohibitives. On retrouve cette propriété de concentration des champs avec la fréquence dans les structures inhomogènes ouvertes, par exemple pour le mode  $TE_{10}$  de la plaque diélectrique (fig. 2.33).

### 2.10.11 Fibre unimode et fibre multimode

Les modes supérieurs apparaissent au-dessus de la fréquence normalisée  $v = 2,405$  (tab. 2.38). A des fréquences inférieures, seul le mode dominant  $HE_{11}$  se propage : on

Tableau 2.38 Caractéristiques des modes pour une fibre à saut d'indice.

Modes	Equation caractéristique	Fréquence de coupure normalisée $\nu$ ( $w = 0, u = \nu$ )	
		équation	solution
TE <sub>0n</sub>	$\frac{J_1(u)}{u J_0(u)} + \frac{K_1(w)}{w K_0(w)} = 0$	$J_0(\nu) = 0$	$j_{0n}$
TM <sub>0n</sub>	$\frac{\epsilon_1 J_1(u)}{u J_0(u)} + \frac{\epsilon_2 K_1(w)}{w K_0(w)} = 0$	$J_0(\nu) = 0$	$j_{0n}$
HE <sub>mn</sub>	$\frac{J_{m-1}(u)}{u J_m(u)} - \frac{K_{m-1}(w)}{w K_m(w)} = 0$	$\nu J_1(\nu) = 0$	0 et $j_{1n} \quad m = 1$
		$\frac{J_{m-2}(\nu)}{J_{m-1}(\nu)} = 0$	$j_{m-2,n} \quad m \neq 1$
EH <sub>mn</sub>	$\frac{J_{m+1}(u)}{u J_m(u)} + \frac{K_{m+1}(w)}{w K_m(w)} = 0$	$\frac{\nu J_m(\nu)}{J_{m+1}(\nu)} = 0$	$j_{mn}$

où  $j_{mn}$  est le  $n$ -ième zéro (différent de zéro) de la fonction de Bessel J d'ordre  $m$ .

à un fonctionnement *unimodal* de la fibre. Lorsque  $\nu$  est supérieur à 2,405, plusieurs modes peuvent se propager simultanément, on parle de fonctionnement *multimodal*.

Toutefois, les sources disponibles pour la transmission par fibres (laser, diode électroluminescente) ne fournissent des signaux qu'à certaines longueurs d'onde spécifiques. Le rayonnement le plus courant est situé au voisinage de 850 nm (350 THz). Pour un signal de pulsation  $\omega$ , le rayon  $a$  du coeur d'une *fibre unimode* doit être inférieur à une valeur limite, tirée directement de (2.240)

$$a \leq 2,405 / (\omega \sqrt{\epsilon_1 \mu_0} 2\Delta) = 2,405 / [\omega \sqrt{\mu_0(\epsilon_1 - \epsilon_2)}] = 2,405 c_0 / (\omega \cdot NA) \quad (2.264)$$

Le coeur d'une fibre unimode n'a ainsi, au maximum, que *quelques micromètres* de rayon. Quant aux *fibres multimodes*, leur coeur a un rayon de quelques dizaines de micromètres.

### 2.10.12 Remarque

La dimension très petite du coeur d'une fibre unimode rend son emploi difficile en pratique, notamment à cause des problèmes d'alignement aux interconnexions.

### 2.10.13 Dispersion dans une fibre optique

Comme dans un guide métallique (§ 2.2.35), un signal qui se propage dans une fibre optique subit une distorsion produite par la dispersion de la vitesse de phase (dispersion de guide), ainsi que par les différences des vitesses de propagation des modes présents (dispersion multimodale). Ce dernier effet est évidemment absent dans une fibre unimode.

A ces deux causes de distorsion s'ajoute une cause supplémentaire due au matériau (dispersion de matériau). Celle-ci provient de la variation de la permittivité du matériau de la fibre en fonction de la fréquence  $\epsilon(f)$ . Cet effet n'existe pas dans le cas du guide métallique vide.

Le tableau 2.39 montre l'importance respective de ces trois causes de distorsion, pour des signaux produits par trois types de sources [20]. Les variations du temps de propagation de groupe  $\Delta\tau$  produites par ces différents effets sont présentées pour une fibre à saut d'indice. Ces variations mesurent l'étalement que subit une impulsion en se propageant le long de la fibre. Les indices se rapportent aux différents effets :  $g$  pour guide,  $m$  pour matériau et  $pm$  pour propagation multimodale.

Tableau 2.39 Comparaison des dispersions pour 3 types de source.

Paramètres		Diode électro-luminescente	Laser à semi-conducteur multimode	Laser à semi-conducteur monomode
$\lambda$	nm	900	850	850
$\delta\lambda$	nm	30	1	0,1
$\delta\lambda/\lambda$		0,033	$1,2 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-4}$
$\Delta\tau_g$	ps/km	330	12	1,2
$\Delta\tau_m$	ps/km	1 800	80	8
$\Delta\tau_{pm}$	ps/km	25 000	25 000	25 000
Fibre à saut d'indice:		$\Delta = 0,003$		
		$\epsilon_1 = 1,45^2 \epsilon_0$		
		$\Delta\tau_g = 0,003 \frac{\delta\lambda/\lambda}{c_0}$		

#### 2.10.14 Fibres à gradient d'indice

Il est possible de réduire considérablement les distorsions dues à la propagation multimodale en faisant usage de fibres dont la permittivité varie de façon continue dans la direction radiale à l'intérieur du cœur. Il s'agit des *fibres à gradient d'indice*, ou en anglais *graded index fibres*. La dispersion minimale de phase est obtenue lorsque cette variation est *approximativement quadratique* (fig. 2.40). Dans l'étude de la propagation il n'est plus possible de séparer les composantes longitudinales de  $\underline{E}$  et  $\underline{H}$ . On obtient deux équations différentielles couplées en  $\underline{E}_z$  et  $\underline{H}_z$  [21]. Il existe de nombreuses méthodes de résolution, qui sont toutes approchées [22]. On peut les classer en deux familles : *méthodes des champs* et *méthodes géométriques*. Notons que ces dernières ne sont valables que lorsque le nombre de modes qui se propagent est grand. Elles sont à la source de la plupart des formules approchées couramment employées [23].

De nombreux ouvrages scientifiques et publications [24 à 29] sont consacrés aux guides d'ondes diélectriques et fibres optiques, couvrant d'une part l'étude de la propagation, d'autre part leur utilisation en télécommunications et dans des applications de mesure (§ 8.2.15).

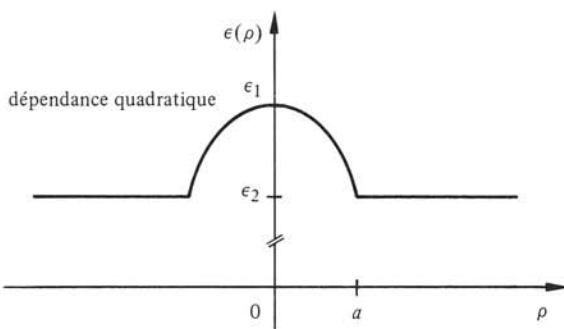


Fig. 2.40 Fibre à gradient d'indice.

## 2.11 LIGNES PLANAIRES

### 2.11.1 Introduction

La technique des circuits imprimés, qui permet de fabriquer en série des systèmes de connexions électriques par des procédés photolithographiques (§ 1.4.2.10) s'est également implantée dans le domaine des hyperfréquences. Connue sous le nom anglais de *Microwave Integrated Circuits (M.I.Cs.)*, cette technique sert à la réalisation de circuits et d'assemblages destinés à des applications en basse puissance. Leur encombrement est nettement inférieur à celui de leurs homologues en guides d'ondes, dont la réalisation est beaucoup plus complexe.

### 2.11.2 Définition : circuits planaires

On désigne sous le nom de *circuits planaires* des assemblages de conducteurs déposés sur l'une ou les deux faces d'une plaque de support isolante (diélectrique). En hyperfréquences, l'ensemble comprenant le substrat diélectrique et les conducteurs forme une ou plusieurs lignes de transmission, dont les propriétés de propagation dépendent des dimensions et de la permittivité du substrat. Les structures les plus couramment rencontrées en pratique sont la ligne microruban (§ 2.11.4 à 17), la ligne à fente (§ 2.11.18) et la ligne coplanaire (§ 2.11.19), toutes trois présentées à la figure 2.41. Dans des réalisations pour des bandes millimétriques (§ 1.1.7), ces lignes doivent de plus être placées dans une enceinte fermée (guide d'ondes) en vue de supprimer le rayonnement. On obtient ainsi la ligne à substrat suspendu (§ 2.11.20) et la ligne à ailettes (§ 2.11.21).

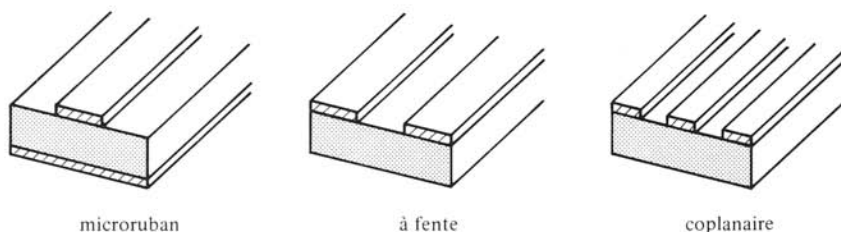


Fig. 2.41 Principales lignes planaires.

### 2.11.3 Remarques

Les lignes de transmission planaires (fig. 2.41) sont *inhomogènes*, puisqu'elles comportent deux milieux de propagation de propriétés distinctes (en général de l'air et un diélectrique). Elles contiennent de plus des conducteurs métalliques déposés sur l'une ou sur les deux faces. Le mode dominant de ces structures est un mode *hybride* qui possède six composantes non nulles des champs électromagnétiques.

Ces structures sont de nature plus complexe que les lignes inhomogènes sans conducteurs des précédentes sections. La résolution du problème électromagnétique correspondant n'admet pas de solution analytique exacte pour la distribution des champs et les caractéristiques de propagation. Un grand nombre de méthodes approchées de calcul a été développé.

Les lignes couramment utilisées étant ouvertes (fig. 2.41), elles peuvent rayonner dans l'espace environnant, effet le plus souvent indésirable et qui augmente avec la fréquence. On l'évite dans une certaine mesure en faisant usage de substrats de grande permittivité, qui produisent une concentration des champs dans le diélectrique.

### 2.11.4 Ligne microruban

On désigne sous ce nom (en anglais microstrip) une structure comportant un conducteur métallique mince et étroit (ruban) déposé sur une face de la plaque diélectrique, la face opposée étant complètement recouverte de métal (fig. 2.42). Les paramètres caractérisant la ligne sont :

- la permittivité relative du substrat  $\epsilon_r$ . L'emploi de diélectriques de grande permittivité a pour effet de concentrer le champ électromagnétique dans le substrat, réduisant ainsi le rayonnement;
- l'épaisseur  $h$  du substrat, généralement de l'ordre d'une fraction de millimètre;
- la largeur  $w$  du conducteur supérieur (ruban). Cette largeur est le plus souvent du même ordre de grandeur que l'épaisseur  $h$  du substrat ( $0,1 \leq w/h \leq 10$ ). On contrôle l'impédance caractéristique  $Z_c$  de la ligne en faisant varier la largeur du ruban;
- l'épaisseur  $b$  du ruban, généralement très petite ( $b/h \ll 1$ ).

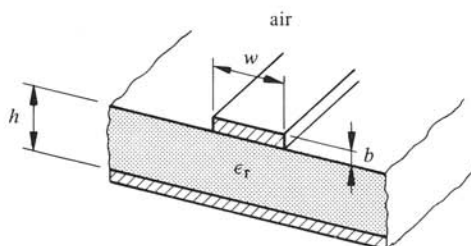


Fig. 2.42 Paramètres d'une ligne microruban simple.

En première approximation, on peut considérer qu'une ligne microruban est la moitié d'une ligne à ruban équilibré (§ 2.6.3). En effet, la distribution des champs pour ces deux structures présente certaines similitudes (fig. 2.43).

La ligne à ruban équilibré est homogène, son mode dominant est de ce fait TEM. Sur la ligne microruban inhomogène, au contraire, le mode dominant est hybride. Il

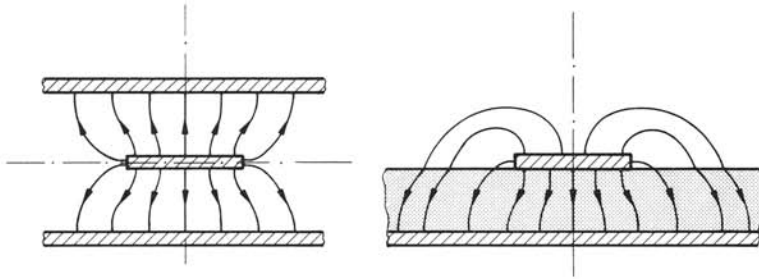


Fig. 2.43 Champ électrique dans une ligne à ruban équilibré et dans une ligne microruban.

n'en reste pas moins que les composantes longitudinales  $\underline{E}_z$  et  $\underline{H}_z$  sont d'amplitudes nettement plus petites que les champs transverses  $\underline{E}_t$  et  $\underline{H}_t$ . Le mode dominant de la ligne microruban est donc un mode *quasi-TEM* (§ 2.8.3).

### 2.11.5 Approximation quasi-TEM

Vu la faible amplitude des composantes longitudinales  $\underline{E}_z$  et  $\underline{H}_z$ , celles-ci peuvent être négligées en dessous d'une certaine fréquence (§ 2.11.16), même si les champs tangents au bord du diélectrique ne sont plus continus (§ 2.8.4 et 2.8.5). Le mode dominant hybride est alors remplacé, en première approximation, par un mode TEM, qui peut faire l'objet d'une étude électrostatique (§ 2.11.6 et 2.11.7).

### 2.11.6 Définition : permittivité effective $\epsilon_e$ avec $b = 0$

On remplace la structure inhomogène par une ligne de mêmes dimensions, mais plongée dans un seul milieu homogène de *permittivité effective*  $\epsilon_e$  (fig. 2.44). La valeur de cette permittivité est obtenue par la détermination de la capacité présentée par la structure inhomogène, donnant les relations approchées [30]

$$\epsilon_e \cong \frac{1}{2} (\epsilon_r + 1) + \frac{1}{2} (\epsilon_r - 1) \left[ \left( 1 + 12 \frac{h}{w} \right)^{-1/2} + 0,04 \left( 1 - \frac{w}{h} \right)^2 \right] \quad \frac{w}{h} \leq 1 \quad (2.265)$$

$$\epsilon_e \cong \frac{1}{2} (\epsilon_r + 1) + \frac{1}{2} (\epsilon_r - 1) \left( 1 + 12 \frac{h}{w} \right)^{-1/2} \quad \frac{w}{h} \geq 1 \quad (2.266)$$

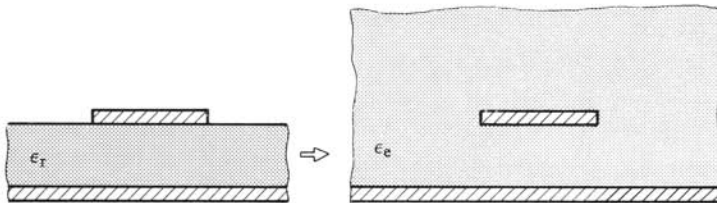


Fig. 2.44 Principe de l'approximation quasi-TEM.

L'erreur relative de ces relations approchées est inférieure à 1 % lorsqu'on a  $0,05 \leq w/h \leq 20$  et  $\epsilon_r \leq 16$ .

La vitesse de phase  $v_\varphi$  et la longueur d'onde de ligne  $\lambda_g$  sont directement liées à la permittivité effective

$$v_\varphi = c_0 / \sqrt{\epsilon_e} \quad \text{m/s} \quad (2.267)$$

$$\lambda_g = \lambda_0 / \sqrt{\epsilon_e} \quad \text{m} \quad (2.268)$$

### 2.11.7 Impédance caractéristique du microruban avec $b = 0$

Lorsque le ruban est d'épaisseur nulle, l'emploi de transformations conformes permet d'obtenir une solution exacte [31]. Toutefois, les relations ainsi obtenues sont de nature implicite et comportent des fonctions elliptiques, de sorte que l'impédance caractéristique ne peut être obtenue que par une résolution à l'ordinateur. Des relations approchées ont été établies par Schneider [31] et retouchées par Hammerstad [30], l'erreur relative résultante étant inférieure à 1 % lorsque  $0,05 \leq w/h \leq 20$

$$Z_c \cong \frac{Z_0}{2\pi\sqrt{\epsilon_e}} \ln(8h/w + w/4h) \quad \frac{w}{h} \leq 1 \quad \Omega \quad (2.269)$$

$$Z_c \cong \frac{Z_0}{\sqrt{\epsilon_e}} \left( \frac{w}{h} + 1,393 + 0,667 \ln \left( \frac{w}{h} + 1,444 \right) \right)^{-1} \quad \frac{w}{h} > 1 \quad \Omega \quad (2.270)$$

où  $Z_0 \cong 120\pi = 376,6... \Omega$  est l'impédance caractéristique du vide (§ 1.4.5).

Ces relations permettent d'effectuer l'analyse d'une ligne microruban, c'est-à-dire de déterminer  $\epsilon_e$  et  $Z_c$  en fonction des dimensions de la ligne et de la permittivité du substrat.

### 2.11.8 Synthèse d'une ligne microruban avec $b = 0$

Pour effectuer l'opération inverse de synthèse, c'est-à-dire trouver le quotient  $w/h$  donnant une impédance caractéristique  $Z_c$  demandée, on dispose également de relations approchées (à 1 % près) dues à Wheeler [32]. Pour  $w/h < 2$ , on a

$$\frac{w}{h} \cong 4 \left[ \frac{1}{2} \exp(A) - \exp(-A) \right]^{-1} \quad \frac{w}{h} \leq 2 \quad 1 \quad (2.271)$$

avec

$$A = \pi \sqrt{2(\epsilon_r + 1)} (Z_c/Z_0) + \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} (0,23 + 0,11/\epsilon_r) \quad 1 \quad (2.272)$$

et lorsque  $w/h \geq 2$

$$\frac{w}{h} \cong \frac{\epsilon_r - 1}{\pi \epsilon_r} \left( \ln(B - 1) + 0,39 - 0,61/\epsilon_r \right) + \frac{2}{\pi} \left( B - 1 - \ln(2B - 1) \right) \quad 1 \quad (2.273)$$

avec

$$B = \frac{\pi}{2\sqrt{\epsilon_r}} \frac{Z_0}{Z_c} \quad 1 \quad (2.274)$$



Les figures 2.45 et 2.46 représentent respectivement l'impédance caractéristique  $Z_c$  et le quotient des longueurs d'onde  $\lambda_0/\lambda_g$  pour une ligne microruban, en fonction du rapport  $w/h$  et de la permittivité relative  $\epsilon_r$  du substrat.

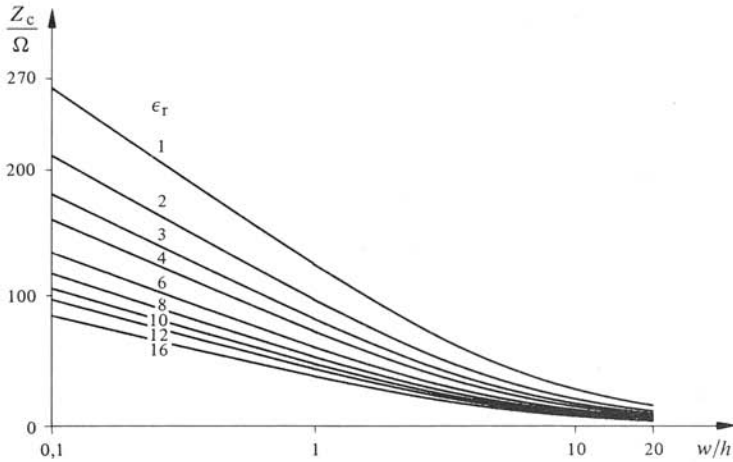


Fig. 2.45 Impédance caractéristique d'une ligne microruban.

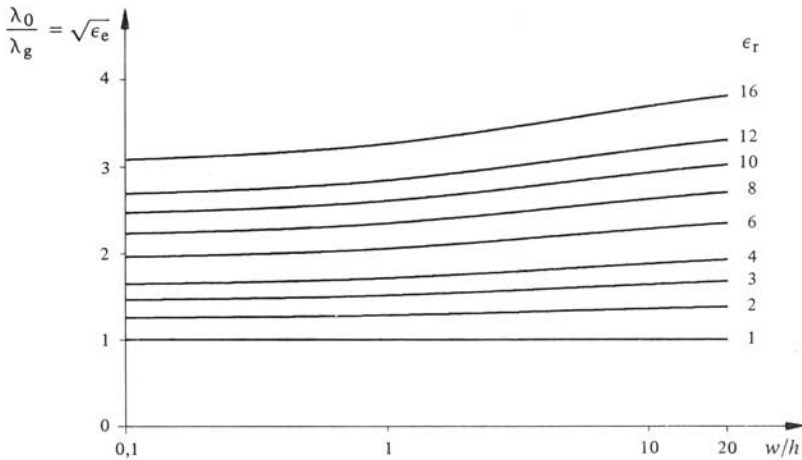


Fig. 2.46 Rapport des longueurs d'onde sur une ligne microruban.

### 2.11.9 Remarque

Lorsqu'on sélectionne les dimensions d'une ligne microruban pour obtenir la valeur demandée pour l'impédance caractéristique, on influence *en même temps* la longueur d'onde. Il est important de tenir compte de cet effet lors de la réalisation de circuits en microruban.

### 2.11.10 Ruban à épaisseur $b$ non nulle

On peut tenir compte, dans une certaine mesure, de l'épaisseur  $b$  non nulle du conducteur supérieur (ruban) en introduisant dans les relations une *largeur équivalente* du ruban  $w_e$ , qui est légèrement plus grande que sa largeur réelle  $w$  [9]

$$w_e = w + \frac{b}{\pi} \left( 1 + \ln \frac{2x}{b} \right) \quad \text{m} \quad (2.275)$$

avec  $x = h$  si  $w > h/2\pi$  et  $x = 2\pi w$  si  $h/2\pi > w > 2b$ .

### 2.11.11 Affaiblissement sur une ligne microruban

Trois phénomènes distincts contribuent à affaiblir le signal qui se propage sur une ligne microruban. Tout d'abord, de même que dans un guide d'ondes, une partie du signal chauffe les conducteurs par effet Joule (§ I.2.3.4). De plus, les champs se propagent en partie dans un isolant qui n'est pas absolument sans pertes, de sorte qu'une partie du signal est transformée en chaleur par pertes diélectriques. Finalement, vu que la ligne est ouverte, une partie du signal disparaît sous forme de rayonnement, pour autant que des discontinuités existent sur la ligne.

### 2.11.12 Affaiblissement par effet Joule

Les pertes dans les conducteurs sont évaluées par des méthodes de perturbation [33] qui donnent des relations approchées [34]

$$\alpha_c \cong \frac{1}{h} \frac{10}{\pi \ln 10} \frac{R_m}{Z_c} \frac{32 - (w/h)^2}{32 + (w/h)^2} \left[ 1 + \frac{h}{w} \left( 1 + \frac{\partial w_e}{\partial b} \right) \right] \quad \frac{w}{h} \leq 1 \quad \text{dB/m} \quad (2.276)$$

$$\alpha_c \cong \frac{1}{h} \frac{20}{\ln 10} \frac{\epsilon_e Z_c R_m}{Z_0^2} \left( \frac{w}{h} + \frac{6h}{w} \left[ \left( 1 - \frac{h}{w} \right)^5 + 0,08 \right] \right) \left( 1 + \frac{h}{w} \left( 1 + \frac{\partial w_e}{\partial b} \right) \right) \quad \frac{w}{h} \geq 1 \quad \text{dB/m} \quad (2.277)$$

où  $\partial w_e / \partial b$  est évalué à partir de (2.275), donnant

$$\frac{\partial w_e}{\partial b} = \frac{1}{\pi} \ln \frac{2h}{b} \quad \text{si } w/h \geq 1/2\pi \quad 1 \quad (2.278)$$

$$\frac{\partial w_e}{\partial b} = \frac{1}{\pi} \ln \frac{4\pi w}{b} \quad \text{si } w/h \leq 1/2\pi \quad 1 \quad (2.279)$$

et où  $R_m \cong \sqrt{\omega\mu'/2\sigma}$  est la résistance caractéristique du métal (2.182).

Ces valeurs théoriques sont obtenues pour des surfaces métalliques planes. En présence de rugosités, l'affaiblissement mesuré peut devenir nettement supérieur, pouvant atteindre le double de la valeur théorique. En pratique, l'approximation grossière suivante est souvent tout à fait suffisante [35]

$$\alpha_c \cong 8,686 R_m / w Z_c \quad \text{dB/m} \quad (2.280)$$

### 2.11.13 Affaiblissement par pertes diélectriques

Les pertes diélectriques sont en général plus faibles que celles dues aux conducteurs (sauf si l'on fait usage de substrats de mauvaise qualité). L'affaiblissement  $\alpha_d$  produit par le substrat est donné par [34]

$$\alpha_d \cong 27,3 \frac{\epsilon_e - 1}{\epsilon_r - 1} \frac{\epsilon_r}{\epsilon_e} \frac{\tan \delta}{\lambda_g} \quad \text{dB/m} \quad (2.281)$$

### 2.11.14 Rayonnement

En théorie, une ligne microruban uniforme ne rayonne pas : en effet, le rayonnement est lié à l'apparition de modes supérieurs non guidés, qui sont excités au voisinage de discontinuités. Comme, en pratique, une ligne présente toujours certaines discontinuités, ne serait-ce qu'à ses extrémités, des précautions doivent être prises pour éviter un rayonnement excessif. Lorsqu'on travaille avec une impédance caractéristique de  $50 \Omega$ , on mesure des pertes par rayonnement approximativement proportionnelles à  $(hf)^2 / \sqrt{\epsilon_r}$  [34]. En pratique, un substrat de 1 mm d'épaisseur peut être utilisé jusqu'à 3 GHz lorsque  $\epsilon_r = 2,5$ , jusqu'à 4 GHz si  $\epsilon_r = 10$ . La fréquence limite  $f_m$ , qui correspond au rayonnement de 1% de la puissance à l'extrémité d'une ligne ouverte, est définie par

$$f_m (\text{GHz}) \cong 2,14 \epsilon_r^{1/4} / h (\text{mm}) \quad (2.282)$$

Cette relation est présentée sous forme d'abaque à la figure 2.47

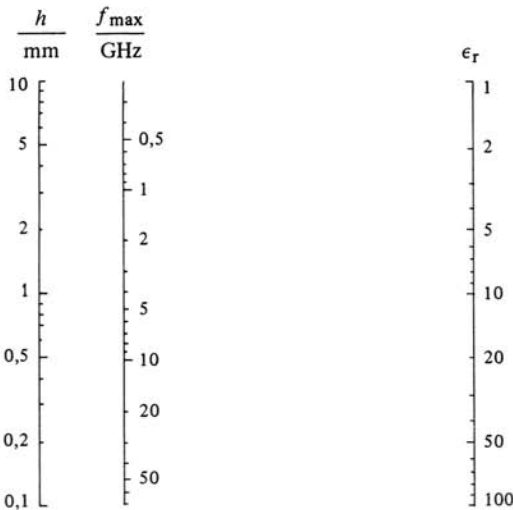


Fig. 2.47 Abaque donnant la fréquence limite  $f_{\max}$  correspondant à l'apparition de rayonnement.

Pour une application à des fréquences élevées, il faut donc soit sélectionner un matériau diélectrique de grande permittivité, soit faire usage d'un substrat de faible épaisseur. Si ces deux alternatives ne suffisent pas (par exemple en ondes millimétriques), il devient nécessaire de blinder la ligne, c'est-à-dire de l'entourer d'une enceinte fermée empêchant tout rayonnement.

Le rayonnement ne produit pas uniquement des pertes sur une ligne, il peut également être la cause de diaphonie entre lignes adjacentes (§ III.8.10.1), phénomène qui peut être encore plus indésirable en pratique.

### 2.11.15 Remarque

Suite à la concentration du courant dans un ruban de petites dimensions et à la présence d'un matériau diélectrique non idéal, l'affaiblissement d'une ligne microruban est nettement supérieur, pour une longueur donnée, à celui que présente un guide d'ondes. Une ligne microruban n'est par conséquent employée que pour effectuer des interconnexions, typiquement de quelques centimètres de longueur, entre d'autres éléments du circuit.

### 2.11.16 Dispersion d'une ligne microruban

Vu son caractère quasi statique, l'approximation TEM ne peut produire que des valeurs indépendantes de la fréquence pour la permittivité effective  $\epsilon_e$  et l'impédance caractéristique  $Z_c$ . Cette approximation ne tient pas compte de la concentration des champs dans le diélectrique, qui augmente avec la fréquence (§ 2.9.3). On peut cependant en tenir compte, de façon approchée, en modifiant la permittivité effective [36]

$$\epsilon_e(f) \cong \epsilon_r - \frac{\epsilon_r - \epsilon_e}{1 + G(f/f_d)^2} \quad 1 \quad (2.283)$$

où  $\epsilon_e$  est la permittivité effective en basse fréquence, définie au paragraphe 2.11.6,  $f$  la fréquence, et où les constantes  $f_d$  et  $G$  sont données par

$$f_d = \frac{1}{2\mu_0} \frac{Z_c}{h} \quad \text{Hz} \quad (2.284)$$

$$G = 0,6 + 0,009 Z_c(\Omega) \quad 1 \quad (2.285)$$

La figure 2.48 permet de déterminer la fréquence  $f_d$  en fonction de l'impédance caractéristique  $Z_c$  et de l'épaisseur  $h$  du substrat. On peut ainsi déterminer rapidement s'il y a lieu d'effectuer la correction donnée par (2.283), qui n'est pas nécessaire si  $f \ll f_d$ .

### □ 2.11.17 Etude complète de la ligne microruban

Dès que l'on s'écarte de l'approximation quasi statique et qu'on cherche à déterminer la distribution réelle des champs dans une ligne microruban, on se heurte à un problème mathématique extrêmement complexe. Il n'est en effet pas possible d'obtenir une solution analytique exacte. De nombreux auteurs ont mis au point des programmes de calcul, faisant usage de méthodes numériques de résolution à l'ordinateur. Une compilation des principales d'entre elles a été effectuée par Gupta [37], qui les classe dans trois catégories :

- modes couplés. Le mode dominant (hybride) est formé d'une composante TEM et d'une composante, soit TE, soit TM selon les auteurs. Une méthode de ce type a permis de tenir compte de la dispersion dans le calcul de la permittivité effective (§ 2.11.16);

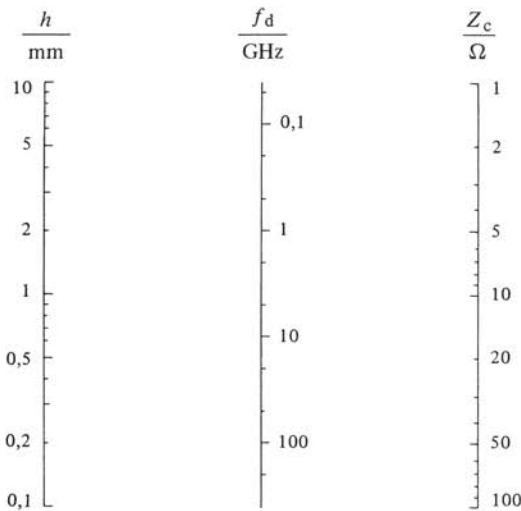


Fig. 2.48 Abaque donnant la fréquence  $f_d$  dans la formule pour la dispersion sur une ligne microruban (2.284).

- différences finies. La méthode exposée dans la section III.2.6.1 est appliquée à l'étude de la propagation le long de la structure inhomogène qu'est le microruban. Cette méthode étant basée sur le découpage en carrés d'une étendue finie, la ligne microruban doit être entourée d'une enceinte métallique pour permettre l'emploi de la méthode (mise en boîte);
- méthodes intégrales. Les champs d'un microruban (ouvert ou en boîte) sont généralement représentés par une sommation sur une série infinie (série ou transformée de Fourier, chap. IV.7). Les coefficients des termes de la série sont obtenus par collocation par points (§ III.2.6.7), par l'application d'un principe variationnel (§ III.2.6.3) ou encore par d'autres méthodes approchées.

En pratique, l'étude complète de la ligne microruban ne présente qu'un intérêt limité. L'approximation quasi-TEM est le plus souvent adéquate pour la mise au point de dispositifs, dont la bande utilisable en fréquence est de toute façon limitée par l'apparition du rayonnement (§ 2.11.14). Les résultats les plus intéressants de l'étude complète sont ceux qui ont trait aux modes supérieurs, dont l'étude est hors de portée de l'approximation quasi-TEM. Le diagramme de propagation d'une ligne microruban est donné à la figure 2.49 [38]. On remarque que l'approximation quasi-TEM linéarise la caractéristique  $\beta(\omega)$  du mode dominant.

La distribution des champs électromagnétiques d'une onde se propageant le long d'une ligne microruban est présentée à la figure 2.50 [39].

### 2.11.18 Ligne à fente, microfente

Dans la *ligne à fente* ou à *microfente* (en anglais slot line ou microslot line), les deux conducteurs formant la ligne de transmission sont déposés sur la même face du substrat diélectrique. Il n'y a pas de métallisation sur l'autre face (fig. 2.51).

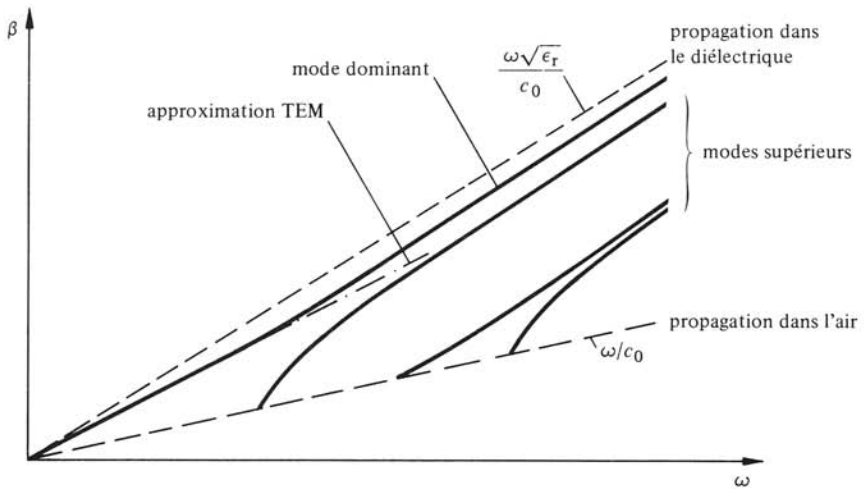


Fig. 2.49 Diagramme de dispersion d'une ligne microruban.

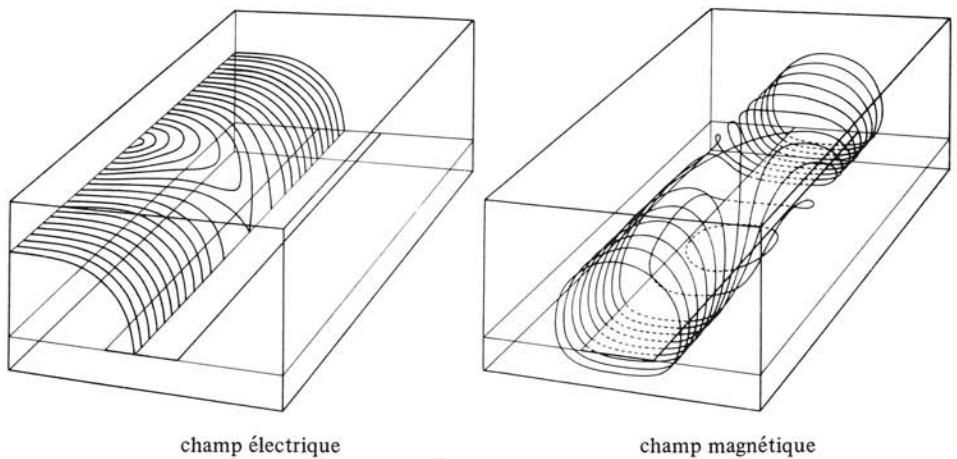


Fig. 2.50 Lignes de champ du mode dominant (quasi-TEM) sur une ligne microruban entourée d'une enceinte métallique.

Le champ électrique possède une composante dans le plan de séparation et le champ magnétique une composante normale à ce dernier. Suite aux considérations du paragraphe 2.8.4, le champ magnétique doit avoir une composante longitudinale. Vu l'asymétrie des champs produite par la présence de deux milieux différents, le champ électrique a aussi une composante longitudinale (§ 2.8.5). Le mode dominant de la ligne à fente est donc hybride. Il n'est pas possible de négliger les composantes longitudinales comme dans le cas de la ligne microruban (§ 2.11.5).

Une étude approfondie de la propagation sur une ligne à fente a été effectuée par Cohn [40] et des résultats approchés pour plusieurs substrats sont disponibles sous forme graphique [41]. Une formulation mathématique empirique a été établie à partir de ces résultats. Elle donne une erreur inférieure à 2% lorsque  $9,7 \leq \epsilon_r \leq 20$ , en posant

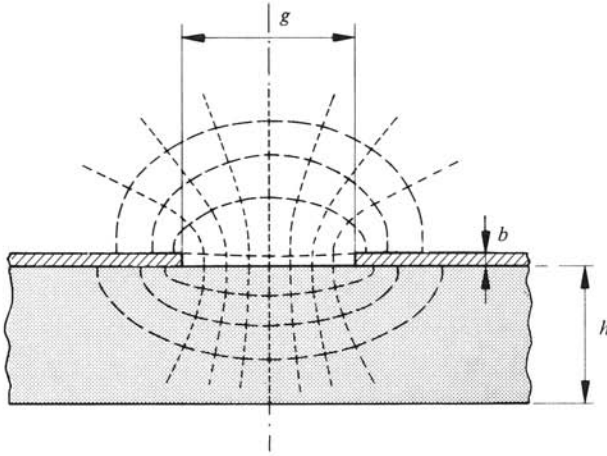


Fig. 2.51 Ligne à fente, avec l'allure schématique des lignes de champ électrique (---) et magnétique (- - -).

de plus  $b = 0$  [42]. Pour  $0,02 \leq g/h \leq 0,2$ , on obtient les relations approchées

$$\lambda_g/\lambda_0 = 0,923 - 0,448 \log \epsilon_r + 0,2 g/h - (0,29 g/h + 0,047) \log (h/\lambda_0 \times 10^2) \quad (2.286)$$

$$\begin{aligned} Z_c = & 72,62 - 35,19 \log \epsilon_r + 50 h/g(g/h - 0,02) (g/h - 0,1) \\ & + \log (g/h \times 10^2) (44,28 - 19,58 \log \epsilon_r) \\ & - [0,32 \log \epsilon_r - 0,11 + g/h(1,07 \log \epsilon_r + 1,44)](11,4 - 6,07 \log \epsilon_r \\ & - h/\lambda_0 \times 10^2)^2 \quad \Omega \quad (2.287) \end{aligned}$$

lorsque  $0,2 \leq g/h \leq 1$

$$\lambda_g/\lambda_0 = 0,897 - 0,483 \log \epsilon_r + g/h(0,111 - 0,0022 \epsilon_r) - (0,121 + 0,094 g/h - 0,0032 \epsilon_r) \log (h/\lambda_0 \times 10^2) \quad (2.288)$$

$$\begin{aligned} Z_c = & 113,19 - 53,55 \log \epsilon_r + 1,25 g/h (114,59 - 51,88 \log \epsilon_r) + 20 (g/h - 0,2) \\ & (1 - g/h) - [0,15 + 0,23 \log \epsilon_r + g/h (-0,79 + 2,07 \log \epsilon_r)] \\ & \cdot [(10,25 - 5 \log \epsilon_r + g/h (2,1 - 1,42 \log \epsilon_r) - h/\lambda_0 \times 10^2)^2] \quad \Omega \quad (2.289) \end{aligned}$$

Il faut encore noter que si les résultats théoriques obtenus par Cohn pour le quotient  $\lambda_g/\lambda_0$  correspondent assez bien aux valeurs mesurées, il n'en va pas de même pour l'impédance caractéristique  $Z_c$ , pour laquelle des différences allant jusqu'à 30% ont été rapportées [41].

### 2.11.19 Ligne coplanaire

Comme pour la ligne à fente, tous les conducteurs de la *ligne coplanaire* sont situés sur la même face du substrat. On a dans ce cas deux fentes de même largeur, séparées par un ruban métallique (fig. 2.52).

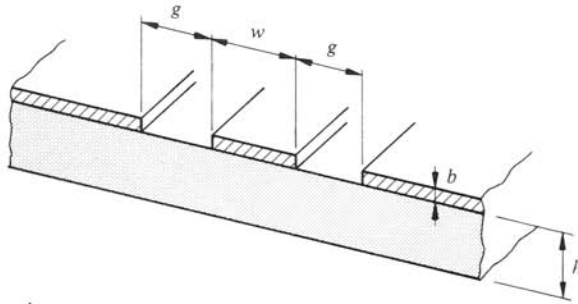


Fig. 2.52 Ligne coplanaire.

Cette ligne a été étudiée par Wen [43], qui a montré qu'une approximation quasi-TEM permet d'obtenir des résultats correspondant assez bien avec les valeurs mesurées pour  $\epsilon_r = 9,5; 16$  et  $130$ . La méthode des transformations conformes utilisée considère un substrat d'épaisseur infinie et des conducteurs d'épaisseur nulle ( $b = 0$ ). L'impédance caractéristique est donnée par

$$Z_c \cong \frac{Z_0}{\sqrt{8(\epsilon_r + 1)}} \frac{K'(u)}{K(u)} \quad \Omega \quad (2.290)$$

avec

$$u = (1 + 2g/w)^{-1} \quad 1 \quad (2.291)$$

où  $K(u)$  est l'intégrale elliptique complète de premier ordre [10].

### 2.11.20 Ligne à substrat suspendu

Pour éviter le rayonnement (§ 2.11.14) on enferme une ligne de type microruban dans un guide d'ondes en dessous de la coupure à la fréquence du signal, obtenant ainsi une *ligne à substrat suspendu* (fig. 2.53).

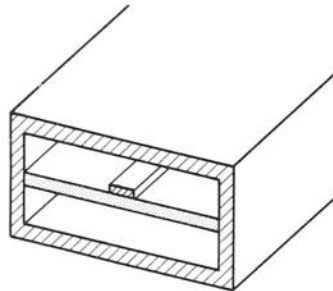


Fig. 2.53 Ligne à substrat suspendu.

La ligne à substrat suspendu a été étudiée par Brenner [44], qui a fait usage de la méthode des différences finies (§ III.2.6.1) pour obtenir des formules de calcul. La largeur du guide d'ondes doit être choisie de façon à éviter la propagation des modes du guide d'ondes chargé [45].



### 2.11.21 Ligne à ailettes

De façon similaire à celle décrite dans le paragraphe précédent, on peut également placer une *ligne à fente* dans un guide d'ondes rectangulaire en dessous de la coupure pour supprimer son rayonnement. La structure qui en résulte est appelée *ligne à ailettes*, (en anglais *fin line*) (fig. 2.54). L'étude de cette structure est effectuée par la méthode de Cohn [39] et permet d'obtenir des relations approchées [46,47].

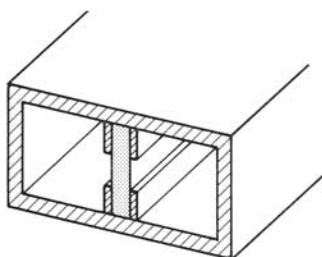


Fig. 2.54 Ligne à ailettes.

### 2.11.22 Procédés de fabrication

Une plaque de matériau diélectrique d'épaisseur et de propriétés électriques constantes est recouverte de métal, sur l'une ou sur les deux faces. Pour ce faire, on emploie des procédés à *couche mince* : évaporation, décharge cathodique ou encore, dans le cas de matériaux synthétiques, une feuille mince de métal collée ou pressée à chaud sur le substrat. Les procédés à *couche épaisse* (sérigraphie, emploi de pâte conductrice) ne fournissent en général pas la précision nécessaire aux applications pour les hyperfréquences. Les substrats couramment employés sont fournis déjà recouverts de métal par le fabricant.

Le processus de réalisation de circuits est similaire à celui utilisé pour les circuits imprimés traditionnels :

- préparation d'un *masque à l'échelle* du circuit. Le *masque final* est obtenu par réduction photographique sur un film à haute résolution avec une camera de précision;
- nettoyage mécanique et chimique des faces métallisées du substrat, séchage au four;
- dépôt d'une couche de résine photosensible (photoresist). Différents procédés existent en pratique : trempage, pulvérisation, centrifugation;
- exposition. La couche photosensible est exposée, à travers le masque réduit, à une source de lumière ultraviolette. Celle-ci doit tomber perpendiculairement sur la couche sensible afin de reproduire fidèlement l'image;
- développement. Pour obtenir une bonne précision, la température du révélateur et le temps de développement doivent être soigneusement contrôlés;
- attaque chimique par immersion dans un bain agité ou par projection d'un produit contre le circuit. Le produit employé dépend du métal à attaquer;
- élimination de la couche photosensible restante par bain chimique;
- dépôt galvanique. Dans certaines applications on effectue un dépôt métallique supplémentaire (cuivre ou or), appliqué par procédé électrolytique avec faible densité de courant en vue d'obtenir une couche uniforme;
- des rinçages s'intercalent entre les différentes opérations.

Si, en électronique traditionnelle, les dimensions des lignes d'interconnexion sont relativement peu critiques (ces lignes servent à assurer un contact ohmique sans résistance excessive), il n'en va pas de même en hyperfréquences. *L'impédance caractéristique et le déphasage dépendent directement de la géométrie.* Pour qu'un dispositif fonctionne correctement, des précautions toutes particulières doivent être prises lors de la réalisation des circuits, pour assurer la précision nécessaire.

### 2.11.23 Matériaux pour circuits planaires

Le substrat diélectrique doit satisfaire simultanément des exigences mécaniques (stabilité, usinabilité, résistance aux chocs, aux agents chimiques, disponibilité, adhésion du métal, etc) et électriques (faibles pertes, homogénéité, isotropie, stabilité des propriétés dans le temps, etc). Ces nombreuses exigences sont souvent contradictoires et on doit donc le plus souvent se contenter d'un compromis.

Trois types de matériaux sont employés comme substrats de lignes planaires :

- des céramiques (alumine :  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , oxyde de Beryllium :  $\text{BeO}$ ). Ces matériaux sont obtenus par frittage (§ II.4.10.2). Sous leur forme finale, ils sont durs et fragiles, difficiles à usiner. Leur conductivité thermique est importante, permettant l'évacuation de la chaleur dissipée dans les circuits. Leur permittivité relative  $\epsilon_r$  se situe entre 6 et 10 environ, le quotient  $\epsilon''/\epsilon' = \tan \delta$  ou facteur de pertes (§ 1.4.2) est très faible, de l'ordre de  $2 \cdot 10^{-4}$  à  $4 \cdot 10^{-4}$  pour 10 GHz;
- des matériaux synthétiques [polytetrafluoréthylène ou PTFE (surtout connu sous le nom de Teflon, nom de marque de la firme Dupont de Nemours), polystyrène, polyolefin, polyester, sect. II.4.12 à II.4.14]. Ces matériaux présentent des propriétés très variables. Généralement flexibles et faciles à usiner, ils présentent toutefois chacun certains inconvénients. Le PTFE et le polyolefin ont tous deux une mauvaise stabilité mécanique, le polyolefin ne supporte pas les hautes températures (soudure). Le polystyrène présente de meilleures propriétés mécaniques, mais a une mauvaise compatibilité thermique avec le cuivre. Ces matériaux ont des permittivités relatives faibles (de 2 à 3 environ), un facteur de pertes faible, mais supérieur à celui des céramiques ( $\cong 5 \cdot 10^{-4}$ );
- des permittivités plus importantes sont obtenues, tout en maintenant une bonne usinabilité, en incorporant des poudres fines de céramiques dans des matériaux synthétiques (polystyrène, polyolefin, PTFE). Le facteur de pertes est dans ce cas plus élevé ( $\cong 10^{-3}$ ) et le matériau peut plus facilement devenir inhomogène.

Il n'existe pas de *substrat idéal* qui satisfasse simultanément à toutes les exigences mécaniques et électriques. Il faut donc choisir de cas en cas le matériau dont les propriétés représentent le meilleur compromis possible pour l'utilisation envisagée. Les propriétés des matériaux pour substrat sont présentés au tableau 9.16 [48].

### 2.11.24 Comparaison : avantages et inconvénients des lignes planaires

La réalisation de circuits hyperfréquences (chap. 6) donne lieu à d'intéressants problèmes de topologie, surtout lorsqu'on emploie des guides d'ondes. Il s'agit dans ce cas de réaliser des assemblages en trois dimensions, pouvant comporter plusieurs guides

d'ondes orientés différemment. A l'exception de quelques éléments simples, qui peuvent être fabriqués en série par des procédés de moulage ou de fonderie, on doit le plus souvent faire appel à des opérations plus délicates d'usinage, de brasage de pièces, de soudure, qui doivent être effectuées individuellement pour chaque pièce. De plus, les dimensions des guides d'ondes sont imposées par la fréquence d'opération, ce qui limite la possibilité de réduire l'encombrement.

Les circuits planaires, au contraire, se situent pratiquement dans un univers à deux dimensions. Leur fabrication fait appel à des procédés photolithographiques, faciles à reproduire en grande série une fois un prototype développé et mis au point. Leurs dimensions peuvent être considérablement réduites par l'emploi de substrats à haute permittivité.

L'implantation d'éléments de circuits, notamment de semiconducteurs, est facile dans un circuit planaire. Les éléments sont le plus souvent connectés en série sur une ligne microruban, en parallèle sur les lignes à fente et coplanaire. Une telle opération est beaucoup plus difficile en guide d'ondes, où il faut disposer de pièces spécialement conçues pour connecter les éléments semiconducteurs à insérer, ceux-ci devant par ailleurs être encapsulés (sect. 6.9).

Les principales limitations des lignes planaires sont leur faible tenue en puissance, qui limite leur emploi à des applications à bas niveau de signal, et les discontinuités introduites par les connecteurs, qui produisent des réflexions difficiles à supprimer. Pour tirer le meilleur parti possible des techniques planaires, il faudrait idéalement réaliser l'assemblage complet du dispositif hyperfréquences sur un substrat unique.

Les pertes relativement importantes des lignes planaires ne sont pas particulièrement gênantes : ces lignes ne sont en effet jamais employées pour la transmission à distance d'un signal, fonction qui est toujours remplie en hyperfréquences par des guides d'ondes et des lignes coaxiales.

## 2.12 EXERCICES

**2.12.1** La fréquence de coupure d'un mode de propagation dans un guide d'ondes vaut 143 MHz. Déterminer la fréquence, les vitesses de phase et de groupe, ainsi que l'impédance d'onde, respectivement pour un mode TE et pour un mode TM, pour  $\beta = 4 \text{ rad/m}$ .

**2.12.2** Un signal de 3 GHz traversant une section de guide d'ondes de 2 cm de longueur rempli de diélectrique non aimantable subit un déphasage de 288 degrés. On sait de plus que la fréquence de coupure du guide d'ondes *vide* vaut 9 GHz. Quelle est la permittivité relative du diélectrique?

**2.12.3** Déterminer l'impédance d'onde et les trois impédances de guide pour un guide d'ondes rectangulaire rempli d'air ayant une section droite de 2 cm  $\times$  4 cm, dans lequel se propage un signal à 9 GHz (mode dominant). Quel est le déphasage produit par un guide d'ondes d'un mètre de long ? Quel temps faut-il à une impulsion de signal pour parcourir dix mètres de guide ?

2.12.4 Quels sont les modes qui peuvent se propager à 15 GHz dans un guide d'ondes rectangulaire ayant une section droite de  $3 \text{ cm} \times 1,5 \text{ cm}$ ? Indiquer les dégénérescences. Déterminer les vitesses de phase, de groupe et les longueurs d'onde de guide pour chacun des modes.

2.12.5 On désire utiliser un guide d'ondes sur la bande de fréquence de 12,5 à 19 GHz. Déterminer les dimensions d'un guide rectangulaire adéquat, rempli d'air. Quel est l'affaiblissement maximum de 100 m de guide, si ses parois sont en aluminium ?

2.12.6 Déterminer l'affaiblissement linéique  $\alpha$ , en Néper par mètre à 3 GHz, d'un guide d'ondes rectangulaire de 10 cm de large rempli d'eau, dont on connaît la permittivité relative complexe à cette fréquence :  $\underline{\epsilon}_r = 85(1 - j0,2)$ .

2.12.7 Déterminer les fréquences de coupure du mode dominant et du premier mode supérieur dans le guide d'ondes représenté à la figure 2.55. Sa section est un triangle rectangle isocèle.

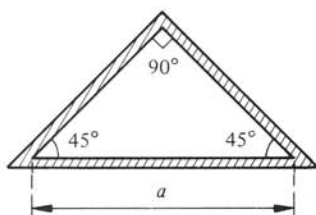


Fig. 2.55 Guide d'ondes à section droite triangulaire (triangle rectangle isocèle).

2.12.8 Quel rayon minimum doit avoir un guide d'ondes circulaire pour pouvoir propager le mode  $\text{TE}_{04}$  à 60 GHz ?

2.12.9 Pour regarder ce qui se passe à l'intérieur d'une cavité résonnant à 6 GHz, on perce un trou dans la paroi de celle-ci et on soude un tube métallique de section circulaire de 10 cm de long. Quel doit être le diamètre du tube pour que le signal rayonné soit réduit d'au-moins un facteur de  $10^9$  en puissance par rapport à celui qui existe à l'intérieur de la cavité ?

2.12.10 Un guide d'ondes métallique a pour section droite un secteur de cercle de 60 degrés d'ouverture, le rayon étant donné par  $a$  (fig. 2.56). Déterminer la fréquence de coupure du mode dominant, celle du premier mode supérieur et en déduire la bande utilisable du guide.

2.12.11 On considère le guide à une moulure de la figure 2.21. La largeur de la moulure est de  $a/10$ , sa hauteur de  $b/3$  ( $a$  et  $b$  sont, respectivement, la largeur et la hauteur du guide rectangulaire). Déterminer approximativement, à l'aide de la méthode de per-

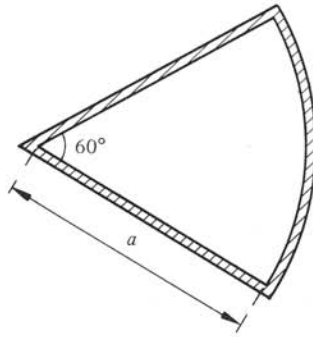


Fig. 2.56 Guide d'ondes à section droite en forme de secteur de cercle.

turbation, la fréquence de coupure du mode dominant, celle du premier mode supérieur et la bande utilisable du guide, lorsque  $a = 2b$ . Comparer avec les valeurs correspondantes pour le guide d'ondes vide.

**2.12.12** On considère la propagation d'ondes sur une plaque de diélectrique de 2 mm d'épaisseur et de permittivité relative  $\epsilon_r = 36$ , entourée d'air. Déterminer les fréquences de coupure des modes supérieurs.

**2.12.13** Déterminer approximativement, par la méthode de perturbation, la fréquence de coupure du guide d'ondes chargé de diélectrique de la figure 2.35. Calculer cette fréquence lorsque  $h/a = 0,2$ , que  $b/a = 0,5$  et que  $\epsilon_r = 3$ .

**2.12.14** Démontrer, à partir des relations de dispersion pour les fibres optiques à saut d'indice, que la droite  $\beta = (\omega/c_0)\sqrt{\epsilon_{r1}}$  est une asymptote pour les caractéristiques de tous les modes de propagation. Prouver par ailleurs que cette valeur limite ne peut pas être dépassée.

**2.12.15** On désire disposer d'une fibre à saut d'indice unimodale à  $\lambda_0 = 850$  nm. Quel doit être le diamètre du coeur si  $\Delta$  vaut 0,01 et  $\epsilon_{r1} = 2,34$  ? Qu'en est-il lorsque  $\lambda_0$  vaut 1,5  $\mu\text{m}$  ?

**2.12.16** Quels sont les modes qui peuvent se propager à  $\lambda_0 = 850$  nm dans une fibre optique à saut d'indice ayant les caractéristiques suivantes :  $a = 5 \mu\text{m}$ ,  $\epsilon_{r1} = 2,34$ ,  $\Delta = 0,01$  ?

**2.12.17** Déterminer les dimensions d'un transformateur quart d'onde (§ III.8.7.2) en ligne microruban permettant de passer d'une impédance caractéristique de  $12,5 \Omega$  à une impédance caractéristique de  $50 \Omega$ . La fréquence du signal est de 3,8 GHz. On utilise un substrat de permittivité relative  $\epsilon_r = 9,5$  et d'épaisseur  $h = 0,6$  mm. L'épaisseur  $b$  des conducteurs est supposée très mince. Calculer approximativement l'affaiblissement produit par ce transformateur, en supposant des pistes en cuivre.

**2.12.18** Une ligne microruban d'impédance caractéristique  $Z_c = 50 \Omega$  a une largeur  $w$  de 1,8 mm. La permittivité relative  $\epsilon_r$  du substrat vaut 3. Quelle est la fréquence limite correspondant à l'apparition du rayonnement ? Faut-il effectuer la correction de dispersion pour la permittivité effective lorsqu'on travaille à cette fréquence ?

**2.12.19** Une ligne microruban d'impédance caractéristique  $Z_c = 50 \Omega$ , réalisée sur un substrat de permittivité relative  $\epsilon_r = 4,5$ , mesure 2 mm de largeur. Quelle serait l'impédance caractéristique d'une ligne de largeur moitié ? Calculer la permittivité effective des deux lignes.

## CAVITÉS RÉSONNANTES

## 3.1 INTRODUCTION ET GÉNÉRALITÉS

## 3.1.1 Définition

Dans tout milieu diélectrique, homogène ou inhomogène, *entièrement* entouré d'un conducteur idéal (c.e.p. ou c.m.p.), les équations de Maxwell n'admettent des solutions non nulles que pour certaines fréquences particulières. Une telle enceinte fermée est appelée *cavité résonnante* ou *résonateur*.

## 3.1.2 Définition : modes et fréquences de résonance

La résolution des équations de Maxwell (1.2) à (1.5), en présence des conditions aux limites au bord d'une enceinte conductrice fermée (1.8) et (1.9), est un problème *aux valeurs propres*. Un tel problème admet un ensemble de solutions distinctes, appelées *modes de résonance*, qui sont les fonctions propres du problème. A chaque fonction propre est associée une valeur propre, qui est la *fréquence de résonance*. Il existe un nombre infini de modes, qui forment un ensemble discret.

## 3.1.3 Cas particulier : cavité formée d'une section de guide d'ondes

Si une section de guide d'ondes est terminée, à ses deux extrémités, par des plans métalliques perpendiculaires à son axe, elle forme une cavité d'un type particulier, qui est uniforme dans au moins une direction (§ 2.1.1). Une telle cavité résonne lorsque sa longueur est égale à un *nombre entier de demi-longueurs d'onde* de guide (sect. 3.3). La distribution des champs peut être déterminée au moyen des résultats obtenus pour les guides d'ondes (chap. 2).

## 3.1.4 Extension de la définition : cavité ouverte

Les mêmes propriétés de résonance peuvent également être obtenues dans des structures qui ne sont pas entièrement entourées par une enceinte conductrice. C'est notamment le cas pour des résonateurs formés d'une section de ligne ouverte (micro-ruban, ligne à fente, etc.). Des ouvertures non rayonnantes peuvent être pratiquées dans les parois de certaines cavités (pour permettre la mesure de propriétés de certains matériaux, par exemple). Des ouvertures sont également pratiquées en vue de permettre l'excitation des champs à l'intérieur d'une cavité. Lorsqu'une cavité est ouverte, certains modes de résonance donnent lieu à un rayonnement vers l'extérieur (cavité-antenne).

### 3.1.5 Application : circuit oscillant

Lorsque les dimensions d'une cavité sont de l'ordre de quelques centimètres, ses premières résonances apparaissent dans les bandes des hyperfréquences (§ 1.1.2). Par conséquent, les cavités jouent le rôle de *circuit oscillant* et sont employées dans les éléments suivants :

- générateurs (chap. 4). La fréquence d'oscillation de la plupart des générateurs hyperfréquences est fixée par une cavité résonnante, soit placée dans un circuit de contre-réaction, soit contenant l'élément actif;
- fréquencesmètres, ondemètres (sect. 5.2). Une cavité de dimensions ajustables permet de mesurer la ou les fréquences d'un signal;
- filtres. Les propriétés sélectives des cavités résonnantes permettent la réalisation de filtres, le plus souvent passe-bande ou coupe-bande.

### 3.1.6 Application : mesure de matériaux

L'introduction d'un matériau dans une cavité résonnante provoque une variation de sa caractéristique de résonance. A partir de la mesure de perturbations, il est possible de déterminer les propriétés du matériau (§ 3.4.9 et sect. 8.5).

### 3.1.7 Application : chauffage

Une cavité résonnante (four microondes) permet de contenir l'énergie électromagnétique destinée à chauffer, cuire, sécher un matériau placé à l'intérieur (sect. 8.3).

## 3.2 ETUDE D'UNE CAVITÉ HOMOGENÈ FERMÉE

### 3.2.1 Définition du modèle

Les propriétés générales d'une cavité résonnante sont étudiées premièrement sur la structure idéale simple illustrée à la figure 3.1 et qui a les caractéristiques suivantes :

- la cavité est de forme quelconque;
- le milieu remplissant la cavité est homogène, linéaire et isotrope : ses propriétés  $\epsilon$ ,  $\mu$  et  $\sigma$  ne dépendent pas de la position à l'intérieur de la cavité, ni de l'amplitude des signaux. L'isotropie exprime l'équipollence des vecteurs champ électrique et déplacement d'une part, champ magnétique et induction d'autre part (§ 1.4.6);
- la paroi de la cavité, qui l'enveloppe complètement, est formée de conducteurs parfaits, soit électrique (c.e.p., approximation d'une paroi métallique, court-circuit), soit magnétique (c.m.p., correspond à un plan de symétrie, circuit ouvert), (§ 1.4.3);
- la densité de charge électrique est nulle ( $\rho = 0$ ) à l'intérieur de la cavité.

### 3.2.2 Similitude entre cavité et guide d'ondes

Les données du problème (§ 3.2.1) sont très semblables à celles du guide d'ondes homogène (§ 2.2.1), à ceci près que la cavité est en trois dimensions, tandis que le guide d'ondes possède deux dimensions transversales : suite à son uniformité dans la direc-



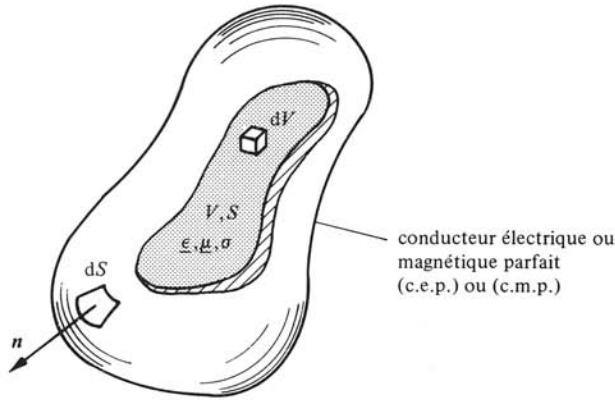


Fig. 3.1 Cavité homogène de forme quelconque.

tion de propagation, la dépendance dans cette direction est étudiée séparément. La résolution des équations de Maxwell suit des voies similaires pour ces deux problèmes.

### 3.2.3 Equation de Helmholtz, équation d'onde

Dans le milieu remplissant la cavité, les équations rotationnelles de Maxwell (1.2) et (1.3) peuvent être combinées, (§ III.6.1.1)

$$\nabla \times \nabla \times \underline{E} = -j\omega\mu \nabla \times \underline{H} = -j\omega\mu(j\omega\underline{\epsilon} + \sigma)\underline{E} = \underline{k}^2 \underline{E} \quad \text{V/m}^3 \quad (3.1)$$

où on a défini le nombre d'onde  $\underline{k}$  (2.28)

$$\underline{k}^2 = -j\omega\mu(j\omega\underline{\epsilon} + \sigma) \quad \text{m}^{-2} \quad (3.2)$$

A l'aide de relations vectorielles, le terme de gauche de (3.1) est développé (9.21)

$$\nabla \times \nabla \times \underline{E} = \nabla(\nabla \cdot \underline{E}) - \nabla^2 \underline{E} \quad \text{V/m}^3 \quad (3.3)$$

Comme le milieu ne contient pas de charges libres, la divergence du champ électrique est nulle et on obtient, combinant (3.1) et (3.3)

$$\nabla^2 \underline{E} + \underline{k}^2 \underline{E} = 0 \quad \text{V/m}^3 \quad (3.4)$$

ou, similairement, pour le champ magnétique, en prenant le rotationnel de (1.3)

$$\nabla^2 \underline{H} + \underline{k}^2 \underline{H} = 0 \quad \text{A/m}^3 \quad (3.5)$$

Les deux relations (3.4) et (3.5) sont des *équations de Helmholtz* ou *équations d'onde* en trois dimensions. On note la similitude avec les équations en deux dimensions (2.30) et (2.59), obtenues dans le cas du guide d'ondes.

### 3.2.4 Définition : nombre d'onde de résonance $\underline{k}_p$

En présence des conditions aux limites sur l'enveloppe de la cavité (1.8) ou (1.9), les équations (3.4) et (3.5) n'admettent de solutions que pour certaines valeurs discrètes de  $\underline{k}$ , les valeurs propres  $\underline{k}_p$  que l'on appelle *nombre d'onde de résonance*. Ces valeurs particulières correspondent aux modes de résonance de la cavité (§ 3.1.2).

Elles dépendent de sa géométrie (forme et dimensions) et du mode de résonance. Elles ne sont en revanche pas fonction des propriétés du matériau homogène remplissant la cavité.

### ■ 3.2.5 Propriétés du nombre d'onde de résonance $\underline{k}_p$

Les propriétés de  $\underline{k}_p$  peuvent être déterminées en utilisant le théorème de la divergence (§ 9.2.2)

$$\int_V \nabla \cdot \underline{A} \, dV = \oint_S \underline{n} \cdot \underline{A} \, dA \quad \text{V}^2/\text{m} \quad (3.6)$$

On choisit ici le vecteur

$$\underline{A} = \underline{E} \times (\nabla \times \underline{E}^*) \quad \text{V}^2/\text{m}^3 \quad (3.7)$$

sa divergence est alors

$$\nabla \cdot \underline{A} = (\nabla \times \underline{E}) \cdot (\nabla \times \underline{E}^*) - \underline{E} \cdot \nabla \times (\nabla \times \underline{E}^*) \quad \text{V}^2/\text{m}^4 \quad (3.8)$$

Introduisant ces valeurs dans (3.6) on obtient, faisant usage de (3.3)

$$\int_V |\nabla \times \underline{E}|^2 \, dV + \int_V \underline{E} \cdot \nabla^2 \underline{E}^* \, dV = \oint_S \underline{E} \times (\nabla \times \underline{E}^*) \cdot \underline{n} \, dA \quad \text{V}^2/\text{m} \quad (3.9)$$

Le membre de droite, évalué sur l'enveloppe de la cavité, est toujours nul par suite des conditions aux limites (1.8) ou (1.9). La seconde intégrale est modifiée faisant usage de l'équation de Helmholtz (3.4), ce qui permet de déterminer  $\underline{k}_p$

$$\underline{k}_p^{*2} = \frac{\int_V |\nabla \times \underline{E}|^2 \, dV}{\int_V |\underline{E}|^2 \, dV} \quad \text{m}^{-2} \quad (3.10)$$

Comme les arguments des deux intégrales sont des modules carrés, il en résulte que les valeurs propres  $k_p^2$  sont toutes réelles et positives (un résultat identique a été obtenu pour  $p^2$  au paragraphe 2.2.23). On prend par la suite la valeur positive pour  $k_p$ .

### 3.2.6 Pulsation complexe de résonance $\underline{\omega}_p$

La pulsation correspondant à un mode de résonance est obtenue par l'extraction de la *pulsation propre complexe*  $\underline{\omega}_p$  de (3.2), tenant compte du fait que  $k_p^2$  est réel

$$\underline{\omega}_p = \frac{j\sigma}{2\underline{\epsilon}} + \sqrt{\frac{k_p^2}{\underline{\epsilon}\underline{\mu}} - \left(\frac{\sigma}{2\underline{\epsilon}}\right)^2} \quad \text{s}^{-1} \quad (3.11)$$

La racine positive a été choisie parmi les deux solutions possibles, la pulsation étant, dans le cas sans pertes, une grandeur positive (de même que la fréquence).

En présence de pertes (magnétiques, diélectriques ou de conduction) dans le milieu remplissant la cavité, cette pulsation est complexe.

### 3.2.7 Signification d'une pulsation complexe

Pour trouver ce que représente pratiquement une pulsation complexe, on développe  $\underline{\omega}_p$  en partie réelle et partie imaginaire

$$\underline{\omega}_p = \omega_{pr} + j(1/\tau) \quad \text{s}^{-1} \quad (3.12)$$

où  $\omega_{pr}$  est la partie réelle, ou *pulsation propre*, et  $\tau$  est le *temps de relaxation* de la résonance.

En faisant usage de (1.1), on obtient la dépendance temporelle du champ électrique

$$\begin{aligned} E(r, t) &= \operatorname{Re} [\sqrt{2} \underline{E}(r) \exp(j \omega_p t)] \\ &= \sqrt{2} E_0(r) \exp(-t/\tau) \cos[\omega_{pr} t + \varphi(r)] \quad \text{V/m} \end{aligned} \quad (3.13)$$

où on a posé

$$\underline{E}(r) = E_0(r) \exp[j\varphi(r)] \quad \text{V/m} \quad (3.14)$$

La courbe correspondant à (3.13) est une sinusoïde amortie (fig. 3.2) : à l'intérieur d'une cavité fermée comportant des pertes, l'amplitude du champ décroît en fonction du temps.

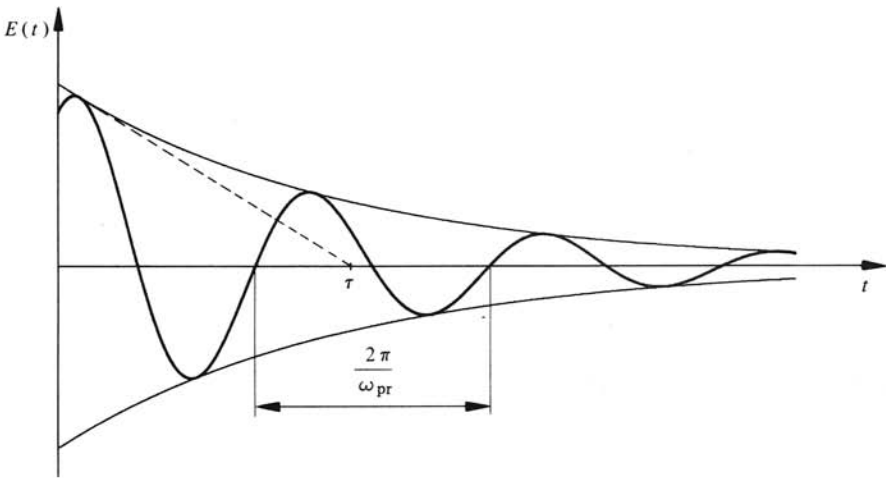


Fig. 3.2 Variation du champ électrique en fonction du temps pour une cavité fermée avec pertes.

### 3.2.8 Cas particulier : pertes de conduction de volume

Lorsque les pertes dans la cavité résonnante sont dues uniquement au courant de conduction, c'est-à-dire que  $\epsilon'' = 0$  et  $\mu'' = 0$ , et que de plus ces pertes sont faibles, on obtient, faisant usage de (3.11) et (3.12)

$$\tau = 2\epsilon / \sigma \quad \text{s} \quad (3.15)$$

$$\omega_{pr} = \sqrt{\omega_0^2 - (1/\tau)^2} \quad \text{rad/s} \quad (3.16)$$

où on *définit*

$$\omega_0 \cong k_p / \sqrt{\epsilon\mu} \quad \text{rad/s} \quad (3.17)$$

pour autant que la condition  $\tau\omega_0 > 1$  soit satisfaite.

On remarque qu'il existe deux pulsations caractéristiques différentes :

- $\omega_{pr}$  est la *pulsation propre de la cavité*, qui apparaît lors de la relaxation des champs, en l'absence d'excitation (fig. 3.2);

- $\omega_0$  est la *pulsation de résonance*, correspondant à l'extremum de la réponse en régime entreteu.

Pour des cavités de types couramment rencontrées en hyperfréquences, la différence entre ces deux pulsations est très petite, le produit  $\tau\omega_0$  étant beaucoup plus grand que l'unité.

### 3.2.9 Définition : facteur de qualité non chargé $Q_0$

Un circuit résonnant de bonne qualité doit comporter aussi peu de pertes que possible, ce qui entraîne un temps de relaxation  $\tau$  grand par rapport à la période du signal. Le produit  $\tau\omega_0$  qui apparaît au paragraphe précédent sert à chiffrer cette qualité. Il est proportionnel au *facteur de qualité non chargé*  $Q_0$ , défini par

$$Q_0 = \omega_0 \tau / 2 \quad 1 \quad (3.18)$$

La pulsation complexe de résonance peut donc s'exprimer, en fonction de  $\omega_0$  et de  $Q_0$

$$\underline{\omega}_p = \omega_{pr} + j \frac{\omega_0}{2Q_0} = \omega_0 \left( \sqrt{1 - (1/2 Q_0)^2} + j/2 Q_0 \right) \quad \text{s}^{-1} \quad (3.19)$$

### 3.2.10 Effet des pertes de conduction de volume

Remplaçant  $\tau$  par sa valeur donnée en (3.15), on obtient le facteur de qualité non chargé  $Q_{0v}$  qui est lié aux *pertes dues seulement au matériau remplissant la cavité*

$$Q_0 = Q_{0v} = \omega_0 \epsilon / \sigma \quad 1 \quad (3.20)$$

### 3.2.11 Remarque

Dans les cavités réelles (non idéales), d'autres types de pertes existent, notamment dans les parois. Elles sont considérées dans la section 3.4, où l'on définit le facteur de qualité non chargé global, qui tient compte de toutes les causes de dissipation (§ 3.4.12).

### 3.2.12 Schéma équivalent

La sinusoïde amortie de la figure 3.2 est identique à la réponse indicelle d'un bipôle *RLC* (sect. IV.3.3). Choissant de faire correspondre une tension au champ électrique dans la cavité et un courant au champ magnétique, on obtient le schéma équivalent de la figure 3.3, qui permet de représenter la réponse en fréquence d'un mode de résonance.

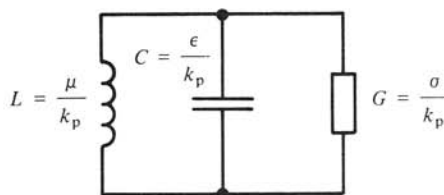


Fig. 3.3 Schéma équivalent pour un mode de résonance de la cavité non chargée.

L'étude de ce circuit est donnée au paragraphe IV.3.5.11. On évalue les énergies emmagasinées dans ce circuit

$$W_m = \frac{1}{2} L |I|^2 = \frac{1}{2} |U|^2 / \omega_0^2 L = \frac{1}{2} C |U|^2 = W_e \quad \text{J} \quad (3.21)$$

Quant à la puissance dissipée, elle vaut

$$P_d = G |U|^2 \quad \text{W} \quad (3.22)$$

On applique ici la définition du facteur de qualité énoncée au paragraphe IV 3.5.10

$$\begin{aligned} Q_0 &= \frac{\omega_0 \cdot \text{valeur maximale de l'énergie emmagasinée}}{\text{puissance moyenne dissipée}} \\ &= \frac{\omega_0 C |U|^2}{G |U|^2} = \frac{\omega_0 C}{G} = \frac{\omega_0 \epsilon}{\sigma} \quad 1 \end{aligned} \quad (3.23)$$

On retrouve bien la valeur de (3.18).

Il faut remarquer que les éléments du circuit équivalent sont tous définis à une constante près : on peut multiplier  $C$  et  $G$  par une constante arbitraire et diviser  $L$  par la même constante sans affecter ni la fréquence de résonance, ni le facteur de qualité non chargé.

### 3.2.13 Remarque : multiplicité des solutions

La cavité possède une infinité de modes de résonance, les fonctions propres, à chacun desquels correspond une valeur de  $k_p$  et donc un schéma équivalent comme celui de la figure 3.3. Le schéma équivalent d'une cavité fermée est donc, non pas un circuit  $RLC$  résonnant parallèle, mais une infinité de ces circuits. Comme les modes d'une cavité fermée sont *orthogonaux*, ces circuits *ne sont pas couplés entre eux*.

## 3.3 CAVITÉ FORMÉE PAR UN TRONÇON DE LIGNE DE TRANSMISSION

### 3.3.1 Définition

Pour des raisons d'ordre pratique, on fait le plus souvent usage de cavités comportant une section de ligne de transmission ou de guide d'ondes, terminée à ses deux extrémités par des plans de court-circuit (ou d'autres types de charges réactives, § 3.3.15).

### 3.3.2 Section de ligne avec deux plans de court-circuit

L'impédance présentée par une section de ligne sans pertes de longueur  $d$  terminée par un court-circuit (fig. 3.4) est donnée par la relation (III.8.64), posant  $Z_L = 0$

$$Z_{in} = j Z_c \tan(\beta d) \quad \Omega \quad (3.24)$$

Si l'on place un second court-circuit à l'entrée de la ligne (fig. 3.5), on impose la condition  $Z_{in} = 0$ , qui entraîne par (3.24)

$$\tan(\beta d) = 0 \quad 1 \quad (3.25)$$

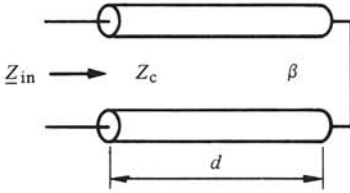


Fig. 3.4 Ligne de transmission terminée par un court-circuit.

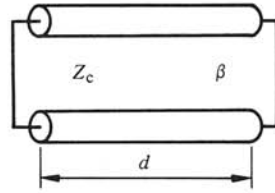


Fig. 3.5 Ligne de transmission terminée par deux court-circuits.

Cette condition est satisfaite lorsque

$$\beta d = l \pi \quad l \text{ entier} \quad l \quad (3.26)$$

ce qui spécifie la valeur de  $d$

$$d = l \pi / \beta = l \lambda_g / 2 \quad m \quad (3.27)$$

A la fréquence de résonance, la longueur  $d$  est un nombre entier de demi-longueurs d'onde  $\lambda_g/2$  du guide ou de la ligne considérés.

### 3.3.3 Guide d'ondes avec deux plans de court-circuit

La relation de dispersion dans un guide d'ondes sans pertes au-dessus de la fréquence de coupure est donnée par (2.32)

$$\beta^2 = -\gamma^2 = k^2 - p^2 \quad m^{-2} \quad (3.28)$$

On en tire la valeur de  $k_p^2$

$$k_p^2 = p^2 + (l \pi / d)^2 \quad m^{-2} \quad (3.29)$$

### 3.3.4 Exemple : cavité en guide rectangulaire

Pour le cas particulier d'une cavité formée d'une section de guide d'ondes rectangulaire de section  $a \times b$  et ayant une longueur  $d$  (fig. 3.6), les valeurs de  $p$  sont données par (2.109) et on obtient par conséquent pour  $k_p$

$$k_p^2 = k_{mnl}^2 = \left(\frac{m \pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n \pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{l \pi}{d}\right)^2 \quad m^{-2} \quad (3.30)$$

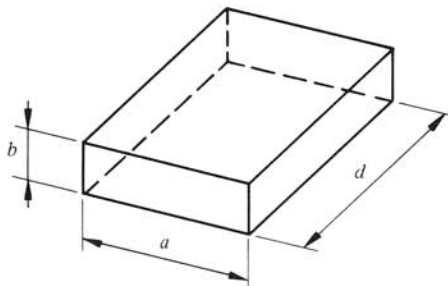


Fig. 3.6 Cavité en forme de parallépipède.

Si la cavité contient un milieu sans pertes, sa fréquence de résonance vaut

$$f_{mnl} = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{k_{mnl}}{2\pi\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{k_{mnl}c}{2\pi} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{l}{d}\right)^2} \quad \text{Hz} \quad (3.31)$$

Cette fréquence représente la distance séparant l'origine d'un point de coordonnées  $(cm/2a, cn/2b, cl/2d)$  dans l'espace des fréquences (fig. 3.7).

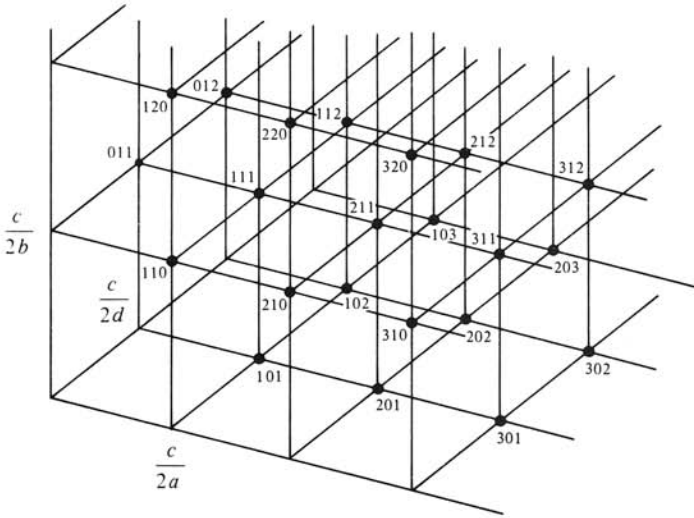


Fig. 3.7 Modes de résonance dans l'espace des fréquences.

### ■ 3.3.5 Mode $TE_{mnl}$ dans une cavité rectangulaire sans pertes

Les champs électromagnétiques du mode  $TE_{mnl}$  de la cavité sont obtenus à partir du mode  $TE_{mn}$  du guide rectangulaire (§ 2.3.7). La présence d'un conducteur électrique parfait dans les deux plans limitant la cavité en  $z = 0$  et en  $z = d$  impose l'annulation du champ électrique *tangent à ces surfaces*, en l'occurrence le champ électrique *transverse*  $\underline{E}_t$ . Il n'est pas possible d'annuler  $\underline{E}_t$ , ce qui donnerait une solution triviale (2.38); c'est la tension équivalente  $\underline{U}_e$  qui doit disparaître aux deux extrémités

$$\underline{U}_e(0) = \underline{U}_e(d) = 0 \quad \text{V} \quad (3.32)$$

Cette condition est satisfaite lorsque l'on pose dans (2.48)

$$\underline{U}_{e-} = -\underline{U}_{e+} \quad \text{V} \quad (3.33)$$

et que de plus  $\beta = l\pi/d$  où  $l$  est un entier (3.26). Les tensions et courants équivalents ont alors la forme (2.48), (2.49)

$$\begin{aligned} \underline{U}_e(z) &= \underline{U}_{e+} \exp(-j\beta z) + \underline{U}_{e-} \exp(j\beta z) \\ &= \underline{U}_{e+} [\exp(-j\beta z) - \exp(j\beta z)] \\ &= -2j\underline{U}_{e+} \sin \beta z = -2j\underline{U}_{e+} \sin(l\pi z/d) \quad \text{V} \end{aligned} \quad (3.34)$$

$$\begin{aligned}
 \underline{I}_e(z) &= Y_e [\underline{U}_{e+} \exp(-j\beta z) - \underline{U}_{e-} \exp(j\beta z)] \\
 &= Y_e \underline{U}_{e+} [\exp(-j\beta z) + \exp(j\beta z)] \\
 &= 2 Y_e \underline{U}_{e+} \cos \beta z = 2 Y_e \underline{U}_{e+} \cos(l\pi z/d) \quad \text{A} \quad (3.35)
 \end{aligned}$$

Les champs s'obtiennent alors en multipliant leur dépendance transverse (2.115), (2.119) et (2.120) par la dépendance longitudinale (3.34), (3.35). On fait usage dans ce but de (2.38), (2.39) et (2.58)

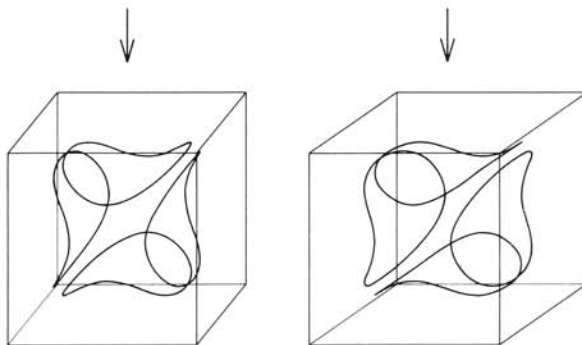
$$\underline{E} = j\omega\mu \underline{A}_{mn} \left( -e_x \frac{n\pi}{b} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \sin \frac{l\pi z}{d} + e_y \frac{m\pi}{a} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \sin \frac{l\pi z}{d} \right) \quad \text{V/m} \quad (3.36)$$

$$\underline{H} = \underline{A}_{mn} \left\{ e_x \frac{l\pi}{d} \frac{m\pi}{a} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \cos \frac{l\pi z}{d} + e_y \frac{l\pi}{d} \frac{n\pi}{b} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \cos \frac{l\pi z}{d} - e_z \left[ \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 \right] \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \sin \frac{l\pi z}{d} \right\} \quad \text{A/m} \quad (3.37)$$

où on a posé

$$\underline{A}_{mn} = 2 \underline{U}_{e+} C_{mn} / \omega\mu \quad \text{Am} \quad (3.38)$$

Un des indices  $m$  ou  $n$  peut être nul tandis que l'indice  $l$  doit être différent de zéro (dans le cas contraire, on obtient la solution triviale  $\underline{E} \equiv 0$  et  $\underline{H} \equiv 0$ ).



Ceci est une paire stéréoscopique: regarder la figure à environ 25 cm de distance en plaçant une feuille de papier pour qu'un œil ne puisse voir qu'une seule des deux images. Après un peu d'exercice, les deux images convergent et une image en trois dimensions est perçue. Il est recommandé de faire d'abord converger les flèches, puis de regarder l'image en-dessous.

Fig. 3.8 Lignes de champ magnétique du mode  $TE_{111}$  dans une cavité cubique.



Il faut donc que

$$(m+n)l \neq 0 \quad 1 \quad (3.39)$$

Des lignes de champ magnétique pour le mode  $TE_{111}$  dans une cavité cubique sont représentées à la figure 3.8.

### 3.3.6 Mode $TM_{mnl}$ dans une cavité rectangulaire sans pertes

On obtient de façon analogue les champs d'un mode  $TM_{mnl}$  à partir des relations pour le mode de propagation  $TM_{mn}$  du guide d'ondes rectangulaire (2.107), (2.111) et (2.112)

$$\begin{aligned} \underline{E} = \underline{B}_{mn} \left\{ -e_x \frac{l\pi}{d} \frac{m\pi}{a} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \sin \frac{l\pi z}{d} \right. \\ \left. - e_y \frac{l\pi}{d} \frac{n\pi}{b} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \sin \frac{l\pi z}{d} \right. \\ \left. + e_z \left[ \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 \right] \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \cos \frac{l\pi z}{d} \right\} \\ \text{V/m} \quad (3.40) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{H} = j\omega\epsilon \underline{B}_{mn} \left( e_x \frac{n\pi}{b} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \cos \frac{l\pi z}{d} \right. \\ \left. - e_y \frac{m\pi}{a} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \cos \frac{l\pi z}{d} \right) \\ \text{A/m} \quad (3.41) \end{aligned}$$

où on a posé

$$\underline{B}_{mn} = 2\underline{U}_e + C_{mn}/j(l\pi/d) \quad \text{Vm} \quad (3.42)$$

Les deux indices  $m$  et  $n$  doivent tous deux être non nuls, comme dans le cas du guide d'ondes (2.108).

L'indice  $l$  peut par contre être nul : la fréquence de résonance du mode  $TM_{mn0}$  ne dépend pas de la longueur de la cavité, c'est en fait la fréquence de coupure du mode  $TM_{mn}$  dans le guide d'ondes.

### 3.3.7 Modes dégénérés de la cavité rectangulaire

Lorsque aucun des trois nombres  $m$ ,  $n$  et  $l$  n'est nul, on a une même fréquence de résonance  $f_{mnl}$  pour les deux modes  $TE_{mnl}$  et  $TM_{mnl}$ , qui sont de ce fait dégénérés. Deux modes sont *dégénérés* lorsqu'ils ont la *même valeur propre* (fréquence de résonance) mais des *fonctions propres différentes* (structures des champs). Une situation similaire se rencontre en guide d'ondes (§ 2.2.36). Toute combinaison linéaire de deux modes dégénérés est également un mode résonnant dégénéré de la cavité.

### □ 3.3.8 Potentiels de Hertz

Tenant compte du fait que les champs sont solénoïdaux (à divergence nulle), il est possible de faire usage de potentiels de Hertz, magnétique dans le cas du mode TE, électrique pour le mode TM [16].

Du fait que sa divergence est nulle, le champ  $\underline{E}$  dérive d'un potentiel :

$$\underline{E} = -j\omega\mu \nabla \times \underline{\Lambda}_{mnl} \quad \text{V/m} \quad (3.43)$$

Pour un mode TE, ce potentiel a la forme

$$\underline{\Lambda}_{mnl} = \underline{e}_z A_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \sin \frac{l\pi z}{d} \quad \text{Am} \quad (3.44)$$

Le champ magnétique s'obtient avec (3.43) et (1.2)

$$\underline{H} = \nabla \times \nabla \times \underline{\Lambda}_{mnl} \quad \text{A/m} \quad (3.45)$$

Pour la même raison, le champ  $\underline{H}$  dérive d'un potentiel :

$$\underline{H} = j\omega\epsilon \nabla \times \underline{\Pi}_{mnl} \quad \text{A/m} \quad (3.46)$$

Pour un mode TM, ce potentiel est alors donné par

$$\underline{\Pi}_{mnl} = \underline{e}_z B_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \cos \frac{l\pi z}{d} \quad \text{Vm} \quad (3.47)$$

et le champ électrique s'obtient avec (3.46) et (1.3)

$$\underline{E} = \nabla \times \nabla \times \underline{\Pi}_{mnl} \quad \text{V/m} \quad (3.48)$$

On retrouve ainsi par dérivation les relations des paragraphes 3.3.5 et 3.3.6.

### 3.3.9 Remarque relative à la symétrie triple

La cavité rectangulaire est un cas tout à fait particulier du fait qu'elle présente une uniformité selon les trois axes de coordonnées. Il y a donc trois choix de guides possibles, dépendant du choix de la direction de propagation (section  $a \times b$ , longueur  $d$ ; section  $a \times d$ , longueur  $b$ ; section  $b \times d$ , longueur  $a$ ). Pour chacun des trois choix, les modes résonnants peuvent être désignés comme TE et TM, il en résulte donc six modes différents, qui ne sont pas linéairement indépendants (modes dégénérés).

On choisit le plus souvent la direction de propagation  $z$  selon l'arête la plus longue. Dans le cas présent (fig. 3.6), on a pris  $d \geq a \geq b$ . La distribution des champs obtenus en choisissant la direction de propagation selon  $x$  ou  $y$  est une combinaison linéaire des modes TE et TM selon  $z$  lorsqu'il y a dégénérescence de modes (§ 3.3.7).

### 3.3.10 Exemple : cavité en guide circulaire

Pour une cavité formée d'une section de longueur  $d$  de guide d'ondes circulaire de rayon  $a$  (fig. 3.9), les valeurs de  $p$  correspondent aux zéros et aux extrema des fonctions de Bessel (2.141) et (2.148)

$$k_{mnl}^2 (\text{TE, TM}) = p_{mn}^2 (\text{TE, TM}) + \left( \frac{l\pi}{d} \right)^2 \quad \text{m}^{-2} \quad (3.49)$$

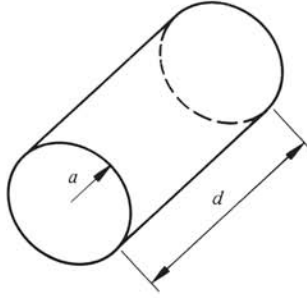


Fig. 3.9 Cavité en guide circulaire.

Pour une cavité remplie d'un milieu sans pertes, la fréquence correspondante est donnée par

$$f_{mnl} = \frac{k_{mnl}c}{2\pi} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{p_{mn}^{\text{TE, TM}}}{\pi}\right)^2 + \left(\frac{l}{d}\right)^2} \quad \text{Hz} \quad (3.50)$$

La figure 3.10 permet de déterminer rapidement la fréquence de résonance des premiers modes lorsque les dimensions  $a$  et  $d$  sont connues.

### 3.3.11 Mode $\text{TE}_{mnl}$ dans une cavité cylindrique circulaire sans pertes

Ici aussi la distribution des champs est obtenue à partir de la solution pour le guide circulaire, donnée dans (2.149), (2.151) et (2.152). Procédant exactement comme au paragraphe 3.3.5, on obtient

$$\underline{E} = j\omega\mu \underline{A}_{mn} \left( e_{\rho} \frac{m}{\rho} J_m(p_{mn}^{\text{TE}}) \begin{Bmatrix} -\sin m\varphi \\ \cos m\varphi \end{Bmatrix} \sin \frac{l\pi z}{d} \right. \\ \left. - e_{\varphi} p_{mn}^{\text{TE}} J'_m(p_{mn}^{\text{TE}}) \begin{Bmatrix} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{Bmatrix} \sin \frac{l\pi z}{d} \right) \quad \text{V/m} \quad (3.51)$$

$$\underline{H} = -\underline{A}_{mn} \left( e_{\rho} \frac{l\pi}{d} p_{mn}^{\text{TE}} J'_m(p_{mn}^{\text{TE}}) \begin{Bmatrix} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{Bmatrix} \cos \frac{l\pi z}{d} \right. \\ + e_{\varphi} \frac{l\pi}{d} \frac{m}{\rho} J_m(p_{mn}^{\text{TE}}) \begin{Bmatrix} -\sin m\varphi \\ \cos m\varphi \end{Bmatrix} \cos \frac{l\pi z}{d} \\ \left. + e_z (p_{mn}^{\text{TE}})^2 J_m(p_{mn}^{\text{TE}}) \begin{Bmatrix} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{Bmatrix} \sin \frac{l\pi z}{d} \right) \quad \text{A/m} \quad (3.52)$$

où l'indice  $l$  ne peut pas être nul.

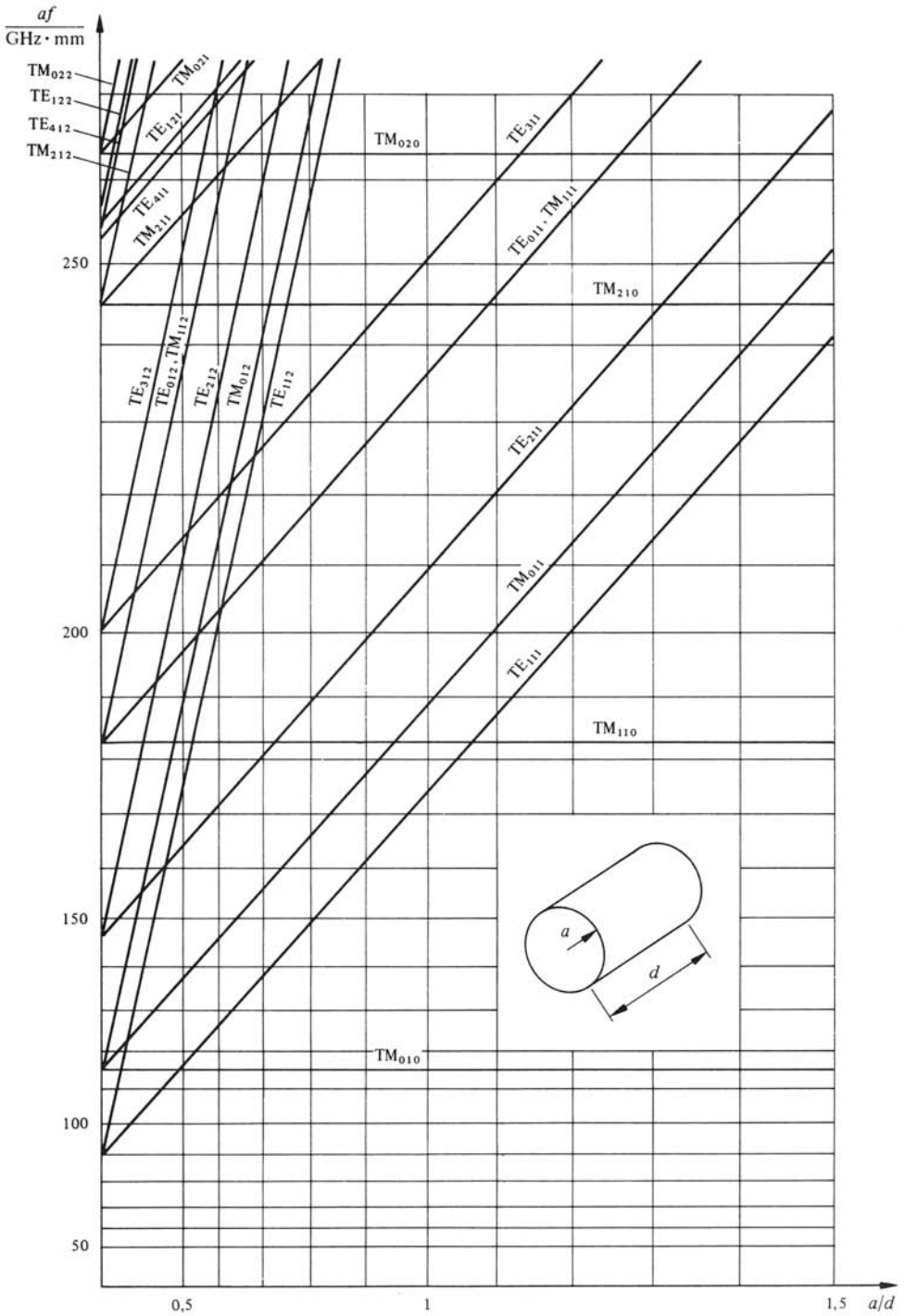


Fig. 3.10 Fréquences de résonance des premiers modes pour une cavité cylindrique.

### 3.3.12 Mode $TM_{mnl}$ dans une cavité cylindrique circulaire sans pertes

On procède comme dans la section précédente, faisant appel aux relations (2.143), (2.145) et (2.146)

$$\underline{E} = \underline{B}_{mn} \left( -e_\rho \frac{l\pi}{d} p_{mn}^{TM} J'_m(p_{mn}^{TM} \rho) \begin{Bmatrix} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{Bmatrix} \sin \frac{l\pi z}{d} \right. \\ \left. - e_\varphi \frac{l\pi}{d} \frac{m}{\rho} J_m(p_{mn}^{TM} \rho) \begin{Bmatrix} -\sin m\varphi \\ \cos m\varphi \end{Bmatrix} \sin \frac{l\pi z}{d} \right. \\ \left. + e_z (p_{mn}^{TM})^2 J_m(p_{mn}^{TM} \rho) \begin{Bmatrix} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{Bmatrix} \cos \frac{l\pi z}{d} \right) \quad \text{V/m} \quad (3.53)$$

$$\underline{H} = j\omega\epsilon \underline{B}_{mn} \left( e_\rho \frac{m}{\rho} J_m(p_{mn}^{TM} \rho) \begin{Bmatrix} -\sin m\varphi \\ \cos m\varphi \end{Bmatrix} \cos \frac{l\pi z}{d} \right. \\ \left. - e_\varphi p_{mn}^{TM} J'_m(p_{mn}^{TM} \rho) \begin{Bmatrix} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{Bmatrix} \cos \frac{l\pi z}{d} \right) \quad \text{A/m} \quad (3.54)$$

L'indice  $l$  peut ici être nul, auquel cas la fréquence de résonance ne dépend pas de la longueur de la cavité (lignes horizontales dans la figure 3.10).

### 3.3.13 Exemple : cavité coaxiale, modes de résonance TEM

Pour les modes de résonance TEM, on a simplement  $p = 0$  et par conséquent (3.29) devient

$$k_l^{TEM} = l\pi/d \quad \text{m}^{-1} \quad (3.55)$$

$$f_l^{TEM} = cl/2d \quad \text{Hz} \quad (3.56)$$

La valeur propre dépend de la longueur de la cavité et des propriétés du milieu, mais non de la forme ou des dimensions de sa section droite.

### 3.3.14 Remarque : modes supérieurs

Des modes TE et TM peuvent apparaître sur une ligne coaxiale lorsque la fréquence du signal est supérieure à leur fréquence de coupure [49] : une cavité coaxiale  $a$ , de ce fait, en plus des modes de résonance TEM (§ 3.3.13), des modes de résonance  $TE_{mnl}$  et  $TM_{mnl}$ .

### 3.3.15 Cavité formée d'une section de ligne terminée sur une impédance

Une ligne de transmission terminée à une extrémité par un court-circuit (fig. 3.11) peut aussi former un résonateur si l'impédance de charge  $Z_L$  est très différente de l'impédance caractéristique de la ligne  $Z_c$ . Pour qu'il y ait résonance, il faut que les pertes dans le système soient faibles.

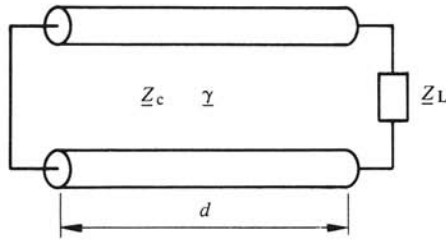


Fig. 3.11 Définition du modèle.

Pour que les conditions aux limites dans le plan de court-circuit soient satisfaites, il faut que l'impédance dans ce plan soit nulle, ce qui entraîne (III.8.39)

$$\underline{Z}_L + \underline{Z}_c \tanh \underline{\gamma}d = 0 \quad \Omega \quad (3.57)$$

Pour le cas idéal sans pertes :  $\gamma = j\beta$ ,  $\underline{Z}_L = jX_L$  et  $Z_c$  réelle

$$X_L + Z_c \tan \beta d = 0 \quad \Omega \quad (3.58)$$

On en tire

$$d = \frac{l\lambda_g}{2} - \frac{1}{\beta} \arctan(X_L/Z_c) = \frac{\lambda_g}{2} \left[ l - \frac{1}{\pi} \arctan(X_L/Z_c) \right] \quad \text{m} \quad (3.59)$$

Cette dépendance est représentée à la figure 3.12.

Le cas particulier du paragraphe 3.3.2 est obtenu en prenant une ligne sans pertes et une charge  $\underline{Z}_L = 0$ . On retrouve bien les résonances en court-circuit lorsque  $d = l\lambda_g/2$ . Par ailleurs une ligne terminée en circuit ouvert ( $X_L = \infty$ ) résonne lorsque  $d = \lambda_g/4 + l\lambda_g/2$ .

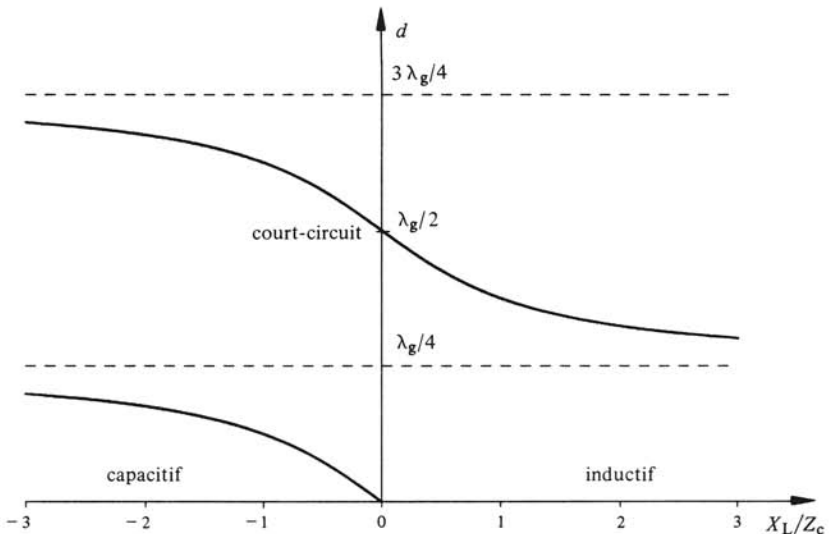


Fig. 3.12 Longueur du résonateur correspondant à la résonance en fonction de l'impédance de charge.

Lorsque l'on remplace un court-circuit par une charge inductive, la longueur relative ( $d/\lambda_g$ ) diminue (fig. 3.12). Si la longueur  $d$  est fixe, cela entraîne une augmentation de la longueur d'onde et, par conséquent, une réduction de la fréquence de résonance. Le remplacement d'un court-circuit par une charge capacitive provoque, au contraire, un accroissement de la fréquence de résonance. Par dualité, c'est le contraire qui se produit lorsque le point de départ est un circuit ouvert.

### ■ 3.3.16 Résonance d'une section de ligne microruban : capacité en bout de ligne

Une section de ligne microruban, dont le conducteur supérieur a une longueur  $d$ , est également un résonateur (fig. 3.13). Comme les champs s'étendent légèrement de part et d'autre des extrémités, celles-ci ne sont pas de vrais circuits ouverts, mais peuvent être représentées par des réactances capacitatives (§ 6.3.23), si on néglige les pertes causées par le rayonnement (§ 2.11.7). On obtient ainsi le schéma équivalent de la figure 3.14, soit une ligne de transmission de longueur  $d$  terminée à ses deux extrémités par des capacités en bout de ligne  $C_0$ . Leur valeur dépend des dimensions et de la permittivité du substrat (fig. 3.15) [50].

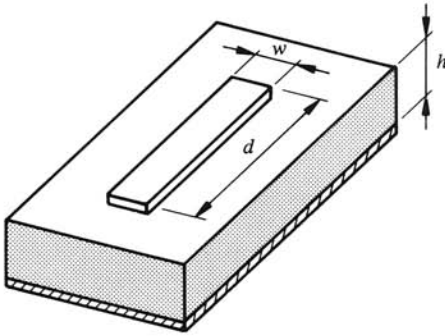


Fig. 3.13 Résonateur en ligne microruban.

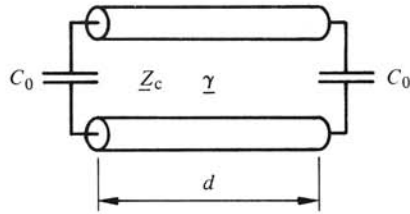


Fig. 3.14 Schéma équivalent.

On trouve les fréquences de résonance à l'aide de l'équation (III.8.39)

$$\underline{Z}_L + \underline{Z}_c \frac{\underline{Z}_L + \underline{Z}_c \tanh \underline{\gamma} d}{\underline{Z}_c + \underline{Z}_L \tanh \underline{\gamma} d} = 0 \quad \Omega \quad (3.60)$$

Résolvant pour  $\tanh \underline{\gamma} d$ , on obtient

$$\tanh \underline{\gamma} d = - \frac{2 \underline{Z}_c \underline{Z}_L}{\underline{Z}_c^2 + \underline{Z}_L^2} = - \frac{2 \underline{Z}_L / \underline{Z}_c}{1 + (\underline{Z}_L / \underline{Z}_c)^2} = - \frac{2 \underline{Z}_c / \underline{Z}_L}{1 + (\underline{Z}_c / \underline{Z}_L)^2} \quad 1 \quad (3.61)$$

Lorsque la charge et la ligne sont toutes deux sans pertes,  $\underline{Z}_L$  est purement imaginaire,  $\underline{Z}_c$  est réel et  $\underline{\gamma} = j\beta$ . Introduisant la valeur de l'impédance de charge capacitive  $\underline{Z}_L = 1/j\omega C_0$ , on trouve alors

$$\tan \beta d = \frac{2\omega C_0 \underline{Z}_c}{(\omega C_0 \underline{Z}_c)^2 - 1} \quad 1 \quad (3.62)$$

Les fréquences de résonance sont inférieures à celles d'une ligne terminée par deux circuits ouverts ( $C_0 = 0$ ).

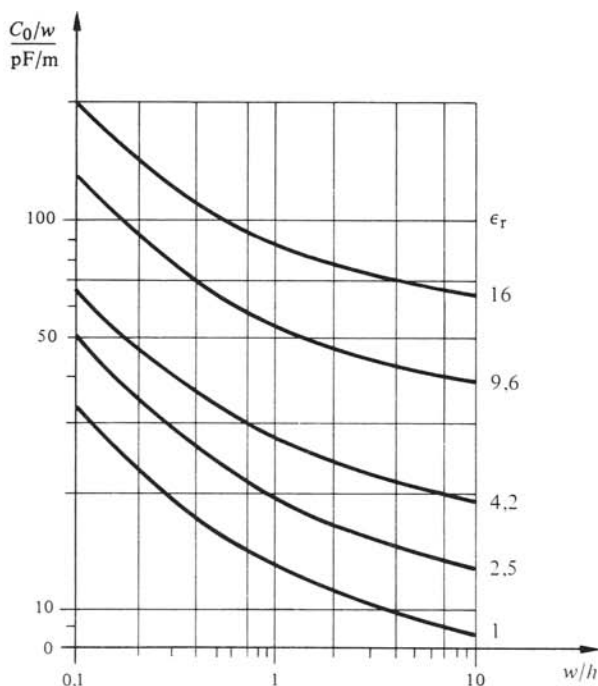


Fig. 3.15 Capacité équivalente d'une ligne ouverte en microruban.

### 3.3.17 Résonance d'une section de ligne microruban : allongement fictif

Les effets d'extrémités, dont on a tenu compte au paragraphe 3.3.16 par l'adjonction de capacités, provoquent une réduction de la fréquence de résonance. Cet effet peut également être représenté par un *allongement fictif* de la ligne à ses deux extrémités, d'une longueur  $\Delta d$ , illustré à la figure 3.16.

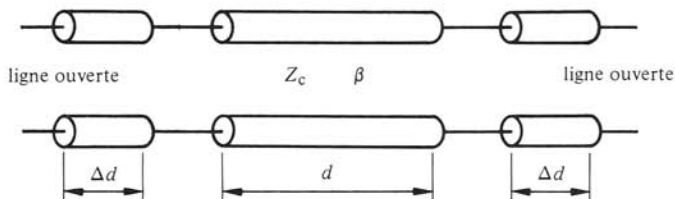


Fig. 3.16 Schéma équivalent d'un résonateur en ligne microruban.

Les capacités sont ici remplacées par des sections de ligne (de même caractéristiques  $Z_c$  et  $\beta$ ) terminées par une ligne ouverte. Les résonances apparaissent dans ce cas lorsque

$$\beta(d + 2\Delta d) = l\pi \quad l \text{ entier} \quad l \quad (3.63)$$

c'est-à-dire

$$d + 2\Delta d = l\lambda_g / 2 \quad m \quad (3.64)$$



La valeur de l'allongement  $\Delta d$  est donnée par [34]

$$\Delta d = 0,412h \frac{\epsilon_e + 0,300}{\epsilon_e - 0,258} \frac{w/h + 0,262}{w/h + 0,813} \quad \text{m} \quad (3.65)$$

La permittivité effective  $\epsilon_e$  est définie au paragraphe 2.11.6.

### 3.3.18 Résonateurs diélectriques

Des résonateurs de faibles dimensions sont constitués par des parallélépipèdes ou des cylindres (fig. 3.17) de diélectriques à très haute permittivité, notamment de rutile (dioxyde de titane,  $\text{TiO}_2$ ,  $\epsilon_r = 100 (1 - j 0,00025)$ ) à 100 MHz].

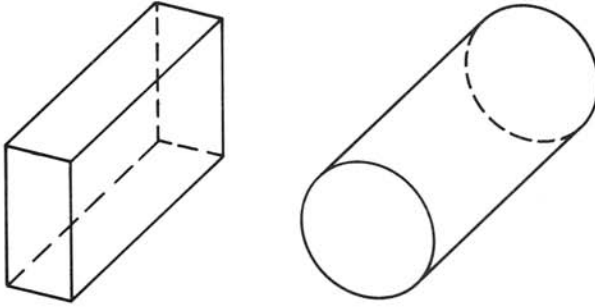


Fig. 3.17 Résonateurs diélectriques.

Suite à la valeur élevée de la permittivité relative, beaucoup plus grande que celle de l'air environnant, les parois sont en première approximation des conducteurs magnétiques parfaits (c.m.p.; circuit ouvert, § 1.4.3). On résout ce problème par dualité, ce qui donne des résultats similaires à ceux des cavités en guide rectangulaire ou circulaire (§ 3.3.4 et 3.3.10). On remplace c.e.p. par c.m.p., champ  $\underline{E}$  par champ  $\underline{H}$  et vice-versa, mode TE par TM et vice-versa. Les fréquences de résonance sont données par les mêmes relations.

Dans le cas de la cavité cylindrique, une étude plus approfondie considère un guide diélectrique de longueur  $d$  terminé par deux circuits ouverts, faisant usage de la section 2.10.

Une étude précise du problème n'est possible qu'en faisant usage de méthodes de calcul à l'ordinateur [51].

## 3.4 MÉTHODE DE PERTURBATION

### 3.4.1 Introduction

La variation de pulsation complexe de résonance qui résulte d'une petite modification de la cavité est déterminée par la *méthode de perturbation*, faisant usage du même principe que pour les guides d'ondes dans la section 2.7. On l'emploie notamment pour évaluer l'effet de pertes dans les parois, de l'introduction d'échantillons de matériaux, ou encore d'une modification de la forme. Le développement suit fidèlement celui mis au point pour la fréquence de coupure en guide d'ondes (§ 2.7.9). Dans le cas présent, le système est tridimensionnel et peut comporter des pertes.

### ■ 3.4.2 Développement mathématique

On part d'une cavité non perturbée *sans pertes*, remplie d'un milieu homogène de propriétés  $\epsilon$  et  $\mu$ , dans laquelle les champs satisfont aux équations

$$\nabla \times \underline{E}_0 + j \omega_{p0} \mu \underline{H}_0 = 0 \quad \text{V/m}^2 \quad (3.66)$$

$$\nabla \times \underline{H}_0 - j \omega_{p0} \epsilon \underline{E}_0 = 0 \quad \text{A/m}^2 \quad (3.67)$$

En l'absence de pertes, la pulsation de résonance  $\omega_{p0}$  est réelle.

Dans la cavité perturbée par des *courants fictifs*  $\underline{J}_e$  et  $\underline{J}_m$  ces relations deviennent

$$\nabla \times \underline{E} + j \omega_p \mu \underline{H} + \underline{J}_m = 0 \quad \text{V/m}^2 \quad (3.68)$$

$$\nabla \times \underline{H} - j \omega_p \epsilon \underline{E} - \underline{J}_e = 0 \quad \text{A/m}^2 \quad (3.69)$$

où la pulsation de résonance  $\omega_p$  devient complexe en présence de pertes.

Procédant comme dans la section 2.7, on trouve une relation donnant la différence de fréquences (3.19)

$$\begin{aligned} \omega_p - \omega_{p0} &= \omega_{pr} - \omega_{p0} + \frac{2j\omega_0}{Q_0} \\ &= j \frac{\oint_S (\underline{E} \times \underline{H}_0^*) \cdot \underline{n} \, dA + \int_V (\underline{J}_e \cdot \underline{E}_0^* + \underline{J}_m \cdot \underline{H}_0^*) \, dV}{\int_V (\epsilon \underline{E}_0^* \cdot \underline{E} + \mu \underline{H}_0^* \cdot \underline{H}) \, dV} \quad \text{s}^{-1} \quad (3.70) \end{aligned}$$

### 3.4.3 Remarque

Le facteur de qualité non chargé  $Q_0$  qui apparaît dans la relation (3.70) tient compte des pertes provenant d'une part de la surface et d'autre part d'échantillons placés à l'intérieur de la cavité (§ 3.4.12).

### 3.4.4 Effets des pertes dans les parois, facteur de qualité métallique $Q_{0m}$

On fait ici les mêmes suppositions que dans le cas du guide d'ondes (§ 2.7.3), soit :

- pas de courants de perturbation,  $\underline{J}_e = 0$ ,  $\underline{J}_m = 0$ ;
- la perturbation ne modifie pas en première approximation le champ magnétique,  $\underline{H} \cong \underline{H}_0$ ;
- la perturbation ne modifie pas globalement le champ électrique,  $\underline{E} \cong \underline{E}_0$  dans le dénominateur de (3.70), où l'intégration porte sur tout le volume de la cavité;
- en revanche, le champ électrique tangentiel sur la paroi de la cavité n'est plus nul, mais est proportionnel au courant de surface, lui-même proportionnel au champ magnétique tangentiel (le vecteur normal  $\underline{n}$  est pointé vers l'extérieur)

$$\underline{E}_{\text{tan}} = \underline{Z}_m \underline{A} = -\underline{Z}_m (\underline{n} \times \underline{H}) \cong -\underline{Z}_m (\underline{n} \times \underline{H}_0) \quad \text{V/m} \quad (3.71)$$

où  $\underline{Z}_m \cong (1 + j) \sqrt{\omega \mu_m / 2\sigma}$  est l'impédance d'onde dans le métal (2.182).

Faisant usage des relations (3.70) et (3.71) on obtient une équation donnant le *facteur de qualité métallique*  $Q_{0m}$  et la variation de pulsation de résonance

$$\frac{2\omega_0}{Q_{0m}} - j(\omega_{pr} - \omega_{p0}) \cong Z_m \frac{\oint_S |\underline{H}_0|^2 dA}{2 \int_V \mu |\underline{H}_0|^2 dV} \quad s^{-1} \quad (3.72)$$

La variation de la pulsation de résonance due aux pertes dans les parois est le plus souvent négligeable. Comme les parties réelle et imaginaire de (3.72) ont la même valeur, on en déduit que

$$Q_{0m} = \frac{2\omega_0}{\omega_{p0} - \omega_{pr}} \quad 1 \quad (3.73)$$

### 3.4.5 Application : cavité en guide rectangulaire

Introduisant dans la relation (3.72) les valeurs du champ magnétique déterminées en (3.37) et en (3.41), on obtient après évaluation de l'intégrale [52] :

- pour un mode  $TE_{mnl}$

$$Q_{0m} = \frac{\pi Z_0}{R_m} \frac{abd}{4} \cdot \frac{(u^2 + v^2)(u^2 + v^2 + w^2)^{3/2}}{\xi ad[u^2 w^2 + (u^2 + v^2)^2] + \eta bd[v^2 w^2 + (u^2 + v^2)^2] + abw^2(u^2 + v^2)} \quad 1 \quad (3.74)$$

avec

$$u = m/a, \quad v = n/b, \quad w = l/d, \quad \xi = \begin{cases} 1 & \text{si } n \neq 0 \\ 1/2 & \text{si } n = 0 \end{cases}, \quad \eta = \begin{cases} 1 & \text{si } m \neq 0 \\ 1/2 & \text{si } m = 0 \end{cases}$$

- pour un mode  $TM_{mnl}$

$$Q_{0m} = \frac{\pi Z_0}{R_m} \frac{abd}{4} \frac{(u^2 + v^2)(u^2 + v^2 + w^2)^{1/2}}{u^2 b(\eta a + d) + v^2 a(\eta b + d)} \quad 1 \quad (3.75)$$

$$\text{avec } \eta = \begin{cases} 1 & \text{si } l \neq 0 \\ 1/2 & \text{si } l = 0 \end{cases}$$

La variation du facteur de qualité, en fonction des dimensions de la cavité, est présentée à la figure 3.18 pour une géométrie particulière.

### 3.4.6 Application : cavité en guide circulaire

On introduit dans ce cas les valeurs du champ magnétique (3.52) et (3.54) dans la relation (3.72), ce qui donne après évaluation des intégrales

- pour un mode  $TE_{mnl}$

$$Q_{0m} = \frac{Z_0 a}{2R_m} \frac{[1 - (m/p_{mn}^{TE} a)^2] [(p_{mn}^{TE})^2 + (l\pi/d)^2]^{3/2}}{(p_{mn}^{TE})^2 + (l\pi/d)^2 (2a/d) + (1 - 2a/d)(mn\pi/d)^2 (1/ap_{mn}^{TE})^2} \quad 1 \quad (3.76)$$

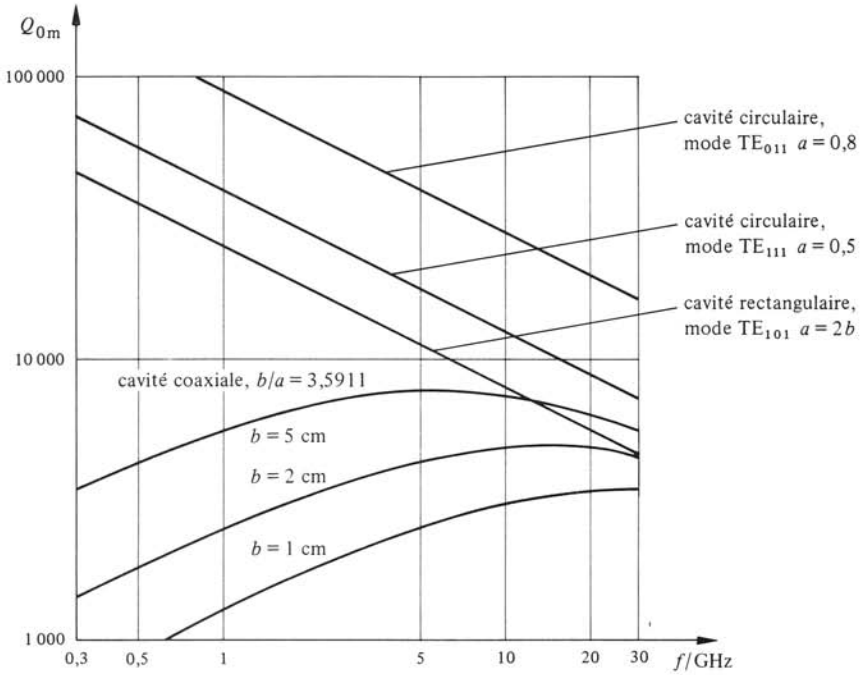


Fig. 3.18 Facteur de qualité non chargé  $Q_{0m}$  pour des cavités en cuivre de formes diverses : rectangulaire, cylindrique, coaxiale.

- pour un mode  $TM_{mnl}$

$$Q_{0m} = \frac{Z_0 a}{2R_m} \frac{\sqrt{(p_{mn}^{TM})^2 + (l\pi/d)^2}}{1 + \eta 2a/d} \quad 1 \quad (3.77)$$

La dépendance géométrique des facteurs de qualité est représentée à la figure 3.18 pour deux types de cavités.

3.4.7 Application : cavité en ligne coaxiale

On trouve similairement pour les résonances des modes TEM

$$Q_{0m} = \frac{\pi Z_0}{R_m} \frac{1}{4 + \frac{2d}{b} \frac{1 + b/a}{\ln(b/a)}} \quad 1 \quad (3.78)$$

L'effet des dimensions sur le facteur de qualité est représenté à la figure 3.18 pour trois cavités ayant le rapport optimal  $b/a = 3,5911$  (§ 2.7.7).

3.4.8 Application : résonateur en ligne microruban

Pour la structure résonante formée d'une section de ligne microruban, représentée à la figure 3.13, le facteur de qualité tenant compte des pertes dans le métal est

approximativement donné par (2.280)

$$Q_{0m} = \frac{\beta}{2\alpha_c} = \frac{\pi f \sqrt{\epsilon_e}}{\alpha_c c_0} \cong \frac{\pi f \sqrt{\epsilon_e}}{c_0} \frac{wZ_c}{R_m} \quad 1 \quad (3.79)$$

### 3.4.9 Echantillon diélectrique dans une cavité, facteur de qualité d'échantillon $Q_{0e}$

On considère une cavité *remplie d'air*, avec des parois sans pertes, dans laquelle est placé un échantillon de diélectrique de permittivité complexe relative  $\underline{\epsilon}_r$  (fig. 3.19). La densité de courant électrique fictif  $\underline{J}_e$  dans le volume  $\Delta V$  de l'échantillon est donnée par (2.197)

$$\underline{J}_e = j\omega_{pr}\epsilon_0(\underline{\epsilon}_r - 1)\underline{E} \quad \text{A/m}^2 \quad (3.80)$$

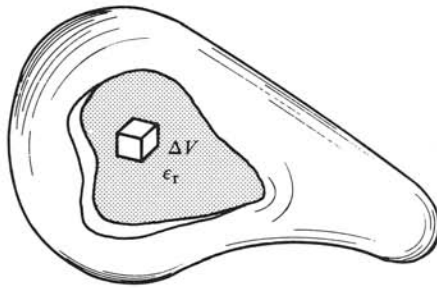


Fig. 3.19 Echantillon de diélectrique dans une cavité.

Par ailleurs on suppose que les champs ne sont pas trop perturbés par l'introduction du matériau diélectrique (petit échantillon), de sorte qu'on obtient une relation approchée, qui permet de définir le *facteur de qualité d'échantillon*  $Q_{0e}$

$$\underline{\omega}_p - \omega_{p0} = \omega_{pr} - \omega_{p0} + 2j \frac{\omega_{p0}}{Q_{0e}} \cong - \frac{\omega_{pr}}{2} \frac{\int_{\Delta V} (\epsilon_r - 1) |\underline{E}_0|^2 dV}{\int_V |\underline{E}_0|^2 dV} \quad \text{s}^{-1} \quad (3.81)$$

L'intégrale du dénominateur porte sur tout le volume de la cavité, celle du numérateur sur le volume de l'échantillon diélectrique seulement.

Faisant usage de cette relation, il est possible de déterminer la permittivité d'un matériau, introduisant un petit échantillon de ce matériau dans la cavité (§ 8.5.11). La variation de la fréquence de résonance permet de déterminer  $\epsilon_r'$ , celle du facteur de qualité donne  $\epsilon_r''$  (§ 1.4.2). Cette relation permet par ailleurs de déterminer expérimentalement la distribution et l'amplitude du champ électrique à l'intérieur d'une cavité : on fait usage d'un échantillon de matériau connu que l'on déplace dans la cavité, et on mesure la fréquence de résonance en fonction de la position.

### □ 3.4.10 Echantillon de ferrite dans une cavité

Dans une cavité remplie d'un milieu non magnétique (air, diélectrique), on introduit un morceau de ferrite aimanté (§ 6.7.6). En plus de la perturbation due à sa per-

mittivité, une variation produite par ses propriétés magnétiques apparaît, qu'on représente à l'aide d'un courant magnétique fictif dans le volume  $\Delta V$  du ferrite

$$\underline{J}_m = j\omega_{pr} \mu_0 (\bar{\underline{\mu}}_r - \bar{\underline{1}}) \underline{H} \quad \text{V/m}^2 \quad (3.82)$$

La perméabilité relative  $\bar{\underline{\mu}}_r$  est un *tenseur*, dénotant le fait que le matériau est *anisotrope*, c'est-à-dire que l'induction  $\underline{B}$  et le champ magnétique  $\underline{H}$  ne sont pas équipollents (sect. 6.7, § 1.4.6).

Afin de discriminer l'effet diélectrique de l'effet magnétique, on place un petit échantillon de ferrite à un endroit de la cavité où le champ électrique est nul. La variation que l'on mesure est alors liée seulement aux propriétés magnétiques du ferrite par la relation

$$\underline{\omega}_p - \omega_{p0} = \omega_{pr} - \omega_{p0} + 2j \frac{\omega_0}{Q_{0e}} \cong - \frac{\omega_{pr}}{2} \frac{\int_{\Delta V} \underline{H}_0^* \cdot (\bar{\underline{\mu}}_r - \bar{\underline{1}}) \cdot \underline{H}_0 dV}{\int_V |\underline{H}_0|^2 dV} \quad \text{s}^{-1} \quad (3.83)$$

où  $\bar{\underline{1}}$  est le tenseur unité.

L'intégrale du dénominateur porte sur tout le volume de la cavité, celle du numérateur est prise seulement sur le volume de l'échantillon. La composante *hermitienne* du tenseur de perméabilité relative  $\bar{\underline{\mu}}_r$  modifie la fréquence de résonance; la composante *antihermitienne* affecte le facteur de qualité d'échantillon  $Q_{0e}$  [53].

### 3.4.11 Modification de la forme d'une cavité

Le volume de la cavité perturbée est inférieur d'une valeur  $\Delta V$  à celui de la cavité non perturbée. Cette perturbation est localisée sur l'enveloppe de la cavité; dans les deux cas, les parois sont des conducteurs parfaits (fig. 3.20).

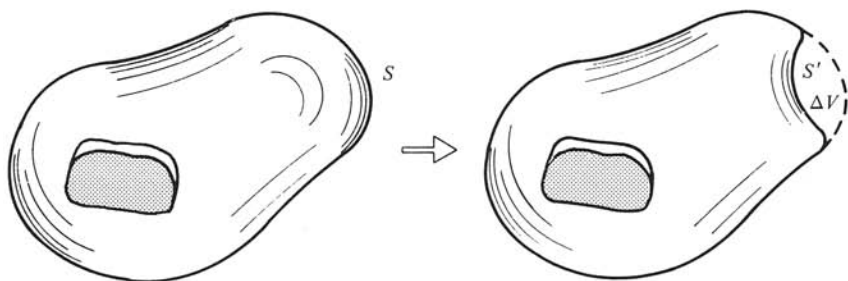


Fig. 3.20 Changement de forme d'une cavité.

Le traitement pour une faible perturbation est en tous points similaire à celui précédemment donné dans le cas du guide d'ondes au paragraphe 2.7.11. Faisant usage des mêmes arguments, on trouve

$$\omega_{pr} - \omega_{p0} = -\omega_{pr} \frac{\int_{\Delta V} (\epsilon |\underline{E}_0|^2 - \mu |\underline{H}_0|^2) dV}{\int_V (\epsilon |\underline{E}_0|^2 + \mu |\underline{H}_0|^2) dV} \quad \text{rad/s} \quad (3.84)$$

Si la réduction de volume est effectuée dans une région à fort champ électrique, la fréquence de résonance baisse; elle augmente au contraire si le volume est réduit dans une région de fort champ magnétique. On obtient l'effet inverse en agrandissant la cavité.

### 3.4.12 Facteur de qualité non chargé global $Q_0$ , facteur de surtension

Tous les types de pertes font diminuer le facteur de qualité, qui serait infini pour une cavité absolument sans pertes. Plusieurs mécanismes produisant des pertes ont été considérés dans les paragraphes qui précèdent :

- le milieu homogène remplissant la cavité est (faiblement) dissipatif. Ces pertes produisent le facteur de qualité de *volume*  $Q_{0v}$  défini au paragraphe 3.2.10;
- les parois métalliques entourant une cavité ont toujours des pertes par effet Joule, le conducteur dont elles sont formées n'étant pas idéal. C'est le facteur de qualité *métallique*  $Q_{0m}$ , dont l'expression est donnée au paragraphe 3.4.4, qui prend en considération cette source d'affaiblissement;
- l'introduction d'un échantillon de matériau dissipatif dans une cavité provoque l'apparition de pertes supplémentaires, représentées par le facteur de qualité d'*échantillon*  $Q_{0e}$  (§ 3.4.9 et 3.4.10).

Dans la majorité des situations rencontrées en pratique, à l'exception des fours, les pertes sont faibles et il n'y a pas d'interaction importante entre les différentes sources de dissipation. On peut par conséquent définir le *facteur de qualité non chargé global*  $Q_0$  ou *facteur de surtension* en additionnant les trois contributions, les pertes étant inversement proportionnelles aux divers facteurs de qualité

$$\frac{1}{Q_0} = \frac{1}{Q_{0v}} + \frac{1}{Q_{0m}} + \frac{1}{Q_{0e}} \quad (3.85)$$

Le second terme de droite est non nul pour tout résonateur comportant des parois métalliques. Des facteurs de qualité extrêmement élevés ont pu être obtenus avec des métaux supraconducteurs : des valeurs de  $10^7$  [54] et même de  $10^9$  [55] ont été signalées dans des publications. A la température ambiante, les facteurs de qualité de cavités hyperfréquences se situent entre quelques milliers et quelques centaines. On obtient des valeurs inférieures pour les cavités sur microruban, pour lesquelles  $Q_{0v} \cong \epsilon_r' / \epsilon_r'' = 1 / \tan \delta$ .

Dans la suite du développement, c'est le facteur de qualité non chargé global qui sera employé pour tenir compte des pertes.

## 3.5 CAVITÉS OUVERTES

### 3.5.1 Remarques générales

Dans toute application pratique où on souhaite faire usage des propriétés résonnantes d'une cavité, il est nécessaire d'établir un *couplage* entre celle-ci et le monde extérieur. On pratique à cet effet une ouverture dans la cavité, permettant de la connecter à un guide d'ondes ou, à l'aide de sondes, à une ligne de transmission bifilaire. L'ouverture doit être suffisamment petite pour ne pas troubler de façon excessive les champs à l'intérieur de la cavité : on souhaite pouvoir faire usage des développe-

ments présentés dans les sections précédentes. Par ailleurs, l'ouverture (ou la sonde) doit être située de façon à permettre un transfert de signal entre ligne et circuit résonnant : il faut que les structures des champs de la cavité et de l'élément d'excitation soient compatibles, auquel cas il y a couplage (section 3.6). La ligne de transmission est supposée sans pertes.

### 3.5.2 Représentation schématique d'une cavité

Selon la norme CEI 1129/1150.1.1/1150.1.2 [56], une cavité couplée à une ou plusieurs lignes de transmission est représentée schématiquement par les symboles de la figure 3.21.



Fig. 3.21 Représentation schématique d'une cavité couplée à une ou plusieurs lignes.

### 3.5.3 Cavité couplée à une ligne de transmission

Une cavité possède une infinité de modes résonnants (§ 3.1.2); lorsqu'on pratique une ouverture en vue d'établir un couplage avec une ligne, cette dernière est couplée, non pas à un mode de résonance seulement, mais à *tous ceux* pour lesquels les conditions de compatibilité sont satisfaites. On a ainsi un circuit équivalent comportant une infinité de circuits oscillants connectés en série (fig. 3.22). Chacun des circuits correspond à un mode résonnant.

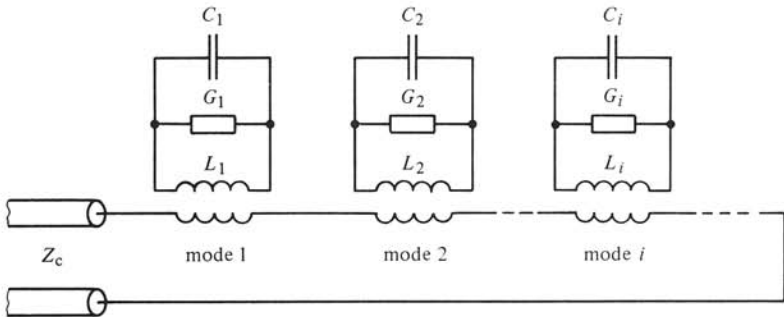


Fig. 3.22 Circuit équivalent d'une cavité couplée à une ligne de transmission.

### 3.5.4 Etude simplifiée : couplage à un seul mode, plan de court-circuit désaccordé

Lorsque les fréquences de résonance de divers modes sont suffisamment espacées et que les facteurs de qualité sont élevés, les interférences entre circuits oscillants sont négligeables. On peut dans ce cas considérer séparément chaque mode, pour autant qu'il ne soit pas dégénéré (§ 3.3.7).

On choisit comme plan de référence un minimum du champ électrique dans la ligne *quand la cavité est désaccordée* (en anglais : *detuned short*). Au voisinage de la fréquence de résonance du mode considéré, la cavité peut approximativement être



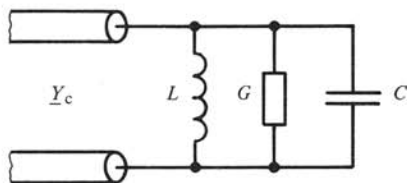


Fig. 3.23 Schéma équivalent de la cavité au voisinage d'une fréquence de résonance, dans le plan du court-circuit désaccordé.

représentée par le circuit simplifié de la figure 3.23. L'effet d'un changement de plan de référence est considéré au paragraphe 6.1.26.

### 3.5.5 Admittance d'entrée d'une cavité

L'admittance à l'entrée du circuit, dans le plan de court-circuit désaccordé, est donnée par

$$\underline{Y} = G + j \omega C + 1/(j \omega L) \quad \text{S} \quad (3.86)$$

ou, faisant usage de la pulsation de résonance  $\omega_0$  et du facteur de qualité non chargé  $Q_0$  définis respectivement en (3.17) et (3.85)

$$\underline{Y} = G \left[ 1 + j Q_0 \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right] \quad \text{S} \quad (3.87)$$

Lorsque  $\omega = \omega_0$ , l'admittance est purement réelle. Comme on ne considère ici (suite aux hypothèses du § 3.5.4) que les fréquences proches de la résonance, on peut prendre une valeur approchée pour le terme entre parenthèses de (3.87), posant  $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ , avec  $\Delta\omega \ll \omega_0$

$$\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} = \frac{\omega_0 + \Delta\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_0 + \Delta\omega} \cong \frac{2\Delta\omega}{\omega_0} \quad 1 \quad (3.88)$$

Et par conséquent

$$\underline{Y} \cong G (1 + 2j Q_0 \Delta\omega / \omega_0) \quad \text{S} \quad (3.89)$$

### 3.5.6 Définition : facteur de couplage $\beta_c$

Le *facteur de couplage*  $\beta_c$  est défini par le rapport entre l'admittance caractéristique de la ligne et la conductance présentée par la cavité à la résonance, soit

$$\beta_c = Y_c / G = 1 / G Z_c \quad 1 \quad (3.90)$$

Pour éviter des confusions possibles avec le déphasage linéique  $\beta$  on a ajouté un indice c.

### 3.5.7 Réflexion de la cavité

La réflexion dépend du quotient de l'admittance d'entrée à l'admittance de la ligne, c'est-à-dire, faisant usage de (3.89) et (3.90)

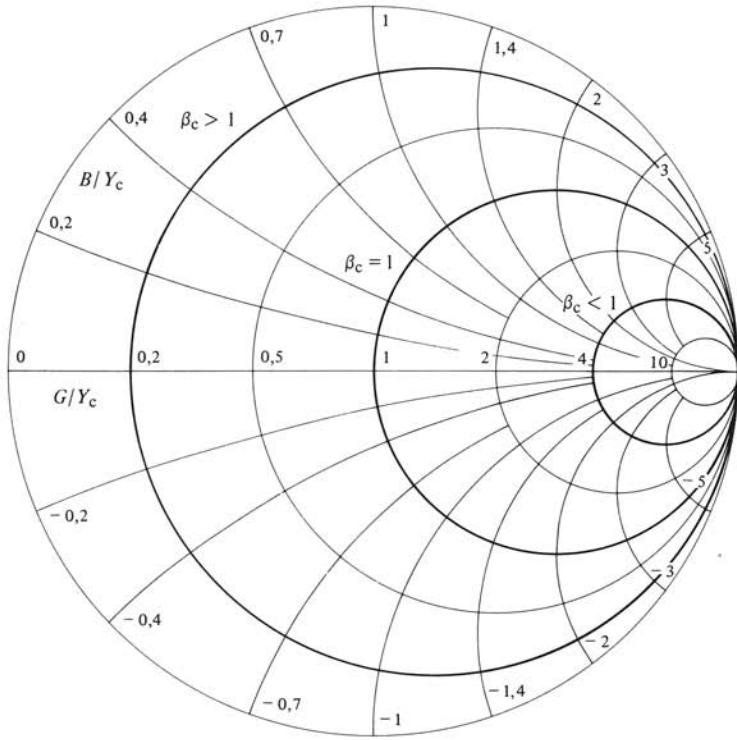


Fig. 3.24 Admittance d'une cavité dans l'abaque de Smith.

$$\underline{Y}/Y_c \cong (1 + 2j Q_0 \Delta \omega / \omega_0) / \beta_c \quad 1 \quad (3.91)$$

Cette admittance correspond, dans l'abaque de Smith des admittances, aux cercles à partie réelle constante (fig. 3.24).

Le facteur de réflexion est alors donné par (III.8.65)

$$\underline{\rho} = \frac{1 - \underline{Y}/Y_c}{1 + \underline{Y}/Y_c} \cong \frac{\omega_0(\beta_c - 1) - 2j Q_0 \Delta \omega}{\omega_0(\beta_c + 1) + 2j Q_0 \Delta \omega} \quad 1 \quad (3.92)$$

Le rapport de la puissance absorbée  $P$  à la puissance incidente  $P_{in}$  est alors donné par

$$\frac{P}{P_{in}} = 1 - |\underline{\rho}|^2 \cong \frac{4\beta_c}{(\beta_c + 1)^2 + (2Q_0 \Delta \omega / \omega_0)^2} \quad 1 \quad (3.93)$$

### 3.5.8 Définition : facteur de qualité externe $Q_e$

Ce facteur est défini par le quotient de la susceptance capacitive de la cavité par l'admittance caractéristique de la ligne

$$Q_e = \omega_0 C / Y_c \quad 1 \quad (3.94)$$

Il est lié au facteur de qualité non chargé par

$$Q_e = (\omega_0 C/G)(G/Y_c) = Q_0/\beta_c \quad 1 \quad (3.95)$$

### 3.5.9 Définition : facteur de qualité chargé $Q_c$

Ce facteur de qualité est défini par rapport à la somme des admittances à la résonance (ligne et cavité) comme suit

$$Q_c = \omega_0 C / (Y_c + G) \quad 1 \quad (3.96)$$

Il est lié aux deux facteurs de qualité  $Q_0$  et  $Q_e$  par la relation

$$Q_c = Q_0 / (\beta_c + 1) = Q_e \beta_c / (\beta_c + 1) \quad 1 \quad (3.97)$$

### 3.5.10 Relation entre les trois facteurs de qualité

Le facteur de qualité chargé est donné par l'inverse de la somme des inverses des deux autres

$$\frac{1}{Q_c} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_e} \quad 1 \quad (3.98)$$

### 3.5.11 Puissance absorbée par la cavité

La relation (3.93) peut être exprimée en fonction du facteur de qualité chargé (3.97). On obtient alors

$$\frac{P}{P_{in}} \cong \frac{4\beta_c}{(\beta_c + 1)^2} \frac{1}{1 + (2Q_c \Delta\omega/\omega_0)^2} \quad 1 \quad (3.99)$$

Cette relation est illustrée par la figure 3.25. On remarque que les courbes pour  $\beta_c$  et  $1/\beta_c$  coïncident (§ 3.5.13).

### 3.5.12 Détermination du facteur de qualité chargé

On constate, dans la relation (3.99), que la puissance absorbée par la cavité vaut la moitié de la valeur absorbée à la résonance lorsque

$$2Q_c \Delta\omega_{1/2} / \omega_0 = 1 \quad 1 \quad (3.100)$$

La valeur de  $\Delta\omega_{1/2}$  peut être déterminée à partir de la puissance absorbée par la cavité (fig. 3.25), ou la valeur complémentaire, qui est la puissance réfléchie. On obtient ensuite

$$Q_c = \omega_0 / (2 \Delta\omega_{1/2}) \quad 1 \quad (3.101)$$

Plus la réponse est étroite dans le domaine fréquentiel, plus le facteur de qualité chargé est grand.

### 3.5.13 Détermination du facteur de couplage

On détermine le facteur de couplage par le rapport des puissances à la résonance  $\eta_r$ ; on a en effet (3.99)

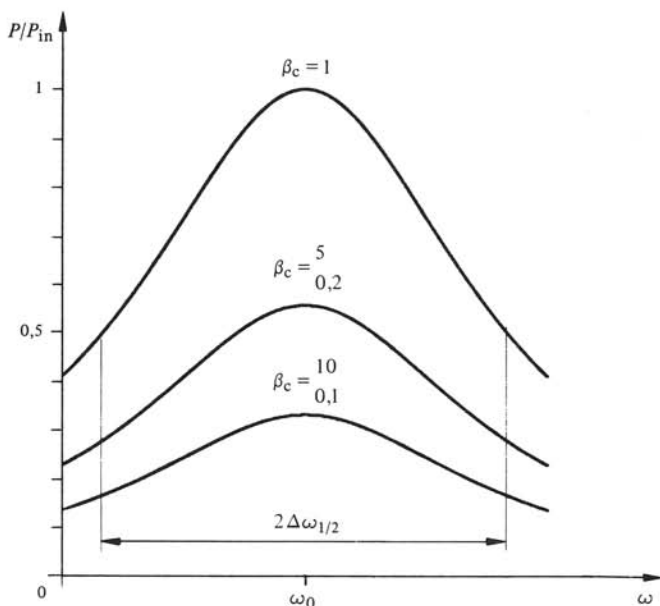


Fig. 3.25 Puissance absorbée par une cavité résonnante.

$$\frac{P}{P_{in}} \Big|_{\Delta\omega=0} = \eta_r = \frac{4\beta_c}{(\beta_c + 1)^2} \quad 1 \quad (3.102)$$

On en tire  $\beta_c$

$$\beta_c = (2/\eta_r) - 1 \pm \sqrt{(2/\eta_r - 1)^2 - 1} \quad 1 \quad (3.103)$$

Cette équation a deux solutions, qui correspondent respectivement à  $\beta_c$  et à  $1/\beta_c$ . A partir de la mesure de puissance absorbée, il n'est pas possible de déterminer si  $\beta_c$  est plus petit ou plus grand que 1.

### 3.5.14 Phase du signal réfléchi : cavité surcouplée, souscouplée, couplage critique

Pour déterminer si  $\beta_c$  est plus grand ou plus petit que l'unité, on considère la phase du signal réfléchi à la résonance et en dehors de la résonance (fig. 3.24). Considérant la relation (3.92), on voit que lorsque la fréquence du signal s'écarte de la résonance, le facteur de réflexion  $\rho$  tend vers  $-1$  (court-circuit); sa phase vaut alors  $180^\circ$ . A la résonance même, le facteur de réflexion est donné par

$$\rho \Big|_{\Delta\omega=0} = \frac{\beta_c - 1}{\beta_c + 1} \quad 1 \quad (3.104)$$

On peut se trouver dans trois situations différentes :

- lorsque  $\beta_c > 1$ ,  $\rho$  est positif : sa phase est nulle. Le désaccord de la cavité provoque une variation de phase de  $180^\circ$ . Dans ce cas, la cavité est dite *surcouplée*;

- lorsque  $\beta_c < 1$ ,  $\rho$  est négatif, sa phase vaut donc  $180^\circ$ . Le désaccord de la cavité ne modifie pas la phase du facteur de réflexion. Dans ce cas, la cavité est dite *souscouplée*;
- dans le cas intermédiaire,  $\beta_c = 1$ , ou *couplage critique*, le facteur de réflexion est nul à la résonance et toute la puissance est absorbée ( $\eta_r = 1$  dans 3.102).

Les méthodes employées pour la mesure de la phase sont décrites au chapitre 7.

### 3.5.15 Cavité connectée à deux lignes de transmission

Lorsque les conditions de couplage à un seul mode, énoncées au paragraphe 3.5.4 sont satisfaites, le circuit équivalent ne comporte qu'un seul circuit oscillant, couplé aux deux lignes par des transformateurs idéaux [57] (fig. 3.26).

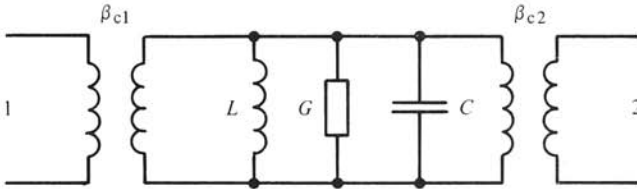


Fig. 3.26 Schéma équivalent d'une cavité couplée à deux lignes.

L'étude du circuit se fait de façon similaire à celle de la cavité à un accès. On définit ici deux facteurs de couplage : l'un  $\beta_{c1}$ , par rapport à la ligne 1 ; l'autre  $\beta_{c2}$ , par rapport à la ligne 2. Le rapport de puissance transmise, en supposant que la charge et le générateur sont adaptés, est donné par

$$\frac{P_{tr}}{P_{in}} \cong \frac{4\beta_{c1}\beta_{c2}}{(1 + \beta_{c1} + \beta_{c2})^2 [1 + (2Q_c \Delta\omega/\omega_0)^2]} \quad 1 \quad (3.105)$$

Dans ce cas, le facteur de qualité chargé est défini par rapport aux deux lignes couplées à la cavité. Il vaut par conséquent

$$Q_c = Q_0 / (1 + \beta_{c1} + \beta_{c2}) \quad 1 \quad (3.106)$$

La variation de la puissance transmise en fonction de la fréquence est donnée par des courbes similaires à celles de la figure 3.24. La puissance transmise à la résonance est représentée, en fonction de  $\beta_{c1}$  et de  $\beta_{c2}$  à la figure 3.27.

On remarque ici que le transfert de puissance augmente avec les deux facteurs de couplage, tendant vers l'unité lorsque les deux facteurs tendent vers l'infini. Cette dernière condition correspond à une cavité fortement surcouplée, qui à la limite ne possède plus de résonance ( $Q_c \rightarrow 0$ ).

### 3.5.16 Remarque

La résonance en régime entretenu (cavité couplée) apparaît à la fréquence  $f_0 = \omega_0/2\pi$ . C'est à cette fréquence que la *puissance absorbée* est la plus grande dans le cas d'une cavité à un accès (fig. 3.25). Dans le cas d'une cavité à deux accès, la *puissance transmise* est maximale à la fréquence  $f_0$ .

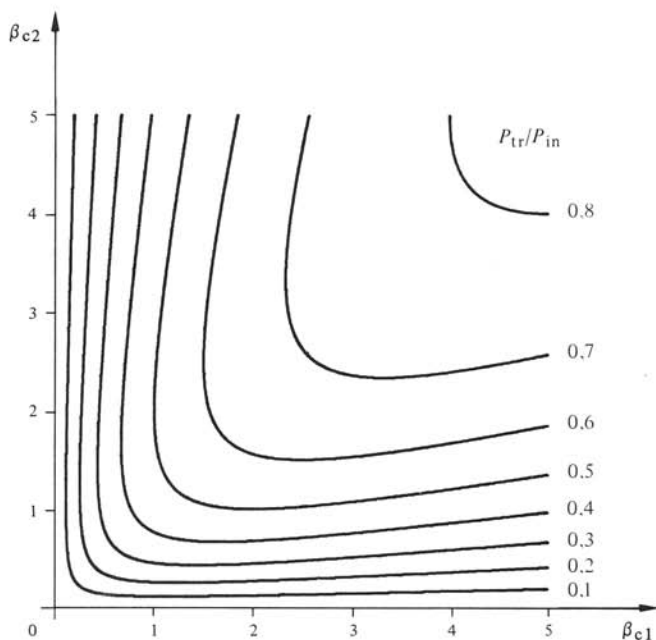


Fig. 3.27 Transfert de puissance à la résonance à travers une cavité, en fonction des deux facteurs de couplage. Les lignes sont le lieu de puissance constante.

Au contraire, dès que l'excitation est interrompue, le signal décroît selon une sinusoïde amortie (fig. 3.2). La fréquence de cette sinusoïde (réponse naturelle de la cavité) vaut  $f_{pr} = \omega_{pr}/2\pi$  (3.16). Elle est toujours inférieure à  $f_0$ ; la différence est toutefois négligeable en pratique, sauf pour des cavités comportant beaucoup de pertes.

### 3.6 NOTIONS D'EXCITATION

#### 3.6.1 Remarque générale

Pour qu'un champ électromagnétique existe à l'intérieur d'une cavité, il faut pouvoir injecter dans celle-ci un signal électromagnétique en provenance d'un circuit extérieur. Les dispositifs d'excitation peuvent être de simples ouvertures, des sondes ou encore un courant d'électrons.

#### 3.6.2 Boucle inductive

Lorsqu'une cavité est couplée à une ligne (en général une ligne coaxiale), on fait le plus souvent usage d'une *boucle inductive* (fig. 3.28).

La boucle de conducteur est parcourue par un courant, qui donne naissance à un champ magnétique perpendiculaire au plan de la boucle (§ III.4.5.3). Une telle boucle excite les modes pour lesquels le champ magnétique traverse le plan de la boucle  $S$ , c'est-à-dire que

$$\int_S \underline{H}_C \cdot \underline{n} \, dA \neq 0 \quad \text{Am} \quad (3.107)$$

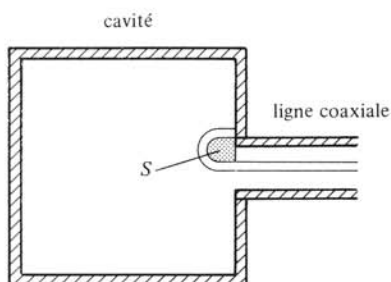


Fig. 3.28 Cavité couplée par une boucle inductive.

où  $\underline{H}_C$  est le champ magnétique du mode considéré de la cavité. Pour optimiser l'excitation, on détermine l'emplacement où la valeur de cette intégrale est *maximale*. On n'excite pas les modes pour lesquels la valeur de l'intégrale est nulle : on peut choisir la position de la boucle de façon à exciter seulement certains modes de la cavité.

### 3.6.3 Sonde capacitive

Un autre moyen de couplage est la *sonde capacitive* (fig. 3.29). Le conducteur se termine ici par une ligne ouverte; il est couplé au champ électrique dont les lignes lui sont parallèles. Le couplage sera maximal si la sonde est placée dans la position du maximum du champ électrique du mode. Les modes dont le champ électrique est nul à cet endroit ne sont pas excités.

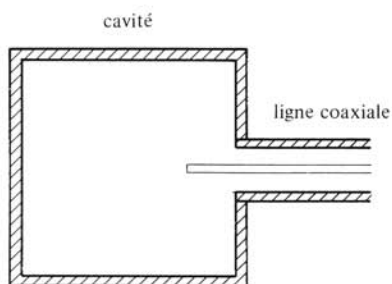


Fig. 3.29 Cavité couplée au moyen d'une sonde capacitive.

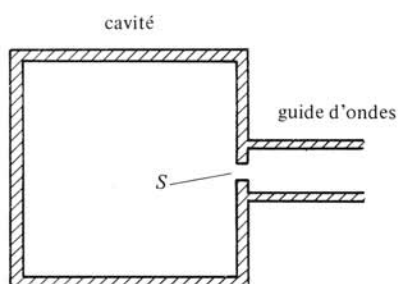


Fig. 3.30 Cavité couplée par une ouverture.

### 3.6.4 Ouverture rayonnante

Une fente, un iris ou une ouverture de forme quelconque sont découpés dans la paroi commune à la cavité et à la ligne d'alimentation (fig. 3.30).

Il faut ici que les champs dans la cavité et dans la ligne aient une composante dans la même direction; au moins une des intégrales suivantes doit être non nulle (les indices L et C signalent respectivement les champs dans la ligne et dans la cavité) :

$$\int_S \underline{H}_C \cdot \underline{H}_L \, dA \neq 0 \quad \text{couplage inductif} \quad A^2 \quad (3.108)$$

$$\int_S \underline{E}_C \cdot \underline{E}_L \, dA \neq 0 \quad \text{couplage capacitif} \quad V^2 \quad (3.109)$$

Le positionnement de l'ouverture permet donc ici aussi d'exciter de manière préférentielle certains modes de la cavité.

### 3.6.5 Faisceau d'électrons

Un courant de charges libres est équivalent à un courant dans un conducteur. Lorsqu'un *faisceau d'électrons* circule dans une cavité, il donne naissance à un champ électrique parallèle à la direction du faisceau. Ce type d'excitation est analogue à celui produit par la sonde capacitive (§ 3.6.3). Le couplage entre un faisceau d'électrons et les champs d'une cavité sert à générer des signaux hyperfréquences dans des tubes tels que les *magnétrons* (sect. 4.2) et les *klystrons* (sect. 4.3).

### 3.6.6 Remarque

Les dispositifs de couplage décrits ci-dessus permettent également, par réciprocité (§ 6.1.2.1), de transférer un signal hyperfréquences d'une cavité vers un circuit extérieur, ou encore de coupler une cavité à une autre cavité, ou une ligne à une autre ligne (par exemple un guide d'onde à une ligne coaxiale) [58].

## 3.7 EXERCICES

3.7.1 Déterminer la fréquence de résonance, le facteur de qualité et le temps de relaxation d'une cavité pour laquelle  $\underline{\omega}_p = 1,8 \cdot 10^{10} + j 10^8 \text{ s}^{-1}$ .

3.7.2 Une cavité est formée d'une section de guide d'ondes placée entre deux court-circuits. Sa longueur est nettement plus grande que les dimensions de sa section droite. On mesure trois fréquences de résonance : à 8,965 GHz, à 10,538 GHz et à 12,403 GHz. On demande de déterminer :

- la fréquence de coupure du guide d'ondes;
- la longueur de la cavité (celle-ci est remplie d'air).

3.7.3 Pour une cavité en forme de parallépipède (fig. 3.6) ayant une longueur de 15 cm et une section droite de 7,5 cm × 5 cm, trouver toutes les fréquences de résonance situées entre 3 et 4 GHz. Indiquer les modes auxquels elles correspondent et les dégénérescences éventuelles.

3.7.4 Une cavité cubique de 10 cm de côté est alimentée par un guide d'ondes rectangulaire ayant une section droite de 2,5 cm × 5 cm. Déterminer quel mode peut être excité dans la cavité à la plus basse fréquence de résonance.

3.7.5 Une cavité en forme de parallépipède, dont les côtés  $a$ ,  $b$  et  $d$  sont tous différents, a ses trois premières fréquences de résonance à 5,196 GHz, à 6 GHz et à 6,708 GHz. Déterminer les dimensions des trois côtés.



- 3.7.6 Démontrer que, en partant des potentiels de Hertz définis au paragraphe 3.3.8, on retrouve bien les champs électromagnétiques des paragraphes 3.3.5 et 3.3.6.
- 3.7.7 Déterminer les équations des lignes de champ magnétique et des lignes de courant de surface du mode  $TE_{101}$  dans une cavité rectangulaire de côtés  $a$ ,  $b$  et  $d$ . Montrer que, sur la paroi de la cavité, ces deux familles de courbes sont orthogonales.
- 3.7.8 On veut qu'une cavité circulaire de 5 cm de diamètre résonne à 6 GHz. Quelle doit être sa longueur ?
- 3.7.9 Déterminer la fréquence de résonance du mode  $TM_{112}$  dans une cavité circulaire de 2 cm de rayon et de 5 cm de longueur.
- 3.7.10 En partant des relations du paragraphe 3.3.11, déterminer le potentiel de Hertz du mode  $TE_{mnl}$  en cavité circulaire.
- 3.7.11 Déterminer la première fréquence de résonance d'une section de ligne microruban pour laquelle  $h = 0,6$  mm,  $w = 2$  mm,  $d = 14$  mm et  $\epsilon_r = 9,5$ .
- 3.7.12 Quelles sont les fréquences de résonance d'un anneau réalisé en ligne microruban sur un substrat de permittivité relative  $\epsilon_r = 4,5$  et d'épaisseur 0,8 mm ? Le diamètre moyen de l'anneau vaut 25 mm et sa largeur  $w = 0,1$  mm.
- 3.7.13 Déterminer, en fonction de la fréquence de résonance, le facteur de qualité du mode  $TE_{101}$  dans une cavité cubique en aluminium.
- 3.7.14 Calculer le facteur de qualité d'une cavité cylindrique en cuivre résonnant à 6 GHz dans le mode  $TE_{112}$ , en fonction du quotient du diamètre par la longueur.
- 3.7.15 Trouver la variation de la fréquence de résonance d'une cavité cubique, résonnant dans le mode  $TM_{110}$  à 3 GHz, lorsque une sphère de diélectrique de permittivité relative  $\epsilon_r = 100$  traverse la cavité. La sphère suit une ligne droite, parallèle à l'axe des  $y$ , pour laquelle  $x = a/2$  et  $z = d/2$ . Le volume de la sphère est le dix millième ( $10^{-4}$ ) de celui de la cavité.
- 3.7.16 On considère une cavité faiblement couplée à une ligne de transmission. Pour les deux fréquences de 7,924 GHz et de 7,946 GHz, la puissance qu'absorbe la cavité est exactement la moitié de celle absorbée à la résonance. Déterminer la fréquence de résonance, les trois facteurs de qualité, le facteur de couplage et le temps de relaxation, sachant que la puissance réfléchie à la résonance est le 29 % de la puissance incidente.
- 3.7.17 Répéter l'exercice précédent, avec les mêmes données numériques, pour une cavité fortement couplée à la ligne de transmission.



## GÉNÉRATEURS ET AMPLIFICATEURS

## 4.1 PRINCIPES DE BASE

## 4.1.1 Amplification en basse fréquence

Un composant électronique actif (triode, transistor) permet de contrôler le courant fourni à une charge, en faisant varier une tension de commande appliquée à ce composant (sect. I.4.2). Lorsque la puissance du signal de commande est inférieure à celle dissipée par la charge, le composant fonctionne en *amplificateur*. Il peut être comparé à un robinet, dans lequel un débit de liquide de grande puissance est commandé par le petit déplacement d'une vanne mécanique.

La tension de commande permet de faire varier le flot des porteurs de charges (électrons ou trous) qui traversent le composant électronique. On peut parler dans ce cas de *modulation de débit*.

## 4.1.2 Rappel : l'oscillateur

Un oscillateur est un circuit électronique qui produit un signal périodique de fréquence fixe. Le principe de fonctionnement est le plus souvent la *rétroaction positive* (§ I.4.2.14) : une partie du signal est prélevée à la sortie d'un amplificateur, puis réinjectée à son entrée (fig. 4.1), le gain de la boucle de rétroaction étant égal ou supérieur à l'unité à la fréquence d'oscillation. Le gain décroît avec la puissance; il existe par conséquent un état d'équilibre, pour lequel le dispositif génère un signal sinusoïdal de niveau constant.

La fréquence d'oscillation est fixée par la longueur électrique de la boucle. Celle-ci contient en général un circuit oscillant (filtre); en hyperfréquences, il s'agit le plus souvent d'une *cavité résonnante* (chap. 3).

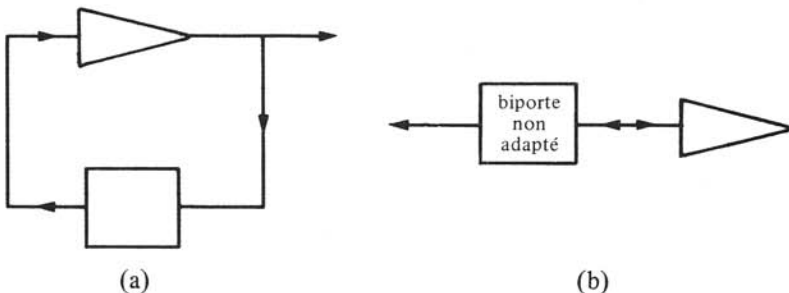


Fig. 4.1 Schémas de principe d'un oscillateur : (a) à boucle de rétroaction, (b) à résistance négative.

On peut également faire usage d'un amplificateur à *résistance négative*, qui n'a qu'un accès servant simultanément d'entrée et de sortie (§ 6.2.5). Dans ce cas, la boucle de rétroaction est complétée par un biporte non adapté connecté à l'amplificateur.

En hyperfréquences également, la génération de signaux est réalisée par un élément amplificateur placé dans une boucle de rétroaction positive. Souvent les deux fonctions sont étroitement imbriquées dans un même dispositif.

#### 4.1.3 Définition : temps de transit

Les porteurs de charge (électrons, trous) traversent le composant électronique en un temps non nul, que l'on appelle *temps de transit*. Ce temps est directement proportionnel à la distance à parcourir, et peut dépendre de la tension d'alimentation, lorsque celle-ci influence la vitesse des porteurs. Quand la fréquence augmente, la période du signal diminue; lorsque cette dernière est du même ordre de grandeur que le temps de transit, un déphasage apparaît entre le signal de commande et le signal amplifié.

Comme par ailleurs les trajectoires des particules à l'intérieur du composant électronique n'ont pas toutes la même longueur, le signal a tendance à se dégrader aux hautes fréquences, ce qui entraîne une diminution de l'amplification.

#### 4.1.4 Réactances parasites

Tout dispositif électronique comporte, en plus de la région d'interaction (vide ou cristal), des électrodes métalliques destinées à injecter, contrôler ou capter les porteurs de charge. Ces électrodes métalliques forment un *système de condensateurs* dont l'influence augmente avec la fréquence : le courant de déplacement  $\partial D / \partial t$  peut atteindre le même ordre de grandeur que le courant de conduction  $J$ .

Les conducteurs métalliques servant aux interconnexions présentent une *inductance série* dont l'effet augmente également avec la fréquence.

#### 4.1.5 Conséquence : limitations en haute fréquence

Tous les composants électroniques qui font usage du principe d'amplification par modulation de débit (§ 4.1.1) sont *limités en fréquence*, suite aux effets combinés du temps de transit et des réactances parasites. On constate en pratique que l'amplification, la puissance de sortie et le rendement d'un amplificateur (§ 4.1.4) décroissent avec la fréquence. Il en résulte qu'au-delà d'une certaine fréquence limite, un amplificateur n'a plus de gain.

#### 4.1.6 Réduction des dimensions

Comme le temps de transit dépend de la distance parcourue par les porteurs, on peut réduire son effet en diminuant la longueur du composant. On augmente alors la capacité entre électrodes; il faut donc simultanément réduire la surface de celles-ci, ce qui entraîne une réduction de la puissance que peut fournir le dispositif, et aussi de son amplification et de son rendement.

Pour les tubes conventionnels, il a néanmoins été possible d'étendre la fréquence d'opération des *triodes* à quelques GHz.

Dans le domaine des semiconducteurs, la réduction des dimensions a eu beaucoup plus de succès, comme en témoigne le développement spectaculaire de *transistors* (MESFET) fonctionnant à 10 GHz, voire 20 GHz. La fréquence limite a pu être repoussée à la suite des progrès technologiques qui ont permis de déposer des électrodes ayant des dimensions inférieures au micromètre. L'amplification et la puissance fournie par les transistors hyperfréquences restent toutefois relativement modestes (sect. 4.8).

#### 4.1.7 Autres principes d'amplification

Lors du développement des premiers radars, vers 1940 (§ 1.3.4, sect. 8.1), le transistor n'avait pas encore été inventé. Quant aux tubes disponibles, leurs performances limitées en haute fréquence ne suffisaient pas pour réaliser des radars satisfaisants. On a par conséquent cherché des nouveaux principes d'amplification qui ne soient pas limités par l'effet des dimensions. En fait, le temps de transit lui-même a été utilisé pour mettre au point d'autres types d'amplificateurs.

En faisant interagir un champ électromagnétique avec des charges en mouvement sur une distance de l'ordre de plusieurs longueurs d'onde, il est possible d'obtenir un transfert d'énergie entre les charges et le champ, qui donne lieu à une amplification. Dans les tubes à champs croisés (sect. 4.2 : magnétron), des électrons, soumis aux effets conjugués d'un champ électrique et d'un champ magnétique statiques perpendiculaires, suivent des trajectoires tourbillonnantes, excitant la résonance d'une cavité. Une autre famille de tubes fait usage de la modulation de vitesse d'un faisceau d'électrons (sect. 4.3 : klystrons; sect. 4.4 : carcinotron, tube à onde progressive). A l'intérieur d'éléments semiconducteurs, le temps de transit est ajusté pour faire apparaître une résistance négative (sect. 4.7).

Une autre méthode permet d'amplifier des signaux d'amplitude très faible, en faisant usage d'éléments réactifs non linéaires (sect. 4.10). Des éléments non linéaires servent également à la multiplication de fréquence : des signaux de grande stabilité sont fournis par des chaînes de multiplieurs, alimentés par un oscillateur piloté par cristal de quartz (sect. 4.9).

## 4.2 TUBES À CHAMPS CROISÉS : MAGNÉTRONS

### 4.2.1 Définition : fréquence de cyclotron

Un électron circulant avec une vitesse  $\nu$  dans un champ d'induction magnétique  $B$  subit une force de Lorentz donnée par la formule (III.1.8)

$$\mathbf{F}_m = q(\nu \times B) = m \frac{d\nu}{dt} \quad \text{N} \quad (4.1)$$

où  $q$  et  $m$  sont respectivement la charge (négative) et la masse d'un électron.

Cette force s'exerce perpendiculairement aux vecteurs vitesse  $\nu$  et induction magnétique  $B$ , pour autant que ces derniers ne soient pas parallèles. Elle produit un changement de direction du vecteur vitesse et la trajectoire, lorsqu'elle est située dans un plan perpendiculaire au champ d'induction, devient un cercle de rayon  $r$  (fig. 4.2).

La vitesse et l'induction magnétique détermine le rayon de la trajectoire circulaire. La relation entre la force et l'accélération centripète résultante permet de relier les trois

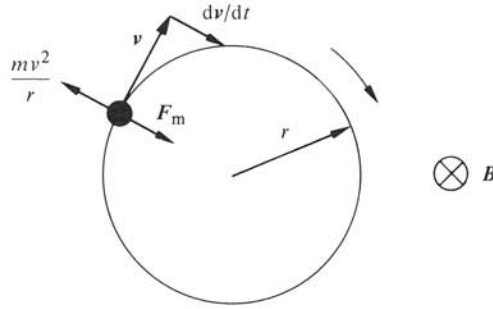


Fig. 4.2 Trajectoire d'un électron dans un champ d'induction homogène.

quantités

$$-q v B = m v^2 / r \quad \text{N} \quad (4.2)$$

où  $B$  est le module de l'induction  $\mathbf{B}$ . On définit la vitesse angulaire de rotation  $\omega_B = v/r$  et on obtient

$$-q \omega_B B r = m \omega_B^2 r \quad \text{N} \quad (4.3)$$

On définit alors la *fréquence de cyclotron*  $f_B$ , qui est la fréquence à laquelle l'électron tourne sur sa trajectoire.

$$f_B = \omega_B / 2\pi = -(q/m) B / 2\pi \quad \text{Hz} \quad (4.4)$$

Cette fréquence ne dépend pas du rayon de la trajectoire; elle est proportionnelle à l'amplitude du champ d'induction  $\mathbf{B}$ , le facteur de proportionnalité valant

$$f_B / B = -q / 2\pi m = 2,8 \cdot 10^{10} \quad \text{Hz/T} \quad (4.5)$$

On constate donc qu'un courant d'électrons circulant dans un champ d'induction parcourt une trajectoire circulaire à une fréquence  $f_B$ , que l'on peut choisir dans le domaine des hyperfréquences en ajustant l'amplitude de l'induction (entre environ 0,01 et 10 T). Ce principe de base est employé dans les tubes à champs croisés, dont le magnétron est le principal représentant.

#### 4.2.2 Description du magnétron, fonctionnement en diode

Le magnétron est formé par une structure coaxiale : une cathode cylindrique de rayon  $a$  et une anode tubulaire de rayon interne  $b$ . Des électrons sont émis dans le vide par la cathode, chauffée par un filament interne; ils sont accélérés vers l'anode, polarisée par une tension positive  $U$  qui produit un champ électrique radial  $E$  (§ III.2.4.6)

$$E(\rho) = -e_\rho \frac{U}{\ln(b/a)} \frac{1}{\rho} \quad \text{V/m} \quad (4.6)$$

Lorsque *aucun autre champ* n'est appliqué, les électrons se déplacent radialement, accélérés par le champ électrique, et atteignent l'anode. C'est le *fonctionnement en diode* à vide (§ I.4.2.6). L'énergie  $-qU$  fournie par le champ électrique pour accélérer chaque électron est dissipée sous forme de chaleur lorsque celui-ci termine sa course sur l'anode.

### 4.2.3 Champs croisés, parabole de coupure

Perpendiculairement au champ électrique, on applique un champ d'induction statique, le plus souvent fourni par un aimant permanent.

La force qui s'applique sur chaque électron est produite par les effets conjugués des deux champs croisés [(III.1.1) et (III.1.8)]

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} \quad \text{N} \quad (4.7)$$

Remplaçant  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{B}$  par leurs valeurs, on obtient

$$\mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q \left( -e_p \frac{U}{\ln(b/a)} \frac{1}{\rho} + \mathbf{v} \times \mathbf{e}_z B \right) \quad \text{N} \quad (4.8)$$

Sous l'effet de la force additionnelle produite par l'induction  $\mathbf{B}$ , la trajectoire des électrons s'incurve et prend la forme d'une cycloïde (fig. 4.3). Au-dessus d'une valeur de seuil, les électrons sont repoussés vers la cathode par la force magnétique, avant d'avoir pu atteindre l'anode. Cette condition de *coupure* dépend des dimensions du magnétron et de l'amplitude des champs [59]

$$U_c = \frac{m}{8(-q)} \left( \frac{q B_c}{m} \right)^2 b^2 \left( 1 - \frac{a^2}{b^2} \right)^2 \quad \text{V} \quad (4.9)$$

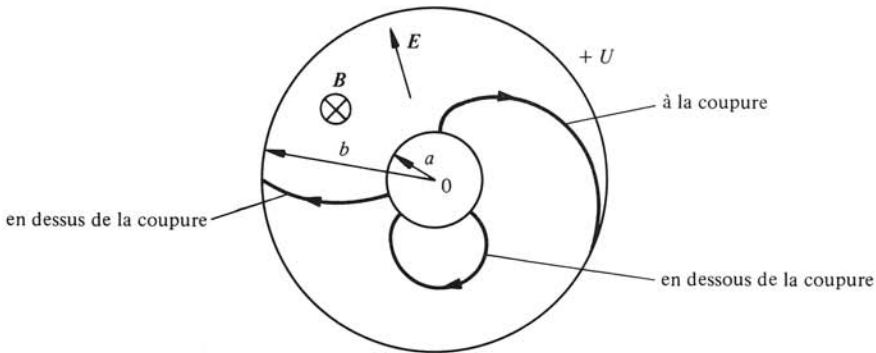


Fig. 4.3 Trajectoires d'électrons dans la structure centrale d'un magnétron.

La tension de coupure  $U_c$  est proportionnelle au carré du module de l'induction de coupure  $B_c$ . Cette relation donne, dans le diagramme de la tension  $U$  en fonction de l'induction  $B$ , la *parabole de coupure* (fig. 4.4). Un point placé en dessus de la parabole représente une situation dans laquelle les électrons atteignent l'anode, produisant un courant dans le circuit d'alimentation. Le magnétron fonctionne alors en *diode*, comme en l'absence d'induction (§ 4.2.2). Les points situés sur la parabole elle-même correspondent à des trajectoires aboutissant tangentiellement sur l'anode. Lorsque le point caractéristique est en dessous de la parabole, les électrons retournent vers la cathode. Dans ce cas, un double courant d'électrons circule dans le tube : de la cathode en direction de l'anode, puis en sens inverse. La région proche de l'anode est libre de charges et aucun courant ne circule dans le circuit extérieur.

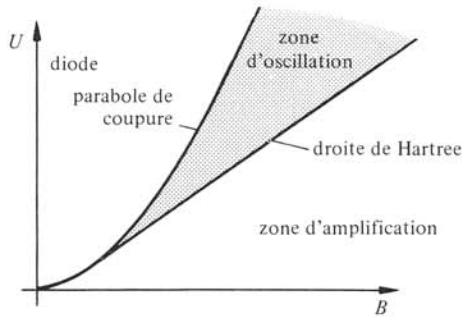


Fig. 4.4 Caractéristique  $U-B$  d'un magnétron.

L'étude plus approfondie montre que, pour le fonctionnement en dessous de la coupure, la vitesse radiale des électrons décroît au voisinage de certains rayons particuliers [60]. Il y a alors *accumulation de charge d'espace* et formation de stries. Comme la cathode cylindrique possède une grande surface d'émission, les densités de charge d'espace et de courant d'électrons peuvent devenir très importantes.

#### 4.2.4 Zone d'oscillations spontanées, droite de Hartree

En dessous de la parabole de coupure, ce n'est pas par manque d'énergie que les électrons n'atteignent pas l'anode, mais suite à l'orientation de leur vecteur vitesse. Celui-ci en effet s'écarte progressivement de la direction de l'anode, sous l'effet de l'induction statique. Dans certaines circonstances, un léger changement de direction est suffisant pour que les électrons puissent atteindre l'anode. Ce changement peut être produit par une composante azimutale du champ électrique, par exemple celle d'une onde électromagnétique.

Un faible signal de commande peut alors contrôler un courant important. Dans une zone du diagramme  $U-B$ , des *oscillations* peuvent apparaître *spontanément*, puis croître et se maintenir. Cette zone est limitée par la *droite de Hartree*, qui, pour une pulsation d'oscillation  $\omega$ , est donnée par

$$U_H = \frac{1}{2} B_H \omega (b^2 - a^2) - \frac{m}{2(-q)} \omega^2 b^2 \quad \text{V} \quad (4.10)$$

Cette droite est tangente à la parabole de coupure (fig. 4.4).

#### 4.2.5 Principe de fonctionnement

Le phénomène d'oscillation est mis à profit en couplant la cavité du magnétron (cathode et anode) à un circuit électromagnétique. Pour que le transfert de puissance au circuit soit grand, il faut que la vitesse des électrons coïncide avec celle de l'onde (synchronisme, § 4.4.8). On doit pour cela réduire la vitesse de l'onde électromagnétique, et on fait usage dans ce but d'une *ligne à obstacles périodiques* (sect. III.8.8). L'anode est découpée par des fentes ou des alvéoles, qui forment un ensemble de cavités secondaires.



La modification de direction produite par le signal électromagnétique permet à la majorité des électrons d'atteindre l'anode, au terme d'un mouvement tourbillonnaire (fig. 4.5). Les trajectoires des électrons se groupent, formant les *aubes d'une roue* qui tourne à la vitesse de rotation du mode résonnant. Le courant, résultant de la circulation des électrons dans ces aubes, est couplé au champ du mode tournant auquel une partie importante de l'énergie est alors transférée. La cavité est à son tour couplée au circuit extérieur, guide d'ondes ou ligne coaxiale (sect. 3.6).

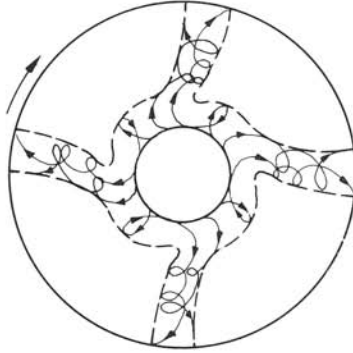


Fig. 4.5 Trajectoires des électrons dans un magnétron.

Certains des électrons sont ralentis par le signal et retombent sur la cathode, comme en l'absence de signal. Dans ce cas cependant, ces électrons soutirent une certaine énergie du signal hyperfréquences, réduisant légèrement le rendement. L'échauffement de la cathode, produit par ce bombardement, permet de réduire, voire de supprimer le chauffage du filament.

#### 4.2.6 Instabilités

Les fentes, alvéoles ou cavités secondaires sont faiblement couplées entre elles par l'entremise de la zone d'interaction du magnétron. Il en résulte que la structure des modes résonnants de l'ensemble est dominée par les cavités secondaires. On obtient pour l'ensemble plusieurs fréquences de résonance, très proches les unes des autres, correspondant à différents déphasages entre les fentes adjacentes. Si l'on ne prend pas de précautions particulières, il se peut que le magnétron oscille sur un mode lors d'une impulsion du signal (en régime pulsé, § 5.8.3), sur un autre mode à l'impulsion suivante. Il se peut même que le magnétron change de mode d'oscillation pendant une même impulsion. Ces instabilités produisent un *bruit de phase* important, qui limite fortement les possibilités d'emploi du magnétron.

#### 4.2.7 Stabilisation de l'oscillation, brides, soleil levant, magnétron coaxial

Plusieurs méthodes servent à supprimer les instabilités dues aux sauts de modes [61]. On peut augmenter le couplage entre fentes successives au moyen de *brides*. On augmente ainsi la séparation entre les fréquences de résonance, et en particulier l'une d'entre elles est nettement séparée. On obtient un résultat similaire en découpant suc-

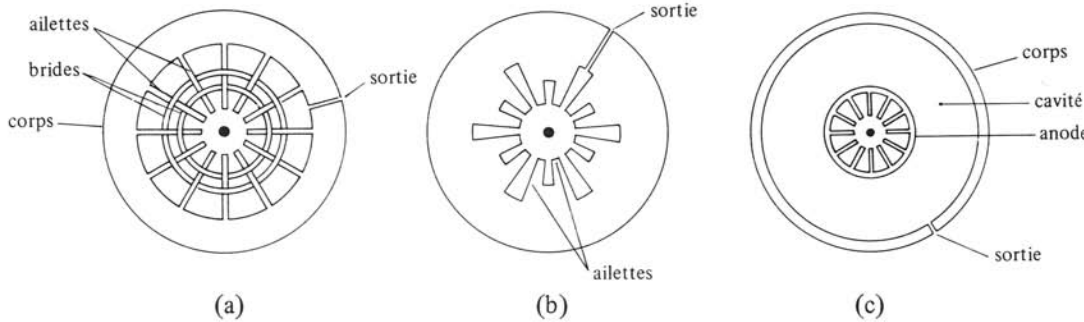


Fig. 4.6 Géométries de magnétrons : (a) à ailettes et brides; (b) soleil levant; (c) coaxial.

cessivement des fentes de profondeurs différentes : c'est la structure en *soleil levant*. Dans une autre structure, toute l'anode est placée à l'intérieur d'une cavité *coaxiale*, dont les fréquences de résonance sont bien distinctes. Ces trois types de structures sont représentés à la figure 4.6.

Vu la forme complexe de la structure, les interactions entre électrons et champs sont difficiles à étudier. Des modèles simplifiés ont permis le développement des premiers magnétrons, l'étude expérimentale jouant un rôle important dans la mise au point. On peut actuellement étudier de façon plus approfondie ces interactions à l'aide de méthodes numériques sur ordinateur.

La fréquence du signal peut être modifiée sur une bande relative d'environ 15 % par des moyens mécaniques : on déplace des plongeurs dans les cavités secondaires. Comme on doit avoir un vide poussé à l'intérieur du tube, la commande de déplacements depuis l'extérieur nécessite un système mécanique étanche; on fait usage dans ce but de *soufflets en métal*.

Certains magnétrons de faible puissance sont accordables électriquement (VTM = Voltage Tuned Magnetron) [62].

#### 4.2.8 Rendement électronique

La source de tension fournit l'énergie  $-qU$  à chaque électron qui atteint l'anode. L'énergie cinétique de l'électron à ce moment est le plus souvent inférieure à cette valeur. La différence correspond à l'énergie transférée au circuit hyperfréquences. Le *rendement électronique*  $\eta_e$  est défini comme le quotient de l'énergie fournie au circuit hyperfréquences par celle provenant de l'alimentation. Une estimation approximative de l'énergie cinétique des électrons permet d'évaluer ce rendement [60]

$$\eta_e \cong 1 - \frac{U}{U_c} \left( \frac{B_c}{B} \right)^2 \quad 1 \quad (4.11)$$

où  $U_c$  et  $B_c$  sont respectivement la tension et l'induction sur la parabole de coupure (4.9). Comme on peut le constater dans la relation (4.11), cette parabole est le lieu des points à *rendement nul*. Le rendement augmente lorsqu'on s'écarte de la parabole. Les valeurs maximales sont obtenues pour des points de fonctionnement situés sur la droite

de Hartree, pour lesquelles on obtient

$$\eta_e \cong \left[ 1 - \frac{2}{B} \frac{m}{-q} \omega \frac{1}{1 - (a/b)^2} \right]^2 = \left[ 1 - \frac{f}{f_B} \frac{2}{1 - (a/b)^2} \right]^2 \quad (4.12)$$

Le rendement électronique peut apparemment être amélioré arbitrairement en augmentant l'induction  $B$ , ce qui revient à travailler avec  $f \ll f_B$ . En pratique, toutefois, l'encombrement et le poids des aimants permanents limitent cette possibilité.

#### 4.2.9 Rendement global

Le *rendement global* est défini par le quotient de la puissance de sortie par la puissance fournie par l'alimentation. Il est obtenu en multipliant le *rendement électronique* (§ 4.2.8) par le *rendement du circuit hyperfréquences* (affaiblissement), qui tient compte des pertes dans la cavité (§ 3.4.12) et dans le couplage au circuit extérieur.

#### 4.2.10 Applications des magnétrons

Un magnétron est capable de fournir une puissance considérable, avec un rendement global allant jusqu'à 90% [63]; il peut être fabriqué en grande série à un prix de revient modéré. Des puissances d'impulsion (§ 5.8.3) de plusieurs centaines de kW à plusieurs MW sont fournies en régime pulsé. En régime entretenu, on obtient plusieurs dizaines, voire plusieurs centaines de kW à la sortie des magnétrons les plus puissants. Cependant, c'est un générateur relativement *bruyant* : le signal fourni n'a pas une grande pureté spectrale et peut présenter des instabilités et des oscillations parasites. Les magnétrons sont surtout employés dans les systèmes de radar à impulsions et pour le chauffage par hyperfréquences, qui représentent une part très importante du marché des générateurs. La figure 4.7 représente un magnétron de radar d'aviation et un magnétron de chauffage.

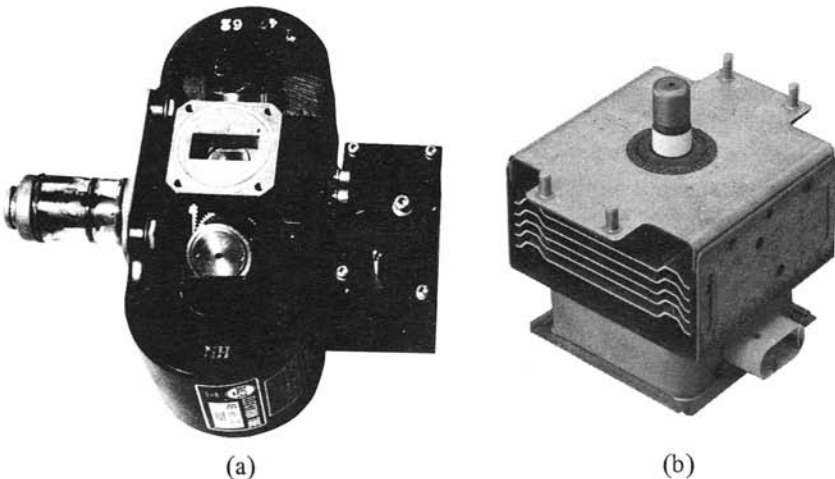


Fig. 4.7 Magnétrons : (a) pour radar d'aviation; (b) pour application de chauffage.

#### 4.2.11 Amplificateurs à champs croisés

Un magnétron peut également amplifier un signal. Il faut alors qu'il ne puisse pas osciller spontanément, c'est-à-dire que son point de fonctionnement soit situé en dessous de la droite de Hartree (fig. 4.4). La firme Raytheon commercialise de tels amplificateurs sous le nom *Amplitron*. Des prototypes de laboratoire ont permis de réaliser des rendements globaux atteignant 90% [64]. Des niveaux de puissance similaires à ceux produits par les magnétrons sont possibles. Le gain de ces amplificateurs n'est pas très élevé (10 à 20dB).

### 4.3 LES KLYSTRONS

#### 4.3.1 Principes de la modulation de vitesse, diagramme d'Applegate

Un klystron amplificateur simple, comportant deux cavités, est représenté à la figure 4.8. Le principe de fonctionnement est le suivant :

- un faisceau d'électrons est émis par une cathode chauffée, focalisé par des électrodes, puis accéléré par une tension d'accélération continue (tension de faisceau : beam voltage). Dans la première partie du tube, tous les électrons se déplacent à la même vitesse, constante dans le temps;
- puis le faisceau traverse l'ouverture d'une cavité résonnante annulaire. Le mode de résonance de cette cavité est choisi tel que son champ électrique ait une composante longitudinale agissant sur le faisceau. Selon le moment où ils traversent la cavité, certains électrons sont accélérés, d'autres ralentis (une demi-période plus tard). On dit que leur *vitesse est modulée* en traversant la cavité;
- le faisceau traverse ensuite une *zone de dérive*. En l'absence de champ important, chaque électron garde la vitesse qu'il avait à la sortie de la cavité. Les électrons accélérés rattrapent ceux, plus lents, retardés une demi-période auparavant : il y a *formation de paquets*, comme on peut le voir dans le *diagramme d'Applegate* (fig. 4.9). Ce diagramme représente la position d'électrons particuliers en fonction du temps. Dans la zone de dérive, suite à l'existence du temps de transit, la *modulation de vitesse* produit peu à peu une *modulation du débit* du faisceau d'électrons;
- à une distance  $d$  de la cavité modulante, le phénomène de formation de paquets atteint un maximum. Une seconde cavité, accordée à la même fréquence que la première, est excitée par le courant d'électrons, qui est à ce niveau modulé en amplitude;
- les électrons sont ensuite captés par le collecteur;
- un champ magnétique statique axial est généralement utilisé pour stabiliser le faisceau d'électrons. Il ne joue pas de rôle dans le processus d'amplification.

#### 4.3.2 Puissances reçue et fournie

La cavité modulante, en  $z = 0$ , ne fournit en moyenne pas d'énergie aux électrons. En effet, si certains d'entre eux sont accélérés et reçoivent par conséquent de l'énergie, d'autres sont ralentis, restituant la même quantité d'énergie à la cavité. Il n'est donc nécessaire de fournir qu'un signal de *faible amplitude* pour entretenir l'oscillation de la cavité.

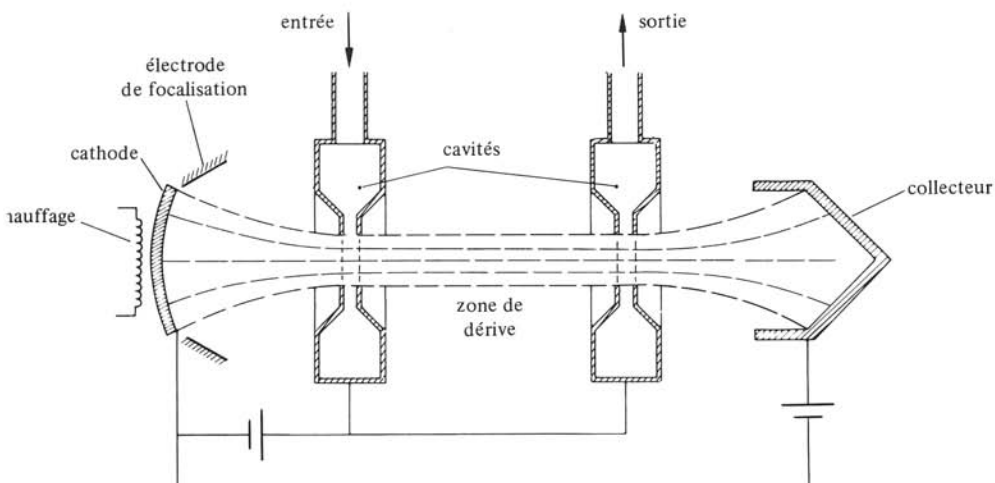


Fig. 4.8 Klystron amplificateur à deux cavités.

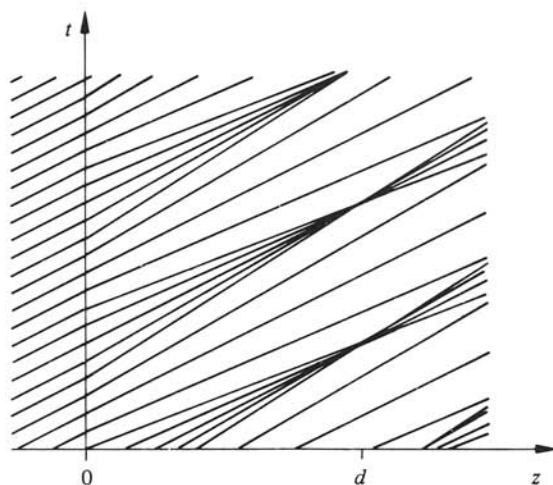


Fig. 4.9 Diagramme d'Applegate.

La cavité excitée par les paquets d'électrons, en  $z = d$ , peut prélever une *partie importante de l'énergie* de ces électrons, qui a été fournie par la tension continue d'accélération. La puissance couplée au circuit extérieur est nettement supérieure à celle qui alimente la première cavité : on a bien un *amplificateur*.

#### 4.3.3 Remarque : bande étroite

Le principe d'amplification fait usage de cavités résonnantes : l'amplificateur ainsi obtenu est donc forcément à *bande étroite*. La bande passante est déterminée par les facteurs de qualité des deux cavités.

#### 4.3.4 Klystron multicavités, amplificateur cascade

Une étude complète doit tenir compte des interactions électriques *entre les électrons* du faisceau, qui s'opposent à la formation de paquets et par conséquent réduisent l'amplification [65]. Pour obtenir une grande amplification, il est possible de connecter en cascade plusieurs sections amplificatrices (fig. 4.10). On a alors un *klystron multicavités* que l'on appelle aussi *amplificateur cascade*.

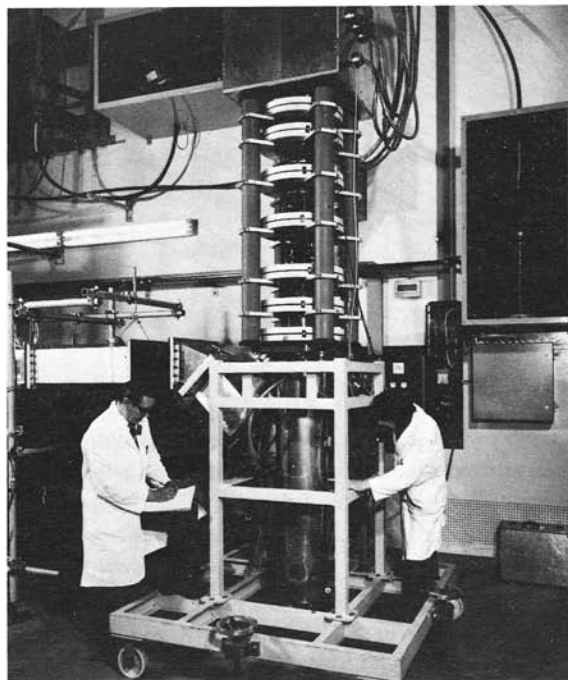
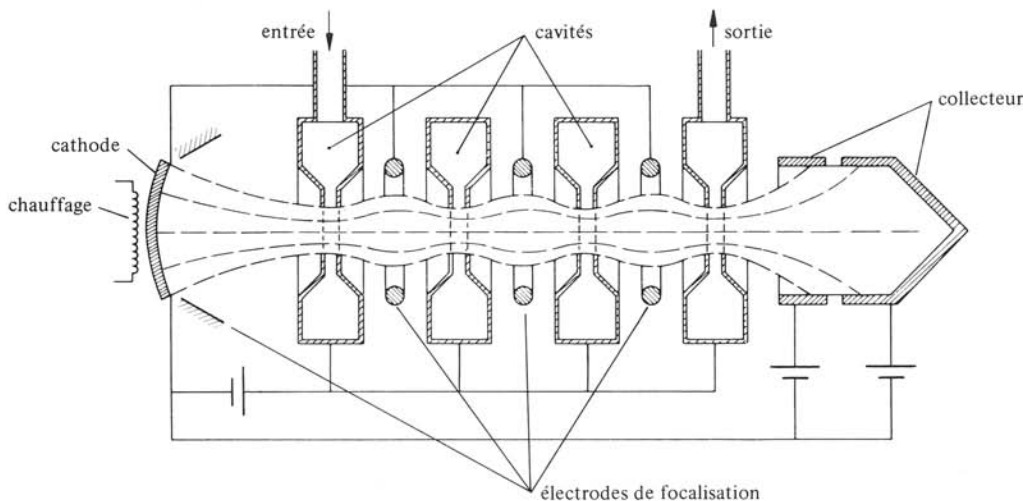


Fig. 4.10 Klystron multicavités.

La modulation *d'amplitude* apparaissant au niveau de chaque cavité intermédiaire excite la résonance de celle-ci, qui est légèrement décalée de façon à produire une modulation *de vitesse* du faisceau, et ainsi de suite.

Des klystrons comportant jusqu'à 7 cavités ont été mis au point; ils fournissent une amplification allant jusqu'à 60 dB et une puissance de sortie atteignant plusieurs centaines de kW en régime entretenu. Les klystrons amplificateurs ont un bon rendement global (jusqu'à 60%). Ils sont très stables et ont une bonne réponse spectrale (pas d'oscillations parasites.) Leur coût est en général élevé. Ils ont trouvé de nombreux usages en télécommunications et dans des domaines de recherche : radar-astronomie (§ 8.1.18), accélérateurs (sect. 8.8), etc.

#### 4.3.5 Oscillateur à klystron

Si l'on prélève une partie du signal amplifié et qu'on l'injecte dans la cavité modulante avec une phase correctement ajustée, on obtient un oscillateur à contre-réaction, fonctionnant selon le principe du paragraphe 4.1.2 (fig. 4.11).

Un tel oscillateur est toutefois d'usage difficile. Pour chaque changement de fréquence, il faut accorder séparément les deux cavités à la fréquence souhaitée, et encore ajuster la phase de la boucle de rétroaction pour obtenir l'oscillation. Pour cette raison, on utilise rarement un tel dispositif.

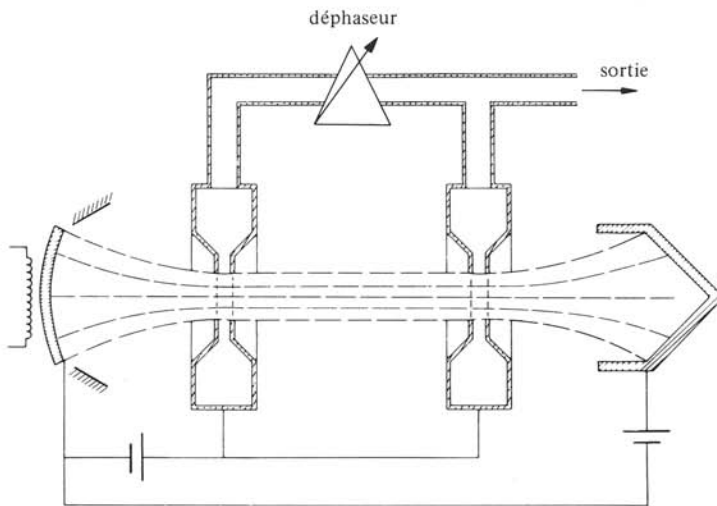


Fig. 4.11 Oscillateur formé d'un amplificateur à klystron.

#### 4.3.6 Klystron réflex

Une des deux cavités du schéma de la figure 4.11 peut être supprimée en faisant usage d'un *réflecteur* à électrons, électrode polarisée négativement qui sert de miroir (fig. 4.12).

On n'a ici qu'une cavité, qui sert à la fois à moduler la vitesse du faisceau d'électrons et à recueillir, après réflexion, le faisceau modulé en amplitude. Le réflecteur est polarisé négativement par rapport à la cathode, de sorte que les électrons ne peuvent

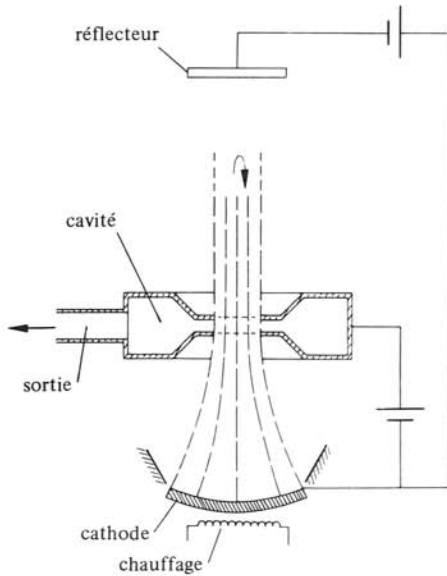


Fig. 4.12 Klystron réflex.

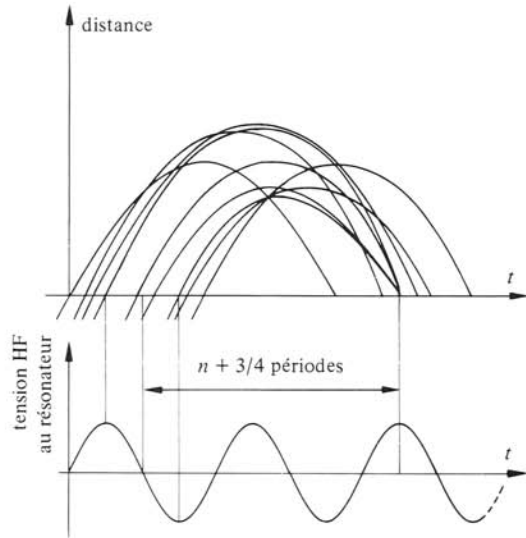


Fig. 4.13 Diagramme d'Applegate pour un klystron réflex.

pas l'atteindre. Dans le diagramme d'Applegate, les trajectoires de ces derniers ont une forme parabolique (fig. 4.13).

Lors du passage à travers la cavité, les électrons sont accélérés par le champ électrique pendant une demi-période, puis ralentis durant la demi-période suivante. Les électrons accélérés vont plus loin en direction du réflecteur, et reviennent après ceux qui ont été ralentis. Il y a donc formation de *paquets*, de même que dans le klystron amplificateur (§ 4.3.1). Les électrons transfèrent de l'énergie à l'oscillation de la cavité lorsqu'ils traversent les grilles pendant une demi-période positive. Le plus grand transfert d'énergie est obtenu quand le passage du paquet d'électrons coïncide avec le maximum du signal. Le temps moyen de parcours des électrons vaut dans ce cas  $(n + 3/4) T$ , où  $n$  est un nombre entier et  $T$  la période du signal (fig. 4.13).

Pour accorder un klystron réflex, deux réglages sont nécessaires :

- accord de la fréquence de résonance de la cavité;
- ajustage de la tension de réflecteur.

Un klystron réflex produit un signal de quelques milliwatts à quelques watts. Il est accordable sur une bande de fréquences relative allant jusqu'à environ 40% (bande utilisable d'un guide d'ondes). Les principales applications sont comme oscillateur local dans un radar, comme pompe dans un amplificateur paramétrique (§ 4.10.4) ou encore comme générateur de signal en laboratoire. Il est toutefois progressivement remplacé par des oscillateurs à semiconducteurs, qui offrent des caractéristiques similaires tout en étant moins encombrants et d'un emploi plus facile (sect. 4.6 et 4.7).



### 4.3.7 Théorie des petits signaux : admittance équivalente du faisceau

Le champ électrique qui existe dans la cavité au moment  $t$  du passage d'un électron agit sur la trajectoire de celui-ci et détermine la durée du parcours. Le courant d'électrons qui traverse la cavité au temps  $t + t_r$  est donc une fonction de la tension au temps  $t$ . Cette fonction représente l'effet du faisceau dans le fonctionnement du klystron réflex. Si on néglige les effets non linéaires pour ne considérer que les *petits signaux* (§ 4.4.3), le quotient du courant d'électrons par la tension aux bornes de la cavité définit l'*admittance équivalente du faisceau*  $\underline{Y}_f$  [66]

$$\underline{Y}_f = \frac{I_0}{V_a} \frac{M^2}{2} j\theta \exp(-j\theta) \quad \text{S} \quad (4.13)$$

où  $I_0$  est le courant continu du faisceau,  $V_a$  la tension d'accélération,  $M$  un facteur de couplage au faisceau et  $\theta$  le déphasage dû au temps de transit

$$\theta = 2\pi t_r / T = 2\pi f t_r = \omega t_r \quad \text{rad} \quad (4.14)$$

L'admittance du faisceau  $\underline{Y}_f$  est connectée en parallèle avec le circuit équivalent représentant la cavité résonnante du klystron (fig. 4.14). Les éléments de ce schéma équivalent tiennent compte du mode de résonance de la cavité, ainsi que du *circuit extérieur* (charge) qui lui est connecté. Les admittances sont définies dans le même plan de référence (§ 6.1.5).

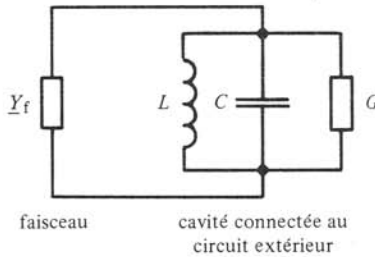


Fig. 4.14 Schéma équivalent d'un klystron réflex.

L'admittance représentant la cavité et le circuit extérieur est donnée par (3.89)

$$\underline{Y} \cong G \left( 1 + 2jQ_0 \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right) \quad \text{S} \quad (4.15)$$

Pour que le klystron oscille, on doit avoir

$$\text{Re}[\underline{Y}_f + \underline{Y}] < 0 \quad \text{S} \quad (4.16)$$

La région dans laquelle cette inégalité est satisfaite est située dans la partie de gauche de la figure 4.15.

### 4.3.8 Modes d'oscillation du klystron

L'admittance  $\underline{Y}_f$  décrit une spirale lorsque la fréquence ou la tension de réflecteur (qui influence  $t_r$ ) varie. Le klystron oscille pour certaines plages de la tension de réflecteur, qui correspondent aux différents arcs de la spirale situés à gauche de la verticale

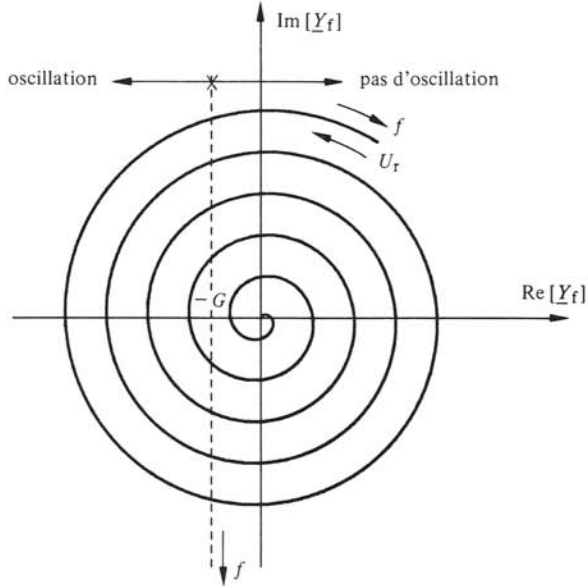


Fig. 4.15 Condition d'oscillation pour un klystron réflex.

passant par  $-G$ , ou encore aux différents *modes d'oscillation du klystron*. Sur chacune des plages, la puissance et la fréquence dépendent de la tension de réflecteur (fig. 4.16). La puissance maximale est obtenue à la résonance de la cavité.

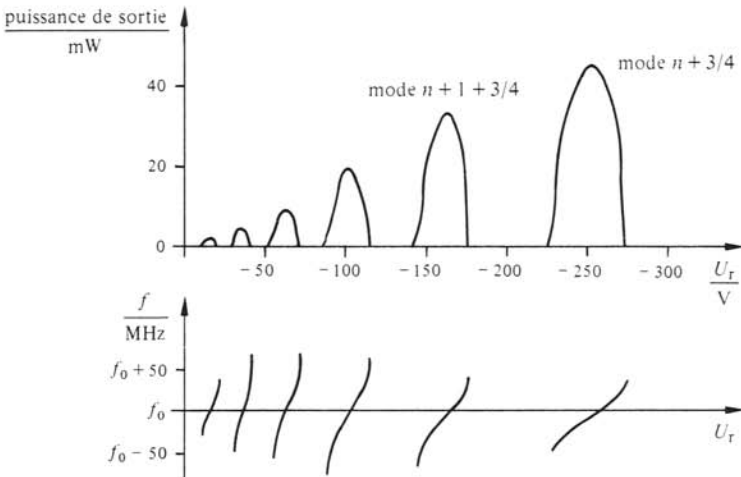


Fig. 4.16 Signal fourni par un klystron, en fonction de la tension de réflecteur.

**4.3.9 Remarque : effet du circuit extérieur**

L'admittance (4.15) représente la cavité *et le circuit extérieur*. Une modification de ce circuit a pour effet de faire varier l'admittance  $\underline{Y}$  et, par conséquent, les caracté-

ristiques du signal fourni par le générateur (fréquence et puissance). Afin de réduire le plus possible les risques d'instabilités, on s'arrange en pratique pour que la charge soit adaptée au sens des lignes (§ III.8.5.2), c'est-à-dire qu'il n'y ait pas d'onde réfléchie sur la ligne de transmission.

Tous les générateurs hyperfréquences sont sensibles à des degrés divers aux variations de la charge (sect. 4.11).

#### 4.4 TUBES À COUPLAGE DISTRIBUÉ

##### 4.4.1 Remarque : bande limitée de fréquence

Les tubes hyperfréquences de la *première génération*, c'est-à-dire les magnétrons (sect. 4.2) et les klystrons (sect. 4.3), font usage de cavités résonnantes, et sont de ce fait limités au point de vue fréquence d'opération (§ 3.1.5). Un signal ne peut être amplifié que si sa fréquence est proche d'une résonance de la cavité de l'amplificateur. Un générateur émet un signal à une fréquence, déterminée par la configuration géométrique du tube. L'accord par des moyens mécaniques est nécessairement lent; un tel tube se prête donc mal à une variation rapide de fréquence.

Or, les applications aux télécommunications et aux radars font usage de bandes passantes de largeur croissante : on souhaite, soit amplifier des signaux à large bande, soit générer des signaux facilement accordables électroniquement. Ces fonctions peuvent être obtenues avec des tubes de la *deuxième génération*, dans lesquels l'interaction entre un faisceau d'électrons et un champ électromagnétique est répartie sur plusieurs longueurs d'onde. Il s'agit en fait des mêmes interactions que dans un klystron, mais où les fonctions modulation de vitesse, dérive et couplage de sortie sont remplies simultanément sur toute la longueur du tube.

##### 4.4.2 Ondes longitudinales sur un faisceau d'électrons

Pour comprendre le *principe des interactions*, on fait usage d'un modèle unidimensionnel simplifié du faisceau d'électrons. On représente celui-ci par un ensemble d'électrons de densité  $\rho(t, z)$ , qui se déplacent dans la direction  $z$  avec une vitesse  $v_z(t, z)$  sous l'effet d'un champ électrique, également dirigé dans cette direction. La densité de courant est alors donnée par

$$J_z(t, z) = \rho(t, z) v_z(t, z) \quad \text{A/m}^2 \quad (4.17)$$

Il s'agit d'une relation *non linéaire* : elle comporte un produit de deux fonctions du temps.

##### ■ 4.4.3 Définition : linéarisation

Comme l'étude complète d'un système non linéaire est le plus souvent très complexe mathématiquement, on limite ici l'étude aux petits signaux. Pour ce faire on *linéarise* la ou les équations non linéaires. Chaque fonction du temps est décomposée en un terme constant et un terme variable. Pour une excitation sinusoïdale de pulsation  $\omega$ , le terme variable est représenté en notation complexe (vecteurs-phaseurs, § 1.4.1). Les termes d'ordre supérieur qui apparaissent dans les produits de fonctions sont ensuite négligés (pulsation  $n\omega$ ).

Les fonctions apparaissant dans (4.17) sont développées

$$\rho(t, z) = \rho_0 + \operatorname{Re}[\sqrt{2} \underline{\rho}(z) \exp(j\omega t)] \quad \text{As/m}^3 \quad (4.18)$$

$$v_z(t, z) = v_0 + \operatorname{Re}[\sqrt{2} \underline{v}(z) \exp(j\omega t)] \quad \text{m/s} \quad (4.19)$$

$$J_z(t, z) = J_0 + \operatorname{Re}[\sqrt{2} \underline{J}(z) \exp(j\omega t)] \quad \text{A/m}^2 \quad (4.20)$$

Introduisant ces trois relations dans (4.17) et identifiant les termes de pulsation  $\omega$ , on trouve la relation linéarisée

$$\underline{J} = \rho_0 \underline{v} + v_0 \underline{\rho} \quad \text{A/m}^2 \quad (4.21)$$

Pour un faisceau donné, les grandeurs  $v_0$  et  $\rho_0$  sont connues : elles dépendent respectivement de la tension appliquée pour accélérer le faisceau et des propriétés d'émission de la cathode chauffée. Les deux phaseurs  $\underline{\rho}$  et  $\underline{v}$  dépendent du champ électrique hyperfréquences. L'équation de continuité permet de déterminer  $\underline{\rho}$  (III.1.17)

$$j\omega \underline{\rho} = -\nabla \cdot \underline{J} = -\frac{\partial \underline{J}}{\partial z} \quad \text{A/m}^3 \quad (4.22)$$

Pour trouver la vitesse on fait le bilan des forces s'appliquant à un électron, ce qui donne dans le domaine temporel

$$m \frac{dv}{dt} = m \left( \frac{\partial v}{\partial t} + (v \cdot \nabla) v \right) = qE \quad \text{N} \quad (4.23)$$

Cette relation est également non linéaire. On la linéarise et on fait usage de l'hypothèse unidimensionnelle, ce qui donne

$$j\omega \underline{v} + v_0 \frac{\partial \underline{v}}{\partial z} = (q/m) \underline{E}_z \quad \text{m/s}^2 \quad (4.24)$$

#### ■ 4.4.4 Conductivité équivalente du faisceau, pulsation de plasma

On fait l'hypothèse que tous les phaseurs n'ont qu'une dépendance longitudinale progressive sans affaiblissement, par conséquent (§ III.6.1.2)

$$\underline{X}(z) = \underline{X}(0) \exp(-j\beta z) \quad (4.25)$$

La dérivation par rapport à  $z$  est remplacée par  $-j\beta$ , les relations (4.22) et (4.24) deviennent respectivement

$$\underline{\rho} = (\beta/\omega) \underline{J} \quad \text{As/m}^3 \quad (4.26)$$

$$j(\omega - \beta v_0) \underline{v} = (q/m) \underline{E}_z \quad \text{m/s}^2 \quad (4.27)$$

Éliminant  $\underline{\rho}$  et  $\underline{v}$  entre (4.21), (4.26) et (4.27), on obtient la loi d'Ohm pour le faisceau d'électrons, qui définit la *conductivité équivalente du faisceau*  $\underline{\sigma}_f$

$$\underline{J} = \frac{\rho_0 (q/m) \omega}{j(\omega - \beta v_0)^2} \underline{E}_z = \underline{\sigma}_f \underline{E}_z \quad \text{A/m}^2 \quad (4.28)$$

Pour une onde longitudinale, le rotationnel des phaseurs est nul puisque la direction de propagation coïncide avec l'orientation de ceux-ci. Il en résulte, si l'on prend

l'équation de Maxwell (1.3)

$$\nabla \times \underline{H} = (j\omega \underline{\epsilon} + \sigma) \underline{E} = 0 \quad \text{A/m}^2 \quad (4.29)$$

et par conséquent, dans le cas du faisceau

$$(j\omega \epsilon_0 + \sigma_f) \underline{E}_z = 0 \quad \text{A/m}^2 \quad (4.30)$$

Pour qu'une solution non triviale existe, il faut que le terme entre parenthèses de (4.30) soit nul. Avec (4.28), on obtient la relation de dispersion des ondes longitudinales

$$\beta = \frac{\omega \pm \omega_p}{v_0} \quad \text{rad/m} \quad (4.31)$$

où on a défini la *pulsation de plasma* par

$$\omega_p = \left( \frac{\rho_0 q}{m \epsilon_0} \right)^{1/2} = \left( \frac{q^2 n_0}{m \epsilon_0} \right)^{1/2} = 56,4 \sqrt{n_0 (\text{m}^{-3})} \quad \text{rad/s} \quad (4.32)$$

$n_0$  est la densité d'électrons à l'équilibre dans le faisceau. Le diagramme de dispersion est représenté à la figure 4.17.

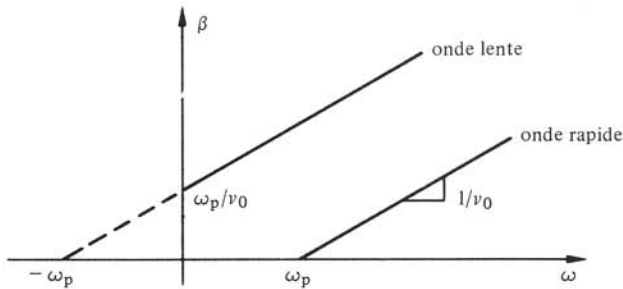


Fig. 4.17 Diagramme de dispersion des ondes longitudinales sur un faisceau d'électrons.

#### 4.4.5 Définitions : ondes rapides et lentes

On constate qu'il existe deux types d'ondes, correspondant aux deux signes dans la relation (4.31). Les caractéristiques sont des droites de même pente : la *vitesse de groupe* est constante et égale à la vitesse moyenne des électrons, pour les deux ondes

$$v_g = (\partial\beta/\partial\omega)^{-1} = v_0 \quad \text{m/s} \quad (4.33)$$

Les *vitesse de phase* des deux ondes sont cependant différentes. Pour la droite supérieure on a

$$v_{\varphi-} = \omega/\beta_- = v_0 \frac{\omega}{\omega + \omega_p} < v_0 \quad \text{m/s} \quad (4.34)$$

Cette vitesse est toujours plus petite que celle du faisceau : on parle par conséquent d'*onde lente*. Pour un observateur se déplaçant avec le faisceau, il s'agit d'une onde rétrograde; elle transporte de ce fait une *puissance négative* [67].

La droite inférieure correspond à une onde de vitesse plus rapide que celle du faisceau

$$v_{\varphi+} = \omega/\beta_+ = v_0 \frac{\omega}{\omega - \omega_p} > v_0 \quad \text{m/s} \quad (4.35)$$

Il s'agit de l'onde rapide; se déplaçant plus vite que le faisceau, elle transporte de ce fait une *puissance positive*.

#### 4.4.6 Définition : ondes électrocinétiques

Pour les ondes longitudinales se déplaçant sur le faisceau, le champ magnétique est identiquement nul. En effet, pour une onde progressive se déplaçant selon  $z$ ,  $\nabla = -j\beta e_z$ , ce qui entraîne par (1.2)

$$\underline{H} = \frac{-1}{j\omega\mu_0} \nabla \times \underline{E} = \frac{-1}{j\omega\mu_0} (-j\beta e_z \times e_z E_z) \equiv 0 \quad \text{A/m} \quad (4.36)$$

Il ne s'agit donc *pas d'ondes électromagnétiques*. Comme les énergies qui entrent en jeu sont l'énergie électrique et l'énergie cinétique des électrons, on les appelle *ondes électrocinétiques* (ou encore ondes de plasma, ondes électrostatiques).

#### 4.4.7 Couplage entre faisceau d'électrons et onde électromagnétique

Le modèle simplifié choisi pour l'étude des ondes longitudinales sur un faisceau reste valable, approximativement, pour expliquer les principes des interactions entre un faisceau réel, de section limitée, et une ligne de transmission située à proximité. Pour qu'il y ait *couplage* (sect. 3.6), il faut que le champ électrique sur la ligne ait une composante longitudinale, puisque le champ  $\underline{E}$  sur le faisceau est lui-même longitudinal. On peut alors obtenir un transfert de puissance entre le faisceau et la ligne, qui sert à amplifier un signal électromagnétique (tubes hyperfréquences) ou, en sens inverse, à accélérer le faisceau (accélérateur de particules, sect. 8.8).

Les deux structures pouvant propager de nombreux modes différents, une étude complète des interactions sur ces lignes couplées (sect. III.8.10) serait fastidieuse et inutile. Pour décrire le principe de fonctionnement, il suffit de considérer une onde sur le faisceau et une onde sur la ligne ayant toutes deux une vitesse de phase  $v_{\varphi}$  positive. Pour les modes couplés résultants, on trouve les exposants de propagation [68]

$$\gamma \cong j \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} \pm j \sqrt{\left(\frac{\beta_1 - \beta_2}{2}\right)^2 + \frac{p_2}{p_1} K^2} \quad \text{m}^{-1} \quad (4.37)$$

où  $\beta_1$  et  $\beta_2$  sont respectivement les déphasages linéiques des deux ondes en l'absence de couplage,  $K$  est le facteur de couplage réparti,  $p_1$  et  $p_2$  sont les signes du transfert de puissance. Sur une ligne  $L'C'$  de type courant, la puissance est transmise dans le même sens que l'onde et on a  $p = +1$ . Pour une onde inverse (§ III.8.4.5), la puissance est transmise en sens opposé et on a  $p = -1$  : cette situation se rencontre sur les lignes hélicoïdales et les lignes à obstacles périodiques. Pour les ondes longitudinales sur un faisceau d'électrons, on a  $p = +1$  pour l'onde rapide et  $p = -1$  pour l'onde lente.

#### 4.4.8 Définition : synchronisme

Lorsque, pour une pulsation  $\omega$  du signal, les déphasages linéiques des deux ondes sont identiques ( $\beta_1 = \beta_2$ ), leurs vitesses de phase  $v_\varphi$  (2.9) sont également identiques. On a alors *synchronisme* des deux ondes. L'exposant de propagation a alors la forme (4.37)

$$\underline{\gamma} \cong j\beta_1 \pm jK \sqrt{p_2/p_1} = j\beta_1 \pm \Delta\underline{\gamma} \quad \text{m}^{-1} \quad (4.38)$$

où on a choisi  $\Delta\underline{\gamma} = jK \sqrt{p_2/p_1}$ .

#### 4.4.9 Diagramme de dispersion de lignes couplées près du synchronisme

Les deux situations de couplage possibles sont représentées à la figure 4.18.

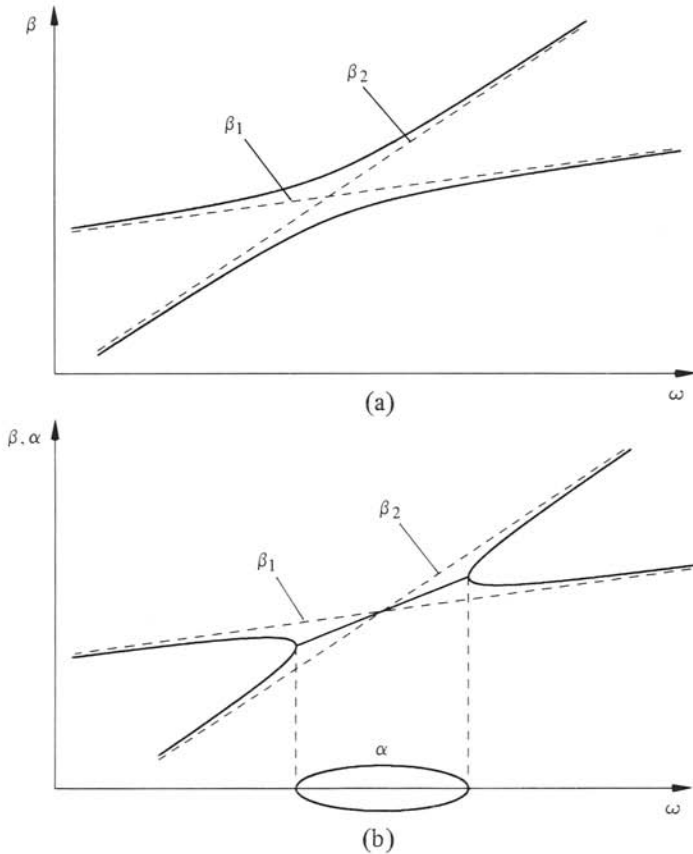


Fig. 4.18 Diagramme de dispersion près du synchronisme : (a) lorsque  $p_2/p_1 = +1$ ; (b) lorsque  $p_2/p_1 = -1$ .

Dans le premier cas, le couplage supprime l'intersection entre les deux courbes; dans le second, il y a apparition d'une composante réelle dans l'exposant de propagation au voisinage du synchronisme. Comme on considère un système sans pertes, il ne s'agit pas d'un affaiblissement, mais d'un transfert de puissance entre les deux structures.

C'est au synchronisme que les effets les plus importants du couplage apparaissent : maximum de l'écart entre les deux caractéristiques, valeur maximale de  $\alpha$ . Quant au transfert de puissance entre les deux lignes, c'est aussi au synchronisme qu'il devient le plus important (§ III.8.10.3). Un transfert complet du signal d'une ligne sur l'autre est possible dans ce cas.

#### 4.4.10 Obtention du synchronisme

Pour que le rendement du tube soit élevé, il faut précisément obtenir un transfert aussi grand que possible de l'énergie du faisceau au circuit hyperfréquences. Le tube doit donc fonctionner au synchronisme, ou au voisinage immédiat de celui-ci. Or, les vitesses de phase des ondes électrocinétiques (§ 4.4.5) sont de l'ordre de grandeur de  $v_0$ , vitesse des électrons sur le faisceau. Pour obtenir le synchronisme, on peut procéder de deux façons différentes :

- accélérer les électrons à des vitesses relativistes ( $v_0 \cong c_0$ );
- réduire la vitesse de l'onde électromagnétique en faisant usage de structures lentes, par exemple de lignes à obstacles périodiques (sect. III.8.8), de lignes hélicoïdales, ou encore de guides chargés de diélectrique.

La seconde proposition est la plus intéressante en pratique. La figure 4.19 représente une structure pour l'interaction du faisceau (ligne 1) avec une onde sur une ligne hélicoïdale (ligne 2). Pour cette dernière, la vitesse de phase est réduite approximativement par le facteur  $\sin \psi$ , où  $\psi$  est l'angle d'hélice [69]. L'interaction a lieu dans la région  $0 < z < d$ .

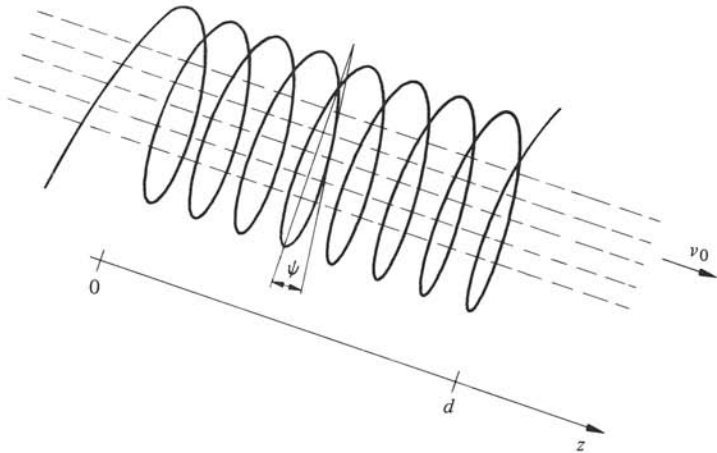


Fig. 4.19 Faisceau d'électrons et ligne hélicoïdale. La vitesse de phase longitudinale de l'onde sur l'hélice vaut approximativement  $c_0 \sin \psi$ .

#### 4.4.11 Tensions équivalentes sur les deux lignes au synchronisme

Si l'on suppose deux lignes de même impédance équivalente, on obtient les tensions sur les deux lignes

$$U_1(z) = [A \exp(-\Delta \underline{\gamma} z) + B \exp(+\Delta \underline{\gamma} z)] \exp(-j\beta_1 z) \quad \text{V} \quad (4.39)$$



$$\underline{U}_2(z) = \frac{[\underline{A} \exp(-\Delta\gamma z) - \underline{B} \exp(+\Delta\gamma z)] \exp(-j\beta_1 z + \varphi)}{V} \quad (4.40)$$

où  $\underline{A}$  et  $\underline{B}$  sont des constantes résultant des conditions aux limites et  $\varphi$  est un déphasage dont la valeur peut être déterminée par une étude approfondie (mais qui ne joue pas de rôle pour l'évaluation des puissances).

Considérant de plus la situation où  $\underline{U}_1(0) = 0$ , c'est-à-dire celle où le faisceau d'électrons arrivant dans la zone d'interaction n'est pas modulé, les tensions de (4.39) et (4.40) deviennent

$$\underline{U}_1(z) = -2\underline{A} \sinh(\Delta\gamma z) \exp(-j\beta_1 z) \quad V \quad (4.41)$$

$$\underline{U}_2(z) = 2\underline{A} \cosh(\Delta\gamma z) \exp(-j\beta_1 z) \quad V \quad (4.42)$$

#### 4.4.12 Carcinotron, oscillateur à onde rétrograde, BWO

L'onde lente du faisceau ( $p_1 = -1$ ) couplée à une onde inverse sur la ligne ( $p_2 = -1$ ). Dans ce cas,  $p_2/p_1 = +1$ , et que par conséquent  $\Delta\gamma = jK$ . En spécifiant la valeur de la tension sur la ligne à la sortie  $\underline{U}_2(d)$  on trouve les amplitudes des tensions le long de la structure

$$|\underline{U}_1(z)| = |\underline{U}_2(d)| \frac{\sin Kz}{\cos Kd} \quad V \quad (4.43)$$

$$|\underline{U}_2(z)| = |\underline{U}_2(d)| \frac{\cos Kz}{\cos Kd} \quad V \quad (4.44)$$

Le gain en puissance, défini ici par le rapport des puissances à l'entrée et à la sortie de la ligne, vaut

$$G = \left| \frac{\underline{U}_2(0)}{\underline{U}_2(d)} \right|^2 = \frac{1}{\cos^2 Kd} \quad 1 \quad (4.45)$$

Le gain devient infini lorsque  $Kd = \pi/2$ . Un signal sort de la zone d'interaction sur la ligne sans qu'on ait injecté de signal à l'autre accès : on a ainsi réalisé un *oscillateur*, qui génère un signal hyperfréquence à la fréquence de synchronisme. On peut par ailleurs modifier la position du synchronisme en faisant varier la vitesse du faisceau d'électrons  $v_0$ . Celle-ci est contrôlée par la seule tension d'accélération. Il est possible de cette façon de réaliser un oscillateur accordable électriquement sur une bande de fréquences de l'ordre d'une octave, que l'on appelle *carcinotron*, du grec *καρκίνος* qui signifie crabe (en anglais : backward wave oscillator ou BWO) [70].

Les applications du carcinotron sont d'une part militaires, la possibilité de faire varier rapidement la fréquence d'un signal est une propriété très intéressante dans le domaine des contre-mesures (création de faux échos dans des systèmes de radar § 8.1.19). Elles se retrouvent par ailleurs dans des générateurs à balayage pour laboratoires, employés notamment dans des analyseurs de spectre (sect. 5.4). Cependant, les carcinotrons sont de plus en plus remplacés par des dispositifs à semi-conducteurs.

La figure 4.20 présente la variation longitudinale des puissances, proportionnelles à  $p_i |\underline{U}_i|^2$ , sur les deux lignes.

Le principe consiste à extraire, de façon progressive, une puissance  $|\underline{U}_1(z)|^2$  du faisceau, puissance qui est couplée du faisceau à la ligne et extraite à l'entrée de celle-ci en  $z = 0$ .

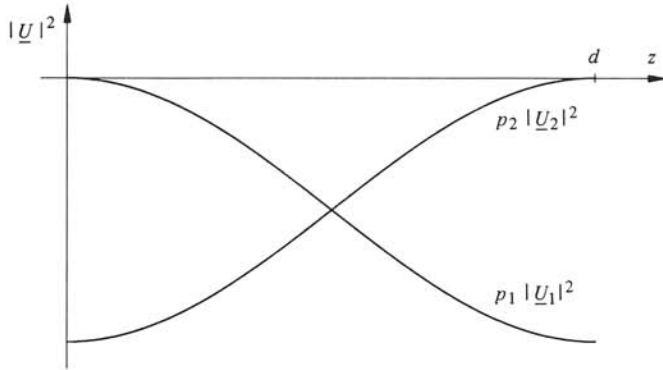


Fig. 4.20 Diagramme des puissances dans le carcinotron.

#### 4.4.13 Tube à onde progressive, TOP, TWT

La fonction d'amplification peut être réalisée par l'interaction entre l'onde lente  $p_1 = -1$  et une onde progressive  $p_2 = +1$ . On obtient ainsi un *tube à onde progressive*, TOP (en anglais : traveling wave tube, TWT) [71]. Dans ce cas (4.38) devient  $\Delta\gamma = K$  et par conséquent les tensions (4.41), (4.42) valent

$$|\underline{U}_1(z)| = |\underline{U}_2(0)| \sinh(Kz) \quad \text{V} \quad (4.46)$$

$$|\underline{U}_2(z)| = |\underline{U}_2(0)| \cosh(Kz) \quad \text{V} \quad (4.47)$$

Le gain en puissance est donné par

$$G = \left| \frac{\underline{U}_2(d)}{\underline{U}_2(0)} \right|^2 = \cosh^2(Kd) \quad 1 \quad (4.48)$$

Le diagramme des puissances dans un TOP est donné à la figure 4.21.

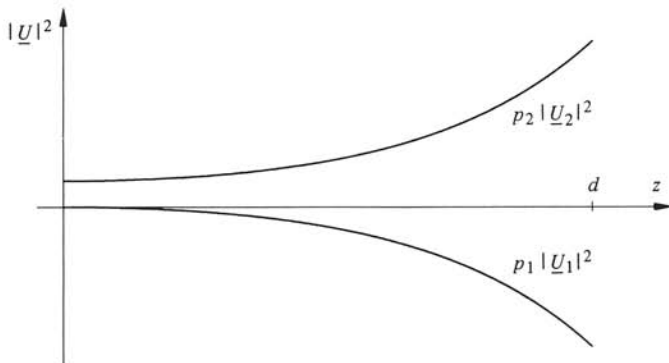


Fig. 4.21 Diagramme des puissances dans le tube à onde progressive.

Si l'on peut faire coïncider les deux caractéristiques  $\beta_1(\omega)$  et  $\beta_2(\omega)$ , on obtient un amplificateur à large bande de fréquences (des bandes allant jusqu'à une décade ont été réalisées), qui est surtout utilisé en télécommunications, notamment par satellites.

#### 4.4.14 Remarque

Le modèle utilisé dans les paragraphes qui précèdent est fortement simplifié. Il décrit le principe des interactions entre un faisceau d'électrons et une ligne électromagnétique à propagation lente lorsque le couplage et l'intensité électronique dans le faisceau sont tous deux faibles.

#### 4.4.15 Réalisation pratique

Le schéma d'un tube à lignes couplées est donné à la figure 4.22.

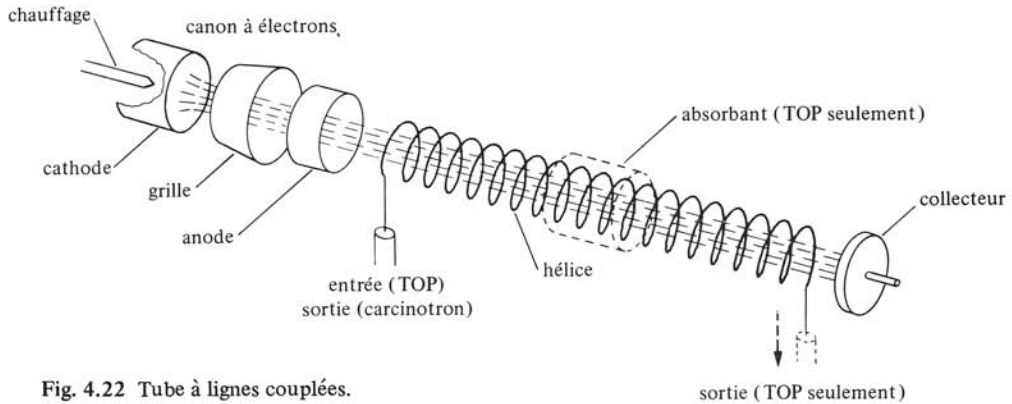


Fig. 4.22 Tube à lignes couplées.

La cathode chauffée émet un faisceau d'électrons à l'intérieur d'une ligne en hélice. Le faisceau a la forme d'un cylindre creux, présentant une forte concentration d'électrons au voisinage de l'hélice. Comme la distance parcourue est relativement longue, le faisceau doit être focalisé, le plus souvent par un champ d'induction longitudinal.

Les dimensions de la structure ainsi que les paramètres du faisceau déterminent le type de fonctionnement (carcinotron ou TOP) et la bande de fréquences. Des précautions particulières doivent être prises pour éviter l'apparition d'oscillations parasites. Suite au fonctionnement à large bande souhaité, le dispositif ne comporte pas de cavités, et les transitions entre tube et lignes extérieures doivent être à large bande, ce qui ne permet pas de filtrer les signaux indésirables éventuels. Dans un TOP, dont on ne souhaite évidemment pas qu'il fonctionne en carcinotron, on dépose un matériau absorbant sur une portion de la ligne de transmission. On évite ainsi l'existence d'une boucle de rétroaction qui produirait des oscillations. Une très grande précision est nécessaire pour la réalisation des éléments de ces tubes : leur coût est par conséquent élevé.

Les tubes à lignes couplées peuvent également faire usage d'une géométrie circulaire, appelée structure M (magnétron), dans laquelle le faisceau est recourbé sous l'effet d'une induction magnétique statique (§ 4.2.1).

## 4.5 GYROTRONS

### 4.5.1 Limitations puissance-fréquence

La densité de courant d'un faisceau d'électrons est limitée par les caractéristiques physiques de la cathode. La vitesse des électrons dépend de la tension d'accélération, elle aussi limitée physiquement par la géométrie des électrodes. L'énergie d'un faisceau

ne peut donc pas être augmentée indéfiniment, elle dépend des possibilités technologiques. Par ailleurs, lorsque la fréquence augmente, les pertes dans les conducteurs augmentent et le rendement baisse [72].

Il résulte de tous ces facteurs que la puissance que peut fournir un tube hyperfréquences de type classique (magnétron, carcinotron, TOP, klystron) décroît approximativement comme  $f^{-5}$  [73]. Une nouvelle limite apparaît donc dans la bande millimétrique (fig. 4.45), la puissance disponible décroissant rapidement au-delà de 30 GHz environ.

Pour surmonter ces limitations, un nouveau principe d'amplification est en voie de développement.

#### 4.5.2 Maser à résonance de cyclotron

Des électrons qui se déplacent dans un champ d'induction magnétique statique suivent une trajectoire circulaire (§ 4.2.1), qu'ils parcourent à la fréquence de cyclotron (4.4). Certains électrons peuvent *exciter* un signal hyperfréquences dans un circuit extérieur; d'autres électrons en revanche, *absorbent* une partie du signal. Pour qu'il y ait amplification ou génération de signal, il faut que le nombre des électrons générateurs soit supérieur à celui des électrons absorbeurs.

Dans le cas du magnétron, cet effet est obtenu dans une structure à champs croisés en faisant usage d'interactions complexes entre courant d'électrons et signal hyperfréquences sur une ligne à obstacles périodiques (cavités annexes). Les électrons absorbeurs retournent bombarder la cathode : il en résulte une réduction de rendement qui devient prohibitive avec la fréquence.

Cette déperdition d'énergie peut être réduite d'une autre manière, en faisant usage de la relativité, ainsi que de champs inhomogènes. Quand la vitesse d'un électron augmente et se rapproche de celle de la lumière, sa masse augmente et sa fréquence de cyclotron diminue (4.4). Cet effet sert à former des *paquets d'électrons*, similaires à ceux observés dans les klystrons, dans un dispositif appelé *maser à résonance de cyclotron* [74]. De nombreuses variétés de géométries ont été étudiées, l'une d'entre elles, appelée *gyrotron*, fournit des puissances importantes dans la bande millimétrique.

#### 4.5.3 Principe de fonctionnement du gyrotron

La structure du *gyrotron*, développé à Gorki, en Union Soviétique [75], est représentée à la figure 4.23.

La géométrie présente une symétrie axiale. Les électrons sont émis par les faces latérales de la cathode, permettant ainsi l'émission d'une grande densité de courant avec une faible dispersion de vitesse. Les électrons sont ensuite accélérés par le champ électrique; suite à la présence simultanée d'un champ d'induction non uniforme, leur vitesse de rotation augmente et le faisceau se comprime. Cette structure est un miroir magnétique inversé (développé pour les réacteurs à fusion). L'énergie de rotation des électrons augmente aux dépens de l'énergie de motion longitudinale, fournie par le champ électrostatique. Les interactions entre particules et champ hyperfréquences ont lieu dans un guide circulaire dont la section varie légèrement avec la position. La fréquence du signal est proche de la fréquence de coupure du guide (zone à forte dispersion, fig. 2.8). Les électrons sont guidés par une induction magnétique statique à peu près constante : ils

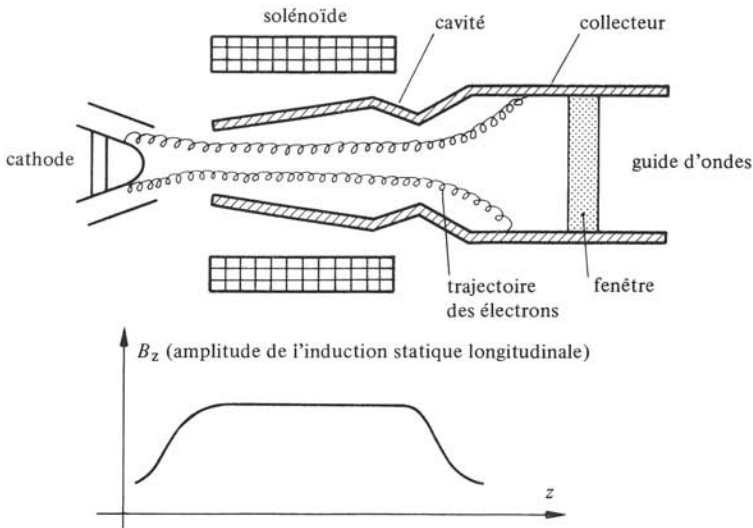


Fig. 4.23 Géométrie du gyrotron et distribution du champ d'induction longitudinal.

suivent des trajectoires hélicoïdales. L'interaction avec un mode TE à champ tournant provoque la formation de paquets; les électrons fournissent une grande partie de leur énergie de rotation au champ. Plus loin, l'induction diminue, c'est la zone de décompression, où les électrons se posent sur la surface du collecteur.

Contrairement aux tubes hyperfréquences classiques (§ 4.5.1), la structure du gyrotron a une forme *régulière* : pas de variation brusque de section, de cavités annexes, de lignes hélicoïdales, etc. La distribution du champ et des trajectoires est par conséquent plus uniforme, ce qui réduit les pertes. On peut de plus faire usage d'une grande capacité de courant d'électrons. Les différentes fonctions émission, interaction, collection sont spatialement distinctes.

#### 4.5.4 Réalisations

Des gyrotrons ont fourni, en régime entretenu, 12 kW à 107 GHz; 2,4 kW à 157 GHz et 1,5 kW à 330 GHz [76]. Les rendements correspondants sont de 31%, 9,5% et 6%. Il faut à ces tubes des inductions statiques importantes de 4,3 et 6 Tesla, fournies par des solénoïdes supraconducteurs.

Les puissances fournies par les gyrotrons sont de 100 à 1 000 fois plus élevées que celles que peuvent fournir, aux mêmes fréquences, les tubes hyperfréquences classiques. Les gyrotrons et autres masers à résonance de cyclotron ouvrent donc la voie aux applications de grande puissance aux ondes millimétriques.

## 4.6 GÉNÉRATEURS À TRANSFERT D'ÉLECTRONS

### 4.6.1 Vallées multiples dans les semiconducteurs, résistivité différentielle négative

L'étude des phénomènes de conduction (physique quantique) dans les semiconducteurs montre que la bande de conduction n'est en général pas unique. Dans la plupart des semiconducteurs, cette bande est formée de *plusieurs vallées* dans les diagram-

mes énergie-quantité de mouvement [77]. Dans beaucoup de cas les propriétés des électrons sont les mêmes dans les différentes vallées, cette distinction n'ayant donc pas d'effet pratique (on parle alors de vallées équivalentes).

Certains semiconducteurs du groupe III-V, notamment l'*Arseniure de Gallium (GaAs)* de type n et le *Phosphure d'Indium (InP)* possèdent deux vallées de caractéristiques différentes (fig. 4.24).

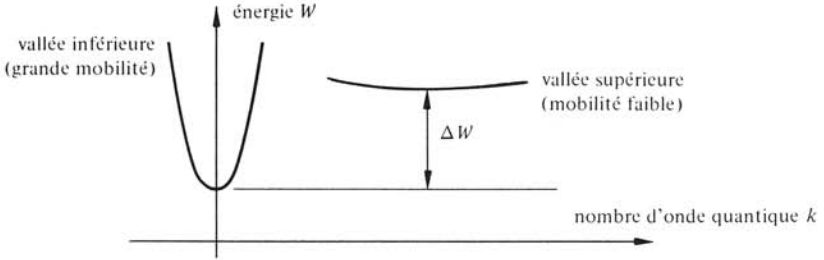


Fig. 4.24 Diagramme énergie-quantité de mouvement pour le GaAs.

Dans le diagramme de la figure 4.24, qui représente l'énergie d'un électron  $W$  en fonction de son nombre d'onde quantique  $k$ , sa vitesse peut être déterminée par (II.2.127)

$$v = \frac{2\pi}{h} \frac{dW}{dk} \quad m \quad (4.49)$$

où  $h$  est la constante de Planck.

La vitesse d'un électron est directement proportionnelle à la pente des courbes. La vallée inférieure est escarpée, ce qui correspond à une variation rapide de la vitesse lors d'une augmentation de tension ou, en d'autres termes, à une grande mobilité ou à une faible masse effective (II.2.132). La vallée supérieure est plus étalée : les électrons y sont plus lents, suite à une faible mobilité ou une grande masse effective.

Pour une faible tension appliquée, les électrons sont tous situés dans la vallée inférieure. Une augmentation de tension produit une augmentation de champ électrique, les électrons se déplacent à grande vitesse et leur énergie s'accroît. Lorsque l'énergie dépasse  $\Delta W$ , les électrons peuvent passer à la vallée supérieure : c'est ce qu'on appelle *transfert d'électron*. Ce passage s'accompagne d'une brusque diminution de vitesse (fig. 4.25).

Lorsque le champ électrique est supérieur à un seuil  $|E_g|$ , la vitesse moyenne et,

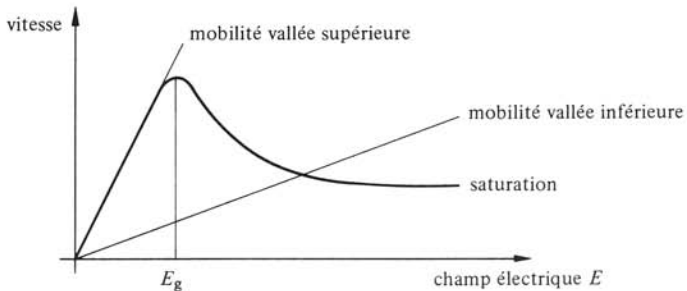


Fig. 4.25 Vitesse en fonction du champ électrique en présence de transfert d'électrons.

par conséquent le courant, diminuent lorsque le champ augmente. On parle de *résistivité différentielle négative*.

#### 4.6.2 Effet Gunn, domaine à champ électrique intense

Un électron se déplace dans un barreau de semiconducteur III-V (GaAs) sous l'effet du champ électrique produit par une tension appliquée entre deux électrodes (fig. 4.26). Suite à une augmentation de tension, le champ au voisinage de l'électron dépasse la valeur  $|E_g|$  : l'électron passe dans la vallée supérieure de la figure 4.24 et sa vitesse décroît brutalement. Le résultat est analogue à celui qui se produit sur une route : lorsqu'une voiture freine, il y a formation de *paquets*. Les électrons ralentis par le champ électrique intense se regroupent : cette concentration d'électrons augmente localement le champ électrique, il y a formation d'un *domaine à champ électrique intense* qui se déplace à la vitesse des électrons dans la vallée supérieure.

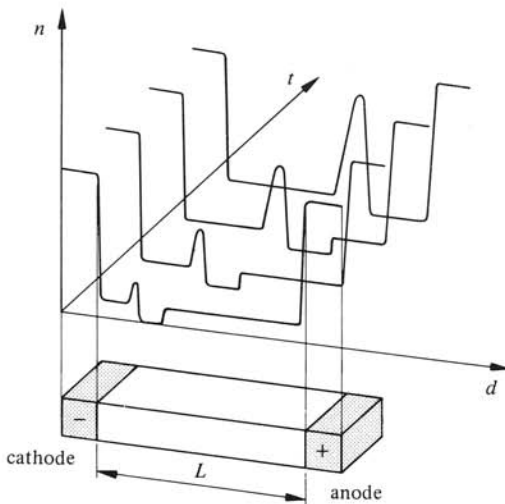


Fig. 4.26 Domaines de Gunn ( $n$  = densité d'électrons).

Cette concentration locale d'électrons et de champ dans le temps et l'espace implique une réduction équivalente dans le reste du semiconducteur. Une grande partie de la tension appliquée au semiconducteur apparaît entre les bords du domaine. Le champ électrique dans le reste du semiconducteur est inférieur à la valeur limite. L'existence d'un domaine empêche que d'autres domaines puissent se former. Ce n'est que lorsque le domaine aura traversé le semiconducteur et atteint l'anode qu'un nouveau domaine pourra commencer à se former. Le flot d'électrons, injecté de façon continue par la cathode, atteint l'anode par paquets successifs. Le résultat est analogue à celui obtenu dans un klystron (sect. 4.3). Dans le cas présent, il est produit dans un semiconducteur homogène par des interactions quantiques.

Cet effet a été découvert fortuitement par J.B. Gunn en 1963 [78], dans le cadre de l'étude de la conduction dans le GaAs en présence de champs électriques intenses. Un échantillon de GaAs de 0,1 mm de longueur avait alors produit des oscillations de courant au voisinage de 1 GHz.

#### 4.6.3 Conditions d'oscillation

C'est improprement que l'on parle de *diodes Gunn*, puisqu'il n'y a pas de jonction entre deux matériaux de types différents. L'effet Gunn est un effet de volume qui se produit dans un barreau homogène de semiconducteur.

Le plus souvent, les domaines commencent à se former au voisinage immédiat de la cathode, région très inhomogène au point de vue dopage. Le domaine dérive graduellement vers l'anode, le temps de transit étant donné par le quotient de la longueur  $L$  du barreau par la vitesse  $v$  des électrons (vallée supérieure)

$$t_t = L/v \quad \text{s} \quad (4.50)$$

Il faut par ailleurs un certain temps de formation pour qu'un domaine atteigne sa dimension maximale. Le temps de formation est inférieur au temps de transit lorsque

$$nL \geq 10^{16} \quad \text{m}^{-2} \quad (4.51)$$

où  $n$  est la densité des porteurs.

Par ailleurs, pour que le temps de formation d'un domaine soit inférieur à la période du signal, il faut encore que

$$n/f \geq 5 \cdot 10^{10} \quad \text{s/m}^3 \quad (4.52)$$

#### 4.6.4 Modes d'oscillation

Les caractéristiques d'un générateur de Gunn dépendent non seulement du matériau semiconducteur, mais également du circuit hyperfréquences auquel il est couplé, qui peut influencer plus ou moins profondément le fonctionnement de l'ensemble. Il existe de ce fait un grand nombre de modes de fonctionnement possibles.

#### 4.6.5 Mode de transit

Le domaine peut disparaître après une traversée complète du semiconducteur : on parle dans ce cas de *mode de transit*. La fréquence du signal est alors imposée par le matériau et vaut  $f_t = 1/t_t$  (4.50). C'est ce mode qui a été observé dans les premières expériences de Gunn. On augmente la puissance de sortie et le rendement en couplant la diode à un circuit résonnant (cavité) qui stabilise et permet de régler la fréquence sur une plage restreinte.

#### 4.6.6 Mode retardé

Dans le *mode retardé*, le temps de transit  $t_t$  est plus court que la période du signal  $T$  dans le circuit résonnant. La formation d'un nouveau domaine est de ce fait retardée par une tension inférieure à la tension critique. Pour obtenir la puissance maximale à la sortie, on ajuste le circuit de façon à ce que le domaine atteigne l'anode au moment où la tension est minimale, procédé similaire à celui employé dans les amplificateurs en classe C : le maximum de courant apparaît en même temps que le minimum de tension, ce qui permet d'améliorer le rendement [79]. La fréquence d'oscillation est contrôlée par le circuit oscillant et peut être accordée sur une bande de fréquence allant jusqu'à une octave (la puissance de sortie ne reste cependant pas constante sur cette bande).



#### 4.6.7 Mode étouffé

Si la tension baisse en dessous d'une certaine valeur, le domaine peut disparaître pendant le transit : on parle alors de *mode étouffé* (quenched mode). Le semiconducteur se retrouve dans la partie ohmique de la caractéristique durant une brève période, et un courant d'électrons rapides circule, jusqu'à la formation du domaine suivant. Ici aussi le courant circule alors que la tension est minimale (classe C). Ce mode permet un accord de fréquence sur une large bande.

#### 4.6.8 Mode à accumulation limitée, LSA

Quand le signal hyperfréquences a une amplitude suffisante pour que la tension descende à chaque cycle en dessous de la valeur critique et que, par ailleurs, sa fréquence est suffisamment élevée, il est possible d'empêcher la formation de domaines. On obtient alors des *modes à accumulation limitée de charge d'espace* (LSA : *Limited Space charge Accumulation*). La fréquence d'oscillation de ces modes est indépendante du temps de transit : on peut faire usage d'épaisseurs plus importantes de semiconducteur [80].

En principe, les modes LSA permettent d'obtenir des meilleurs rendements et une puissance plus élevée que les autres [81].

En pratique toutefois, il est difficile de réellement empêcher la formation de domaines (qui apparaissent à chaque inhomogénéité du matériau) de sorte que les éléments correspondants n'ont guère dépassé le stade de prototypes.

#### 4.6.9 Modes hybrides

Il existe encore une collection de *modes hybrides*, qui se situent entre les modes de domaine et les modes LSA. Ils possèdent des caractéristiques intermédiaires.

#### 4.6.10 Oscillateur de Gunn

En pratique, on réalise un tel oscillateur en plaçant une diode Gunn dans une cavité en guide d'ondes, ligne coaxiale ou microruban (fig. 4.27) et on lui applique une tension continue de polarisation (généralement de 6 à 15 Volts, dépendant de la diode). La fréquence d'oscillation est ajustée en déplaçant un piston ou une vis d'accord. Les

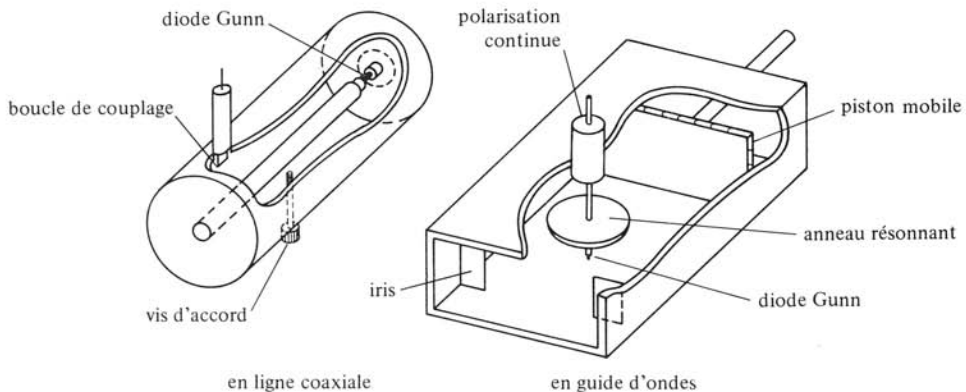


Fig. 4.27 Oscillateurs à diode Gunn.

puissances fournies sont de l'ordre de 10 à 100 mW. Les rendements sont faibles, de l'ordre de quelques pourcents.

On obtient une puissance du même ordre de grandeur que celle d'un klystron réflex (§ 4.3.6) avec un fonctionnement beaucoup plus simple. Les diodes Gunn ont donc rendu possible de nouvelles applications des hyperfréquences, pour lesquelles on ne désire qu'une puissance limitée et un emploi facile.

#### 4.6.11 Amplificateur à diode Gunn

Lorsqu'on polarise un générateur à diode Gunn légèrement en dessous de la tension minimale pour la mise en route d'oscillations, on constate que son impédance d'entrée a une composante résistive négative pour les fréquences proches de la fréquence d'oscillation. Il est donc possible d'obtenir une amplification. Cet amplificateur ne possède toutefois qu'un seul accès (en hyperfréquences), par lequel passent simultanément le signal d'entrée et le signal de sortie. Des précautions particulières doivent être prises pour éviter une rétroaction parasite, qui peut provoquer des instabilités (§ 6.2.5).

#### 4.6.12 Remarque

La diode Gunn *n'est pas* un élément à *résistance négative* : elle n'est pas comparable à la diode tunnel (sect. VII.4.3). Le mécanisme fondamental de l'effet Gunn est la formation et la disparition de domaines, qui se répètent avec une période liée à la dimension du semiconducteur. L'amplificateur à diode Gunn n'a de ce fait qu'une bande étroite de fonctionnement. Au contraire, un élément à résistance négative permet d'amplifier sur une large bande de fréquence.

### 4.7 AVALANCHE ET TEMPS DE TRANSIT

#### 4.7.1 Mécanisme de l'avalanche

L'effet d'avalanche dans un semiconducteur est similaire à la décharge dans un gaz (arc électrique, § II.4.8.3). Un champ électrique intense accélère les porteurs de charge (électrons et trous) jusqu'à ce que leur énergie soit suffisante pour ioniser un atome du semiconducteur et libérer une paire électron-trou, qui à son tour est accéléré-

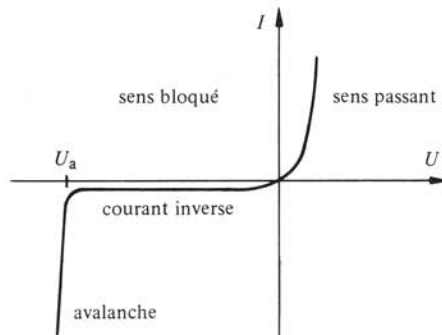


Fig. 4.28 Diagramme courant-tension d'une jonction p-n.

rée par le champ, et ainsi de suite. Vu la similitude avec la formation de *coulées de neige* en montagne, on parle d'*effet d'avalanche*. Il y a en fait réaction en chaîne et le courant croît exponentiellement. On parle d'ionisation par *impact* pour la distinguer du phénomène d'effet tunnel qui apparaît dans des jonctions p-n fortement dopées (diodes Zener, diodes tunnel). Le champ électrique nécessaire pour produire une avalanche dans un semiconducteur est de l'ordre de  $10^7$  V/m. Comme il n'est pas pratique de créer un champ d'une telle ampleur dans un matériau homogène (échauffement excessif), on fait usage d'une jonction p-n polarisée dans le sens inverse (fig. 4.28) (sect. VII.4.4).

On évite en général de faire fonctionner des éléments semiconducteurs dans la zone d'avalanche (ou trop près de celle-ci) afin d'éviter l'apparition de bruit ou même la destruction de la jonction qui peut se produire si le courant n'est pas limité et si l'échauffement devient excessif.

#### 4.7.2 Avalanche en régime sinusoïdal

Lorsqu'on applique la tension d'avalanche à une jonction p-n, le courant augmente *exponentiellement* suite au phénomène d'ionisation par impact. Il faut un certain temps pour l'établissement du courant, puisque les porteurs doivent se déplacer dans la zone d'avalanche, créant des paires par collision ionisante durant leur déplacement. Si la jonction est polarisée en continu juste en dessous de la tension d'avalanche, et qu'on superpose un signal sinusoïdal de faible amplitude, le courant d'avalanche commence à circuler dès que la tension est supérieure à la tension d'avalanche. Ce courant croît exponentiellement. Lorsque la tension descend en dessous du seuil, le phénomène d'avalanche cesse et le courant décroît. Il en résulte que le courant est en retard d'un quart de période environ sur la tension (fig. 4.29) [82].

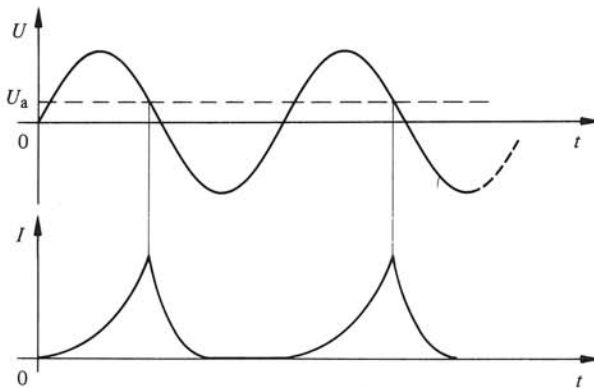


Fig. 4.29 Retard entre courant et tension dans la zone d'avalanche.

#### 4.7.3 Zone de dérive

Pour obtenir une résistance négative, il faut que le décalage entre tension et courant soit de  $180^\circ$ . On fait donc traverser aux porteurs de charge une *zone de dérive* vide de charges et soumise à un champ électrique important. Ces porteurs traversent cette zone à la vitesse de saturation (lorsque le champ est important la vitesse des porteurs devient constante). Si les électrons sont injectés à un instant  $t$  dans la zone de

dérive, ils arrivent à l'anode en  $t + t_t$ , ou  $t_t$  est le temps nécessaire au transit. Dans le circuit extérieur, un courant circule durant cette période. En ajustant la longueur de la zone de dérive on obtient un déphasage supplémentaire du courant de  $90^\circ$ , qui s'ajoutent aux  $90^\circ$  déjà produits par l'avalanche elle-même (§ 4.7.2).

#### 4.7.4 Diode IMPATT

L'élément oscillateur utilisant les effets combinés d'avalanche et de temps de transit est appelé diode IMPATT (de l'anglais *IMPact Avalanche and Transit Time*). Le profil proposé à l'origine par Read [83] comporte une jonction abrupte  $n^+p$  suivie d'une zone de dérive de matériau intrinsèque (i) et une zone  $p^+$  pour le contact. Seuls les trous participent au courant retardé dans cette structure. Plusieurs autres profils plus simples ont été réalisés en pratique :  $n^+p p^+$ ,  $n^+p_1 p_2 p^+$  et  $n^+n p p^+$ . Ce dernier profil présente deux zones de dérive de part et d'autre de la jonction : l'une pour les trous, la seconde pour les électrons. La figure 4.30 représente les quatre profils mentionnés et l'allure de leur champ électrique respectif.

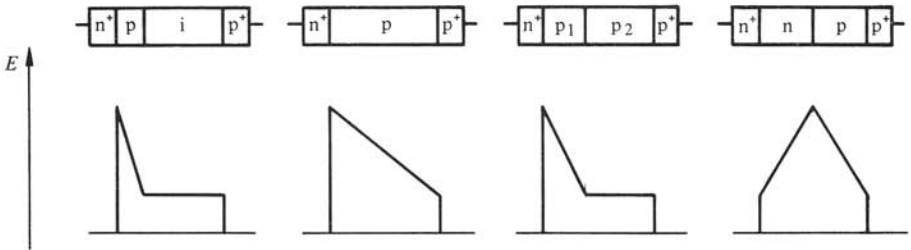


Fig. 4.30 Diodes IMPATT et allure du champ électrique.

Au point de vue circuit extérieur, les diodes IMPATT sont similaires aux diodes Gunn, mais présentent une plus haute impédance. Elles nécessitent une plus grande tension d'alimentation (70-100 V) et fournissent une puissance pouvant être plus élevée (de l'ordre de Watts) avec un rendement supérieur. Elles ont en revanche un niveau de bruit nettement plus important.

#### 4.7.5 Diode TRAPATT

Le terme TRAPATT (de l'anglais *TRApped Plasma Avalanche Triggered Transit*) désigne une structure  $n^+ p p^+$  de silicium ou de germanium (fig. 4.31). La région p est faiblement dopée et sert de zone de dérive.

Quand on polarise cette diode dans le sens inverse, le champ électrique à la jonction  $n^+p$  est suffisant pour maintenir l'avalanche, et les porteurs majoritaires se déplacent à la vitesse de saturation à travers la zone de dérive. Une variation de tension rapide en provenance du circuit extérieur provoque l'expansion rapide de l'avalanche dans toute la zone de dérive : la diode se trouve remplie d'un plasma dense, et devient hautement conductrice à basse tension. Une fois les porteurs évacués, la tension augmente et le champ atteint de nouveau la valeur d'avalanche. La diode commute donc, sous l'effet de la variation de tension dans le circuit extérieur, entre un état courant élevé sous ten-

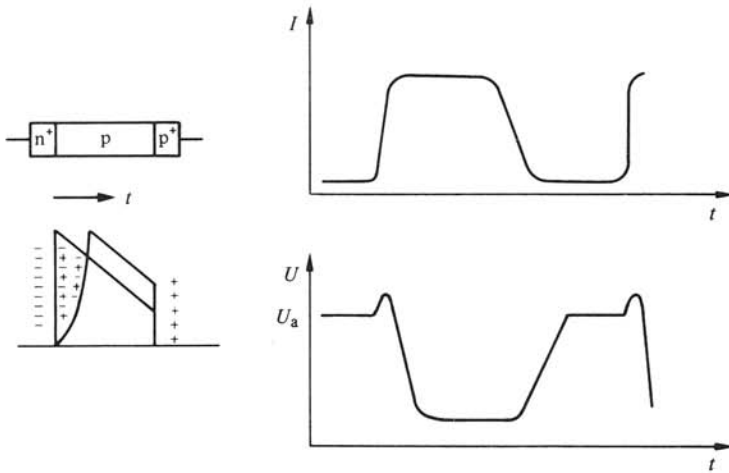


Fig. 4.31 Diode TRAPATT.

sion faible et un état courant faible sous tension élevée [84]. Cet effet de résistance négative peut servir à réaliser un oscillateur ou un amplificateur. On peut obtenir ainsi de fortes puissances en régime impulsionnel (§ 5.8.2) avec un très bon rendement, de l'ordre de 60%. Le fonctionnement est *fortement non linéaire*, il faut donc filtrer les harmoniques supérieurs.

#### 4.7.6 Diode BARITT

Dans la diode BARITT (de l'anglais *BARrier Injected Transit Time*), les porteurs sont injectés dans la zone de dérive par une jonction polarisée dans le sens passant (fig. 4.32).

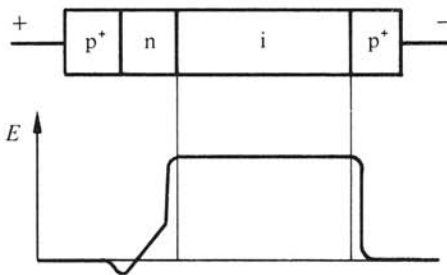


Fig. 4.32 Diode BARITT.

La jonction  $p^+n$  conduit, émettant des trous dans la région intrinsèque qu'ils traversent à la vitesse de saturation pour atteindre le contact  $p^+$ . On obtient une résistance négative pour un déphasage de  $\pi$  entre le courant et la tension. Les diodes BARITT fonctionnent avec une faible tension et produisent moins de bruit que les diodes IMPATT. La puissance fournie ne dépasse toutefois pas quelques milliwatts [85].

## 4.8 TRANSISTORS

## 4.8.1 Introduction

L'emploi de transistors en hyperfréquences est relativement récent. Il fait suite au développement technologique spectaculaire qui permet de contrôler de façon extrêmement précise le positionnement des masques lors de la fabrication. Les dimensions des électrodes ont pu être réduites à *moins d'un micromètre*, les temps de transit étant de l'ordre de quelques picosecondes. Quant aux réactances parasites, leurs effets sont atténués par l'adjonction d'éléments d'adaptation sur le substrat semiconducteur lui-même [86]. La limite en fréquence des transistors bipolaires se situe vers 5-6 GHz, les transistors MESFET étant utilisés aux fréquences plus élevées (§ 4.8.4).

Les transistors sont des *tripôles* principalement utilisés pour l'amplification. On peut les employer comme oscillateurs en les couplant à un circuit de rétroaction (§ 4.1.2). Le principe de fonctionnement d'un transistor est décrit en détail au volume VII (chap. 5 et 7). Le schéma bloc d'un amplificateur hyperfréquences à transistor est représenté à la figure 4.33. On notera l'importance des *circuits d'adaptation* [87].

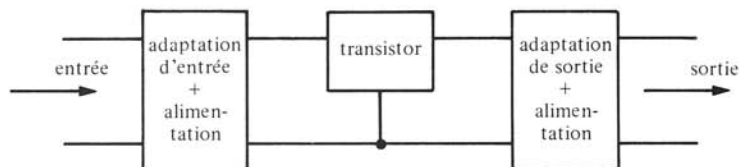


Fig. 4.33 Amplificateur à transistor.

## 4.8.2 Rapports d'amplification

L'amplification en puissance est donnée par

$$P_s / P_e = (i_s / i_e)^2 \operatorname{Re}[Z_s] / \operatorname{Re}[Z_e] \quad 1 \quad (4.53)$$

où les indices s et e représentent respectivement les valeurs de sortie et d'entrée. Le rapport  $i_s / i_e$  est le *gain en courant*, qui décroît avec la fréquence selon  $f_t / f$ , le gain est égal à l'unité à la *fréquence de transition*  $f_t$  (§ VII.5.8.7)

$$P_s / P_e = (f_t / f)^2 \operatorname{Re}[Z_s] / \operatorname{Re}[Z_e] \quad 1 \quad (4.54)$$

Pour que l'amplification en puissance soit importante aux hyperfréquences, il faut non seulement que la fréquence de transition  $f_t$  soit élevée, mais aussi que le quotient des parties réelles des impédances de sortie  $Z_s$  et d'entrée  $Z_e$  soit grand. Il faut donc optimiser la géométrie et le dopage du semiconducteur pour obtenir le meilleur compromis entre ces grandeurs.

## 4.8.3 Transistors bipolaires

Les transistors sont le plus souvent réalisés en *technologie planar n-p-n au silicium* [88]. Ils sont montés en émetteur commun lorsque le gain est déterminant, en base commune pour les applications de puissance. La fréquence de transition est inversement proportionnelle au temps de transit  $\tau$ , somme de quatre composantes :

- temps de charge de la jonction émetteur-base;
- temps de transit à travers la base;
- temps de transit de la zone de déplétion de la jonction base-collecteur;
- temps de charge de la jonction base-collecteur.

Il ressort de la relation (4.54) qu'on souhaite une impédance d'entrée basse et une impédance de sortie élevée : il s'agit ensuite de les adapter aux lignes, qui ont le plus souvent une impédance caractéristique de  $50 \Omega$ . Des condensateurs MOS (Metal Oxyde Semiconducteur) et des conducteurs discrets, placés à l'intérieur même du boîtier, permettent d'adapter sur une grande plage de fréquences.

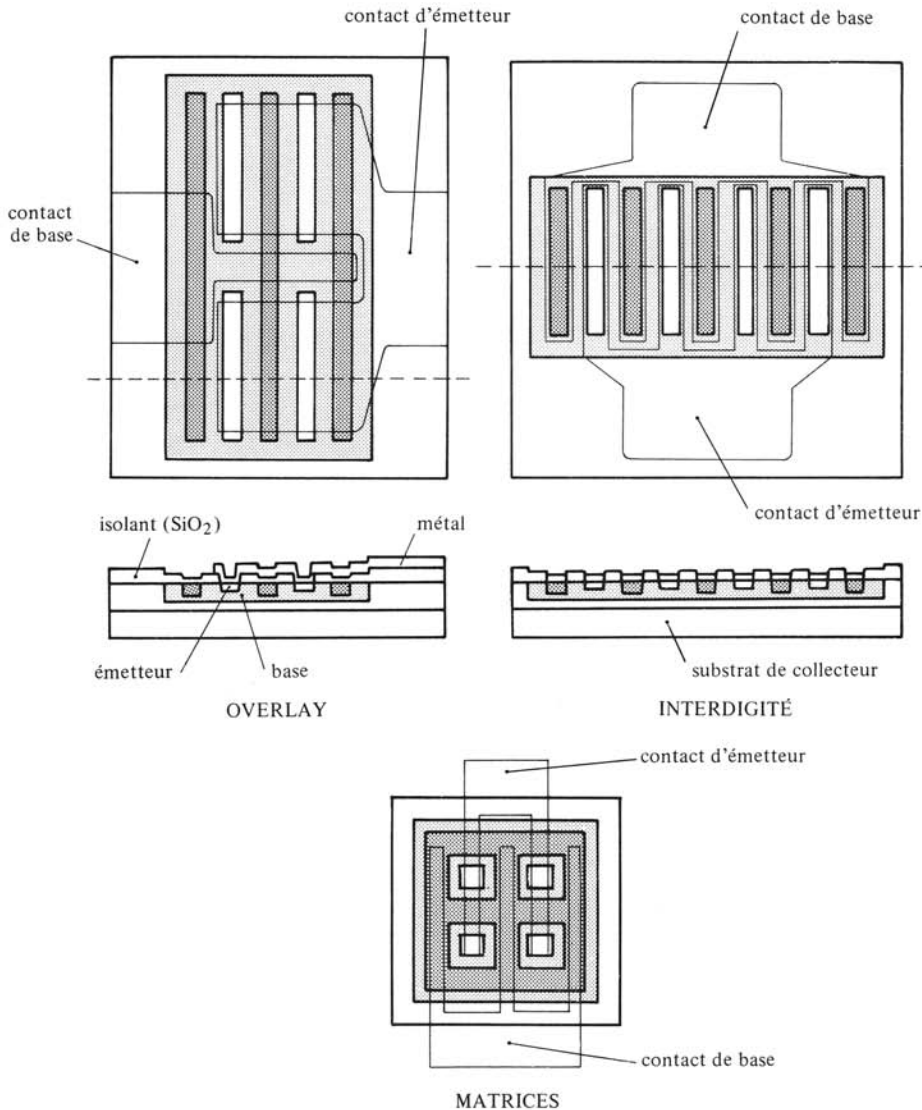


Fig. 4.34 Géométries de transistors bipolaires.

Plusieurs géométries sont utilisées, visant à élargir au maximum les jonctions sans augmenter les surfaces des électrodes (fig. 4.34).

#### 4.8.4 MESFET

Un transistor MESFET (de l'anglais *MEtal Semiconductor Field Effect Transistor*) est un transistor à effet de champ à jonction (chap. VII.7) dans lequel la jonction de grille est réalisée par un contact métal-semiconducteur (jonction de Schottky, sect. VII.4.5). Le courant entre la source et le drain est commandé par la largeur du canal sous la grille (gate), qui dépend de la tension apparaissant aux bornes de la grille (fig. 4.35) [89].

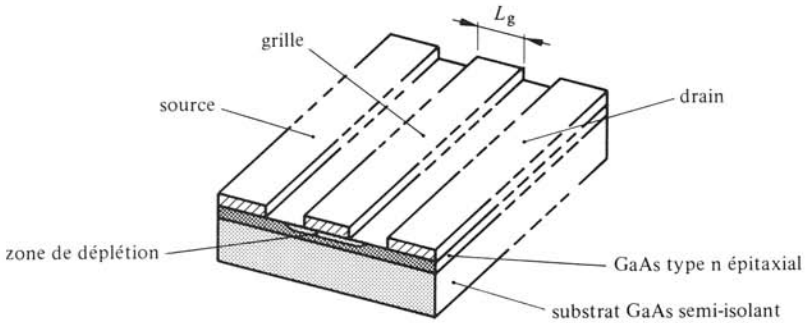


Fig. 4.35 Modèle physique d'un MESFET.

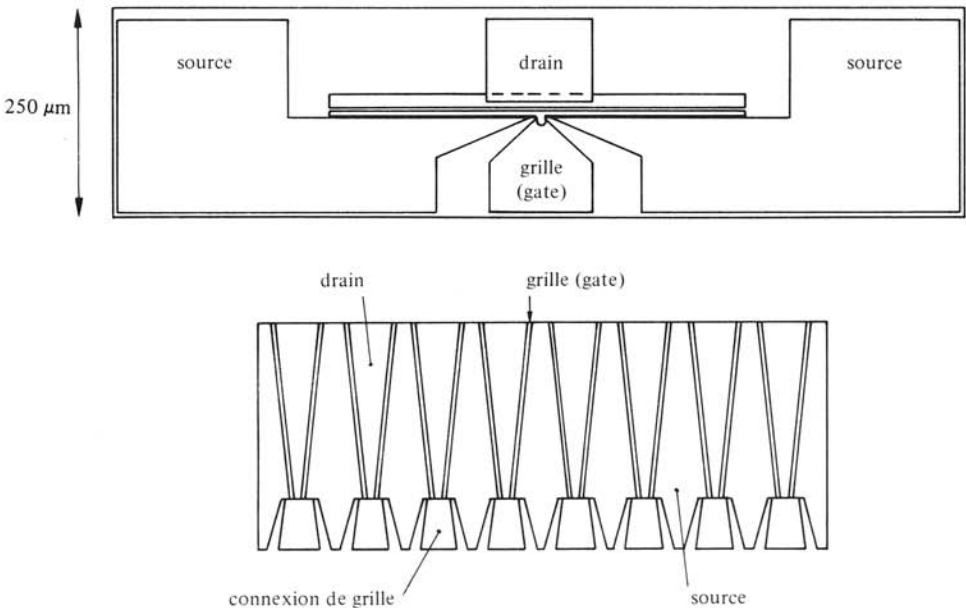


Fig. 4.36 Géométries de transistors MESFET.



Les propriétés en hyperfréquences dépendent du temps de transit des porteurs, la fréquence de transition est approximativement donnée par [90]

$$f_t \cong \frac{\mu_p (U_P + U_B)}{2\pi L_G^2} \quad \text{Hz} \quad (4.55)$$

où  $\mu_p$  est la mobilité des porteurs aux champs faibles, qui vaut environ  $0,5 \text{ m}^2/\text{Vs}$  pour l'arseniure de gallium GaAs (environ 2 fois plus que dans le silicium)  $U_P$  et  $U_B$  sont respectivement les tensions de pincement (pinch-off) et de la jonction Schottky,  $L_G$  est la longueur effective de la grille.

Deux dispositions des électrodes d'un MESFET sont présentées à la figure 4.36 [91]

#### 4.8.5 Remarque : bruit de grenaille

Le *bruit de grenaille* (shot noise) [92] est proportionnel au courant qui traverse une jonction. Un transistor bipolaire comporte deux jonctions traversées par le courant; le MESFET n'a en revanche qu'une jonction (grille), parcourue par un faible courant inverse. Il en résulte que le MESFET possède un avantage inhérent sur le transistor bipolaire en ce qui concerne le facteur de bruit.

## 4.9 MULTIPLICATION DE FRÉQUENCE

### 4.9.1 Génération d'harmoniques

On applique un signal sinusoïdal, dont la fréquence est un sous-multiple de la fréquence finale requise, à un élément non linéaire [93]. On génère de cette manière des *harmoniques* du signal d'entrée, et on extrait par filtrage le signal à la fréquence désirée [94].

On peut faire usage soit d'une résistance non linéaire, soit d'une capacité non linéaire, les deux d'ailleurs généralement produites par une jonction p-n dans un semi-conducteur. Toutefois, par suite des pertes, le rendement d'une résistance non linéaire ne peut pas dépasser la valeur de  $1/n^2$ , où  $n$  est le rang de l'harmonique [95]. En revanche, une capacité non linéaire (varactor) peut générer des harmoniques avec un rendement théorique proche de 100% [96].

Le schéma de principe d'un multiplieur de fréquence est donné à la figure 4.37.

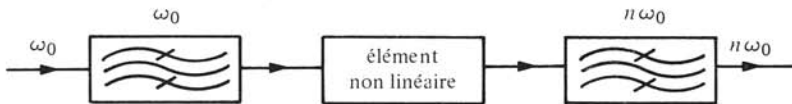


Fig. 4.37 Schéma de principe d'un multiplieur de fréquence.

Un signal de pulsation  $\omega_0$  est appliqué, à travers un filtre passe-bande centré en  $\omega_0$ , aux bornes d'une capacité non linéaire. La sortie est constituée par un filtre passe-bande centré en  $n\omega_0$ , connecté à une charge adaptée. Si l'élément non linéaire et les filtres sont non dissipatifs, il en résulte qu'une puissance peut être introduite seulement à la pulsation  $\omega_0$ , et qu'une puissance ne peut être extraite et fournie à la charge qu'à la pulsation  $n\omega_0$ . Le rendement théoriquement atteignable est de 100%. Bien enten-

du, les pertes dans le circuit réduisent dans une mesure importante ce rendement. En effet, tout varactor comporte, en plus de sa capacité non linéaire, une résistance série produite par les conducteurs, les contacts et la résistivité du semiconducteur.

#### 4.9.2 Problème : adaptation

Si le principe de fonctionnement d'un générateur d'harmoniques est relativement simple, sa réalisation pratique présente des difficultés non négligeables. Il faut, bien entendu, que les filtres d'entrée et de sortie soient adaptés à la diode à leurs fréquences respectives, afin d'assurer un transfert maximum de puissance entre l'entrée à  $\omega_0$  et la sortie à  $n\omega_0$ . Cela ne suffit toutefois pas : il faut encore que les impédances présentées par les filtres aux autres fréquences harmoniques soient purement réactives. On démontre en effet que l'élément non linéaire est le siège d'interactions complexes de multiplication et de mélange de signaux harmoniques : des courants circulent non seulement aux pulsations  $\omega_0$  et  $n\omega_0$ , mais à toutes les pulsations  $k\omega_0$  [94]. Pour un bon rendement, les filtres du multiplieur doivent présenter des impédances adéquates aux fréquences intermédiaires éventuelles. Le rôle des fréquences supérieures est moindre. Il en résulte qu'il est difficile de réaliser des multiplieurs à capacité non linéaire pour une grande valeur de  $n$ . Généralement on ne dépasse pas  $n = 4$  (quadrupleurs).

#### 4.9.3 Varactors

La capacité que présente une jonction p-n varie avec la tension selon (§ VII.2.4.4)

$$C = C_0 (1 - V/\phi)^{-\gamma} \quad \text{pour } V < \phi \quad \text{F} \quad (4.56)$$

où  $C_0$  est la capacité à tension appliquée nulle,  $\phi$  le potentiel de barrière de la jonction et  $\gamma$  est une constante, qui vaut une demi pour une *jonction abrupte* et un tiers pour une *jonction graduelle*. Le changement de capacité est dû à l'élargissement de la zone de déplétion lorsque la tension inverse augmente.

#### 4.9.4 Stockage de charges, diode échelon

Lorsqu'on polarise une jonction p-n dans le sens passant durant une partie du cycle, des porteurs minoritaires s'accumulent dans la jonction, dont ils seront chassés

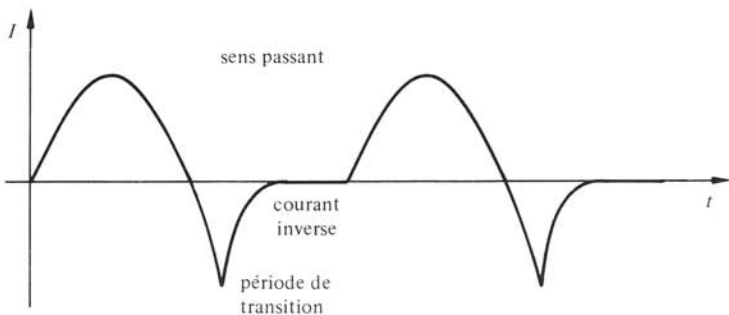


Fig. 4.38 Courant circulant dans une diode échelon.

au début de la portion négative. On observe dans ce cas un courant inverse de brève durée, décroissant très rapidement dans les diodes réalisées spécifiquement pour cet usage, que l'on appelle *diode échelon* (en anglais *step recovery, snap back*). Le courant circulant dans une telle diode est représenté à la figure 4.38. La période de transition pouvant être très courte (de l'ordre de quelques picosecondes), ce courant contient des harmoniques d'ordre élevé.

On peut considérer le phénomène de stockage de charge comme une augmentation de la variation de capacité du varactor. Toutefois, le principe de multiplication est assez différent de celui d'une simple capacité non linéaire. Les diodes échelon permettent la génération d'harmoniques d'ordre élevé ( $n > 8$ ) [97].

#### 4.9.5 Multiplieurs actifs

L'élément non linéaire employé pour la génération d'harmoniques (fig. 4.37) peut aussi être un élément actif, par exemple un amplificateur à transistors fonctionnant en classe B ou C. On a dans ce cas simultanément génération d'harmoniques et amplification.

#### 4.9.6 Application

On fait principalement usage de multiplieurs de fréquence pour réaliser des sources à fréquence d'oscillation *très stable*. Partant d'un oscillateur piloté par quartz, on amplifie le signal et on multiplie sa fréquence dans une chaîne de multiplieurs. Un exemple est présenté à la figure 4.39.

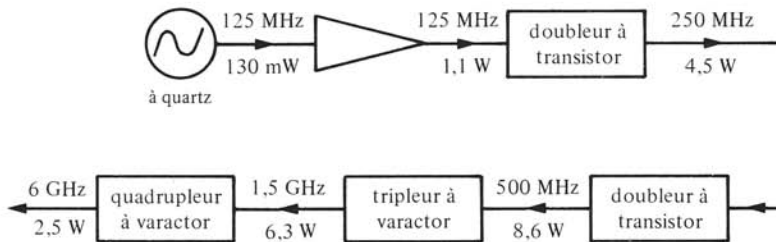


Fig. 4.39 Schéma bloc d'une source à multiplieurs de fréquence.

#### 4.9.7 Application : diviseur de fréquence

Une chaîne de multiplication, couplée à un comparateur de phase et à une boucle de rétroaction, permet également de verrouiller un oscillateur sur un sous-multiple d'une fréquence donnée. Ce principe est notamment utilisé dans les *horloges atomiques* et les *standards de fréquence*. En effet, les sources les plus stables ont toutes des fréquences d'oscillation dans la bande des hyperfréquences (§ 5.3.11).

On fait également usage de diviseurs de fréquence pour mesurer des signaux (§ 5.3.8).

## 4.10 AMPLIFICATEURS À FAIBLE BRUIT

## 4.10.1 Introduction

C'est dans la bande des hyperfréquences que le bruit de fond électromagnétique est le plus faible (§ 7.6.4) : la sensibilité à la réception est de ce fait maximale. Cette propriété est toutefois fortement dégradée lorsqu'on fait usage d'amplificateurs à transistors ou à tubes, car le bruit que ces amplificateurs superposent au signal est de plusieurs ordres de grandeur plus élevé que le bruit de fond (§ 7.6.5). Pour pouvoir pleinement exploiter la très grande sensibilité inhérente aux hyperfréquences, des dispositifs *ne faisant pas usage d'électrons libres* (générateurs de bruit) ont été mis au point. On fait usage des interactions entre signaux de *fréquences différentes* dans les capacités non linéaires des amplificateurs paramétriques et dans les cristaux paramagnétiques des MASER (§ 4.10.5).

## 4.10.2 Principe de l'amplification paramétrique

Le principe de base consiste à faire varier *un des paramètres* du système, de façon à ajouter de l'énergie au signal. Supposons que dans un circuit résonnant  $LC$ , on puisse modifier instantanément la distance entre les plaques de la capacité. Si l'on écarte les plaques lors des extrema de la tension, la capacité diminue et la tension augmente, puis que la charge  $Q = CU$  n'est pas modifiée. L'énergie, qui vaut  $\frac{1}{2} CU^2$  augmente, il faut exercer un effort pour écarter les plaques. On ramène les plaques à leur distance initiale lorsque la tension est nulle : aucune énergie n'est alors restituée au système mécanique (fig. 4.40).

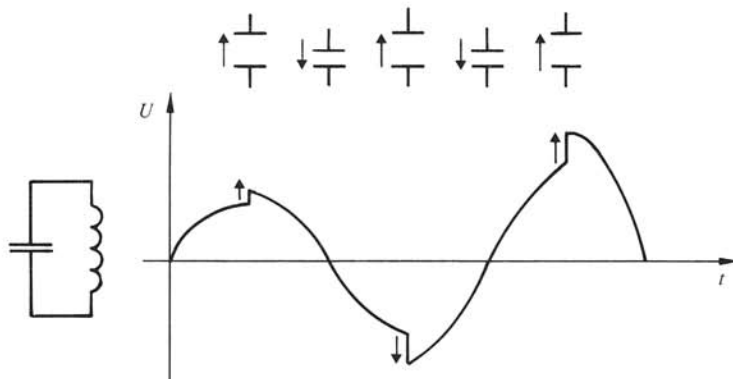


Fig. 4.40 Pompage d'une capacité.

On a en fait amplifié le signal au moyen d'un *pompage mécanique* à fréquence double de celle du signal. Le principe de l'amplification paramétrique a été découvert en 1831 par Faraday.

## 4.10.3 Analogie mécanique

Une application mécanique d'amplification paramétrique est bien connue : il s'agit de la *balançoire*. Lorsque le déplacement est maximum, on modifie un paramètre, la position du centre de gravité, ajoutant ainsi de l'énergie à l'oscillation. Le centre de gra-

tivité original est rétabli lors du passage au point d'équilibre. Pour des raisons morphologiques, il n'est toutefois pas possible d'amplifier lors de la seconde alternance.

#### 4.10.4 Réalisation de l'amplificateur paramétrique, pompe, idler

Il n'est bien entendu pas possible d'écarter mécaniquement les deux plaques du condensateur de la figure 4.40 à la fréquence double de celle du signal hyperfréquences. Le même résultat est obtenu par des moyens électriques dans la jonction p-n d'un semi-conducteur : la diode à capacité variable ou varactor (§ 4.9.3). On place le varactor dans un circuit résonnant (cavité), alimenté par le signal à amplifier de fréquence  $f$  et par un *signal de pompage* de forte puissance à une fréquence  $f_p > f$ . Dans l'exemple de la figure 4.40, la fréquence de la pompe est exactement le double de celle du signal. Il ne s'agit pas là d'une exigence stricte, le même type d'amplification pouvant avoir lieu même si ce rapport n'est pas respecté. Dans ce dernier cas, on obtient en plus un signal à la fréquence intermédiaire ou fréquence *idler*  $f_i = f_p - f$ . Le circuit doit de ce fait résonner simultanément à trois fréquences. Une représentation simple est donnée à la figure 4.41. Il faut bien entendu que les trois modes de résonance de la cavité produisent chacun une tension aux bornes du varactor.

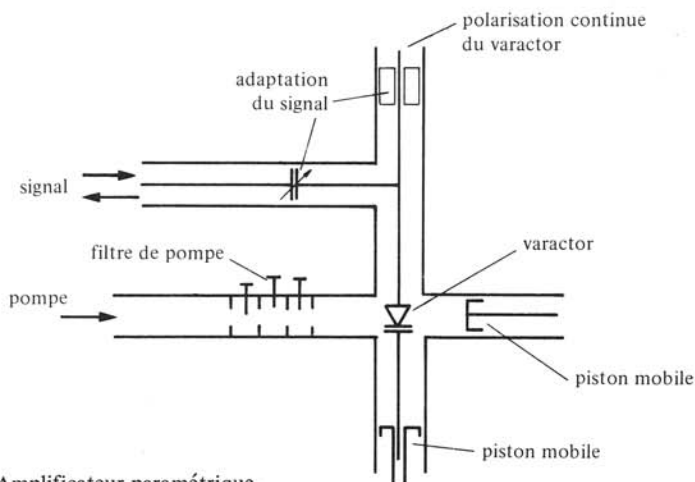


Fig. 4.41 Amplificateur paramétrique.

Des interactions fort complexes ont leur siège dans la cavité. Le mélange du signal et de la pompe fournit des signaux aux fréquences somme et différence. Ces signaux interagissent à leur tour avec la pompe, produisant un signal amplifié qui ressort de la cavité. Il faut bien entendu que des relations de phase existent entre tous ces signaux pour qu'on obtienne une amplification [98].

On obtient un faible niveau de bruit en refroidissant l'amplificateur (par exemple à l'azote liquide : 77 K), ou en faisant usage d'une pompe à fréquence beaucoup plus élevée que celle du signal (en ondes millimétriques).

À la fréquence du signal, l'amplificateur paramétrique ne présente qu'un seul accès qui sert à la fois d'entrée et de sortie (§ 6.2.5).

Les amplificateurs paramétriques ont un gain de 10 à 20 dB avec une bande passante relative pouvant atteindre 20% environ. Ce sont des appareils délicats et coûteux.

#### 4.10.5 MASER

Le MASER (*Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation*) fait usage de propriétés quantiques dans certains matériaux, notamment les cristaux de rubis. Des électrons à basse énergie sont  *pompés*  dans un niveau d'énergie supérieur. En présence d'un signal d'entrée de fréquence adéquate, ils redescendent en fournissant un quantum d'énergie au signal.

Le principe de base est représenté à la figure 4.42.

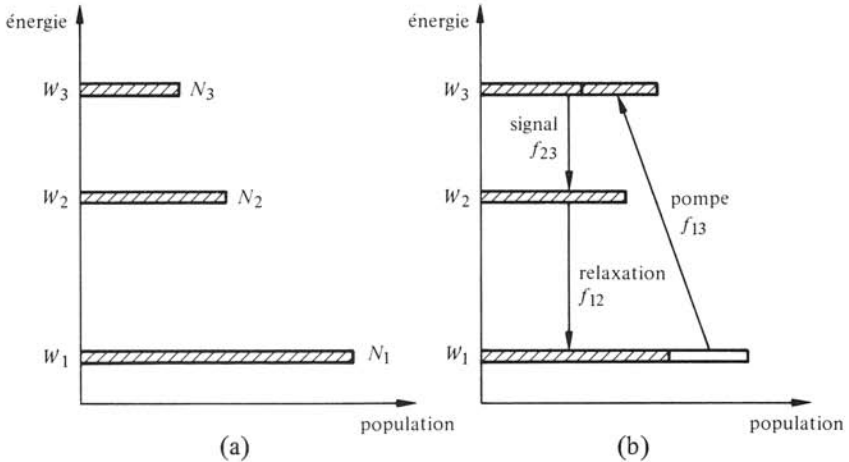


Fig. 4.42 Population des niveaux d'énergie (maser à 3 niveaux): (a) à l'équilibre; (b) fonctionnement en maser.

Un signal de pompage de fréquence  $f_{13} = (W_3 - W_1)/h$  (où la constante de Planck  $h = 6,624 \cdot 10^{-34}$  J/s) et de forte intensité fait passer les électrons du niveau 1 au niveau 3 et vice-versa. Les probabilités de transitions stimulées de 1 vers 3 et de 3 vers 1 étant égales, il en résulte que la population des deux niveaux atteint à peu près l'égalité lorsque le signal de pompe est très intense.

La population du niveau 3, dans l'exemple de la figure 4.42, est alors supérieure à celle du niveau 2. Un signal de fréquence  $f_{23} = (W_3 - W_2)/h$  provoque le passage d'électrons dans le sens de 2 vers 3, qui absorbent de l'énergie, et dans le sens de 3 vers 2, qui fournissent de l'énergie au signal. Comme il y a plus d'électrons au niveau 3 qu'au niveau 2, le signal est amplifié. Les électrons passent ensuite du niveau 2 au niveau 1 par relaxation et le cycle recommence.

Les distances entre niveaux d'énergie des atomes correspondent à des fréquences dans le spectre visible. Pour obtenir des transitions dans les bandes hyperfréquences on fait appel à l'effet Zeeman (résonance paramagnétique) dans un cristal de rubis ( $\text{Al}_2\text{O}_3 + \text{ions } \text{Cr}^{3+}$ ). En présence d'un champ magnétique, des niveaux se divisent (structure hyperfine): on peut ainsi régler l'espacement, c'est-à-dire les fréquences. Le même phénomène est observé dans un *nombre très restreint* de matériaux.

Il faut encore que la différence des populations soit appréciable. A l'équilibre on a une distribution de Boltzmann

$$N_3/N_2 = \exp[(E_2 - E_3)/kT] \cong 1 - \frac{1}{20} \frac{f_{23} \text{ (GHz)}}{T \text{ (K)}} \quad 1 \quad (4.57)$$

A la température ambiante, la différence est insuffisante pour qu'il y ait amplification. On augmente cette différence en refroidissant le maser (hélium liquide 4,2 K; azote liquide 77 K) [99].

#### 4.10.6 Maser à cavité

Le principe est similaire à celui de l'amplificateur paramétrique, le rubis remplaçant la capacité non linéaire dans un circuit qui doit résonner simultanément aux fréquences  $f_{13}$  (pompe),  $f_{23}$  (signal), et  $f_{12}$  (idler). On obtient une amplification d'environ 20 à 25 dB sur une bande très étroite, de l'ordre du MHz. Les signaux d'entrée et de sortie apparaissent au même accès (§ 6.2.5).

#### 4.10.7 Maser à onde progressive

En faisant usage d'une structure hybride obtenue en croisant un maser et un TOP (§ 4.4.13), on peut réaliser une bande passante plus large, de l'ordre de quelques dizaines de MHz. Le rubis, parcouru par le signal de pompe, est entouré d'une ligne à vitesse de phase réduite (hélice, ligne à obstacles périodiques, § 4.4.10). Les interactions donnent une amplification quand les conditions de fréquence et d'excitation des champs sont satisfaites. Plus encore que dans le cas du TOP, des précautions doivent être prises pour éviter l'amplification bidirectionnelle, source d'instabilités.

#### 4.10.8 Remarque

Les masers permettent une amplification avec un niveau de bruit extrêmement faible, leur température équivalente de bruit pouvant être inférieure à 10 K (§ 7.6.5). Ce sont les amplificateurs *les plus sensibles* qui existent, ils sont aussi les amplificateurs les plus coûteux, suite à la nécessité de travailler en *régime cryogénique*. Ils sont de ce fait réservés à des applications où la plus grande sensibilité possible est absolument indispensable.

### 4.11 REMARQUES PRATIQUES

#### 4.11.1 Effet de la charge

Tout oscillateur est influencé, de façon plus ou moins importante, par la charge extérieure qui lui est connectée. Celle-ci en effet charge directement la cavité ou le circuit électrique de l'oscillateur, ce qui a pour effet de modifier non seulement la puissance (§ III.8.5.4), mais aussi la fréquence du signal que fournit le générateur.

#### 4.11.2 Diagramme de Rieke

L'effet de la charge sur un oscillateur est représentée en traçant, sur l'abaque de Smith correspondant à la charge (§ III.8.6.4), les courbes à puissance constante et à fréquence constante du signal fourni par l'oscillateur. Un exemple de *diagramme de Rieke* pour un klystron est représenté à la figure 4.43.

On constate que pour certains domaines d'impédances à forte composante réactive le klystron n'oscille pas. Dans d'autres domaines fortement désadaptés, il oscille simultanément à plusieurs fréquences. Pour éviter qu'une variation de longueur de

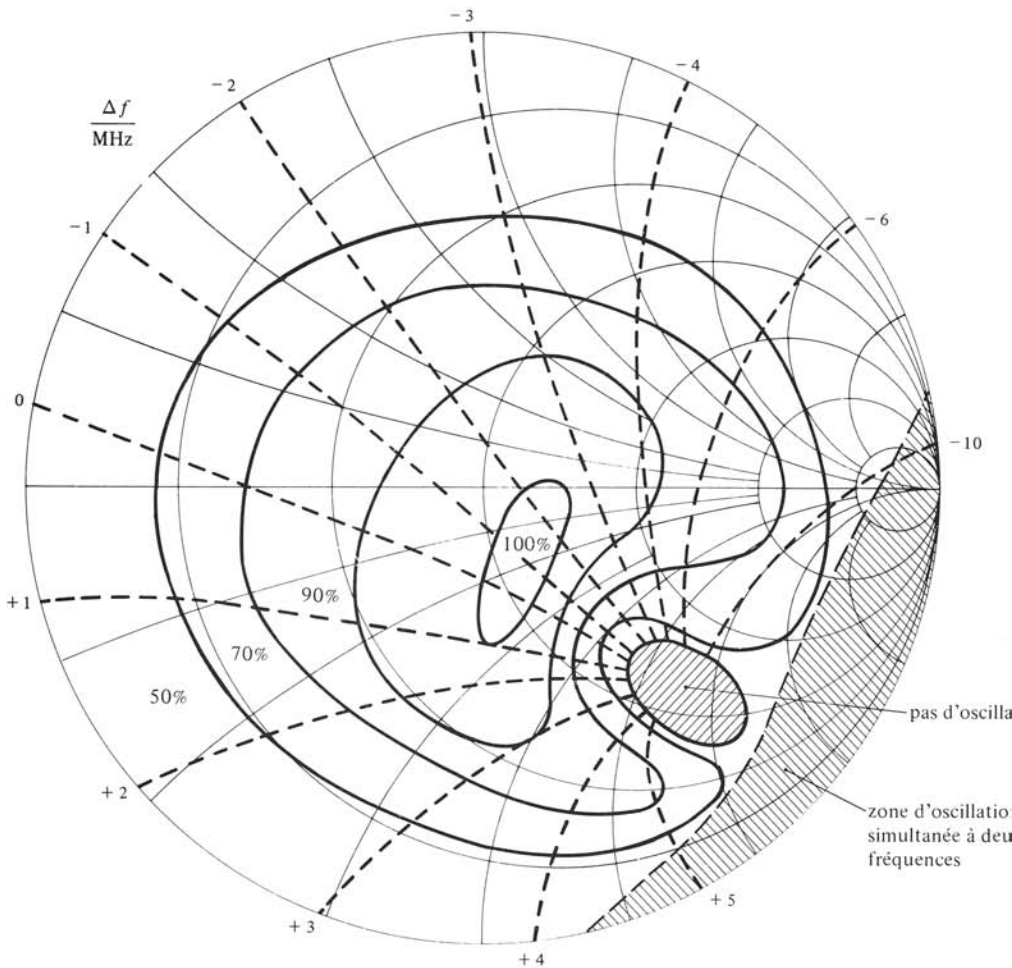


Fig. 4.43 Diagramme de Rieke pour un klystron dans un cas de connexion défavorable : — lignes à puissance constante; - - - - - lignes à fréquence constante.

ligne (déphasage) ne provoque des fluctuations de puissance ou de fréquence, on choisit en pratique des charges adaptées au sens des lignes (facteur de réflexion le plus faible possible, § III.8.5.2).

#### 4.11.3 Définition : facteur de glissement

Le *facteur de glissement* d'un oscillateur est l'écart maximum en fréquence observé lorsqu'on déplace une charge mobile donnant lieu à une réflexion de 20% en amplitude. Le rapport d'onde stationnaire (ROS) de cette charge, défini au paragraphe 7.2.2, vaut 1,5. Le facteur de glissement exprime la sensibilité en fréquence d'un oscillateur.



#### 4.11.4 Rendements d'un amplificateur

Le rendement d'un amplificateur indique quelle portion de l'énergie fournie a effectivement été employée pour l'amplification. En électronique traditionnelle, le rendement est défini comme le quotient de la puissance de sortie par la puissance fournie par l'alimentation. La puissance du signal d'entrée est en général très faible et n'est pas prise en considération. En hyperfréquences, le gain est souvent peu élevé et on rencontre couramment *trois définitions différentes* du rendement, qu'il ne faut pas confondre :

- le *rendement total*. C'est le quotient de la puissance de sortie par la puissance *totale* fournie à l'amplificateur

$$\eta_t = P_s / (P_e + P_a) \quad 1 \quad (4.58)$$

où  $P_s$  est la puissance de sortie,  $P_e$  la puissance du signal d'entrée et  $P_a$  la puissance fournie par l'alimentation;

- le *rendement partiel*. La puissance fournie par le signal d'entrée n'est pas prise en considération

$$\eta_p = P_s / P_a \quad 1 \quad (4.59)$$

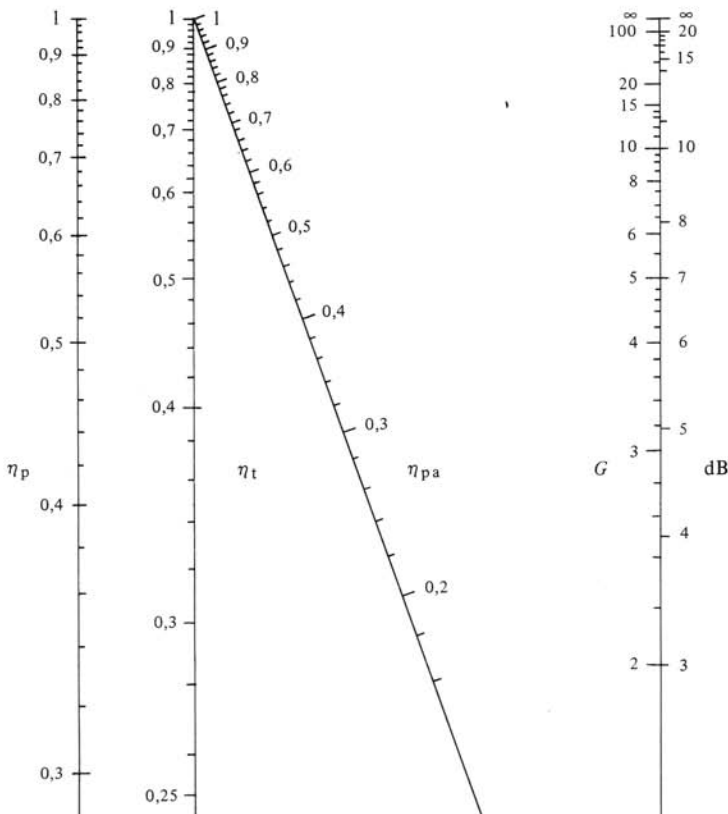


Fig. 4.44 Abaque pour le rendement d'un amplificateur.

- le *rendement de la puissance ajoutée*. C'est la différence entre la puissance de sortie et la puissance d'entrée qui est comparée à la puissance fournie par l'alimentation

$$\eta_{pa} = (P_s - P_e)/P_a \quad 1 \quad (4.60)$$

Pour un même amplificateur, ces trois rendements peuvent être fort différents si le gain est faible. Les relations entre ces trois rendements et le gain sont illustrés sous forme d'abaque à la figure 4.44. On a toujours

$$\eta_p \geq \eta_t \geq \eta_{pa} \quad 1 \quad (4.61)$$

#### 4.11.5 Puissances fournies

A titre indicatif, la figure 4.45 représente les plus grands niveaux de puissance

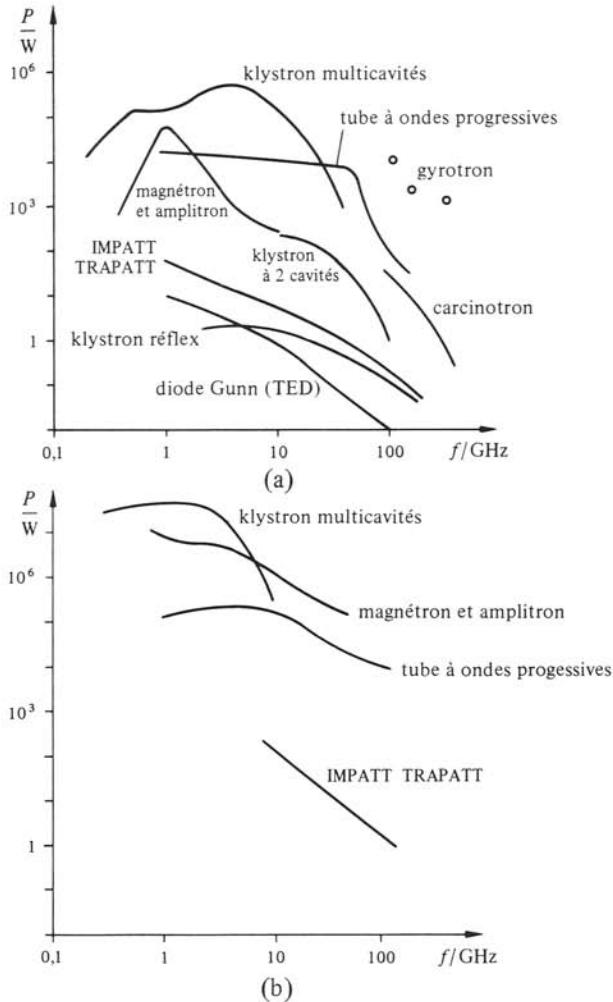


Fig. 4.45 Puissances maximales fournies (en 1979) par les différents types de générateurs hyperfréquences : (a) en régime entretenu; (b) en régime impulsif.

que peuvent fournir les générateurs ou amplificateurs actuellement disponibles des différents types présentés au chapitre 4. Suite aux nouvelles réalisations technologiques, ces courbes sont susceptibles de se déplacer dans le temps vers le haut et vers la droite. Il est donc recommandé de consulter les revues techniques idoines et les catalogues des principaux fabricants.

#### 4.12 EXERCICES

**4.12.1** La vitesse des porteurs de charge dans un transistor est de  $10^5$  m/s. Déterminer le temps nécessaire à un porteur pour traverser la base, si celle-ci a une épaisseur de 10 micromètres ( $10 \mu\text{m}$ ). A quelle fréquence ce temps correspond-il à un quart de période ?

**4.12.2** Dans le diagramme caractéristique du magnétron (fig. 4.4), déterminer la position du point de tangence entre la droite de Hartree et la parabole de coupure. Quelle est l'évolution de ce point avec la fréquence ? Déterminer l'équation des courbes à rendement électronique constant.

**4.12.3** Déterminer les temps de transit des électrons dans un klystron réflex pour lesquels la puissance émise est maximale à une fréquence donnée  $f$  (sommets des modes).

**4.12.4** Déterminer les déphasages linéiques et les vitesses de propagation pour les ondes lente et rapide sur un faisceau d'électrons dans la situation suivante :  $n_0 = 4 \cdot 10^{16}$  électrons par mètre cube,  $v_0 = 100$  m/s et  $f = 2$  GHz.

**4.12.5** Deux lignes de transmission ont des caractéristiques de propagation linéaires, données respectivement par

$$\beta_1 = a_1 \omega + b_1$$

$$\beta_2 = a_2 \omega + b_2$$

Ces deux lignes sont alors couplées, le facteur de couplage valant  $K$  (§ 4.4.7). Déterminer les caractéristiques des lignes couplées pour les deux cas possibles  $p_2/p_1 = 1$  et  $p_2/p_1 = -1$ . Quel type de courbes obtient-on ?

**4.12.6** Une diode Gunn fournit un signal hyperfréquences de 10 mW lorsqu'elle est alimentée par un courant continu de 150 mA sous une tension de 7 V. Calculer la puissance dissipée et le rendement. Sachant que la section active de la diode a  $10 \mu\text{m}$  de long et que sa section droite est un cercle de  $50 \mu\text{m}$  de rayon, déterminer la densité de puissance dissipée en watt par mètre cube.

**4.12.7** Un varactor a un potentiel de barrière de  $\phi = 0,6$  V et une tension de claquage inverse de  $-100$  V. Déterminer les capacités maximale et minimale, et le quotient de ces deux valeurs, pour des polarisations allant du claquage inverse à une tension positive

de  $\phi/2$ . Comparer les valeurs obtenues respectivement pour une jonction abrupte et pour une jonction graduelle.

**4.12.8** Un amplificateur paramétrique est conçu pour une fréquence de signal de 3 GHz. Il est basé sur une cavité en guide d'ondes rectangulaire, faisant usage du mode  $TE_{101}$  pour le signal, du mode  $TE_{103}$  pour l'idler et du mode  $TE_{105}$  pour la pompe. Déterminer les dimensions de la cavité et la fréquence du signal de pompe.

**4.12.9** On veut amplifier un signal hyperfréquences de 10 GHz au moyen d'un maser. Quel est l'écartement des raies dans le diagramme des énergies qui permet l'amplification à cette fréquence? Quel est le rapport des populations des deux niveaux : à la température ambiante de 20 degrés Celsius, à la température de l'azote liquide et à celle de l'hélium liquide?

**4.12.10** La puissance fournie à un amplificateur par son alimentation vaut 20 watts. Le rendement total est de 45,5%, le rendement de la puissance ajoutée de 40%. Déterminer la puissance d'entrée, la puissance de sortie et le gain en dB.

## MESURE DU SIGNAL

### 5.1 GRANDEURS CARACTÉRISANT LE SIGNAL

#### 5.1.1 Définitions, spectre

Un signal hyperfréquences, généré par les oscillateurs du chapitre 4, est caractérisé par deux grandeurs :

- sa fréquence (mesurée en GHz);
- sa puissance (mesurée en watts).

Lorsqu'un signal est modulé, il peut être représenté par une superposition de signaux monochromatiques (série ou transformée de Fourier, sect. IV.7. 3/4), qui forment son *spectre*. Il est caractérisé par les fréquences et puissances respectives de chacun de ces signaux, appelés *raies du spectre*.

#### 5.1.2 Comparaison avec des étalons

La mesure des grandeurs caractéristiques du signal (fréquence, puissance) fait usage d'une comparaison avec des grandeurs similaires extérieures au système mesuré, appelées *étalons*. En revanche, lors de la caractérisation de composants (chap. 7), on compare des grandeurs similaires, mais toutes mesurées à l'intérieur du système étudié (comparaison des amplitudes et des phases des signaux).

#### 5.1.3 Remarque

Dans un guide d'ondes, la tension, le courant et l'impédance caractéristique sont des grandeurs dérivées des champs transverses et de leur quotient (§ 2.2.25). Elles ne sont pas définies de façon unique et universellement reconnue. De surcroît, elles ne sont pas directement mesurables. C'est pourquoi elles sont peu employées en hyperfréquences : on fait le plus souvent usage de la puissance et de grandeurs dérivées pour caractériser un signal (sect. 6.1).

#### 5.1.4 Mesure de fréquence

Deux principes très différents servent à déterminer la fréquence d'un signal. L'un est basé sur la *distribution spatiale des champs*, dans les cavités et les guides d'ondes (sect. 5.2), l'autre sur le *comptage de périodes* par des techniques digitales (sect. 5.3). Un moyen dérivé, dont fait usage l'analyseur de spectre, consiste à effectuer un *changement de fréquence* et à étudier le signal résultant à des fréquences plus basses (sect. 5.4).

### 5.1.5 Mesure de puissance

La puissance d'un signal alternatif, de fréquence inférieure au domaine des hyperfréquences, est le plus souvent mesurée par rectification : un redresseur à diode semiconductrice fournit un signal redressé, dont la composante continue, facile à mesurer, est proportionnelle à la *puissance moyenne* du signal alternatif. Ce principe de mesure est employé dans les bandes de fréquence en dessous du GHz. Aux fréquences supérieures, on rencontre de nombreuses difficultés pratiques, notamment pour adapter un élément dont l'impédance d'entrée varie avec le niveau du signal (élément non linéaire). Il en résulte que jusqu'à maintenant, on n'a fait que rarement usage de la rectification pour mesurer la puissance [100]. D'autres mécanismes de détection sont de préférence employés :

- mesure mécanique de la pression de rayonnement (sect. 5.5);
- conversion thermique du signal hyperfréquences (sect. 5.6).

### 5.1.6 Remarque

Si les détecteurs à diodes ne sont guère employés pour la mesure de la puissance d'un signal, ils sont en revanche utilisés très largement pour la comparaison de niveaux (chap. 7).

## 5.2 MESURES MÉCANIQUES DE LA FRÉQUENCE

### 5.2.1 Fréquencemètre ou ondemètre à cavité

Les cavités sont l'équivalent hyperfréquences des circuits accordés (chap. 3). On peut modifier la fréquence de résonance de certains modes en faisant varier les dimensions, le plus souvent la longueur. On fait en général usage d'une cavité coaxiale ou cylindrique comportant un piston mobile (fig. 5.1).

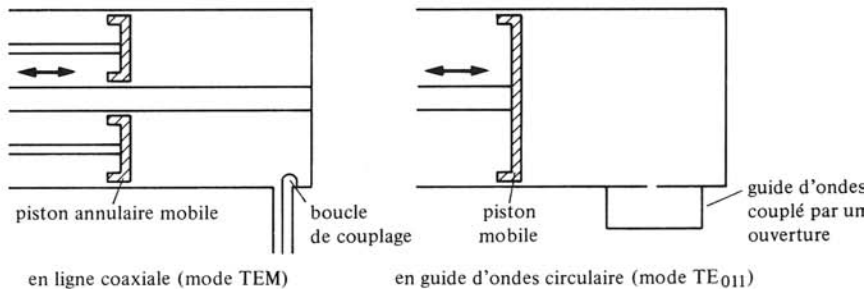


Fig. 5.1 Ondemètres à cavité.

La cavité est couplée à une ligne ou à un guide d'ondes selon un des 3 schémas de la figure 5.2.

### 5.2.2 Principe de la mesure

On modifie mécaniquement la position du piston jusqu'à ce que la fréquence de résonance coïncide avec celle du signal. Pour la cavité à réaction, l'amplitude du signal

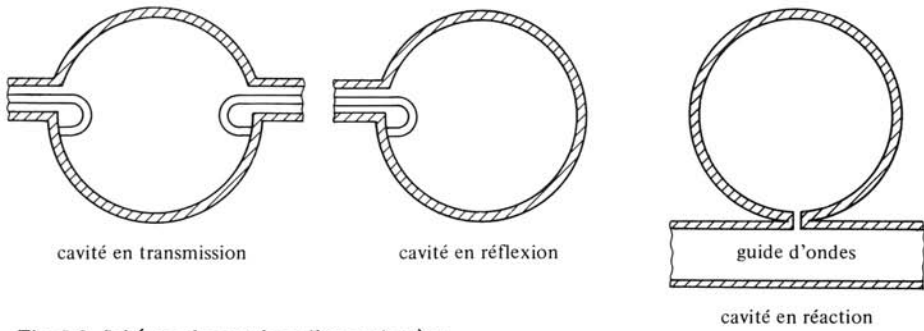


Fig. 5.2 Schémas de couplage d'un ondemètre.

transmis passe par un minimum. Pour la cavité en transmission, elle passe par un maximum (§ 3.5.15). Le signal réfléchi est minimal pour la cavité en réflexion (§ 3.5.11). On détermine la position du piston qui donne lieu à ces extrema, et on obtient ainsi la fréquence du signal [101].

La plupart des ondemètres de bonne qualité ont actuellement une échelle directement graduée en fréquence.

### 5.2.3 Précision

La résolution d'un ondemètre dépend de la largeur de sa résonance. Pour que cette dernière soit étroite, il faut que le facteur de qualité chargé  $Q_c$  soit élevé (§ 3.5.12). On choisit pour cette raison les modes  $TE_{011}$  et  $TE_{111}$  de la cavité cylindrique circulaire, ainsi que le premier mode TEM de la cavité coaxiale (fig. 3.18). Typiquement, le facteur de qualité d'un ondemètre doit être égal ou supérieur à 10 000 pour permettre une bonne résolution. La précision d'une mesure à l'ondemètre est de l'ordre de 0,1%. Elle est sujette à une dérive thermique d'environ 10 ppm/°C.

### 5.2.4 Exemple: dimensionnement d'un ondemètre

Un ondemètre pour la bande de fréquence 8,2 à 12,4 GHz fait usage du mode  $TE_{111}$  en guide circulaire. Pour déterminer ses dimensions, on fait usage du diagramme de la figure 3.10. Après quelques calculs, on choisit le rayon  $a = 14,3$  mm et la longueur  $d$  variant de 13,9 à 27,2 mm.

### 5.2.5 Autres modes de résonance, suppresseur

La cavité dimensionnée au paragraphe 5.2.4 peut aussi résonner sur les modes  $TM_{011}$  et  $TE_{211}$ . Il y a donc ambiguïté: comment savoir si la fréquence détectée correspond au mode  $TE_{111}$  ou à un des autres modes? On peut éviter ce problème de deux façons:

- en positionnant soigneusement le dispositif de couplage de manière à ne pas exciter les modes non désirés (sect. 3.6);
- en plaçant dans la cavité un *suppresseur de mode*, dispositif qui perturbe les modes non désirés, par exemple en réduisant leur facteur de qualité. Ce dispositif ne doit toutefois pas modifier le mode employé pour la mesure.

### 5.2.6 Remarque

L'ondemètre à cavité ne permet qu'une mesure de la fréquence à un instant donné : il faut manuellement ajuster la cavité pour obtenir un maximum ou un minimum sur un appareil de mesure, puis lire la valeur de la fréquence existant au moment de la mesure.

Il n'est pas possible de contrôler de façon continue la fréquence fournie par un générateur à l'aide d'un seul ondemètre, en vue par exemple de déterminer sa stabilité.

### 5.2.7 Discriminateurs, à deux cavités, de Pound

Pour contrôler de façon continue les petites variations de fréquence d'un oscillateur, on fait usage d'un *discriminateur* : il s'agit d'un circuit hyperfréquences comportant une ou plusieurs cavités (fig. 5.3).

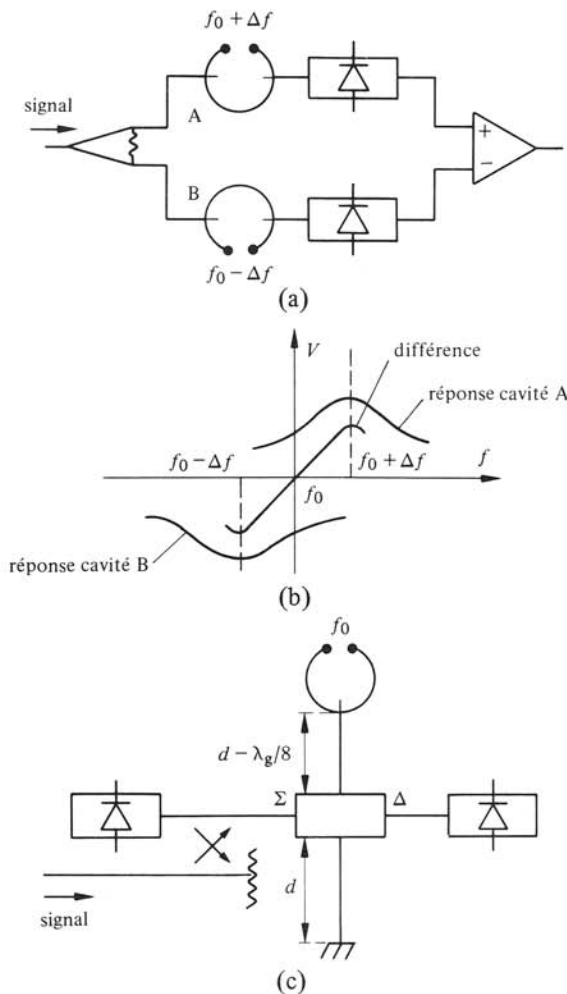


Fig. 5.3 Discriminateurs : (a) discriminateur à deux cavités; (b) réponse en fréquence du discriminateur à deux cavités; (c) discriminateur de Pound.



La tension de sortie de l'amplificateur différentiel dépend *à peu près linéairement* de la fréquence sur une plage limitée. Pour le *discriminateur à deux cavités* (fig. 5.3), cette zone est située entre les deux fréquences de résonance. Dans le cas du *discriminateur de Pound* (fig. 5.3), les deux détecteurs sont également connectés à un amplificateur différentiel. La tension à la sortie de celui-ci a une allure similaire à celle donnée par le discriminateur à deux cavités [102]. Dans les deux cas, on obtient une tension directement proportionnelle à la déviation en fréquence, tension que l'on peut enregistrer pour déterminer la stabilité de l'oscillateur.

### 5.2.8 Stabilisateur de fréquence

Si l'on dispose d'un oscillateur à accord électronique, la tension de sortie du discriminateur (§ 5.2.7) permet de verrouiller la fréquence de l'oscillateur sur la fréquence centrale  $f_0$  (fig. 5.3).

### 5.2.9 Mesure de la longueur d'onde

Dans une ligne terminée par une charge réfléchissante, la superposition d'une onde incidente et d'une onde réfléchie provoque l'apparition d'ondes stationnaires (§ III.8.6.2). Deux extrema successifs de tension ou de courant sont séparés par une demi-longueur d'onde de guide  $\lambda_g/2$ . On peut mesurer cette grandeur au moyen d'une ligne fendue (sect. 7.2). Dans une ligne TEM à air (sect. 2.6), la valeur mesurée est directement égale à  $\lambda/2$ , d'où l'on tire

$$f = c_0/\lambda \quad \text{Hz} \quad (5.1)$$

Dans le cas du guide d'ondes rectangulaire propageant le mode  $TE_{10}$ , on obtient la longueur d'onde dans le vide à l'aide de (2.123), qui donne ici

$$\lambda = \frac{\lambda_{10}}{\sqrt{1 + (\lambda_{10}/2a)^2}} \quad \text{m} \quad (5.2)$$

où  $\lambda_{10}$  est la longueur d'onde de guide du mode dominant.

## 5.3 COMPTEURS DE FRÉQUENCE

### 5.3.1 Principe de fonctionnement

Un compteur électronique de fréquence est un appareil composé de circuits logiques, qui compte le nombre de périodes durant un laps de temps rigoureusement spécifié. Son schéma bloc est représenté à la figure 5.4 [103].

Le circuit d'entrée remplace le signal original (supposé sinusoïdal) par une suite d'impulsions calibrées. La porte laisse passer les impulsions pendant la période de comptage et les bloque le reste du temps. L'ouverture de la porte est commandée par l'unité de contrôle, à partir du signal fourni par la base de temps. Le compteur est formé d'une suite de bascules logiques, comptant le nombre d'impulsions qui traversent la porte pendant son ouverture (chap. V.4). Le nombre obtenu est enregistré et affiché.

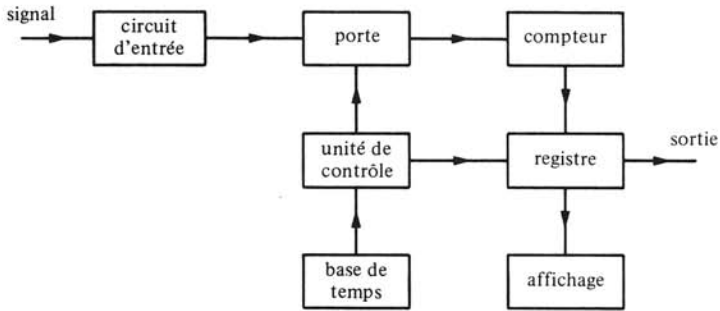


Fig. 5.4 Mesure directe de la fréquence.

### 5.3.2 Causes d'erreurs

Il existe deux sources d'erreurs différentes :

- l'ouverture et la fermeture de la porte se produisent à un instant quelconque de la période du signal. Le comptage est dès lors précis à  $\pm 1$  période (effet de quantification). Cette erreur est négligeable lorsque la durée d'ouverture est beaucoup plus grande que la période du signal ;
- la précision dépend directement de la durée de comptage, spécifiée par la base de temps. Un oscillateur de haute stabilité à quartz assure une précision de  $10^{-8}$  à  $10^{-9}$ . L'oscillateur peut de plus être piloté par un étalon de fréquence à césium (§ 5.3.12) dont la précision est de l'ordre de  $10^{-12}$  à  $10^{-13}$ .

### 5.3.3 Limitation en fréquence

Le temps nécessaire aux opérations logiques dans le compteur est *petit mais non nul*. Quand la période du signal est inférieure à une valeur minimale, la cadence des impulsions est trop rapide pour l'instrument. Un compteur de type standard mesure jusqu'à 500 MHz, des appareils rapides récents permettent d'atteindre 1,5 GHz. Suite au développement actuel de la logique ultra rapide, on peut s'attendre à voir cette limite repoussée. La plupart des signaux hyperfréquences ne peuvent toutefois pas être mesurés *directement* par un compteur électronique digital.

### 5.3.4 Changement de fréquence, hétérodynage

Les possibilités d'emploi des compteurs digitaux en hyperfréquences sont considérablement augmentées par le *changement de fréquence* ou *hétérodynage* [104]. Le signal à mesurer, de fréquence  $f$ , est appliqué à un mélangeur (§ 5.3.14), qui est également connecté à une source de référence de fréquence  $f_0$ . Le mélangeur fournit un signal à la fréquence  $|f - f_0|$ . Si la source de référence est choisie judicieusement, le signal fourni par le mélangeur a une fréquence mesurable par le compteur. Cette méthode ne permet toutefois pas de déterminer laquelle des deux fréquences est la plus élevée.

La résolution obtenue avec un changement de fréquence est la même que si l'on mesurait directement le signal.

Le changement de fréquence a permis de mesurer la fréquence d'un laser à 2,54 THz (2 540 GHz) [105].

### 5.3.5 Convertisseur hétérodyne automatique

En pratique, on utilise la source stable du compteur comme référence et on multiplie sa fréquence (sect. 4.9). Un des harmoniques est mélangé avec le signal à mesurer (fig. 5.5).

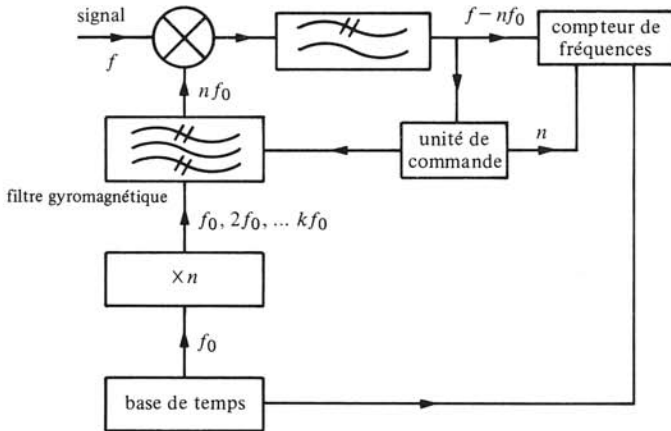


Fig. 5.5 Convertisseur hétérodyne.

Un filtre gyromagnétique accordable (§ 6.7.23) sélectionne de façon séquentielle les harmoniques. Lorsqu'un signal apparaît à la sortie du filtre passe-bas, le courant de commande du filtre gyromagnétique est maintenu constant et l'opération de comptage s'effectue. En répétant systématiquement l'opération en partant des basses fréquences, on évite l'ambiguïté de signe due au mélangeur. Lorsque plusieurs composantes spectrales sont simultanément présentes, on peut mesurer celles-ci séquentiellement. Après la mesure de la fréquence la plus basse, on recommence l'opération à partir d'une fréquence légèrement supérieure et ainsi de suite.

### 5.3.6 Oscillateur de transfert

Le signal d'entrée est ici mélangé avec les harmoniques d'une source auxiliaire à fréquence accordable (fig. 5.6). On fait varier la fréquence de la source auxiliaire jusqu'à ce qu'on obtienne un battement nul à la fréquence  $f_0 = f_{01}$  (zero beat) avec l'un des harmoniques.

La fréquence  $f_{01}$  de la source auxiliaire est mesurée sur le compteur et on sait que la fréquence du signal vaut

$$f = nf_{01} \quad \text{Hz} \quad (5.3)$$

On ne connaît toutefois pas l'ordre  $n$  de l'harmonique. Pour le déterminer, on répète l'opération en augmentant la fréquence de la source auxiliaire jusqu'au batte-

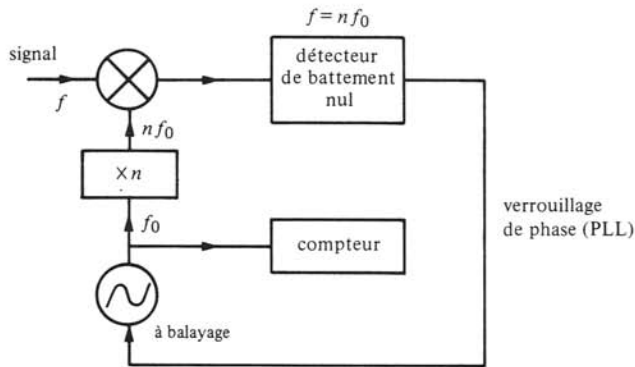


Fig. 5.6 Oscillateur de transfert.

ment suivant en  $f_0 = f_{02}$  qui correspond à

$$f = (n - 1)f_{02} \quad \text{Hz} \quad (5.4)$$

La fréquence  $f$  est le plus petit commun multiple (ppcm) des deux fréquences mesurées  $f_{01}, f_{02}$ . La valeur de  $n$  est donnée par (5.3) et (5.4)

$$n = f_{02} / (f_{02} - f_{01}) \quad 1 \quad (5.5)$$

Par définition,  $n$  est un nombre entier : on arrondit la valeur obtenue à partir des mesures (entachées de légères erreurs) avant de calculer  $f$  à l'aide de (5.3) ou de (5.4).

La résolution de la mesure est *dégradée* d'un facteur  $n$  par rapport à la mesure directe.

### 5.3.7 Verrouillage de l'oscillateur de fréquence

La plupart des compteurs permettent le verrouillage de la source auxiliaire sur un sous-harmonique du signal au moyen d'une boucle de rétroaction à verrouillage de phase (PLL), pour autant que la variation du signal ne soit pas trop importante. Par ailleurs, la multiplication par  $n$  est aussi effectuée par le compteur, qui affiche alors directement  $f$  : on peut ainsi contrôler de façon continue la fréquence d'un oscillateur.

### 5.3.8 Diviseur en fréquence

Un autre moyen d'étendre aux bandes hyperfréquences la plage de mesure d'un compteur digital consiste à employer un diviseur de fréquence, décrit au paragraphe 4.9.7. Le principe de fonctionnement est similaire à celui de l'oscillateur de transfert, à ceci près que le facteur de multiplication  $n$  est dans ce cas fixe. Il suffit de connecter le signal à un accès et de mesurer sur un compteur standard le signal de sortie du diviseur. La résolution est dans ce cas aussi réduite d'un facteur  $n$ .

### 5.3.9 Remarque : diviseur logique

La division de fréquence peut également être effectuée à l'aide de circuits logiques (sect. V.4.1), qui sont les éléments de base des compteurs électroniques. Ces diviseurs sont sujets aux limitations indiquées au paragraphe 5.3.3. Des diviseurs possédant une limite supérieure de 1,2 GHz et des facteurs de division jusqu'à 128 sont disponibles.

### 5.3.10 Remarque

Contrairement aux cavités, les compteurs permettent de contrôler de façon continue la fréquence du signal fourni par un oscillateur. La mesure n'est toutefois pas instantanée mais représente la moyenne de la fréquence pendant la durée de comptage.

### 5.3.11 Etalons atomiques de fréquence

Lors d'une transition d'un atome entre deux niveaux d'énergie (physique quantique), un photon est absorbé ou émis, sa fréquence étant directement proportionnelle à la séparation entre les deux niveaux (§ 4.10.5)

$$f_{pq} = (W_q - W_p)/h \quad \text{Hz} \quad (5.6)$$

où  $h$  est la constante de Planck.

Certains matériaux possèdent des niveaux d'énergie très étroits (hyperfins), donnant lieu à des fréquences d'interaction extrêmement stables [103]. C'est notamment le cas de l'hydrogène, du rubidium, du césium et du thallium, qui tous possèdent une transition entre deux niveaux hyperfins dans la bande des hyperfréquences

- maser à hydrogène 1,420 405 751 GHz;
- cellule au rubidium 6,834 682 608 GHz;
- faisceau de césium 9,192 631 770 GHz;
- faisceau de thallium 21,310 833 945 GHz.

### 5.3.12 Etalon de fréquence au césium

Cet étalon, dont l'utilisation est pour le moment la plus courante en pratique, fait usage d'un faisceau de césium (fig. 5.7).

Un faisceau d'atomes de césium est émis par un four contenant du césium liquide. Un séparateur magnétique dirige les atomes qui sont dans un état hyperfin déterminé vers les zones d'interaction de la cavité. Un faible champ magnétique statique sépare les différents sous-niveaux de l'état hyperfin (effet Zeeman), de sorte que seules des transitions entre deux niveaux bien définis soient stimulées par le champ électroma-

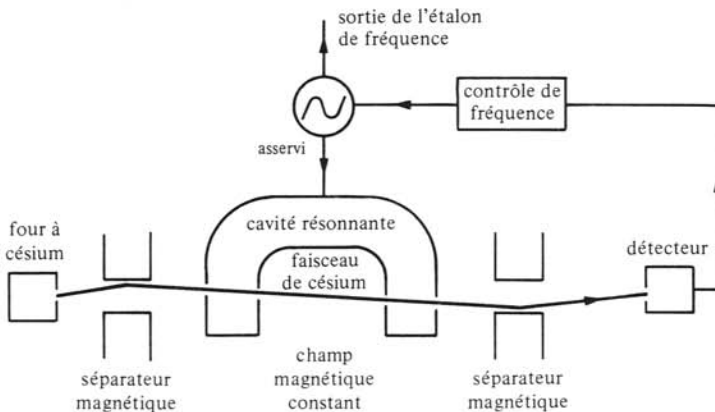


Fig. 5.7 Etalon de fréquence au césium.

gnétique dans la cavité. Un second séparateur magnétique dirige vers le détecteur les atomes qui ont effectué la transition. Le courant dans le détecteur passe par un maximum lorsque la fréquence du signal dans la cavité est exactement celle de la transition, soit 9,192 631 770 GHz. Une rétroaction sert à accorder l'oscillateur précisément à cette fréquence.

La précision ainsi obtenue est de l'ordre de  $10^{-12}$ , alors qu'une longueur ou une masse ne peuvent être déterminées actuellement qu'avec une précision de l'ordre de  $10^{-9}$ .

### 5.3.13 Horloge atomique

La fréquence étant l'inverse du temps, un étalon de fréquence est également un étalon de *mesure du temps*. La conférence générale des poids et mesures a adopté en octobre 1967 la définition de la seconde [106].

*La seconde est la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133.*

Comme la seconde est définie à partir de la transition du césium, on dit que l'étalon à césium est un *étalon primaire*.

Une horloge atomique à césium est formée d'un étalon de fréquence complété par un compteur.

### 5.3.14 Mélangeur, produits d'intermodulation

Un *mélangeur* (en anglais *mixer*) est formé d'un élément non linéaire, le plus souvent une diode semiconductrice (diode de Schottky, jonction métal-semiconducteur, § VII.4.6.4) et de circuits de connexion. La relation entre le courant et la tension pour de faibles tensions a la forme

$$I = I_s [\exp(\alpha U) - 1] = I_s \left[ \alpha U + \frac{(\alpha U)^2}{2!} + \frac{(\alpha U)^3}{3!} + \dots \right] \quad \text{A} \quad (5.7)$$

où la constante  $\alpha$  vaut environ  $40 \text{ V}^{-1}$ .

On applique à cette diode la somme de deux tensions sinusoïdales

$$U = U_1 \sin(\omega_1 t) + U_2 \sin(\omega_2 t) \quad \text{V} \quad (5.8)$$

Le courant  $I$  possède alors des composantes à toutes les fréquences  $|mf_1 + nf_2|$ , avec  $m = \pm 0, 1, 2 \dots$  et  $n = \pm 0, 1, 2 \dots$ , que l'on appelle *produits d'intermodulation*. Considérant le terme quadratique de (5.7), on voit qu'il donne

$$\begin{aligned} I_s \frac{(\alpha U)^2}{2} &= \frac{I_s \alpha^2}{2} [U_1^2 \sin^2(\omega_1 t) + U_2^2 \sin^2(\omega_2 t) + 2U_1 U_2 \sin(\omega_1 t) \sin(\omega_2 t)] \\ &= \frac{I_s \alpha^2}{4} [U_1^2 + U_2^2 - U_1^2 \cos(2\omega_1 t) - U_2^2 \cos(2\omega_2 t) \\ &\quad + 2U_1 U_2 \cos(\omega_1 - \omega_2)t - 2U_1 U_2 \cos(\omega_1 + \omega_2)t] \end{aligned} \quad \text{A} \quad (5.9)$$

Parmi les composantes de différentes fréquences du courant traversant la diode, il y a une composante à la fréquence  $|f_1 - f_2|$ . Il n'est pas possible de déterminer si  $f_1$  est plus grande ou plus petite que  $f_2$ .

Le mélangeur est *l'élément fondamental de tout changement de fréquence*. Il permet de déplacer un signal d'une bande à une autre et notamment de transférer un signal hyperfréquences à une fréquence plus basse, à laquelle le signal résultant peut être traité par les techniques électroniques classiques. Il est représenté schématiquement par le symbole de la figure 5.8.

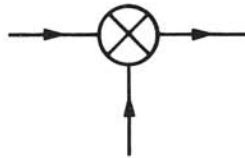


Fig. 5.8 Symbole du mélangeur.

## 5.4 ANALYSEUR DE SPECTRE

### 5.4.1 Remarque

Dans toutes les mesures de fréquence considérées dans les deux sections précédentes, on a supposé un signal purement sinusoïdal. Une cavité, aussi bien qu'un compteur, assignent à chaque mesure un nombre, qui est une valeur moyenne de la fréquence. Ces appareils ne donnent pas d'information concernant la *structure fine* d'un signal (modulation). Seuls les discriminateurs effectuent une mesure instantanée de la fréquence, permettant de démoduler un signal modulé en fréquence (§ 5.2.7). Pour obtenir une description plus détaillée du signal on emploie un analyseur de spectre.

### 5.4.2 Définition

On appelle *analyseur de spectre* un dispositif permettant d'étudier un signal dans le domaine fréquentiel en affichant son spectre (transformée de Fourier, sect. IV.7.3), le plus souvent sur un écran d'oscilloscope [107].

### 5.4.3 Réalisation simple : filtre à balayage

Un analyseur élémentaire consiste simplement en un filtre passe-bande accordable, à bande passante très étroite, par exemple un filtre gyromagnétique (YIG, § 6.7.23) connecté à une source de courant variable et à un détecteur, qui est à son tour connecté à une unité d'affichage (fig. 5.9).

La bande passante du filtre, commandée par un courant en dent de scie, balaye périodiquement la plage de mesure choisie dans le domaine des fréquences. Un signal de fréquence  $f$  ne traverse le filtre et n'est détecté qu'à un instant particulier du temps  $t$ , instant auquel la bande passante du filtre est centrée sur cette fréquence  $f$ . On obtient ainsi, à la sortie du détecteur, une transposition dans le domaine temporel du spectre fréquentiel du signal. L'oscilloscope, commandé par le même courant de balayage, permet alors d'afficher le spectre sur son écran.

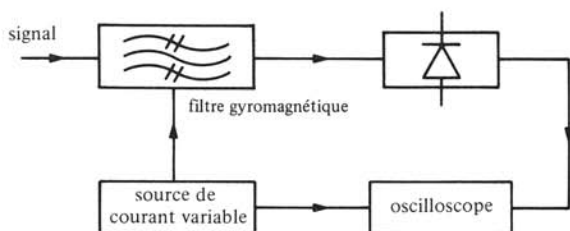


Fig. 5.9 Analyseur de spectre simple.

#### 5.4.4 Problème : bande passante du filtre

L'analyseur de spectre simple à filtre accordable présente un inconvénient : la bande passante et l'affaiblissement du filtre varient lorsqu'on modifie la fréquence d'accord. En fait, la courbe observée à l'oscilloscope n'est pas le spectre du signal lui-même, mais le *produit de convolution* de celui-ci avec la fonction de transfert du filtre. La qualité d'un analyseur de spectre est donc déterminée par le filtre. L'analyseur de spectre simple de la figure 5.9 ne permet pas l'étude précise du signal, il est donc peu employé en pratique.

#### 5.4.5 Changement de fréquence variable

Une méthode plus élaborée pour déterminer le spectre du signal consiste à lui faire subir un changement de fréquence variable dans le temps, puis à appliquer le signal ainsi décalé à un filtre à bande passante *étroite* et *fixe*. Le schéma de principe est représenté à la figure 5.10.

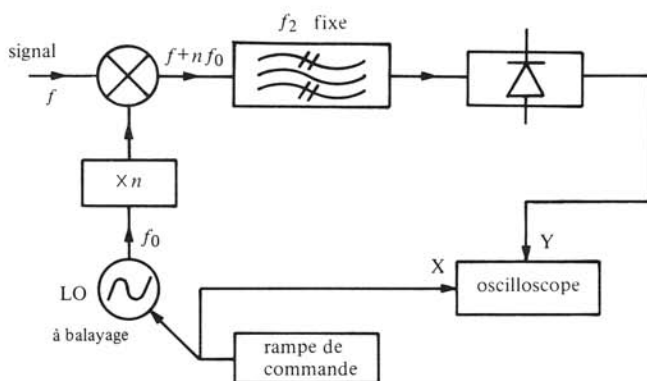


Fig. 5.10 Analyseur à changement de fréquence variable.

#### 5.4.6 Principe de fonctionnement

Le signal de fréquence  $f$  est appliqué à un mélangeur (§ 5.3.14) qui effectue le mélange avec les harmoniques du signal de fréquence  $f_0$  de l'oscillateur local (LO). À la sortie du mélangeur, on obtient des composantes aux fréquences  $|f + n f_0|$ , où  $n$  est un nombre entier, positif ou négatif. Pour qu'une de ces composantes traverse le filtre



passé-bande, accordé de façon permanente à la fréquence  $f_2$ , il faut que

$$|f + nf_0| = f_2 \quad \text{Hz} \quad (5.10)$$

Lorsque cette condition est remplie, on observe un signal sur l'oscilloscope. L'oscillateur local est balayé en fréquence, c'est-à-dire que  $f_0$  varie linéairement en fonction du temps. On obtient de cette manière un filtrage à fréquence variable, similaire à celui du paragraphe 5.4.3, mais avec un filtre à bande passante étroite fixe.

#### 5.4.7 Exemple

L'oscillateur local est balayé de 2 à 4 GHz et le filtre est accordé à 2 GHz. Les solutions de (5.10) sont représentées, pour ce cas précis, à la figure 5.11.

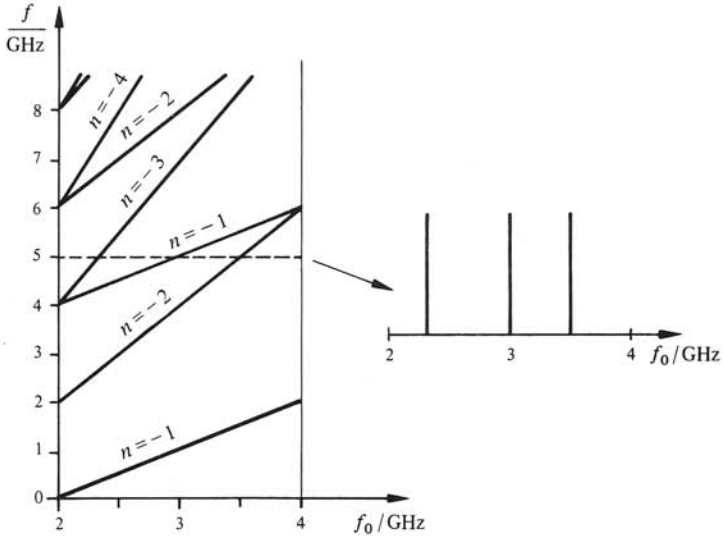


Fig. 5.11 Diagramme fréquentiel d'un analyseur de spectre à changement de fréquence.

Un signal à 5 GHz fournit dans ce cas trois coïncidences :

- avec la caractéristique  $-3$  pour  $f_0 = 2,333$  GHz;
- avec la caractéristique  $-1$  pour  $f_0 = 3,000$  GHz;
- avec la caractéristique  $-2$  pour  $f_0 = 3,500$  GHz.

L'image observée à l'oscilloscope (fig. 5.11) comporte 3 raies distinctes : ces trois raies sont produites par un seul et unique signal à 5 GHz.

#### 5.4.8 Remarque : ambiguïté

La présence des solutions multiples de (5.10) complique l'usage de l'analyseur à changement de fréquence. Lorsqu'une raie est détectée, il faut déterminer à quelle situation elle correspond (signe et valeur de  $n$ ). L'ambiguïté peut être levée en décalant les limites du balayage, ce qui requiert une opération supplémentaire de mesure. Il est aussi possible d'imposer une valeur de  $|n|$  en plaçant un filtre après le multiplieur.

L'effet est de réduire la plage de mesure, sans toutefois lever totalement l'indétermination. Une solution plus favorable fait usage d'un présélecteur.

#### 5.4.9 Analyseur à présélecteur, fréquences-images

Le filtrage à changement de fréquence (§ 5.4.5) est complété par un préfiltrage effectué par un filtre gyromagnétique (§ 6.7.23). Ce dernier filtre sert uniquement à éliminer les solutions indésirables de (5.10), appelées *fréquences-images*. Il peut avoir une bande passante relativement large, puisqu'il ne sert plus au filtrage fin du spectre dans ce cas.

#### 5.4.10 Remarque : multiplication du signal

La réponse du mélangeur (§ 5.3.14) comporte en fait tous les produits d'intermodulation aux fréquences  $|mf + nf_0|$ . Si toutefois l'amplitude du signal d'entrée est suffisamment faible, les termes pour lesquels  $m \neq 1$  ont une amplitude négligeable. L'amplitude du signal d'entrée doit donc être limitée de façon à ce que cette condition soit satisfaite.

### 5.5 MESURE MÉCANIQUE DE LA PUISSANCE

#### □ 5.5.1 Pression de rayonnement

Des moyens mécaniques mesurent la pression exercée par un signal électromagnétique sur un obstacle. Si un guide d'onde est terminé par un piston parfaitement réfléchissant, la force  $F$  exercée par le signal sur ce piston vaut [108]

$$F = \frac{2P}{c_0} \frac{\lambda}{\lambda_g} \quad \text{N} \quad (5.11)$$

où  $c_0$  est la vitesse de la lumière dans le vide,  $\lambda$  et  $\lambda_g$  sont respectivement les longueurs d'onde dans l'espace et dans le guide.

On mesure la force  $F$  et on détermine directement la puissance  $P$  à l'aide de (5.11). Le coefficient de proportionnalité ne dépend que de la fréquence et des dimensions du guide d'ondes.

#### □ 5.5.2 Réalisation pratique

Si l'on connecte directement un générateur à une réflexion totale, on provoque une variation très importante du signal que l'on cherche à mesurer (sect. 4.11). Il faut donc prendre des précautions pour supprimer l'onde réfléchie, par exemple insérer un isolateur dans la ligne (§ 6.3.10) ou encore employer un coupleur hybride adéquatement terminé (§ 6.5.18). Des mesures effectuées avec des puissances de 10 à 50 W ont permis de mesurer la puissance à 1-2 W près.

#### □ 5.5.3 Wättmètre à pendule de torsion

La méthode décrite au paragraphe 5.5.2 a l'inconvénient de réfléchir toute la puissance et n'est de ce fait que difficilement utilisable en pratique. Une autre possibilité consiste à utiliser un pendule de torsion à une ou deux ailettes (fig. 5.12).

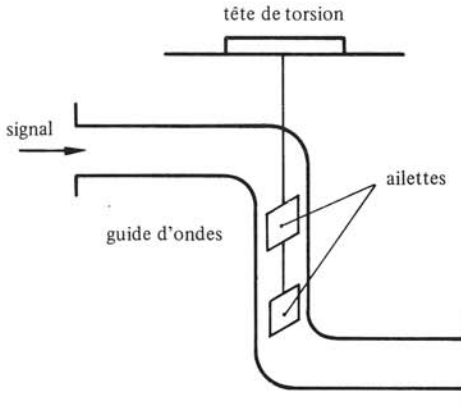


Fig. 5.12 Wattmètre à pendule de torsion.

Le signal traversant le guide d'ondes exerce un couple de torsion sur les ailettes, produisant un déplacement observable de celles-ci. On rétablit la position initiale en faisant tourner la tête de torsion : la puissance est alors proportionnelle à l'angle de rotation. Le calibrage de l'appareil est relativement simple. Un dispositif d'adaptation compense la réflexion produite par les ailettes lorsque celles-ci sont dans leur position d'équilibre. La force exercée étant cependant faible, cette méthode, tout comme la précédente, est limitée à la mesure de puissances importantes, de l'ordre de dizaines ou de centaines de watts. Des appareils de mesure ont été réalisés faisant usage de ce principe; ils sont surtout utilisés dans des laboratoires de calibrage.

#### □ 5.5.4 Wattmètres mécaniques pour faibles puissances

Le principe du wattmètre à pendule de torsion peut être étendu à des mesures de puissances plus faibles, en faisant usage de la concentration du champ dans une cavité. Les appareils actuels, réalisés dans ce cas, sont délicats et d'un emploi difficile.

#### 5.5.5 Avantages et inconvénients

L'intérêt des méthodes mécaniques pour la mesure de puissance réside dans la facilité de leur calibrage : on mesure en effet une force, que l'on peut comparer facilement à des étalons. Comme cette force est le plus souvent très faible, un dispositif mécanique de mesure très sensible est requis. L'appareil doit être installé dans un environnement exempt de vibrations. Les méthodes mécaniques ne sont de ce fait que peu employées en pratique pour mesurer la puissance.

## 5.6 MESURE DE LA PUISSANCE PAR CONVERSION THERMIQUE

### 5.6.1 Principe fondamental

Le signal hyperfréquence est dissipé dans un matériau absorbant, produisant un échauffement. La variation de température de l'élément absorbant est mesurée, le plus souvent au moyen de méthodes électriques (thermocouples, bolomètres, etc.). Il peut

paraître surprenant que l'on fasse usage d'une transformation en énergie calorifique pour mesurer la puissance combien plus noble du signal hyperfréquences: on constate en pratique que la majorité des wattmètres hyperfréquences opèrent selon ce principe [109].

En pratique, deux variantes sont utilisées :

- pour des mesures de grande précision (standard), un calorimètre soit sec, soit à eau. Seules des puissances relativement importantes (1 W et plus) sont mesurables (§ 5.6.2 à 5.6.4);
- pour des mesures de type courant, la puissance est dissipée soit dans une résistance variable, soit dans une jonction bimétallique de thermocouple, source de tension variable (§ 5.6.5 à 5.6.10).

### 5.6.2 Calorimètre statique

On compare deux éléments placés à l'intérieur d'une enceinte thermostatée. Le signal hyperfréquences est absorbé par l'un des deux; le second, aussi identique que possible au premier, sert de référence (fig. 5.13).

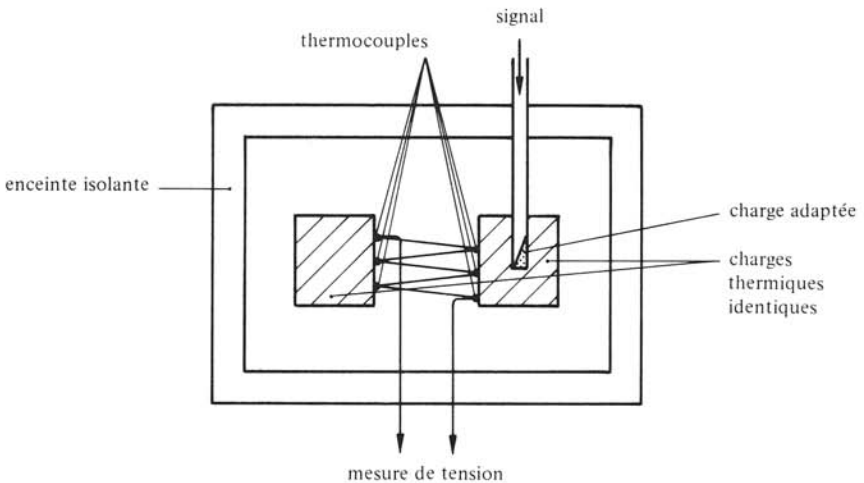


Fig. 5.13 Principe du calorimètre statique.

La différence de température entre les deux éléments est mesurée au moyen d'un réseau de thermocouples (thermopile). La tension fournie est proportionnelle à la puissance dissipée. Des précautions doivent être prises pour éviter que de la chaleur puisse circuler le long de la ligne ou du guide d'ondes d'entrée, ce qui fausserait la mesure.

### 5.6.3 Calorimètre à flot continu

Le matériau absorbant est un liquide (le plus souvent de l'eau) dans lequel le signal hyperfréquences est transformé en chaleur. La différence de température du fluide entre l'entrée et la sortie est proportionnelle à la puissance dissipée

$$P = q c_p \Delta T \quad \text{W} \quad (5.12)$$

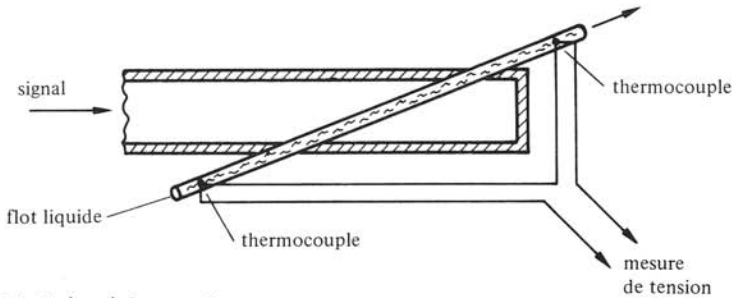


Fig. 5.14 Calorimètre à flot continu.

où  $q$  est le débit de fluide en kg/s,  $c_p$  sa chaleur spécifique en J/(kg·K) et  $\Delta T$  la différence de température en K. Un calorimètre à flot continu est représenté à la figure 5.14.

Le signal est absorbé dans une terminaison à eau (§ 6.2.2), la variation de température est mesurée par deux thermocouples. On peut soit mesurer le flot de liquide et appliquer (5.12), soit faire usage d'un dispositif de calibrage utilisant un chauffage de substitution. Le débit de liquide doit rester constant pendant toute la mesure.

#### 5.6.4. Remarques concernant les calorimètres

L'intérêt des calorimètres est la précision fournie par les mesures : ils sont de fait employés comme étalons de comparaison dans des instituts de métrologie. Ce sont le plus souvent des appareils encombrants, à réponse lente (minutes) travaillant à des niveaux élevés de puissance (au moins de l'ordre du mW, souvent même supérieure au watt) [110].

#### 5.6.5 Thermistance

On appelle *thermistance* ou thermistor, une résistance non linéaire à *coefficient de température négatif*. Il s'agit le plus souvent d'une pastille de très petites dimensions faite d'un mélange d'oxydes semiconducteurs (Mn, Ni, Co, Cu, etc.) savamment dosés par le fabricant. La résistance présentée par la thermistance dépend non seulement de la puissance absorbée par celle-ci, mais aussi de la température ambiante (fig. 5.15).

La réponse d'une thermistance est de l'ordre de 0,5 à 1 seconde, ce qui permet des mesures plus rapides que celles effectuées avec les calorimètres.

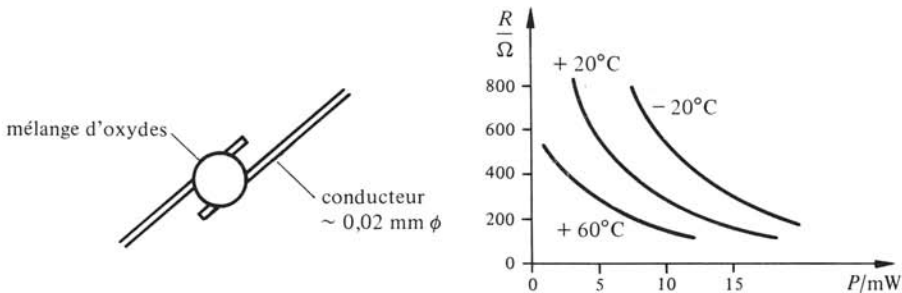


Fig. 5.15 Thermistance : géométrie et caractéristiques électriques.

### 5.6.6 Bolomètre

Un autre élément sensible est le *bolomètre*, qui comporte un conducteur métallique : filiforme ou constitué d'un film déposé sur un substrat isolant. La puissance absorbée chauffe le conducteur, dont la résistance augmente : on mesure la variation de résistance, et on en déduit la puissance du signal. Le temps de réponse d'un bolomètre est inférieur à la milliseconde.

### 5.6.7 Milliwattmètre à résistance non linéaire

L'élément sensible (thermistance ou bolomètre) est situé à l'extrémité de la ligne de transmission et absorbe le signal hyperfréquences (fig. 5.16). Il est par ailleurs placé dans un pont de Wheatstone alimenté en continu ou en alternatif basse fréquence (vol. XVII).

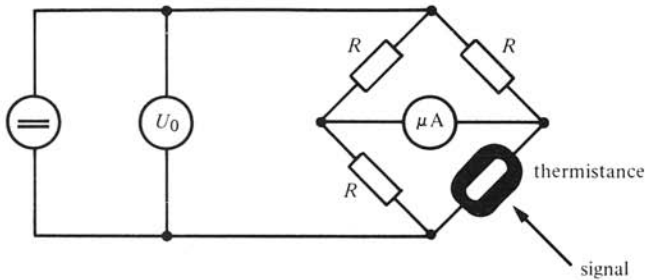


Fig. 5.16 Pont de mesure de puissance.

La procédure de mesure s'effectue en deux temps :

- en l'absence du signal hyperfréquences, on équilibre le pont, c'est-à-dire qu'on modifie la tension d'alimentation jusqu'à ce que la résistance présentée par l'élément sensible soit exactement égale aux résistances de précision  $R$  dans les trois autres branches du pont. La tension à laquelle l'équilibre est atteint (aucun courant ne traverse le micro-ampèremètre) est appelée  $U_0$ . A l'équilibre, l'élément non linéaire absorbe la puissance

$$P_0 = U_0^2 / 4R \quad \text{W} \quad (5.13)$$

- on applique ensuite le signal hyperfréquences, qui produit un échauffement supplémentaire de l'élément sensible, déséquilibrant ainsi le pont. L'équilibre est rétabli en réduisant la tension d'alimentation d'une valeur  $\Delta U$ . La puissance fournie à l'élément sensible par le circuit vaut alors

$$P_1 = (U_0 - \Delta U)^2 / 4R \quad \text{W} \quad (5.14)$$

La réduction en puissance fournie par le circuit compense la puissance  $P$  du signal hyperfréquences absorbée par l'élément sensible, qui vaut donc

$$P = P_0 - P_1 = \frac{\Delta U}{4R} (2U_0 - \Delta U) \quad \text{W} \quad (5.15)$$

### 5.6.8 Auto-équilibrage

Les milliwattmètres courants comportent un dispositif de rétroaction qui équilibre automatiquement le pont. Une échelle de mesure donne directement la valeur de  $P$  en milliwatt ou en niveau de puissance.

L'appareil doit généralement être ajusté en début de mesure : il faut vérifier qu'il indique bien zéro lorsqu'aucun signal hyperfréquences n'est appliqué. Cet ajustage doit être vérifié périodiquement en cours de mesure pour éviter des effets de dérive éventuels des circuits de mesure [111].

### ■ 5.6.9 Niveau de puissance

On fait souvent usage de *grandeurs logarithmiques* pour définir une puissance par rapport à un niveau standard. Le *niveau de puissance LP* est défini par

$$LP(\text{dBm}) = 10 \log(P/P_m) \quad \text{dBm} \quad (5.16)$$

où, par définition,  $P_m = 1 \text{ mW}$

$$LP(\text{dBW}) = 10 \log(P/P_W) \quad \text{dBW} \quad (5.17)$$

où  $P_W$  vaut 1 W, de nouveau par définition.

Les rapports de correspondance entre grandeurs logarithmiques et valeurs linéaires sont donnés dans le tableau 5.17.

Tableau 5.17 Relation entre puissance et niveau de puissance.

$P$	W	LP/dBm	LP/dBW	Tension en V sur ligne à 50 $\Omega$
1 GW	$10^9$	120	90	$2,236 \cdot 10^5$
1 MW	$10^6$	90	60	$7,071 \cdot 10^3$
1 kW	$10^3$	60	30	$2,236 \cdot 10^2$
1 W	$10^0$	30	0	7,071
1 mW	$10^{-3}$	0	-30	$2,236 \cdot 10^{-1}$
1 $\mu\text{W}$	$10^{-6}$	-30	-60	$7,071 \cdot 10^{-3}$
1 nW	$10^{-9}$	-60	-90	$2,236 \cdot 10^{-4}$
1 pW	$10^{-12}$	-90	-120	$7,071 \cdot 10^{-6}$
1 fW	$10^{-15}$	-120	-150	$2,236 \cdot 10^{-7}$
1 aW	$10^{-18}$	-150	-180	$7,071 \cdot 10^{-9}$

La tension efficace  $U$  sur une ligne à impédance caractéristique  $Z_c$  est liée à la puissance par

$$U = \sqrt{PZ_c} \quad \text{V} \quad (5.18)$$

Le niveau de puissance peut être défini par rapport à la tension sur une ligne à 50  $\Omega$

$$LP(\text{dBm}) = 10 \log[(U^2/Z_c)/P_m] = 20 \log(U/U_m) + 13,0103 \quad \text{dBm} \quad (5.19)$$

où  $U_m = 1 \text{ V}$ .

### 5.6.10 Thermocouple

Lorsque deux matériaux conducteurs différents sont en contact, une tension apparaît aux bornes de la jonction métallique ainsi réalisée. Cette tension est proportionnelle à la température (effet Seebeck). Si l'on connecte en série une jonction soumise à l'échauffement (jonction chaude) et une jonction protégée du signal hyperfréquences (jonction froide), on obtient une différence de potentiel proportionnelle à la puissance à mesurer. Cette différence de potentiel est mesurée directement par un voltmètre à grande sensibilité. Si le principe de mesure par thermocouple est simple, sa réalisation pratique a donné lieu à de nombreuses difficultés, en particulier concernant l'adaptation du dispositif sensible. Ces problèmes ont pu être résolus par des dispositifs à couches minces sur substrat semiconducteur, dont un exemple est donné à la figure 5.18 [112].

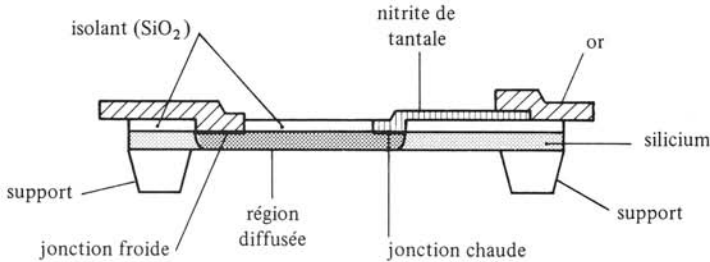


Fig. 5.18 Thermocouple pour la mesure de puissance hyperfréquences.

## 5.7 SOURCES D'ERREURS

### 5.7.1 Introduction

La mesure de puissance est entachée d'un certain nombre d'erreurs dues à des causes très diverses, certaines de caractère très général (adaptation), d'autres spécifiquement liées à une technique particulière. Les principales sources d'erreurs sont passées en revue dans cette section.

### 5.7.2 Rendement de désadaptation

Lorsqu'un dispositif de mesure de puissance, quel qu'il soit, n'est *pas adapté* à la ligne, une partie du signal est réfléchi et ne participe pas à la mesure : il en résulte une erreur systématique *par défaut*. Si de plus le générateur n'est pas adapté à la ligne, ce qui est souvent le cas, le signal renvoyé par la charge est à son tour partiellement réfléchi par le générateur, produisant ainsi des réflexions multiples. Cette situation est représentée à la figure 5.19 à l'aide d'un *graphe de fluence*, qui est défini au paragraphe 6.1.14.

La puissance mesurée par l'appareil désadapté  $P_m$  est différente de la puissance  $P_a$  qu'absorberait une charge adaptée au sens des lignes placée à l'extrémité de la ligne. Dans ce dernier cas,  $\underline{\rho}_L = 0$  et  $|\underline{T}_L| = 1$ . Le quotient des deux puissances est donné par

$$\frac{P_m}{P_a} = \frac{1 - |\underline{\rho}_L|^2}{|1 - \underline{\rho}_G \underline{\rho}_L \exp(-2j\beta l)|^2} = \eta_d \quad 1 \quad (5.20)$$



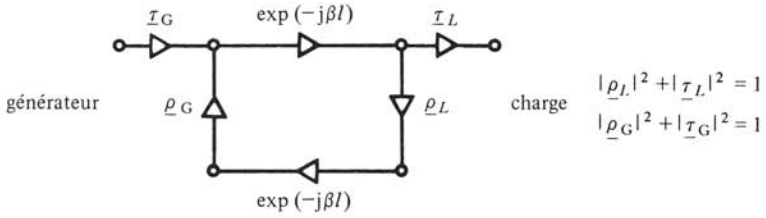


Fig. 5.19 Graphe de fluence d'un appareil de mesure désadapté.

où  $\beta l$  est le déphasage produit par la propagation sur la ligne de longueur  $l$  qui joint les deux appareils. La ligne est supposée sans pertes. Ce quotient est appelé *rendement de désadaptation*  $\eta_d$ .

### 5.7.3 Bornes du rendement de désadaptation

Or, si les modules des grandeurs  $\underline{\rho}_G$  et  $\underline{\rho}_L$  sont facilement mesurables (sect. 7.2 et 7.3), la longueur électrique de la ligne  $\beta l$  n'est le plus souvent pas connue avec précision. En hyperfréquences, on a fréquemment des déphasages très importants : il suffit de ce fait d'une légère variation de fréquence (modulation) ou de longueur (dilatation thermique) pour produire un changement important du déphasage. On ne connaît donc, en général, que les *bornes* de  $\eta_d$

$$\frac{1 - |\underline{\rho}_L|^2}{(1 + |\underline{\rho}_G \underline{\rho}_L|)^2} \leq \eta_d \leq \frac{1 - |\underline{\rho}_L|^2}{(1 - |\underline{\rho}_G \underline{\rho}_L|)^2} \quad 1 \quad (5.21)$$

Un abaque à points alignés permettant de déterminer rapidement ces deux bornes est donné à la figure 5.20. Dans certaines situations, la borne supérieure devient plus grande que l'unité.

### 5.7.4 Conseils pratiques

Le numérateur de (5.20) représente une erreur systématique, qu'il est possible de corriger facilement en déterminant expérimentalement  $|\underline{\rho}_L|$ . Quant au dénominateur, il donne lieu à une *incertitude* que l'on ne peut diminuer qu'en réduisant les modules de :

- $\underline{\rho}_L$ , en adaptant au maximum l'appareil de mesure;
- $\underline{\rho}_G$ , en adaptant le générateur à la ligne. Il est difficile, en pratique, d'obtenir une bonne adaptation, surtout si le générateur doit travailler dans une bande de fréquence large. On peut insérer un isolateur (§ 6.3.10) entre le générateur et l'appareil de mesure. C'est alors la sortie de l'isolateur qui doit être adaptée à la ligne.

### 5.7.5 Température ambiante

Les milliwattmètres à thermistance et à bolomètre (§ 5.6.7) sont en fait des thermomètres. Ils mesurent une variation de température, sans discerner si celle-ci est produite par l'échauffement dû à un signal, ou s'il s'agit d'une variation de la température ambiante (fig. 5.15). Un changement de température produit une *dérive*, il faut cons-

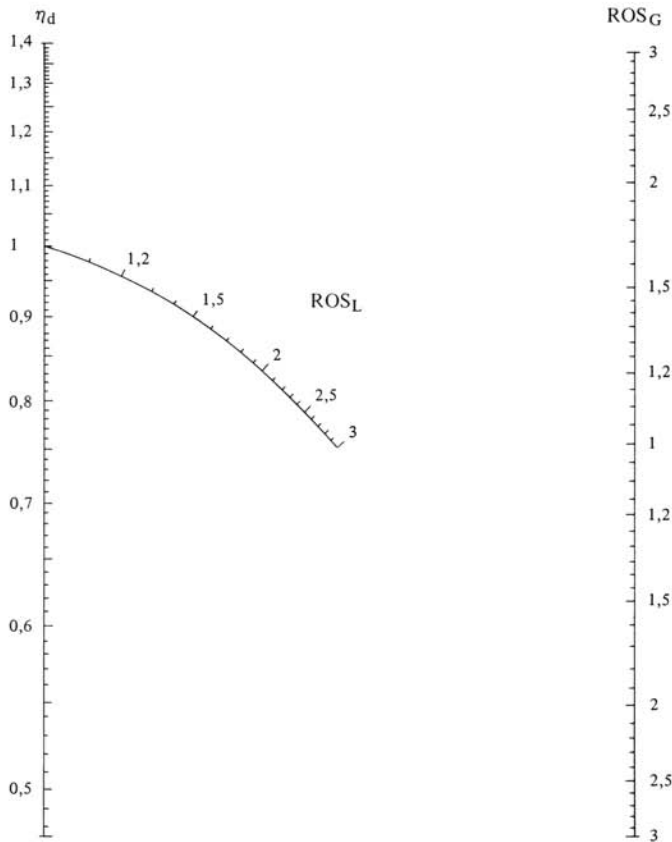


Fig. 5.20 Abaque donnant les bornes du rendement de désadaptation  $\eta_d$ . La borne supérieure est obtenue en joignant le point correspondant au ROS du générateur sur l'échelle de droite en bas au ROS de la charge. La borne inférieure s'obtient en joignant le point sur l'échelle de droite en haut.

tamment réajuster le zéro de l'échelle des anciens milliwattmètres non compensés. Les appareils récents possèdent un système de *compensation automatique* interne. On emploie deux ponts de mesure, l'un qui absorbe le signal, l'autre qui en est isolé. Les deux éléments sensibles sont placés à proximité l'un de l'autre, de façon à être affectés de façon semblable par les conditions ambiantes. La puissance est déterminée à partir des tensions d'équilibrage des deux ponts de mesure.

Les calorimètres (§ 5.6.2 et § 5.6.3) sont compensés par le principe même de la mesure. Il en va de même des appareils à thermocouples (§ 5.6.10). Il faut toutefois noter que la tension d'un thermocouple ne varie pas linéairement avec la température : un circuit de compensation est donc incorporé à l'appareil de mesure.

### 5.7.6 Pertes en haute fréquence

Une partie du signal absorbé (non réfléchi) par l'appareil de mesure est dissipée dans ses parois et dans les éléments d'adaptation. Elle ne parvient pas à l'élément sensible et de ce fait n'est pas mesurée.

### 5.7.7 Pertes par substitution

L'échauffement produit par le signal hyperfréquences dans l'élément sensible (thermistance) n'est pas distribué uniformément par suite de l'effet pelliculaire (§ III.8.4.1) : les surfaces sont plus chauffées que l'intérieur. Le contraire se produit avec le signal continu ou basse fréquence, qui chauffe plus fortement l'intérieur que la surface de l'élément sensible. Il en résulte que les deux types d'échauffement ne sont pas identiques, et que l'équivalence dont on a fait usage au paragraphe 5.6.7 n'est qu'une approximation.

### 5.7.8 Rendement de substitution

Les deux causes d'erreurs par pertes en haute fréquence et par substitution ne sont pas discernables en pratique. Elles donnent toutes deux une erreur systématique, qui peut être compensée par *calibrage* de l'appareil. On définit le *rendement de substitution*  $\eta_s$  d'une terminaison à thermistance par le quotient

$$\eta_s = \frac{P_0 - P_1}{P} = \frac{\text{puissance continue substituée}}{\text{puissance hyperfréquence absorbée}} \quad 1 \quad (5.22)$$

les différentes puissances sont définies au paragraphe 5.6.7. Ce rendement est situé entre  $0,92 < \eta_s < 1$  [113].

### 5.7.9 Pairage dans les terminaisons coaxiales de mesure

Dans les systèmes en ligne coaxiale, des précautions doivent être prises pour éviter que le signal continu ou basse fréquence ne circule dans la ligne de transmission. On fait le plus souvent usage d'un dispositif à deux éléments sensibles et d'un découplage par condensateurs (fig. 5.21).

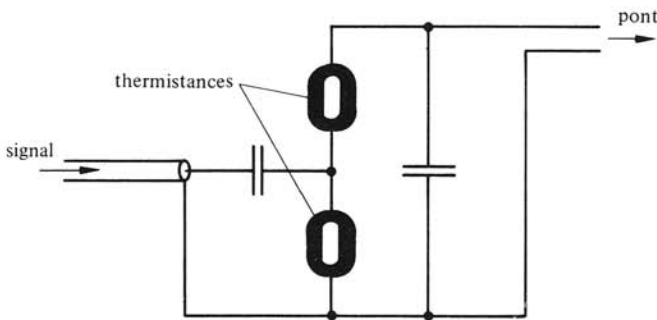


Fig. 5.21 Terminaison coaxiale de mesure.

Pour le signal continu ou basse fréquence, les deux éléments sensibles sont connectés en série. Au point de vue hyperfréquences, les condensateurs deviennent pratiquement des courts-circuits, de sorte que les deux éléments apparaissent en parallèle. Si les deux thermistances ne sont pas rigoureusement identiques, la puissance est distribuée différemment pour le signal hyperfréquences et pour le signal continu de substitution. L'erreur de pairage peut atteindre quelques pour-cent. C'est en fait une erreur de substitution (§ 5.7.7) qui peut être corrigée par calibrage.

### 5.7.10 Effet thermoélectrique

L'effet dont font usage les thermocouples devient une source d'erreur dans les ponts de thermistances. Lorsque les jonctions entre métal et semiconducteur de part et d'autre de la thermistance (fig. 5.15) ne sont pas à la même température, une tension continue apparaît. Cette tension perturbe l'équilibre du pont de Wheatstone, et peut produire une erreur significative pour les faibles signaux. On peut évaluer cette tension en inversant le sens du courant continu. Cette erreur est évitée si l'on utilise un signal alternatif en basse fréquence pour la substitution.

### 5.7.11 Instruments de mesure

Les composants électriques et électroniques employés dans la réalisation des ponts de mesure, des dispositifs d'équilibrage et des appareils de mesure ne sont pas parfaits. Les erreurs résultantes peuvent atteindre quelques pour-cent (vol. XVII).

## 5.8 MESURE DE LA PUISSANCE D'IMPULSION

### 5.8.1 Remarque

Toutes les méthodes décrites dans la section 5.6 servent à mesurer la valeur moyenne de la puissance pendant une durée relativement longue par rapport à la période du signal. Le temps de réponse est de plusieurs minutes pour les calorimètres, de l'ordre de la seconde pour les thermistances. Employés en régime impulsionnel, ces dispositifs ne permettent pas de déterminer directement les puissances instantanées.

### 5.8.2 Régime impulsionnel

Les radars fonctionnent souvent de façon intermittente (§ 8.1.7). Le générateur émet un signal hyperfréquences pendant une brève durée  $\tau$ , qui se répète avec une période  $\tau_r$  (fig. 5.22).

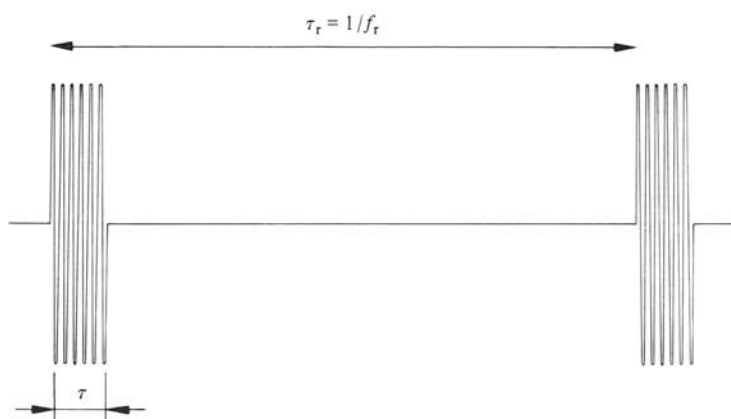


Fig. 5.22 Régime impulsionnel.

La durée  $\tau$  de l'impulsion est en général de l'ordre de la microseconde, la période de répétition  $\tau_r$  valant quelques millisecondes.

### 5.8.3 Définition : puissance d'impulsion

La puissance moyenne du signal pendant la durée de l'impulsion est appelée *puissance d'impulsion*  $P_i$ . Si la forme de l'impulsion (enveloppe) est rectangulaire, il existe une relation simple entre la puissance d'impulsion et la puissance moyenne mesurée  $P_m$

$$P_i = P_m \tau_r / \tau \quad \text{W} \quad (5.23)$$

### 5.8.4 Remarque : puissance de crête

La *puissance de crête*, c'est-à-dire la valeur maximale de la puissance instantanée vaut deux fois la puissance d'impulsion  $P_i$  qui est une valeur efficace.

### 5.8.5 Impulsions réelles

En pratique, les impulsions sont rarement rectangulaires. Leurs temps de montée et de descente ne sont pas infiniment courts. Par ailleurs, l'amplitude du signal varie dans l'intervalle situé entre la montée et la descente (fig. 5.23).

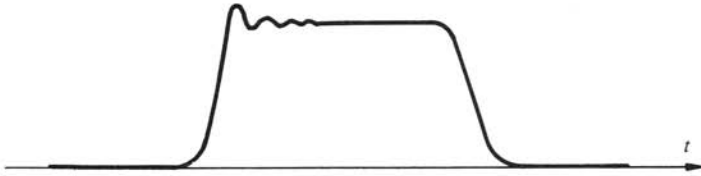


Fig. 5.23 Impulsion réelle (enveloppe).

La puissance moyenne maximale de l'*impulsion réelle* produit le claquage éventuel du système. Comme la relation (5.23) pour la puissance d'impulsion donne une approximation qui peut être peu fiable, on doit faire usage de méthodes plus élaborées pour déterminer la forme réelle de l'impulsion et mesurer son maximum.

### 5.8.6 Méthode par comparaison

Il est possible de réduire l'amplitude des impulsions à l'aide de coupleurs directifs (§ 6.5.2) ou d'affaiblisseurs calibrés (sect. 6.3), puis de les redresser avec un détecteur (§ 7.1.5). La forme des impulsions redressées est alors observée sur un oscilloscope basse fréquence. Par ailleurs, on alimente alternativement le même détecteur avec une source de puissance entretenue et on ajuste le niveau pour obtenir une coïncidence (fig. 5.24).

Lorsque le niveau du maximum de l'impulsion coïncide avec le niveau produit par le signal entretenue, le niveau de puissance d'impulsion est donné par

$$LP_i = LP_m + LC_1(\text{dB}) - LA_2(\text{dB}) + LC_2(\text{dB}) \quad \text{dBm} \quad (5.24)$$

où  $LC_1$ ,  $LC_2$  et  $LA_2$  sont respectivement les couplages des deux coupleurs et l'affaiblissement du second coupleur, tous mesurés en dB.

Cette méthode permet de déterminer ainsi la forme de l'impulsion, c'est-à-dire la variation de puissance en fonction du temps.

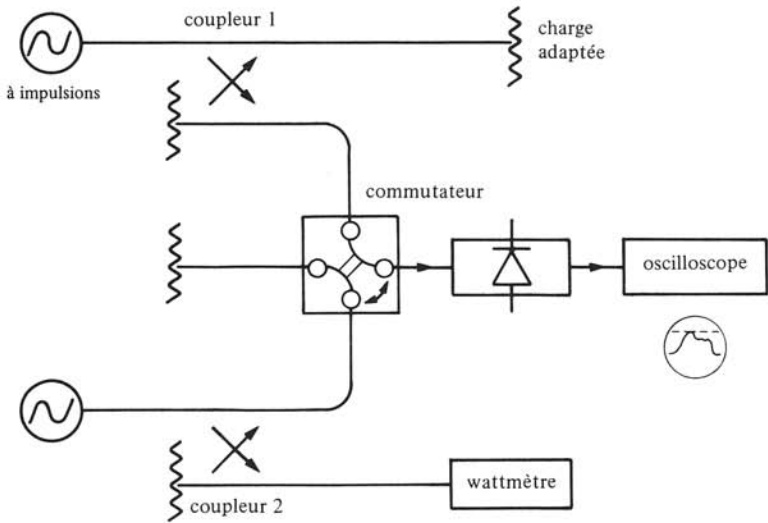


Fig. 5.24 Comparaison de niveaux de puissance.

### 5.8.7 Mesure par bolomètre intégrateur

La constante de temps d'un bolomètre (§ 5.6.6) est de l'ordre d'une fraction de milliseconde : elle est inférieure à la période de répétition des impulsions. On peut donc faire usage d'un tel élément comme intégrateur. Le signal produit par le bolomètre est différencié : sa partie positive reproduit approximativement la forme originale de l'impulsion (fig. 5.25).

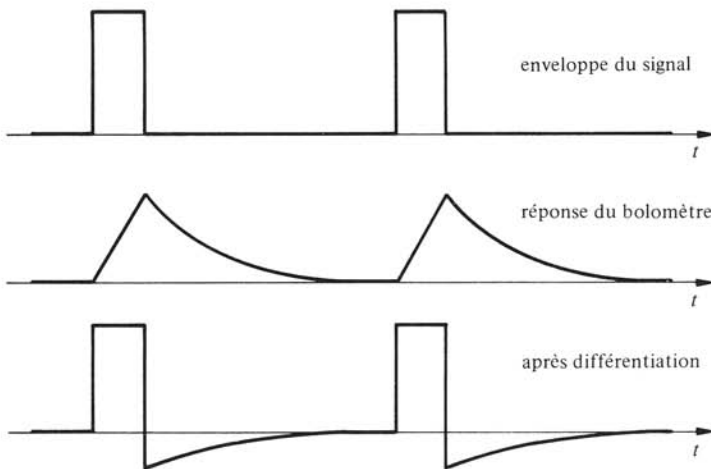


Fig. 5.25 Principe de la mesure de la puissance d'impulsion à bolomètre.

Un voltmètre de crête détermine la valeur maximale, qui correspond à  $P_i$ . Cette méthode simple ne donne qu'une précision limitée [114].

## 5.9 OSCILLOSCOPE

### 5.9.1 Remarque générale

En observant un signal à l'oscilloscope, on obtient de nombreux renseignements dont certains sont difficiles à obtenir par d'autres méthodes. Par exemple, un compteur donne une valeur moyenne de la fréquence, mais ne permet pas de détecter des instabilités de courte durée. Il en va de même pour la mesure de puissance. Les oscilloscopes ne permettent actuellement pas d'observer directement un signal de fréquence supérieure à 1 GHz. Deux principes permettent de les employer pour deux types de mesures particulières :

- la rectification;
- l'échantillonnage.

### 5.9.2 Rectification et oscilloscope

En redressant le signal dans un détecteur à semiconducteur (§ 7.1.5), on obtient un signal continu ou basse fréquence dont l'amplitude est proportionnelle à l'enveloppe du signal original. On observe alors cette enveloppe sur un oscilloscope basse fréquence. Un exemple d'application est la détermination de la forme d'une impulsion (§ 5.8.6). D'autres applications sont les mesures en balayage de fréquence (§ 7.3.6).

### 5.9.3 Oscilloscope à échantillonnage

Un autre moyen d'étendre la bande de fréquence de l'oscilloscope, applicable exclusivement à l'étude de signaux répétitifs, consiste à prélever des échantillons du signal à des intervalles périodiques dans le temps (chap. VI.8). On peut ainsi opérer un transfert de fréquence et obtenir un signal observable sur un oscilloscope rapide. Des signaux de fréquence allant jusqu'à 18 GHz peuvent ainsi être observés indirectement.

### 5.9.4 Remarque

L'oscilloscope permet d'observer la forme d'un signal et rend de nombreux services en pratique. Cependant, la précision qu'il permet d'obtenir est limitée (largeur du faisceau, parallaxe). L'oscilloscope complète, mais ne remplace donc pas les appareils de mesure de haute précision.

## 5.10 EXERCICES

**5.10.1** Déterminer les dimensions les plus favorables pour la réalisation d'un ondemètre en guide d'ondes circulaire pour la bande de 9 à 10 GHz. Donner le calibrage de l'appareil : fréquence en fonction de la position du piston.

**5.10.2** On veut construire un discriminateur (fig. 5.3) avec deux cavités résonnantes ayant toutes deux le même facteur de qualité chargé  $Q_c$ . Quel écart de fréquence  $\Delta f$  faut-il choisir pour obtenir une réponse en fréquence aussi linéaire que possible ?

**5.10.3** Dans un guide d'ondes de largeur  $a = 22,86$  mm, on mesure la fréquence avec une ligne fendue. Deux minima successifs de tension sont situés en  $x = 6,74$  cm et  $x = 8,27$  cm. Quelle est la fréquence du signal ?

**5.10.4** Pour mesurer la fréquence d'un signal, on le mélange avec le signal fourni par une source stable à 10,085 GHz. On mesure une fréquence résultante de 168 MHz. On répète l'opération avec une source à 9,938 GHz et on obtient alors un signal intermédiaire à 315 MHz. Quelle est la fréquence du signal ?

**5.10.5** On fait usage d'un oscillateur de transfert pour mesurer la fréquence d'un signal. Deux battements nuls successifs sont observés pour des fréquences de l'oscillateur local de 161,74 MHz et de 165,42 MHz. Quels sont dans les deux cas les ordres des harmoniques et quelle est la fréquence du signal ?

**5.10.6** Un analyseur de spectre sans présélecteur comporte un filtre IF de 3 GHz et un oscillateur local balayant la bande de 2 à 4 GHz. Pour quelles fréquences de l'oscillateur local obtient-on un signal à la sortie du filtre si la fréquence du signal à mesurer est de 7 GHz ?

**5.10.7** Dans un analyseur de spectre sans présélecteur, des signaux apparaissent à la sortie du filtre pour plusieurs fréquences de l'oscillateur local : 1566, 1740, 1827, 2192, 2740, 3480 et 3653 MHz. Toutes ces différentes fréquences peuvent-elles correspondre à un signal unique ? Si oui, quelle est sa fréquence et quelle est la fréquence du filtre sélectif ?

**5.10.8** Déterminer la force exercée par un signal de 10 watts à 8,5 GHz sur un piston parfaitement réfléchissant placé dans un guide d'ondes rectangulaire ayant une largeur de 2,286 cm.

**5.10.9** Quelle est l'augmentation de température produite par un signal de 100 mW absorbé dans un calorimètre à flux continu, le débit d'eau étant de 10 litres par minute ?

**5.10.10** Un pont à thermistance comporte trois résistances de précision pour chacune desquelles  $R = 450 \Omega$ . L'équilibre sans signal hyperfréquences est obtenu pour  $U_0 = 18$  volts. En présence du signal hyperfréquences, l'équilibre du pont est rétabli en réduisant la tension à 14,5 volts. Quelle est la puissance du signal mesuré, sachant que le rendement de substitution de la thermistance est de 94% ? Le dispositif de mesure est adapté.

**5.10.11** Un appareil de mesure qui a un ROS de 2 à son entrée mesure une puissance de 5 mW. On sait par ailleurs que le générateur a un facteur de réflexion de 0,3. Quelle est la puissance du signal ? Si l'on remplace l'appareil de mesure par une charge adaptée, quelle puissance cette charge doit-elle pouvoir dissiper ?



**5.10.12** On teste un lot d'oscillateurs à diode Gunn, dont la puissance de sortie est spécifiée à 10 mW au minimum sur une charge adaptée. On dispose dans ce but d'un pont à thermistances, qui a un rendement de substitution de 0,95 et un ROS de 1,5. On sait par ailleurs que le facteur de réflexion à la sortie des oscillateurs est de 0,35. Pour quelle puissance mesurée peut-on être certain qu'un oscillateur satisfait à la spécification ? Dans quel cas est-on sûr qu'il est défectueux ?

**5.10.13** On mesure une puissance à l'aide d'un wattmètre ayant un rendement de substitution de 0,93 et un ROS de 1,8. Pour différentes longueurs de ligne séparant le générateur de l'instrument de mesure, les puissances détectées se situent entre 15,6 et 22,5 watts. Quelle puissance serait fournie à une charge non réfléchissante ? Quel est le ROS du générateur ?

**5.10.14** Pour mesurer une puissance de 250 watts, on dispose d'un milliwattmètre dont la limite de mesure est de 10 mW. De quel élément faut-il faire usage pour effectuer la mesure ?

**5.10.15** On considère un régime impulsionnel. La durée de chaque impulsion de signal est de  $0,6 \mu\text{s}$ , la fréquence de répétition de 0,7 kHz. La puissance moyenne mesurée est de 420 watts. Que peut-on dire au sujet de la puissance d'impulsion ?

**5.10.16** On fait usage du schéma de la figure 5.24 pour déterminer la puissance d'impulsion d'un radar. Le premier coupleur a un couplage de 40 dB, le second un couplage de 3 dB et un affaiblissement de 3 dB. Lorsque les traces sur l'oscilloscope coïncident, le milliwattmètre mesure 8 mW. Quelle est la puissance d'impulsion du signal ?



## COMPOSANTS HYPERFRÉQUENCES

## 6.1 MATRICE DE RÉPARTITION

## 6.1.1 Définition : composant hyperfréquences

On désigne sous le nom général de *composant hyperfréquences* une structure connectée à  $n$  lignes de transmission uniformes (chap. 2) : guides d'ondes, lignes coaxiales, lignes microruban, fibres optiques, etc. (fig. 6.1).

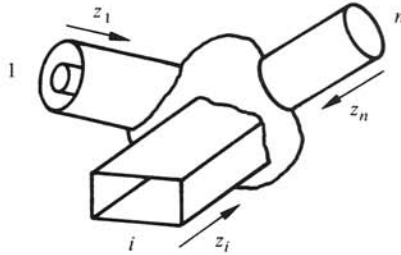


Fig. 6.1 Composant hyperfréquences.

## 6.1.2 Hypothèse de base

Les lignes de connexion sont supposées *sans pertes*. *Un seul mode*, le mode dominant, peut se propager sur chacune des lignes, ce qui implique par conséquent un choix de *leurs dimensions* et de la *fréquence* de fonctionnement.

## 6.1.3 Remarque

L'étude rigoureuse des champs électromagnétiques dans un composant, par résolution des équations de Maxwell et par l'application des conditions aux limites, n'est réalisable que pour un nombre restreint de structures à géométrie simple. Les propriétés physiques telles que la réciprocité, l'absence de pertes et la symétrie permettent néanmoins de définir les principales caractéristiques d'un composant.

## 6.1.4 Apparition de modes supérieurs

Lorsqu'un obstacle quelconque est placé dans un guide d'ondes, il détruit l'uniformité de celui-ci dans la direction de propagation (§ 2.1.1). Au bord de l'obstacle, des conditions aux limites additionnelles doivent être satisfaites par les champs électromagnétiques. Or, les modes de propagation, étudiés au chapitre 2 pour un guide uniforme, ne satisfont pas, *séparément*, ces conditions supplémentaires. On doit donc

considérer non pas un seul mode, mais l'ensemble des modes du guide pour faire face à cette nouvelle exigence. Comme il s'agit d'un ensemble complet [115], n'importe quelle distribution de champs satisfaisant aux équations de Maxwell peut être exprimée par une superposition de modes du guide. Les conditions aux limites au bord de n'importe quel obstacle peuvent ainsi être satisfaites.

Lorsqu'un signal propagé par le mode dominant atteint une discontinuité, il est partiellement transmis et partiellement réfléchi. De plus, pour satisfaire aux conditions aux limites, des modes supérieurs sont excités par la discontinuité. Cependant, comme les conditions de fonctionnement ont été choisies pour permettre la propagation d'un seul mode (§ 6.1.2), les modes supérieurs sont tous évanescents (§ 2.2.30). Lorsqu'on s'éloigne de l'obstacle, dans le champ lointain de celui-ci, seuls les signaux du mode dominant subsistent.

Les modes supérieurs évanescents n'existent qu'au voisinage de discontinuités. Ils accumulent localement de l'énergie magnétique et électrique, l'une des deux étant prédominante, selon les composantes du champ (sect. III.1.6). Comme un mode TE en dessous de la coupure emmagasine un surplus d'*énergie magnétique* (§ 2.2.30), il en résulte que tout obstacle qui excite de façon préférentielle les modes TE a un caractère *inductif* (§ 6.3.16).

Lorsqu'un obstacle fait apparaître surtout des modes TM, il y a accumulation d'*énergie électrique* et la nature de la discontinuité est *capacitive* (§ 6.3.17). Certains obstacles font apparaître les deux types de modes: à une fréquence particulière, l'énergie magnétique totale est égale à l'énergie électrique. Il s'agit d'obstacles *résonnants* (§ 6.3.18).

### 6.1.5 Définition: plans de référence

Sur chaque ligne d'accès  $i$  connectant un composant au monde extérieur on définit un axe de coordonnées  $z_i$ . L'origine de la coordonnée ( $z_i = 0$ ) définit le *plan de référence* de l'accès  $i$ . Ce plan doit être suffisamment éloigné du composant lui-même pour que tous les modes supérieurs évanescents excités à la discontinuité entre l'accès et le composant soient fortement affaiblis dans ce plan. Une distance de l'ordre d'une longueur d'onde de guide est généralement suffisante.

### 6.1.6 Limite de validité

Si deux composants sont connectés l'un à l'autre par des sections de lignes plus courtes qu'une longueur d'onde environ, des interactions entre les *modes évanescents* excités aux deux discontinuités peuvent apparaître. Les propriétés déduites dans ce chapitre, qui ne prennent en considération que le mode dominant, ne sont plus valables dans ce cas.

### 6.1.7 Définition: amplitudes complexes normalisées

En partant de la tension  $\underline{U}_i$ , du courant  $\underline{I}_i$  et de l'impédance caractéristique  $Z_{ci}$  de la ligne équivalente  $i$ , on définit des grandeurs appelées *amplitudes complexes normalisées* [116]

$$\underline{a}_i = \frac{U_i + Z_{ci} I_i}{2\sqrt{Z_{ci}}} \quad W^{1/2} \quad (6.1)$$

$$\underline{b}_i = \frac{U_i - Z_{ci} I_i}{2\sqrt{Z_{ci}}} \quad W^{1/2} \quad (6.2)$$

La dimension des amplitudes complexes normalisées est toujours la racine carrée d'une puissance.

### 6.1.8 Relation inverse

La tension  $\underline{U}_i$  et le courant  $\underline{I}_i$  dans la ligne  $i$  sont obtenus en fonction des amplitudes complexes  $\underline{a}_i$  et  $\underline{b}_i$  en additionnant, puis en soustrayant les deux relations (6.1) et (6.2)

$$\underline{U}_i = \sqrt{Z_{ci}} (\underline{a}_i + \underline{b}_i) \quad V \quad (6.3)$$

$$\underline{I}_i = (\underline{a}_i - \underline{b}_i) / \sqrt{Z_{ci}} \quad A \quad (6.4)$$

### 6.1.9 Correspondance avec la théorie des lignes

On sait que, sur la ligne sans pertes  $i$ , la solution générale de l'équation des télégraphistes est donnée par (2.48) et (2.49)

$$\underline{U}_i = \underline{U}_{i+} \exp(-j\beta_i z_i) + \underline{U}_{i-} \exp(j\beta_i z_i) \quad V \quad (6.5)$$

$$\underline{I}_i = (1/Z_{ci}) [\underline{U}_{i+} \exp(-j\beta_i z_i) - \underline{U}_{i-} \exp(j\beta_i z_i)] \quad A \quad (6.6)$$

Introduisant ces relations dans (6.1) et (6.2) on trouve

$$\underline{a}_i = \frac{\underline{U}_{i+}}{\sqrt{Z_{ci}}} \exp(-j\beta_i z_i) \quad W^{1/2} \quad (6.7)$$

$$\underline{b}_i = \frac{\underline{U}_{i-}}{\sqrt{Z_{ci}}} \exp(j\beta_i z_i) \quad W^{1/2} \quad (6.8)$$

Le terme  $\underline{a}_i$  correspond à l'onde *progressive*. Elle se déplace dans le sens des  $z_i$  croissants et entre donc dans le composant (onde incidente). Le terme  $\underline{b}_i$  correspond à l'onde *rétrograde*, représentant le signal sortant du composant.

### 6.1.10 Puissance à un accès du composant

La puissance active à l'accès  $i$  est donnée par (I.8.5.10)

$$P_i = \operatorname{Re} [\underline{U}_i \underline{I}_i^*] = \operatorname{Re} [(\underline{a}_i + \underline{b}_i) (\underline{a}_i^* - \underline{b}_i^*)] = |\underline{a}_i|^2 - |\underline{b}_i|^2 \quad W \quad (6.9)$$

La puissance active totale est donc la différence entre la puissance  $|\underline{a}_i|^2$  entrant dans le composant par l'accès  $i$  et la puissance  $|\underline{b}_i|^2$  sortant du composant par ce même accès.

### 6.1.11 Remarque

Dans un guide d'ondes, l'utilisation de tensions est difficile du fait qu'elles ne sont pas définies de façon univoque (§ 5.1.3). Déterminées directement à partir de mesures de puissance (chap. 5), les amplitudes complexes normalisées  $\underline{a}_i$  et  $\underline{b}_i$  permettent l'étude de composants connectés à des guides d'ondes et sont de ce fait universellement employées en hyperfréquences.

### 6.1.12 Matrice de répartition

Pour tout composant linéaire, il existe des relations algébriques linéaires liant tous les signaux qui sortent aux signaux qui entrent. On a un système de  $n$  équations à  $n$  inconnues, qui peut être mis sous forme matricielle, définissant la *matrice de répartition* ( $\underline{s}$ )

$$\begin{pmatrix} \underline{b}_1 \\ \underline{b}_2 \\ \vdots \\ \underline{b}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{s}_{11} & \underline{s}_{12} \cdots \underline{s}_{1n} \\ \underline{s}_{21} & \underline{s}_{22} \cdots \underline{s}_{2n} \\ \vdots & \vdots \quad \quad \quad \vdots \\ \underline{s}_{n1} & \underline{s}_{n2} \cdots \underline{s}_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{a}_1 \\ \underline{a}_2 \\ \vdots \\ \underline{a}_n \end{pmatrix} \quad W^{1/2} \quad (6.10)$$

Sous forme symbolique abrégée, cette relation prend la forme

$$(\underline{b}) = (\underline{s})(\underline{a}) \quad W^{1/2} \quad (6.11)$$

### 6.1.13 Fonction de transfert, réflexion intrinsèque

Chaque terme de la matrice de répartition est une *fonction de transfert*. Lorsque  $i \neq j$ , le terme  $\underline{s}_{ij}$  est la fonction de transfert de l'accès  $j$  à l'accès  $i$  (entrée =  $j$ , sortie =  $i$   $\underline{s}_{i \leftarrow j}$ ). Quant au terme diagonal  $\underline{s}_{ii}$ , il représente la *réflexion intrinsèque* du composant à son accès  $i$ . Dans les deux cas, un seul accès est alimenté ( $j$  ou  $i$ ). Tous les autres accès sont terminés par des charges adaptées

$$\underline{s}_{ij} = \frac{\underline{b}_i}{\underline{a}_j} \quad \text{avec} \quad \underline{a}_k = 0, \quad k \neq j \quad 1 \quad (6.12)$$

### 6.1.14 Graphes de fluence, graphes orientés

La signification physique des éléments de la matrice de répartition peut être mise en évidence par une représentation graphique : les *graphes de fluence* ou *graphes orientés* (en anglais flow-graph) [117]. Chaque accès est représenté par *deux nœuds* : l'un où arrive le signal d'entrée  $\underline{a}_i$ , l'autre d'où part le signal de sortie  $\underline{b}_i$ . A chaque terme  $\underline{s}_{ij}$  est associée une flèche joignant le nœud d'entrée  $j$  au nœud de sortie  $i$ . La représentation d'un biporte en graphe de fluence est donnée à la figure 6.2.

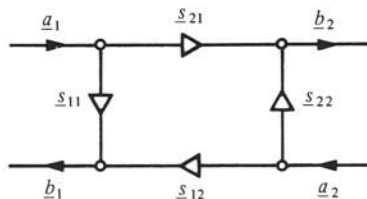


Fig. 6.2 Graphe de fluence d'un biporte ou quadripôle.

La valeur du signal à un nœud donné est obtenue en sommant la contribution de chaque flèche aboutissant à ce nœud. Une flèche *pleine* marque la contribution d'un signal entrant ou sortant du composant. La contribution d'une flèche *évidée* est le produit de la fonction de transfert  $\underline{s}_{ij}$ , associée à la flèche, par le signal au nœud  $j$ . Ce signal est lui-même la somme des contributions à ce dernier nœud.

Pour le cas du biporte (fig. 6.2) on trouve ainsi

$$\underline{b}_1 = \underline{s}_{11} \underline{a}_1 + \underline{s}_{12} \underline{a}_2 \quad W^{1/2} \quad (6.13)$$

$$\underline{b}_2 = \underline{s}_{21} \underline{a}_1 + \underline{s}_{22} \underline{a}_2 \quad W^{1/2} \quad (6.14)$$

Il s'agit bien là de (6.10) pour le cas  $n = 2$ .

### 6.1.15 Règles de réduction

Les graphes de fluence sont particulièrement intéressants pour étudier les connexions de différents composants. Ils permettent d'éviter de longues dérivations mathématiques à l'aide de quelques règles simples de composition.

#### 6.1.16 Multiplication

Deux flèches en série représentent la multiplication des deux fonctions de transfert (fig. 6.3).



Fig. 6.3 Multiplication en graphes de fluence.

#### 6.1.17 Addition

Deux flèches disposées en parallèle sont remplacées par l'addition de leur fonction de transfert (fig. 6.4). Les deux flèches sont dirigées dans le même sens.

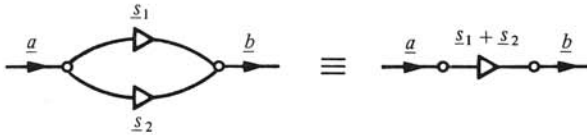


Fig. 6.4 Addition en graphes de fluence.

#### 6.1.18 Boucle de rétroaction

Le schéma est semblable au cas précédent, mais avec une flèche dirigée en sens inverse (fig. 6.5).

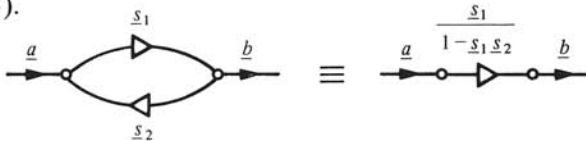


Fig. 6.5 Boucle de rétroaction en graphes de fluence.

On a ici, appliquant la règle énoncée au paragraphe 6.1.14

$$\underline{b} = \underline{s}_1 (\underline{a} + \underline{s}_2 \underline{b}) \quad W^{1/2} \quad (6.15)$$

ou encore

$$\underline{b}(1 - \underline{s}_1 \underline{s}_2) = \underline{s}_1 \underline{a} \quad W^{1/2} \quad (6.16)$$

et par conséquent

$$\underline{b} = \frac{\underline{s}_1}{1 - \underline{s}_1 \underline{s}_2} \underline{a} \quad W^{1/2} \quad (6.17)$$

On trouve bien la fonction de transfert de la figure 6.5.

### 6.1.19 Exemples

L'effet d'une réflexion multiple sur la mesure de la puissance donne lieu à une boucle de rétroaction (fig. 5.19). Pour le cas particulier où  $\underline{s}_1 \underline{s}_2 = 1$  on rencontre une singularité. Cela signifie qu'un signal  $\underline{b}$  peut sortir du composant en l'absence de signal appliqué ( $\underline{a} = 0$ ). L'élément ainsi obtenu est un oscillateur (fig. 4.1).

### 6.1.20 Propriétés des composants

La matrice de répartition d'un  $n$ -porte contient  $n^2$  termes complexes. Ceux-ci ne sont en général pas tous indépendants : des simplifications sont possibles, en faisant usage des *propriétés physiques du composant*. On peut de cette façon réduire le nombre de mesures nécessaires pour caractériser expérimentalement un composant.

### 6.1.21 Réciprocité

Quand les hypothèses de base du *théorème de réciprocité* sont satisfaites (sect. III.5.3), la fonction de transfert liant deux accès distincts ne dépend pas du sens de passage [118], ce qui entraîne

$$\underline{s}_{ji} = \underline{s}_{ij} \quad i \neq j \quad 1 \quad (6.18)$$

Les termes indépendants d'un composant réciproque sont donc réduits au nombre de  $n(n+1)/2$ .

### 6.1.22 Composants non réciproques

Le théorème de réciprocité ne s'applique pas lorsqu'un composant contient des matériaux gyrotropes, caractérisés par un tenseur de perméabilité ou de permittivité. C'est notamment le cas des ferrites aimantés (sect. 6.7), d'un plasma dans un champ magnétique [119] ou d'un semiconducteur dans un champ magnétique (effet Hall, § II.2.3.6). En général, les composants actifs sont également non réciproques.

### ■ 6.1.23 Conservation d'énergie

Dans un circuit non dissipatif, qui ne consomme ni ne fournit d'énergie, la somme des puissances entrantes doit égaliser celle des puissances sortantes et par conséquent

$$\sum_{i=1}^n |\underline{a}_i|^2 = \sum_{i=1}^n |\underline{b}_i|^2 \quad W \quad (6.19)$$



Sous forme symbolique abrégée, cette relation devient

$$(\tilde{a})(\underline{a}) - (\tilde{b})(\underline{b}) = 0 \quad \text{W} \quad (6.20)$$

où le tilde ( $\sim$ ) dénote la matrice transposée conjuguée

$$(\tilde{a}) = (\underline{a}_1^* \underline{a}_2^* \dots \underline{a}_n^*) \quad \text{W}^{1/2} \quad (6.21)$$

On fait ensuite usage de (6.11) et de la relation transposée

$$(\tilde{b}) = (\tilde{a})(\tilde{s}) \quad \text{W}^{1/2} \quad (6.22)$$

Remplaçant dans (6.20) et mettant en évidence, on obtient

$$(\tilde{a})[(1) - (\tilde{s})(\underline{s})](\underline{a}) = 0 \quad \text{W} \quad (6.23)$$

où (1) est la matrice unité de rang  $n$ .

Cette relation doit être satisfaite quelle que soit l'excitation ( $\underline{a}$ ), ce qui donne la condition de *conservation d'énergie*

$$(\tilde{s})(\underline{s}) = (1) \quad 1 \quad (6.24)$$

Cette condition peut encore être développée pour les termes de la matrice de répartition

$$\sum_{i=1}^n s_{ij}^* s_{ik} = \delta_{jk} \quad 1 \quad (6.25)$$

où  $\delta_{jk}$  est le symbole de Kronecker,  $\delta_{jk} = 1$  si  $j = k$ ,  $\delta_{jk} = 0$  si  $j \neq k$ .

Un composant qui n'absorbe ni ne fournit d'énergie a une matrice de répartition dont les termes doivent satisfaire  $n^2$  relations quadratiques complexes (6.25).

#### 6.1.24 Adaptation sans réflexion

On dit qu'un composant est *adapté à son accès  $i$*  si aucun signal n'est réfléchi quand ce seul accès  $i$  est alimenté (c'est à dire que  $\underline{a}_j = 0$ ,  $j \neq i$ ). On a alors

$$s_{ii} = 0 \quad 1 \quad (6.26)$$

Un composant est adapté à tous ses accès lorsque les *termes diagonaux* de sa matrice de répartition sont *tous nuls*.

#### 6.1.25 Symétrie

Quand un composant réciproque (§ 6.1.21) possède un ou plusieurs plans de symétrie géométrique et que, de plus, les plans de référence sont aussi disposés symétriquement, les termes de la matrice de répartition relatifs aux accès symétriques sont soit égaux, soit de signe opposé, dépendant de l'orientation du champ électrique. Des exemples de composants symétriques sont les jonctions en T (§ 6.4.8 et 6.4.9) et en Y (§ 6.4.10).

#### 6.1.26 Déplacement d'un plan de référence

L'origine de la coordonnée  $z_i$  sur la ligne  $i$  est définie arbitrairement, pour autant que l'amplitude des modes supérieurs  $y$  soit négligeable (§ 6.1.5). Le plan de référence ainsi défini peut être déplacé d'une distance  $\Delta z_i$  (fig. 6.6).

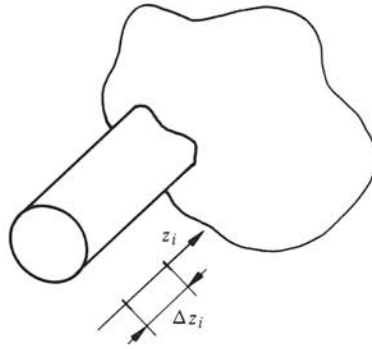


Fig. 6.6 Déplacement du plan de référence à l'accès  $i$ .

Dans le nouveau système de la coordonnée déplacée  $z_i^d = z_i - \Delta z_i$ , les ondes progressive  $\underline{a}_i$  et rétrograde  $\underline{b}_i$  conservent leurs amplitudes respectives, mais leurs phases varient proportionnellement au déplacement (6.7 et 6.8)

$$\underline{a}_i^d = \underline{a}_i \exp(-j\varphi_i) \quad W^{1/2} \quad (6.27)$$

$$\underline{b}_i^d = \underline{b}_i \exp(j\varphi_i) \quad W^{1/2} \quad (6.28)$$

avec

$$\varphi_i = -\beta_i \Delta z_i \quad \text{rad} \quad (6.29)$$

### ■ 6.1.27 Déplacement des plans de référence

Le déplacement considéré au paragraphe 6.1.26 est effectué simultanément à tous les  $n$  accès du composant. Les vecteurs-colonnes des signaux entrants ( $\underline{a}$ ) et des signaux sortants ( $\underline{b}$ ) deviennent en appliquant (6.27) et (6.28)

$$(\underline{a}^d) = (\text{diag exp}(j\varphi)) (\underline{a}) \quad W^{1/2} \quad (6.30)$$

$$(\underline{b}^d) = (\text{diag exp}(j\varphi)) (\underline{b}) \quad W^{1/2} \quad (6.31)$$

en définissant la matrice diagonale

$$(\text{diag exp}(j\varphi)) = \begin{pmatrix} \exp(j\varphi_1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \exp(j\varphi_2) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \exp(j\varphi_n) \end{pmatrix} \quad 1 \quad (6.32)$$

La matrice de répartition ( $\underline{s}^d$ ), dans le système dont les plans de référence ont été déplacés, est obtenue en appliquant (6.11), (6.30) et (6.31)

$$(\underline{b}^d) = (\text{diag exp}(j\varphi)) (\underline{s}) (\text{diag exp}(j\varphi)) (\underline{a}^d) = (\underline{s}^d) (\underline{a}^d) \quad W^{1/2} \quad (6.33)$$

On en tire l'expression de chacun des termes de la matrice

$$\underline{s}_{ij}^d = \underline{s}_{ij} \exp[j(\varphi_i + \varphi_j)] \quad 1 \quad (6.34)$$

Le résultat obtenu en déplaçant les plans de référence est un changement de l'**argument** des termes de la matrice de répartition. Leur module n'est cependant pas

modifié. On peut ainsi fixer la phase de  $n$  termes, soit un par colonne et par ligne, en choisissant les plans de référence aux  $n$  accès du composant. On peut par exemple spécifier que  $n$  termes soient réels positifs.

### 6.1.28 Passage de la matrice de répartition à la matrice d'impédance

On trouve la matrice d'impédance ( $\underline{Z}$ ) (§ IV.5.5.4) d'un composant en faisant usage des définitions des amplitudes complexes normalisées (6.1) et (6.2), et de celle de la matrice de répartition (6.11). On définit encore deux matrices diagonales auxiliaires

$$(G) = (\text{diag } Z_{ci}) = \begin{pmatrix} Z_{c1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Z_{c2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & Z_{cn} \end{pmatrix} \quad \Omega \quad (6.35)$$

$$(F) = \left( \text{diag } \frac{1}{2\sqrt{Z_{ci}}} \right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2\sqrt{Z_{c1}}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{2\sqrt{Z_{c2}}} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{2\sqrt{Z_{cn}}} \end{pmatrix} \quad \Omega^{-1/2} \quad (6.36)$$

On obtient après quelques manipulations matricielles

$$\begin{aligned} (\underline{Z}) &= (F)^{-1} [(1) + (\underline{s})] [(1) - (\underline{s})]^{-1} (F)(G) \\ &= (F)^{-1} [(1) - (\underline{s})]^{-1} [(1) + (\underline{s})] (F)(G) \quad \Omega \end{aligned} \quad (6.37)$$

### 6.1.29 Passage inverse

La matrice de répartition est obtenue de façon similaire en partant de la matrice d'impédance

$$(\underline{s}) = (F) [(\underline{Z}) - (G)] [(\underline{Z}) + (G)]^{-1} (F)^{-1} \quad 1 \quad (6.38)$$

### 6.1.30 Remarque

En théorie des circuits, on fait également usage de la matrice de répartition (§ IV.6.3.3). Toutefois, il n'existe pas dans ce cas de lignes de transmission et d'impédances caractéristiques. On choisit alors de normaliser par rapport aux impédances des terminaisons, que l'on peut de plus rendre égales à l'aide de transformateurs idéaux. Dans le cas des composants hyperfréquences, il n'est pas possible d'effectuer ces simplifications. Il en résulte que les équations (IV.6.58) et (IV.6.61) sont des cas particuliers simplifiés de (6.38) et (6.37). On les obtient en remplaçant les matrices ( $F$ ) et ( $G$ ) par la matrice unité (1).

## 6.2 MONOPORTES: COMPOSANTS À UN ACCÈS

## 6.2.1 Généralités

Un composant à un seul accès, appelé *monoporte* ou *bipôle*, a une matrice de répartition réduite à un seul terme : son facteur de réflexion (fig. 6.7).

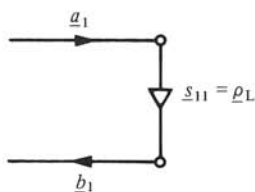


Fig. 6.7 Graphe de fluence d'un monoporte.

Il n'est manifestement pas possible d'adapter un monoporte sans pertes, les deux exigences étant incompatibles.

## 6.2.2 Charge adaptée

Le monoporte le plus souvent rencontré en pratique est la *charge* ou terminaison *adaptée* (à la ligne) pour laquelle  $s_{11} \cong 0$ .

On réalise une terminaison adaptée au moyen d'une transition graduelle entre guide d'ondes vide et guide d'ondes chargé d'un matériau absorbant, souvent une matière plastique chargée de graphite ou de poudre de fer, ou encore une couche métallique mince déposée sur un substrat diélectrique. Plusieurs structures sont représentées à la figure 6.8.

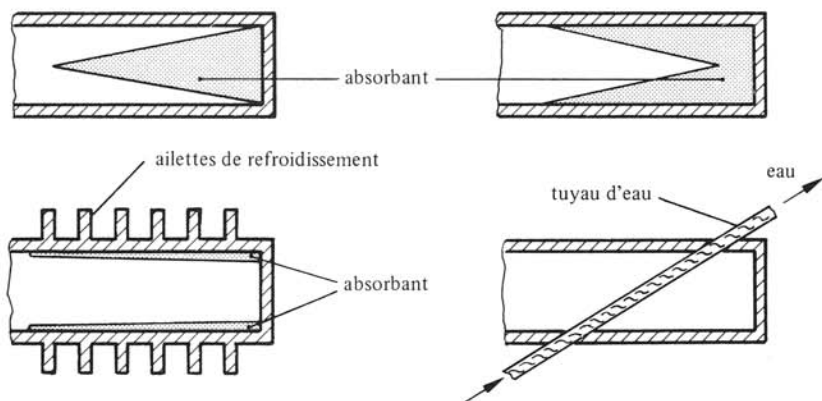


Fig. 6.8 Charges adaptées (coupes).

Comme toute la puissance du signal incident est dissipée dans le matériau absorbant, une charge adaptée doit pouvoir évacuer l'énergie thermique ainsi libérée. Dans une charge destinée à des puissances élevées, le matériau absorbant est déposé sur les parois métalliques, en contact thermique étroit avec celles-ci, qui sont à leur tour refroidies (air ou eau selon les besoins). On peut par ailleurs employer directement l'eau comme absorbant (§ 5.6.3) : il faut dans ce cas que la circulation de liquide soit assurée pendant l'absorption du signal hyperfréquences, pour éviter le risque d'ébullition.

En pratique, une charge rigoureusement sans réflexion est irréalisable : une très bonne charge en guide d'ondes a un rapport d'onde stationnaire ROS (§ 7.2.2) inférieur à environ 1,005, une charge de qualité moyenne un ROS entre 1,01 et 1,05. En ligne coaxiale l'adaptation est moins bonne : au mieux de l'ordre de 1,02.

### 6.2.3 Réflexion totale fixe

Pour certaines applications de mesure, on fait usage d'une réflexion totale, circuit ouvert ou court-circuit suivant le choix du plan de référence. Pour que le facteur de réflexion ait un module aussi proche que possible de l'unité, on emploie un court-circuit connecté à une ligne quart d'onde (fig. 6.9).

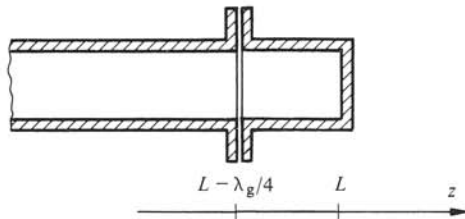


Fig. 6.9 Court-circuit fixe à grande réflexion (coupe).

A l'extrémité du guide, en  $z = L$ , le plan de court-circuit, que l'on suppose en conducteur électrique parfait (c.e.p.), impose l'annulation du champ électrique *tangent à cette surface* (1.8), en l'occurrence le champ électrique *transverse*  $\underline{E}_t$ . Il n'est pas possible d'annuler  $\underline{E}_T$ , car on obtiendrait alors une solution triviale (2.38). C'est la tension équivalente  $\underline{U}_e$  qui doit disparaître dans ce plan et, par conséquent (2.48)

$$\underline{U}_e(L) = \underline{U}_{e+} \exp(-j\beta L) + \underline{U}_{e-} \exp(+j\beta L) = 0 \quad \text{V} \quad (6.39)$$

Considérant ensuite le courant  $\underline{I}_e$  sur la ligne équivalente on trouve sa valeur dans le plan  $z = L - \lambda_g/4$  (2.49)

$$\begin{aligned} \underline{I}_e(L - \lambda_g/4) = & (1/Z_e) \{ \underline{U}_{e+} \exp[-j\beta(L - \lambda_g/4)] \\ & - \underline{U}_{e-} \exp[+j\beta(L - \lambda_g/4)] \} \quad \text{A} \end{aligned} \quad (6.40)$$

On sait de plus que

$$\beta \lambda_g/4 = (\beta \cdot 2\pi/\beta)/4 = \pi/2 \quad 1 \quad (6.41)$$

Faisant usage de cette relation pour développer les termes en  $\beta\lambda_g$  de (6.40) on trouve avec (6.39)

$$\begin{aligned} \underline{I}_e(L - \lambda_g/4) = & (j/Z_e) [\underline{U}_{e+} \exp(-j\beta L) + \underline{U}_{e-} \exp(+j\beta L)] \\ = & (j/Z_e) \underline{U}_e(L) = 0 \quad \text{A} \end{aligned} \quad (6.42)$$

Le courant  $\underline{I}_e$  sur la ligne équivalente s'annule dans le plan  $z = L - \lambda_g/4$ . Cela signifie que le champ magnétique transverse est nul dans ce plan (2.39); il en va de même pour la composante longitudinale du courant de surface (1.12). Comme aucune ligne de courant ne coupe le plan  $z = L - \lambda_g/4$ , une séparation faite dans ce plan ne perturbe pas les champs électromagnétiques dans le guide d'ondes. Les résistances

éventuelles de contact entre les brides du guide d'ondes et du court-circuit n'ont donc aucun effet.

### 6.2.4 Court-circuit mobile ou piston

Dans certaines applications de mesure, on doit faire varier la phase de la réflexion. Le même procédé est utilisé pour accorder des oscillateurs (§ 4.6.10) et des amplificateurs (§ 4.10.4). Il faut dans ce cas assurer une bonne réflexion ( $|\rho| \cong 1$ ) quelle que soit la position du piston. On fait usage dans ce but de contacts à ressorts, de baquets quart d'onde ou encore de structures de filtres (fig. 6.10).

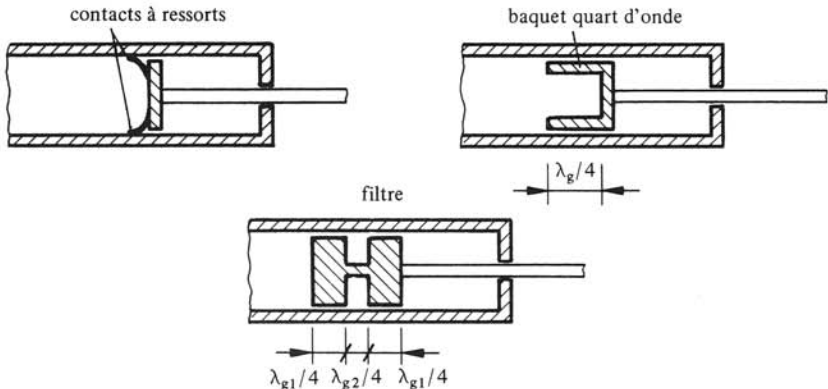


Fig. 6.10 Court-circuit mobile ou piston.

### 6.2.5 Amplificateurs à réflexion

Plusieurs types d'amplificateurs utilisés en hyperfréquences n'ont qu'un seul accès, par lequel passent simultanément le signal incident et le signal amplifié : il s'agit de monoportes particuliers pour lesquels  $|\underline{s}_{11}| > 1$ . La charge est située, par la force des choses, dans le circuit d'entrée. Toute désadaptation peut alors provoquer une oscillation.

L'existence de circulateurs (§ 6.7.13) a grandement facilité l'emploi d'amplificateurs à réflexion, permettant de séparer et de découpler les circuits d'entrée et de sortie.

Les amplificateurs à réflexion les plus courants sont l'amplificateur paramétrique (§ 4.10.4), le maser à cavité (§ 4.10.6), les amplificateurs à diode tunnel (sect. VII.4.3), à diode Gunn (§ 4.6.11), à avalanche (sect. 4.7).

## 6.3 BIPORTES : COMPOSANTS À DEUX ACCÈS

### 6.3.1 Généralités

Pour un composant à deux accès, appelé *biporte* ou *quadripôle* (chap. IV.6), la matrice de répartition comporte quatre termes

$$(\underline{s}) = \begin{pmatrix} \underline{s}_{11} & \underline{s}_{12} \\ \underline{s}_{21} & \underline{s}_{22} \end{pmatrix} \quad 1 \quad (6.43)$$

Le graphe de fluence correspondant est représenté à la figure 6.2.

### 6.3.2 Propriétés particulières

Appliquant à la matrice de répartition (6.43) les relations développées à la section 6.1, on voit qu'on a :

- pour un biporte réciproque (§ 6.1.21)

$$\underline{s}_{12} = \underline{s}_{21} \quad 1 \quad (6.44)$$

- pour un biporte non dissipatif, appliquant (6.24)

$$|\underline{s}_{11}|^2 + |\underline{s}_{21}|^2 = 1 \quad 1 \quad (6.45)$$

$$|\underline{s}_{12}|^2 + |\underline{s}_{22}|^2 = 1 \quad 1 \quad (6.46)$$

$$\underline{s}_{11}^* \underline{s}_{12} + \underline{s}_{21}^* \underline{s}_{22} = 0 \quad 1 \quad (6.47)$$

La quatrième relation donnée par (6.24) est le conjugué complexe de (6.47) ;

- si le biporte est simultanément réciproque et non dissipatif, en faisant usage de (6.44), (6.45) et (6.46) on trouve que

$$|\underline{s}_{11}| = |\underline{s}_{22}| \quad 1 \quad (6.48)$$

Le biporte n'est pas nécessairement symétrique ;

- quand un plan de symétrie géométrique existe entre les deux accès, de telle sorte qu'on ne puisse pas distinguer l'entrée et la sortie, et que de plus les plans de référence sont choisis symétriquement, on a

$$\underline{s}_{11} = \underline{s}_{22} \quad 1 \quad (6.49)$$

Le biporte doit être en même temps réciproque ;

- pour un biporte adapté

$$\underline{s}_{11} = \underline{s}_{22} = 0 \quad 1 \quad (6.50)$$

### 6.3.3 Affaiblisseur adapté à absorption

On appelle *affaiblisseur* un dispositif réciproque destiné à réduire la puissance. La matrice de répartition d'un affaiblisseur adapté a la forme

$$(\underline{s}) = \begin{pmatrix} 0 & \underline{s}_{12} \\ \underline{s}_{12} & 0 \end{pmatrix} \quad 1 \quad (6.51)$$

Le niveau d'affaiblissement  $LA$ , mesuré en dB (§ 5.6.9), est défini par le rapport des puissances à l'entrée et à la sortie lorsqu'on connecte à cette dernière une *termination adaptée* ( $\underline{a}_2 = 0$ )

$$LA = 10 \log(P_1/P_2) = 10 \log(|\underline{a}_1|^2/|\underline{b}_2|^2) = -20 \log|\underline{s}_{12}| \quad \text{dB} \quad (6.52)$$

L'affaiblisseur absorbe la puissance  $P_1 - P_2$ .

### 6.3.4 Affaiblisseurs adaptés en guide d'ondes

Comme dans un affaiblisseur *adapté* la différence des puissances entre l'entrée et la sortie *ne peut pas être réfléchie*, le composant doit comporter un matériau absorbant,

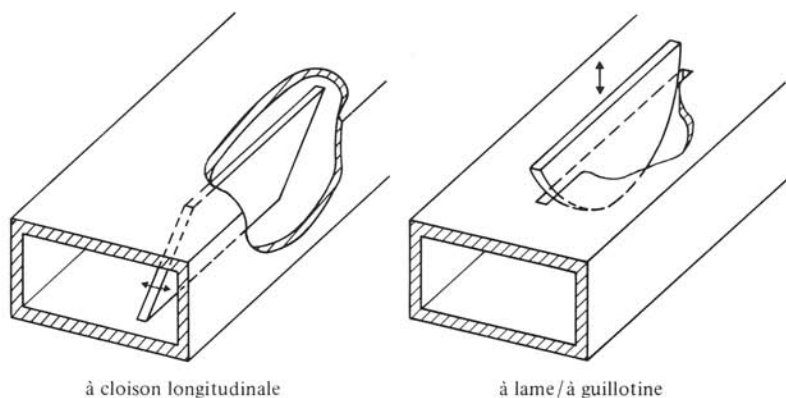


Fig. 6.11 Affaiblisseurs adaptés en guide d'ondes.

le plus souvent une feuille métallique mince déposée sur un substrat diélectrique. Plusieurs réalisations en guide d'ondes sont illustrées à la figure 6.11.

### 6.3.5 Affaiblisseurs adaptés en ligne coaxiale

En ligne coaxiale, la dissipation d'énergie est produite par une couche de matériau absorbant déposée sur le conducteur central, ou par une section de conducteur central en métal à grande résistance, ou encore par une combinaison de conducteur absorbant et disque en contact avec le conducteur extérieur (fig. 6.12).

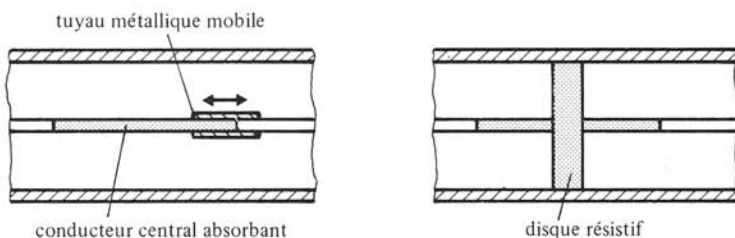


Fig. 6.12 Affaiblisseurs adaptés en ligne coaxiale.

### 6.3.6 Cas particulier : affaiblisseur en T

Si les éléments absorbants qui forment ce dernier type d'affaiblisseur (fig. 6.12) ont des dimensions petites par rapport à la longueur d'onde, cet affaiblisseur peut être

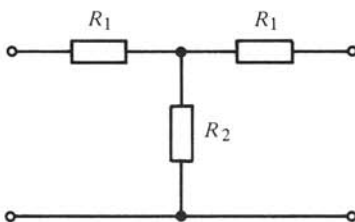


Fig. 6.13 Affaiblisseur en T, schéma équivalent.



représenté par le schéma équivalent de la figure 6.13. Les plans de référence sont choisis de façon à ce que les éléments soient réels.

La matrice d'impédance du circuit a la forme (§ IV. 6.2.11)

$$(Z) = \begin{pmatrix} R_1 + R_2 & R_2 \\ R_2 & R_1 + R_2 \end{pmatrix} \quad \Omega \quad (6.53)$$

La matrice de répartition est obtenue à l'aide de (6.38), en tenant compte du fait que les lignes d'entrée et de sortie ont la même impédance caractéristique  $Z_c$

$$(s) = \frac{1}{(R_1 + R_2 + Z_c)^2 - R_2^2} \begin{pmatrix} (R_1 + R_2)^2 - Z_c^2 - R_2^2 & 2 R_2 Z_c \\ 2 R_2 Z_c & (R_1 + R_2)^2 - Z_c^2 - R_2^2 \end{pmatrix} \quad 1 \quad (6.54)$$

Pour que l'affaiblisseur soit adapté, il faut que  $s_{ii} = 0$  et donc

$$R_2 = \frac{Z_c^2 - R_1^2}{2R_1} \quad \Omega \quad (6.55)$$

On trouve après quelques calculs

$$s_{12} = \frac{Z_c - R_1}{Z_c + R_1} \quad 1 \quad (6.56)$$

### 6.3.7 Affaiblisseur à lame rotative

Un affaiblisseur variable de précision est réalisé au moyen d'un tronçon de guide circulaire propageant le mode TE<sub>11</sub>, qui est spatialement dégénéré (§ 2.3.17). L'élé-

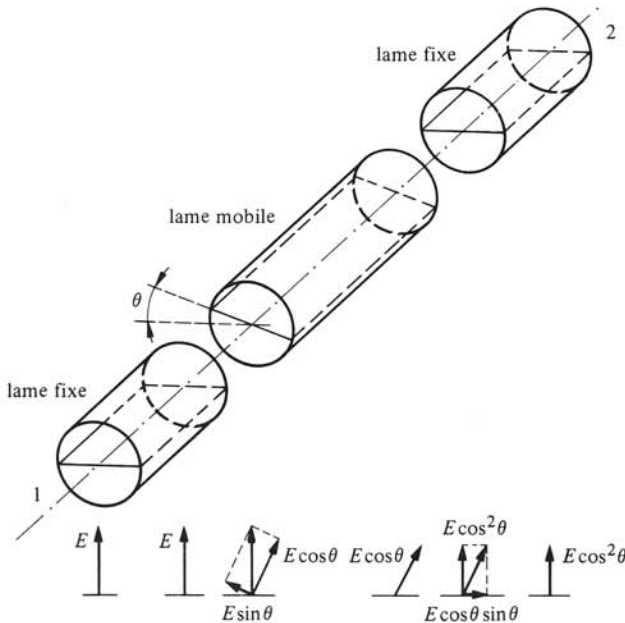


Fig. 6.14 Affaiblisseur à lame rotative en guide circulaire.

ment absorbant est une lame métallique mince, qui peut tourner autour de l'axe longitudinal (fig. 6.14).

Le signal provient d'un guide d'ondes rectangulaire à l'accès 1 (mode  $TE_{10}$ ). Une transition connecte du guide rectangulaire au guide circulaire (mode  $TE_{11}$  § 2.4.9). Dans la section centrale, la lame absorbante fait un angle  $\theta$  avec le plan perpendiculaire au champ électrique; il en résulte que la composante  $E \sin \theta$  du champ, qui est dans le plan de la lame, est absorbée. La composante normale à la lame  $E \cos \theta$  traverse la section centrale sans être perturbée. Dans la transition de sortie, le champ rencontre de nouveau une lame absorbante, et la composante dans le plan de la lame  $E \cos \theta \sin \theta$  est absorbée.

A la sortie, accès 2, l'amplitude vaut  $E \cos^2 \theta$ , c'est à dire que  $|\underline{s}_{21}| = \cos^2 \theta$ , le niveau d'affaiblissement étant alors donné par

$$LA = -20 \log |\underline{s}_{21}| = -40 \log(\cos \theta) \quad \text{dB} \quad (6.57)$$

L'affaiblissement ne dépend que de l'angle de rotation, que l'on mesure par des moyens mécaniques.

### 6.3.8 Affaiblisseur réactif non adapté

Un affaiblissement peut aussi être produit en réfléchissant une partie du signal incident. On réalise un tel affaiblisseur en intercalant entre deux lignes de transmission une section de guide d'ondes opérant en dessous de sa fréquence de coupure (fig. 6.15).

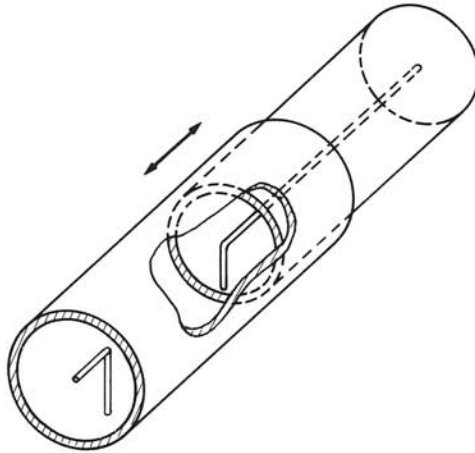


Fig. 6.15 Affaiblisseur réactif à coupure.

L'affaiblissement est directement proportionnel à la longueur du guide (mode évanescant, § 2.2.30)[120]. La réflexion produite par un tel affaiblisseur peut perturber le générateur (§ 4.11.2); il est donc prudent d'intercaler un isolateur dans la ligne.

### 6.3.9 Applications des affaiblisseurs

Il existe de nombreux types d'affaiblisseurs : fixes, ajustables, variables, à plots, de précision, calibrés, etc. On peut obtenir un affaiblissement ajustable électriquement

en faisant usage de ferrites (§ 6.7.22) ou de semiconducteurs (§ 6.8.3). Les principales applications sont les suivantes :

- dans les mesures d'affaiblissement, un affaiblisseur de précision sert à déterminer la différence de niveau entre deux signaux (sect. 7.4);
- un affaiblisseur adapté, le plus souvent fixe, sert à réduire la réflexion produite par un détecteur (élément non linéaire, difficile à accorder);
- un affaiblisseur adapté permet de réduire le niveau d'un signal pour l'amener dans la plage de mesure des appareils à disposition (§ 5.8.6).

### 6.3.10 Isolateur

L'*isolateur* est un affaiblisseur non réciproque, permettant le passage du signal avec un affaiblissement très petit dans une direction ( $|S_{21}| \cong 1$ ), mais présentant un affaiblissement important dans le sens opposé ( $|S_{12}| \cong 0$ ). Il sert à découpler les étages successifs d'un système, il est réalisé avec des ferrites (§ 6.7.8 et § 6.7.15).

### 6.3.11 Déphaseur

Un biporte réciproque adapté sans pertes est un *déphaseur*, que représente la matrice de répartition

$$\underline{(s)} = \begin{pmatrix} 0 & \exp(j\varphi) \\ \exp(j\varphi) & 0 \end{pmatrix} \quad 1 \quad (6.58)$$

Un déphaseur sert à modifier la phase d'un signal, étant ainsi le correspondant de l'affaiblisseur qui en modifie l'amplitude. Il est surtout employé pour mesurer le déphasage des composants (§ 7.4.19). Il peut être réalisé en guide d'ondes rectangulaire en chargeant le guide avec une lame de matériau diélectrique (§ 2.9.8). Pour des mesures de précision, on utilise un déphaseur rotatif (§ 6.3.12). Des déphaseurs variables à contrôle électrique sont réalisés avec des ferrites (§ 6.7.22) et des semiconducteurs (§ 6.8.6).

### ■ 6.3.12 Déphaseur rotatif de Fox, sections quart d'onde et demi-onde

Au moyen d'un dispositif qui présente des similitudes avec l'affaiblisseur à lame rotative (§ 6.3.7), on peut introduire dans un système un *déphasage calibré* pouvant être varié de façon continue. Il s'agit du *déphaseur rotatif de Fox* [121]. Les lames absorbantes, éléments de base de l'affaiblisseur, sont remplacées dans le déphaseur par des *sections quart d'onde* fixes placées aux deux extrémités et une *section demi-onde* rotative située au milieu (fig. 6.16).

Ces termes servent à désigner une section de guide d'ondes dans laquelle deux modes peuvent se propager simultanément, mais avec des vitesses de propagation différentes. Les déphasages produits par une section de guide sont donc différents pour les deux modes. Lorsque la différence de déphasages vaut  $\pi/2$ , on a une *section quart d'onde*. Une différence de déphasages de  $\pi$  correspond à une *section demi-onde*. On réalise en pratique ces sections à l'aide d'un guide circulaire contenant une plaque de matériau diélectrique. Celle-ci modifie différemment l'exposant de propagation des

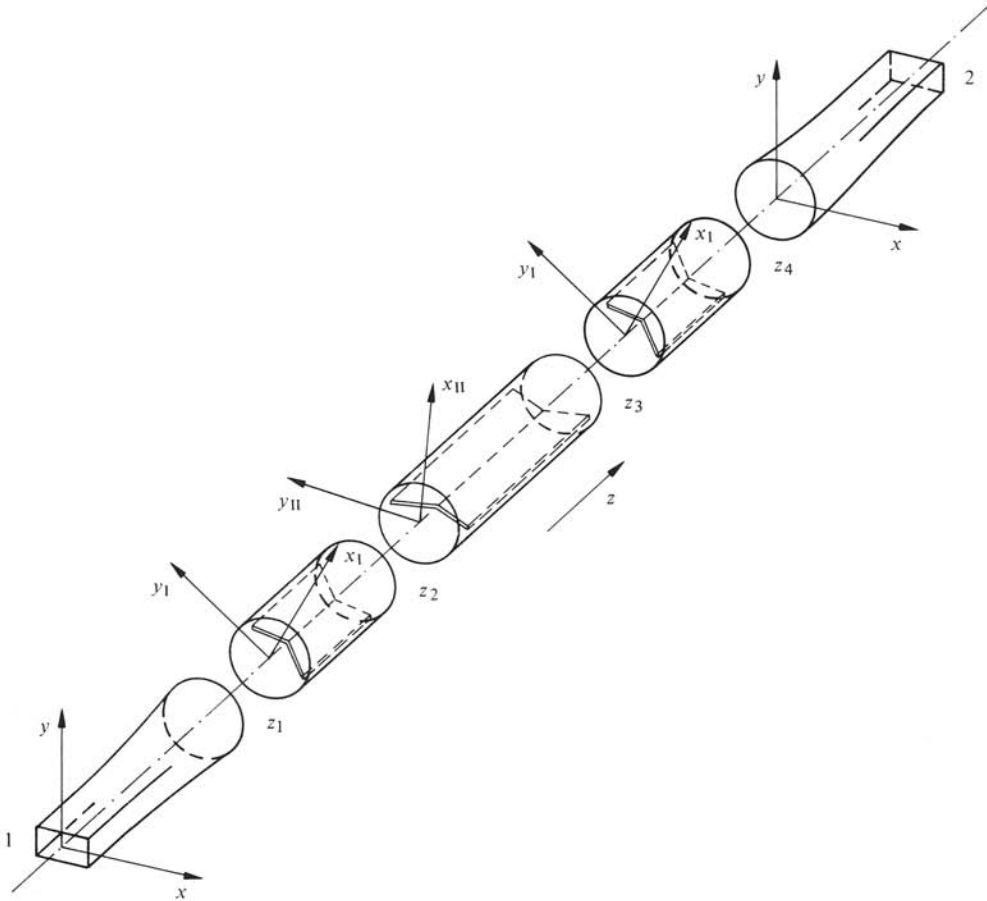


Fig. 6.16 Déphaseur rotatif de Fox.

modes, selon que le champ électrique est dans le plan de la plaque ou perpendiculaire à celle-ci. Les deux modes  $TE_{11}$  ne sont alors plus dégénérés.

Le signal entre à l'accès 1 en guide rectangulaire et traverse une transition connectant au guide circulaire. Au centre du guide, le champ électrique du signal entrant en  $z_1$  est donné par

$$\underline{E}(z_1) = \underline{E}_0 \cdot e_y \quad \text{V/m} \quad (6.59)$$

où  $e_y$  est la coordonnée verticale du guide d'ondes rectangulaire. La première ligne quart d'onde fixe a une lame diélectrique située à  $45^\circ$  par rapport au repère lié au guide de l'accès 1 (fig. 6.17 (a)). Dans le repère  $x_1, y_1$  lié à la lame fixe, le champ électrique au centre est obtenu en appliquant une rotation de  $45^\circ$  des axes de coordonnées

$$\underline{E}(z_1) = (\underline{E}_0/\sqrt{2})(e_{x1} + e_{y1}) \quad \text{V/m} \quad (6.60)$$

Le mode dominant du guide rectangulaire excite en fait les deux modes  $TE_{11}$  du guide circulaire, dont les champs électriques sont dirigés respectivement selon  $x_1$  et  $y_1$ . La section quart d'onde produit des déphasages différents pour ces deux modes dans le guide circulaire chargé. Le champ polarisé selon  $x_1$  subit un déphasage  $\varphi_1$ , celui polarisé

selon  $y_1$  un déphasage  $\varphi_1 + \pi/2$  et on obtient ainsi dans le plan  $z_2$

$$\begin{aligned} \underline{E}(z_2) &= (\underline{E}_0/\sqrt{2}) \{ e_{x1} \exp(j\varphi_1) + e_{y1} \exp[j(\varphi_1 + \pi/2)] \} \\ &= (\underline{E}_0/\sqrt{2}) \exp(j\varphi_1) (e_{x1} + j e_{y1}) \quad \text{V/m} \quad (6.61) \end{aligned}$$

Dans le plan  $z_1$ , le champ électrique est *linéairement polarisé*, dans le plan  $z_2$  la *polarisation* est *circulaire* (sect. III. 5.4). La section quart d'onde est donc un composant assurant le passage de polarisation linéaire à circulaire et vice-versa.

Le signal entre alors dans la section demi-onde rotative, dont la lame diélectrique fait un angle  $\theta$  avec la lame fixe de la ligne quart d'onde (fig. 6.17 (b)). Effectuant le changement de coordonnées on obtient le champ électrique dans le repère  $x_{II}, y_{II}$  lié à la lame mobile

$$\begin{aligned} \underline{E}(z_2) &= (\underline{E}_0/\sqrt{2}) \exp(j\varphi_1) [(\cos\theta + j\sin\theta) e_{x_{II}} + (j\cos\theta - \sin\theta) e_{y_{II}}] \\ &= (\underline{E}_0/\sqrt{2}) \exp[j(\varphi_1 + \theta)] (e_{x_{II}} + j e_{y_{II}}) \quad \text{V/m} \quad (6.62) \end{aligned}$$

Comparant (6.62) avec (6.61), on constate que la rotation *géométrique* de coordonnées produit, pour un signal circulairement polarisé, un *déphasage* de même valeur.

Le signal traverse la section demi-onde. Le champ polarisé selon  $x_{II}$  subit un déphasage  $\varphi_2$ , celui selon  $y_{II}$  un déphasage  $\varphi_2 + \pi$  et on obtient dans le plan  $z_3$

$$\begin{aligned} \underline{E}(z_3) &= (\underline{E}_0/\sqrt{2}) \{ e_{x_{II}} \exp(j\varphi_2) + j e_{y_{II}} \exp[j(\varphi_2 + \pi)] \} \exp[j(\varphi_1 + \theta)] \\ &= (\underline{E}_0/\sqrt{2}) (e_{x_{II}} - j e_{y_{II}}) \exp[j(\varphi_1 + \varphi_2 + \theta)] \quad \text{V/m} \quad (6.63) \end{aligned}$$

La section demi-onde renverse le sens de rotation de la polarisation circulaire.

Le passage du système de coordonnées  $x_{II}, y_{II}$ , lié à la lame mobile, au système fixe  $x_1, y_1$ , par une rotation de l'angle  $-\theta$  donne dans le plan  $z_3$  (fig. 6.17 (c))

$$\begin{aligned} \underline{E}(z_3) &= (\underline{E}_0/\sqrt{2}) [(\cos\theta + j\sin\theta) e_{x_1} \\ &\quad + (-j\cos\theta + \sin\theta) e_{y_1}] \exp[j(\varphi_1 + \varphi_2 + \theta)] \\ &= (\underline{E}_0/\sqrt{2}) (e_{x_1} - j e_{y_1}) \exp[j(\varphi_1 + \varphi_2 + 2\theta)] \quad \text{V/m} \quad (6.64) \end{aligned}$$

Comme le sens de rotation du signal à polarisation circulaire est l'inverse de celui en  $z_2$ , la rotation de l'angle  $-\theta$  produit un déphasage  $+\theta$  du signal.

La section quart d'onde à la sortie rétablit une polarisation linéaire du signal. La composante selon  $x_1$  subit un déphasage  $\varphi_3$ , celle selon  $y_1$  un déphasage  $\varphi_3 + \pi/2$  et on a dans le plan  $z_4$

$$\begin{aligned} \underline{E}(z_4) &= (\underline{E}_0/\sqrt{2}) \{ e_{x1} \exp(j\varphi_3) \\ &\quad - j e_{y1} \exp[j(\varphi_3 + \pi/2)] \} \exp[j(\varphi_1 + \varphi_2 + 2\theta)] \\ &= (\underline{E}_0/\sqrt{2}) (e_{x1} + e_{y1}) \exp[j(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + 2\theta)] \quad \text{V/m} \quad (6.65) \end{aligned}$$

Finalement, une rotation de  $-45^\circ$  ramène aux coordonnées  $x, y$  du guide rectangulaire (fig. 6.17 (d))

$$\underline{E}(z_4) = \underline{E}_0 e_y \exp[j(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + 2\theta)] \quad \text{V/m} \quad (6.66)$$

Le quotient du champ sortant en  $z_4$  au champ entrant en  $z_1$  donne le facteur de transfert  $\underline{s}_{21}$  du déphaseur

$$\underline{s}_{21} = \underline{E}_y(z_4)/\underline{E}_y(z_1) = \exp[j(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + 2\theta)] \quad \text{V/m} \quad (6.67)$$

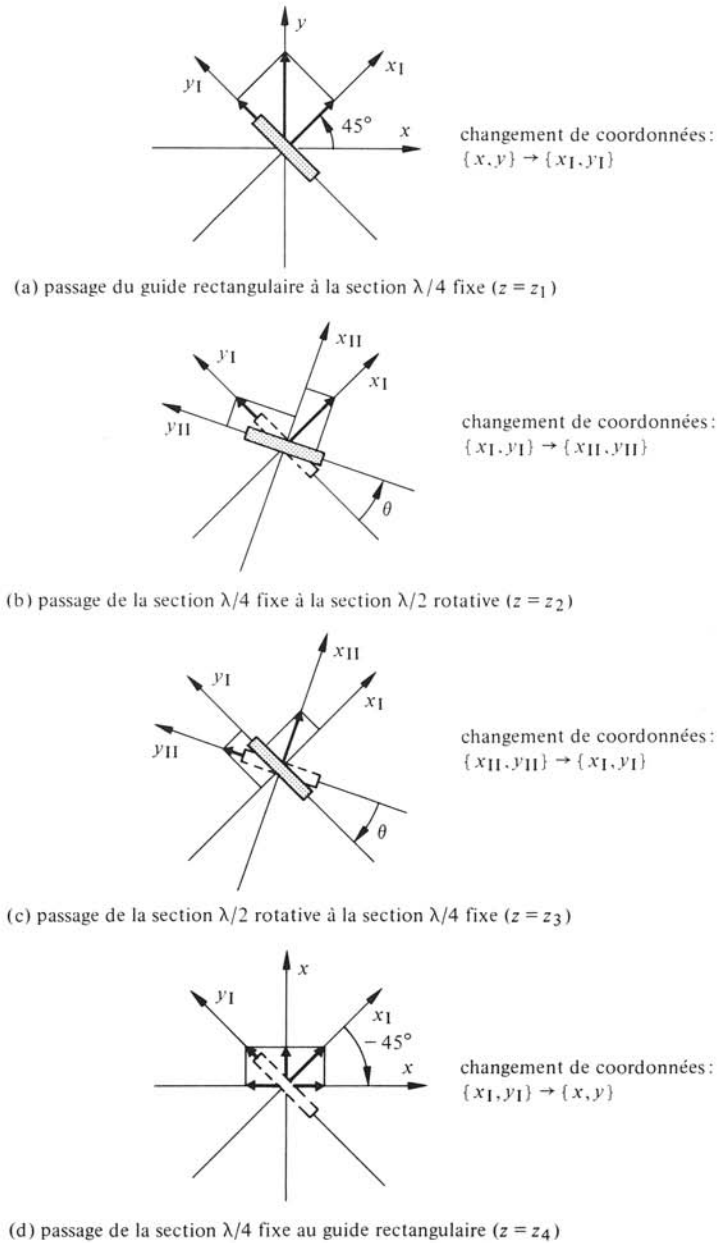


Fig. 6.17 Changements de sections dans le déphaseur de Fox.

Le signal traversant le déphaseur conserve son amplitude. Le déphasage subi comporte un terme constant  $\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3$  et de plus, un déphasage  $2\theta$  qui est directement proportionnel à la rotation mécanique de la section demi-onde. La mesure de cet angle de rotation donne directement le déphasage électrique, qu'on peut ainsi faire varier entre 0 et  $2\pi$ .

### 6.3.13 Déphaseur non réciproque

Des déphasages différents pour les deux directions de propagation sont obtenus en chargeant une ligne ou un guide d'ondes avec un matériau gyrotrope, par exemple un ferrite (sect. 6.7) : on réalise ainsi un *déphaseur non réciproque*.

### 6.3.14 Cas particulier : gyrateur

Lorsque la différence entre les deux déphasages non réciproques vaut  $\pi$ , le composant est appelé *gyrateur* [122]. En choisissant les plans de référence aux deux accès de façon à avoir  $s_{21} = 1$ , on obtient la matrice de répartition

$$(s) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad 1 \quad (6.68)$$

### ■ 6.3.15 Obstacle mince symétrique sans pertes, iris

On considère un obstacle constitué d'une mince lame métallique ou *iris* sans pertes (c.e.p.) dont l'épaisseur est beaucoup plus petite que la longueur d'onde. Il est placé transversalement dans le guide d'ondes. La figure 6.18 représente trois géométries particulières qui sont considérées dans les paragraphes 6.3.16, 6.3.17 et 6.3.18.

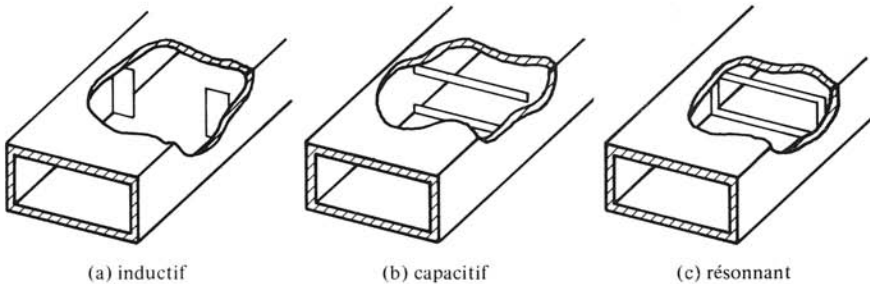


Fig. 6.18 Obstacles métalliques minces en guide rectangulaire.

L'obstacle est complété par une section de guide d'ondes uniforme qui s'étend de part et d'autre jusqu'à deux plans de référence disposés symétriquement à une distance  $d$  (fig. 6.19).

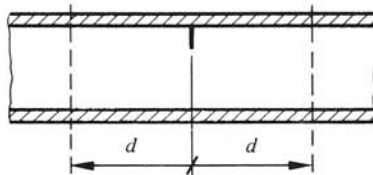


Fig. 6.19 Section de guide contenant un obstacle mince. Choix des plans de référence.

La structure ainsi définie est réciproque (elle ne contient pas de milieu anisotrope), symétrique et non dissipative (guide et obstacle en c.e.p.). Sa matrice d'impédance a donc la forme (§ IV. 6.2.11)

$$(\underline{Z}) = \begin{pmatrix} jX_{11} & jX_{12} \\ jX_{12} & jX_{11} \end{pmatrix} \quad \Omega \quad (6.69)$$

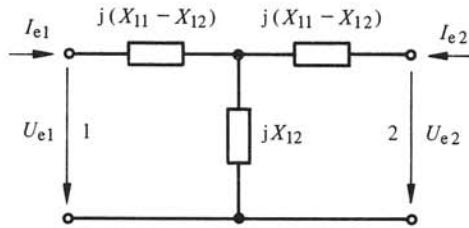


Fig. 6.20 Schéma équivalent d'un obstacle symétrique sans pertes en guide d'ondes.

Le circuit équivalent en T est représenté à la figure 6.20.

On applique à ce circuit équivalent une *excitation antisymétrique*, c'est-à-dire qu'on impose aux accès du quadripôle

$$\underline{U}_{e1} = -\underline{U}_{e2} = \underline{U}_a \quad \text{V} \quad (6.70)$$

$$\underline{I}_{e1} = -\underline{I}_{e2} = \underline{I}_a \quad \text{A} \quad (6.71)$$

La tension est nulle dans le plan de symétrie, et aucun courant ne traverse la réactance  $X_{12}$  connectée en parallèle. L'impédance antisymétrique est alors donnée par

$$\underline{Z}_a = \underline{U}_a / \underline{I}_a = j(X_{11} - X_{12}) \quad \Omega \quad (6.72)$$

Dans le plan de l'obstacle mince, le champ électrique transverse est nul (2.38). On retrouve des zéros du champ dans tous les plans situés à un nombre entier de demi-longueurs d'onde de l'obstacle le long du guide. Plaçant donc les plans de référence en  $d = n \lambda_g / 2$ , on trouve que  $\underline{U}_a = 0$ , ce qui entraîne par (6.72) que  $\underline{Z}_a = 0$  et donc

$$X_{11} = X_{12} = X \quad \Omega \quad (6.73)$$

Lorsque les plans de référence sont disposés à un nombre entier de demi-longueur d'onde de l'obstacle, le schéma équivalent de celui-ci est donc une réactance seule, connectée en parallèle sur la ligne équivalente (fig. 6.21).

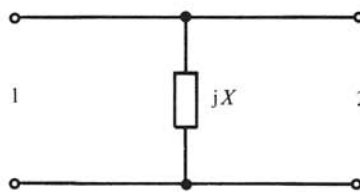


Fig. 6.21 Schéma équivalent d'un obstacle symétrique mince sans pertes en guide d'ondes pour un choix particulier des plans de référence.

Il est intéressant de noter que l'excitation antisymétrique est l'unique cas particulier pour lequel le mode dominant satisfasse seul aux conditions aux limites, ceci quelle que soit la forme de l'obstacle mince.

### 6.3.16 Obstacle inductif en guide rectangulaire

L'iris vertical de la figure 6.18 (a) produit localement un rétrécissement du guide d'ondes. On constate que :



- l'obstacle est uniforme dans le sens de la hauteur, il ne présente pas de variation selon  $y$ ;
- il en va de même pour le champ électrique du mode dominant;
- le champ électrique du mode dominant ne possède qu'une composante  $E_y$ . Seule cette composante satisfait simultanément l'uniformité selon  $y$  et les conditions aux limites en  $y = 0$  et  $y = b$ .

Or, le champ électrique du mode dominant ne satisfait pas les conditions aux limites au bord de l'obstacle, qui imposent l'annulation du champ électrique transverse  $E_y$ . On obtient ce résultat en superposant les modes supérieurs qui permettent de com-

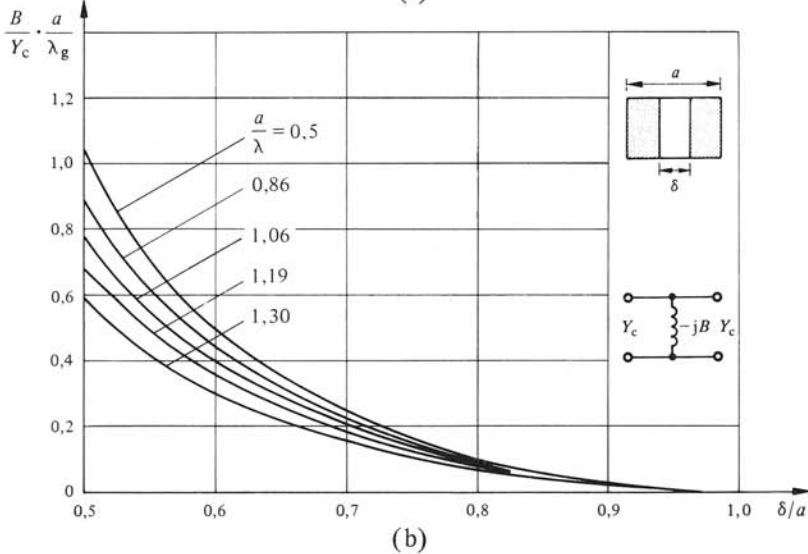
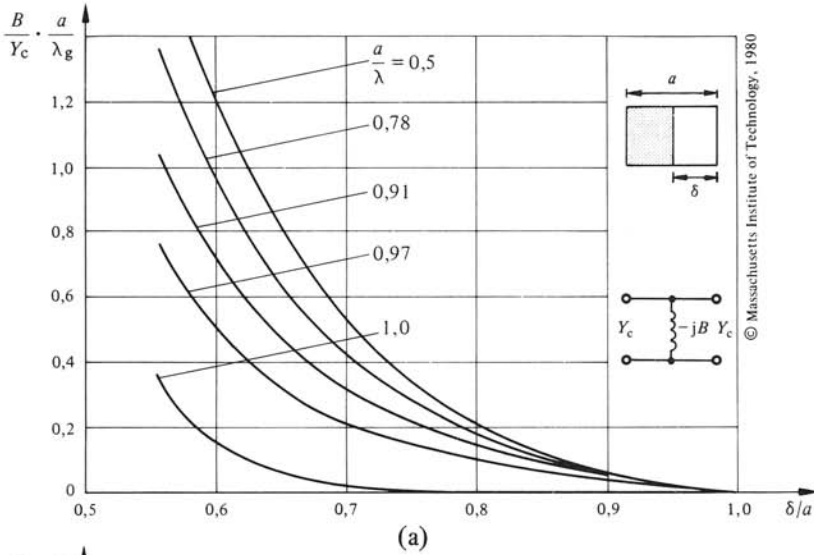


Fig. 6.22 Susceptance d'un obstacle inductif en guide d'ondes rectangulaire: (a) asymétrique; (b) symétrique.

penser le champ électrique du mode dominant dans le plan de l'obstacle. Ces modes doivent avoir les propriétés énoncées précédemment : uniformité selon  $y$  et champ électrique transverse à une composante  $\underline{E}_y$ . Les seuls modes qui satisfont à cette condition sont les modes  $TE_{m0}$  (2.120). Puisque les modes TE en dessous de la coupure emmagasinent un surplus d'énergie magnétique (§ 2.2.30), cet obstacle est *inductif*.

Des relations approchées permettent de calculer la susceptance normalisée de cet obstacle  $B/Y_c$  [49], où  $Y_c = 1/Z_c$  est une des admittances caractéristiques du guide rectangulaire (§ 2.3.16). La précision des relations n'est pas très bonne; on utilise de préférence les graphiques de la figure 6.22.

### 6.3.17 Obstacle capacitif en guide rectangulaire

L'iris horizontal de la figure 6.18 (b) réduit localement la hauteur du guide, mais ne modifie pas sa largeur. On constate dans ce cas que :

- l'obstacle est uniforme dans le sens de la largeur, il ne présente pas de variation selon  $x$ ;
- le champ électrique du mode dominant  $TE_{10}$  a une dépendance transverse de la forme  $\sin(\pi x/a)$ ;
- le champ électrique du mode dominant n'a qu'une composante  $\underline{E}_y$  dans le plan transverse.

Sur l'obstacle métallique, il faut comme dans le cas précédent annuler le champ électrique transverse du mode dominant  $\underline{E}_y$ . On obtient ce résultat en superposant des modes supérieurs ayant une dépendance en  $\sin(\pi x/a)$  et un champ électrique transverse  $\underline{E}_y$ . Or, tous les modes supérieurs  $TE_{1n}$  et  $TM_{1n}$  ( $n \neq 0$ ), qui satisfont la première condition, ne satisfont pas la seconde, puisqu'ils ont une composante  $\underline{E}_x$  non nulle. On obtient donc le résultat recherché en combinant le mode  $TE_{1n}$  et le mode  $TM_{1n}$  de fa-

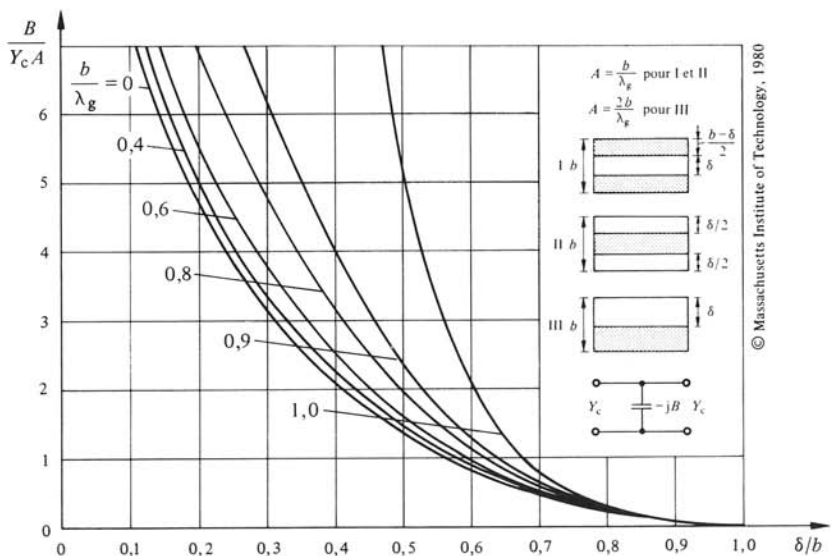


Fig. 6.23 Susceptance d'un obstacle capacitif en guide d'ondes rectangulaire.

çon à avoir les composantes  $E_x$  respectives des deux modes de même amplitude et de sens opposé. Les relations (2.111) et (2.120) donnent respectivement les coefficients  $\pi/a$  et  $n\pi/b$  pour les modes  $TM_{1n}$  et  $TE_{1n}$ . Pour qu'il y ait compensation, il faut donc que le rapport des amplitudes de ces deux modes vale  $na/b$ . Les modes  $TM$  prédominent donc et par conséquent l'obstacle est *capacitif*, puisque ces modes emmagasinent un excédent d'énergie électrique. La susceptance normalisée équivalente de l'obstacle  $B/Y_c$  est représentée à la figure 6.23.

### 6.3.18 Obstacle résonnant en guide rectangulaire

En combinant les deux obstacles des paragraphes précédents, c'est-à-dire une inductance et une capacité en parallèle, on obtient un obstacle résonnant (fig. 6.18 (c)). Il existe une fréquence particulière, ou *fréquence de résonance*, à laquelle l'énergie magnétique et l'énergie électrique emmagasinées par les modes supérieurs évanescents sont égales. A cette fréquence, l'impédance de guide de la section réduite ( $a'$ ,  $b'$ ) est la même que celle du guide original ( $a$ ,  $b$ ). Faisant usage de (2.131) on trouve

$$(a/b) \sqrt{1 - (\lambda/2a)^2} = (a'/b') \sqrt{1 - (\lambda/2a')^2} \quad 1 \quad (6.74)$$

Développant cette relation, on voit que les quatre coins de l'ouverture ( $x = \pm a'/2$ ;  $y = \pm b'/2$ ) sont situés sur une hyperbole, qui passe par les quatre coins du guide ( $x = \pm a/2$ ,  $y = \pm b/2$ ) et dont les deux branches sont séparées par la distance  $\lambda/2$  (fig. 6.24).

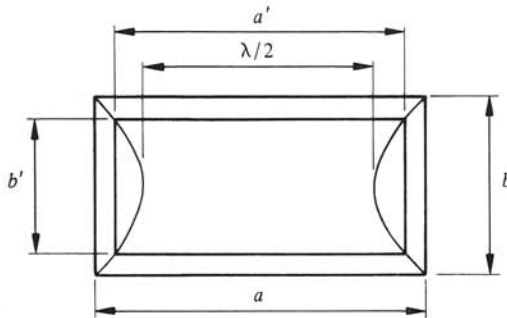


Fig. 6.24 Obstacle résonnant en guide d'ondes rectangulaire.

### 6.3.19 Application : adaptation

Les obstacles métalliques minces, dont le schéma équivalent est une susceptance connectée en parallèle dans le guide d'ondes, servent à adapter les composants, faisant usage du principe décrit au paragraphe 7.2.12.

### 6.3.20 Vis d'accord

Une vis insérée dans une des parois larges d'un guide rectangulaire présente une impédance  $L-C$  série, connectée en parallèle sur la ligne. Pour une faible insertion, la capacité prédomine. La susceptance devient infinie (court-circuit) à la résonance, obtenue pour une insertion de l'ordre de  $\lambda/4$ . Lorsque l'insertion augmente encore, l'obstacle devient inductif.

### 6.3.21 Vis d'accord mobile

Un dispositif d'adaptation est formé d'une vis dont la profondeur de pénétration et la position longitudinale sont toutes deux réglables, permettant l'adaptation selon le principe décrit au paragraphe 7.2.12 (fig. 6.25).

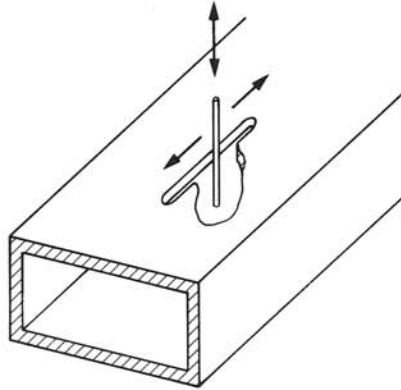


Fig. 6.25 Vis d'accord mobile.

### 6.3.22 Obstacles réactifs en guide circulaire

Un iris inductif est constitué d'une ouverture circulaire centrée sur l'axe du guide. Un disque circulaire centré sur cet axe est un obstacle capacitif (fig. 6.26).

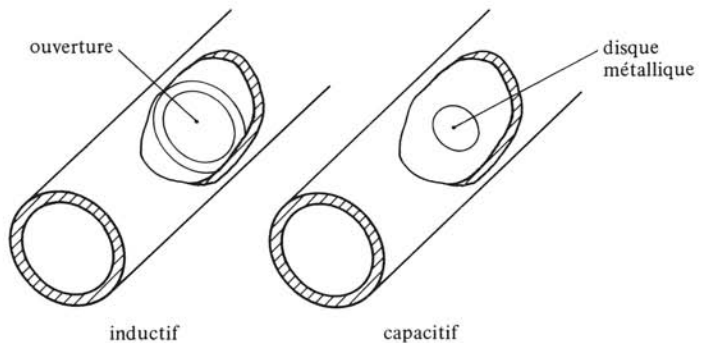


Fig. 6.26 Obstacles réactifs en guide circulaire.

### 6.3.23 Susceptances parallèles en ligne microruban : bras de réactance

En microruban, on obtient une susceptance parallèle au moyen d'une section de ligne, appelée *bras de réactance* (en anglais stub), représentée à la figure 6.27.

L'extrémité ouverte de la ligne microruban n'est toutefois pas une *ligne ouverte* au sens théorique, suite à la présence de champs s'étendant au delà de son extrémité. Ces champs produisent une capacité additionnelle  $C_0$  dont la valeur pour certaines permittivités de substrats est donnée à la figure 3.15 [50].

On peut également considérer un allongement fictif  $\Delta d$ , donné par (3.65).

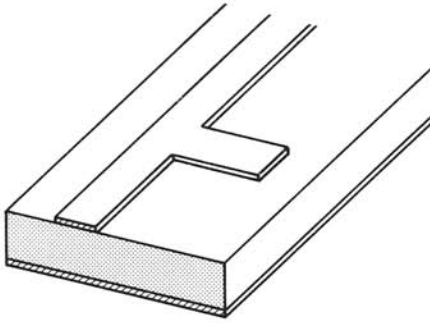


Fig. 6.27 Bras de réactance en ligne microruban.

### 6.3.24 Transitions, adaptateurs, joints

Il faut encore citer parmi les biportes adaptés, réciproques et sans pertes tous les dispositifs servant à connecter des lignes de types ou de sections différentes (un guide rectangulaire à une ligne coaxiale, une ligne microruban à un guide circulaire, etc.), les sections servant à modifier l'orientation (coudes, torsades) et les joints rotatifs, qui permettent de connecter un générateur fixe à une antenne en rotation (radar) [118].

### 6.3.25 Cavités et filtres

Des biportes dont les propriétés dépendent de la fréquence et des filtres sont réalisés avec une ou plusieurs cavités résonnantes connectées en transmission (§ 3.5.15) ou en réaction (fig. 5.2) [123].

## 6.4 TRIPORTES : COMPOSANTS À TROIS ACCÈS

### 6.4.1 Matrice de répartition et graphe de fluence

La matrice de répartition d'un composant à 3 accès, appelé *triporte* ou *hexapôle* comporte 9 termes

$$(\underline{s}) = \begin{pmatrix} \underline{s}_{11} & \underline{s}_{12} & \underline{s}_{13} \\ \underline{s}_{21} & \underline{s}_{22} & \underline{s}_{23} \\ \underline{s}_{31} & \underline{s}_{32} & \underline{s}_{33} \end{pmatrix} \quad 1 \quad (6.75)$$

Le graphe de fluence correspondant est représenté à la figure 6.28.

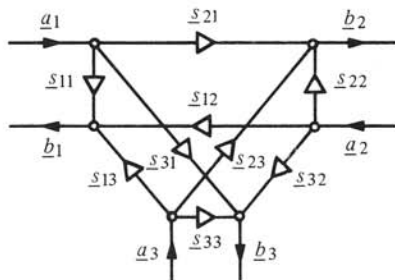


Fig. 6.28 Graphe de fluence d'un triporte..

### 6.4.2 Désadaptation d'un triporte réciproque sans pertes

Un triporte réciproque sans pertes ne peut pas être simultanément adapté à ses 3 accès. On le démontre par l'absurde. Posant tous les  $\underline{s}_{ii} = 0$  [adaptation, (6.26)] et  $\underline{s}_{ij} = \underline{s}_{ji}$  [réciprocité, (6.18)], les relations de conservation d'énergie (6.25) donnent 6 relations indépendantes pour un triporte

$$|\underline{s}_{12}|^2 + |\underline{s}_{13}|^2 = 1 \quad 1 \quad (6.76)$$

$$|\underline{s}_{12}|^2 + |\underline{s}_{23}|^2 = 1 \quad 1 \quad (6.77)$$

$$|\underline{s}_{13}|^2 + |\underline{s}_{23}|^2 = 1 \quad 1 \quad (6.78)$$

$$\underline{s}_{13}^* \underline{s}_{23} = 0 \quad 1 \quad (6.79)$$

$$\underline{s}_{12}^* \underline{s}_{23} = 0 \quad 1 \quad (6.80)$$

$$\underline{s}_{12}^* \underline{s}_{13} = 0 \quad 1 \quad (6.81)$$

Supposons qu'un des termes soit non nul, par exemple  $\underline{s}_{13} \neq 0$ . Il résulte de (6.79) que  $\underline{s}_{23} = 0$  et de (6.81) que  $\underline{s}_{12} = 0$ , ce qui est manifestement incompatible avec (6.77). On peut refaire la démonstration avec  $\underline{s}_{12}$  ou  $\underline{s}_{23}$  non nul. On obtient dans tous les cas la même incompatibilité, *cqfd*.

### 6.4.3 Autre démonstration

On obtient le même résultat en considérant le schéma équivalent de la figure 6.29, représentant une jonction de trois lignes connectées en parallèle; la susceptance  $B$  tient compte de l'accumulation d'énergie dans la jonction.

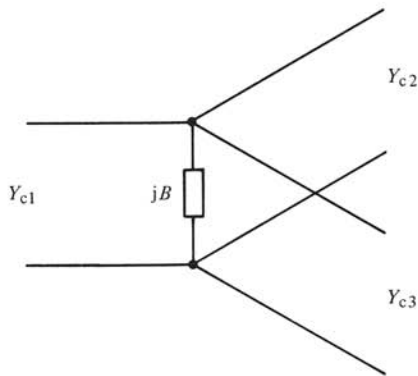


Fig. 6.29 Jonction formée de trois lignes connectées en parallèle.

Pour que le triporte soit adapté à l'accès 1, l'admittance d'entrée observée avec les accès 2 et 3 adaptés doit être l'admittance de la ligne 1, soit

$$Y_{c1} = Y_{c2} + Y_{c3} + jB \quad S \quad (6.82)$$

Pour qu'une adaptation soit concevable, il faut au moins que  $B = 0$ .

On procède de même aux accès 2 et 3

$$Y_{c2} = Y_{c3} + Y_{c1} \quad S \quad (6.83)$$

$$Y_{c3} = Y_{c1} + Y_{c2} \quad S \quad (6.84)$$

Prenant la somme des trois relations, on trouve

$$Y_{c1} + Y_{c2} + Y_{c3} = 2(Y_{c1} + Y_{c2} + Y_{c3}) \quad S \quad (6.85)$$

Il est impossible de satisfaire cette égalité, ce qui confirme la conclusion du paragraphe 6.4.2.

### 6.4.4 Circulateur

Un triporte *non réciproque* sans pertes, en revanche, peut être adapté à ses trois accès. Les relations de conservation d'énergie (6.25) donnent

$$|s_{21}|^2 + |s_{31}|^2 = 1 \quad 1 \quad (6.86)$$

$$|s_{12}|^2 + |s_{32}|^2 = 1 \quad 1 \quad (6.87)$$

$$|s_{13}|^2 + |s_{23}|^2 = 1 \quad 1 \quad (6.88)$$

$$s_{12}^* s_{13} = 0 \quad 1 \quad (6.89)$$

$$s_{21}^* s_{23} = 0 \quad 1 \quad (6.90)$$

$$s_{31}^* s_{32} = 0 \quad 1 \quad (6.91)$$

Supposant  $s_{13} \neq 0$  on obtient l'enchaînement suivant

$$s_{13} \neq 0 \Rightarrow s_{12} = 0 \Rightarrow |s_{32}| = 1 \Rightarrow s_{31} = 0 \Rightarrow |s_{21}| = 1 \Rightarrow s_{23} = 0 \Rightarrow |s_{13}| = 1 \quad (6.89) \quad (6.87) \quad (6.91) \quad (6.86) \quad (6.90) \quad (6.88) \quad 1 \quad (6.92)$$

On choisit les plans de référence aux trois accès pour que les trois termes non nuls soient réels positifs

$$(s) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad 1 \quad (6.93)$$

L'élément ainsi obtenu est un *circulateur* idéal (fig. 6.30). Le principe de fonctionnement d'un circulateur est présenté dans la section 6.7.

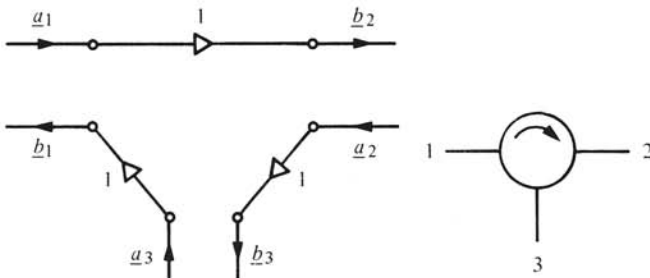


Fig. 6.30 Graphe de fluence et symbole du circulateur.

### 6.4.5 Triporte adapté à deux accès

Il est possible d'adapter simultanément un triporte non dissipatif réciproque à deux de ses trois accès. On obtient toutefois une solution découplée : un biporte adapté

et un monoporte à réflexion totale (fig. 6.31). Ces deux éléments sont électriquement séparés l'un de l'autre

$$|\underline{s}_{12}| = |\underline{s}_{21}| = |\underline{s}_{33}| = 1 \quad 1 \quad (6.94)$$

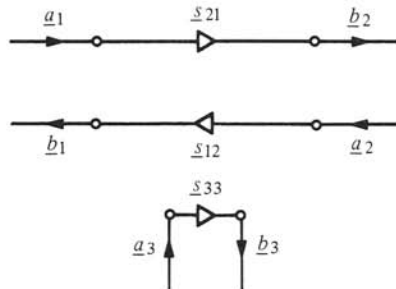


Fig. 6.31 Triporte sans pertes adapté à deux accès : il s'agit de deux éléments électriquement séparés.

#### 6.4.6 Triporte presque adapté à deux accès

Si on relâche légèrement la condition du paragraphe 6.4.5 et qu'on admet une légère désadaptation aux accès 1 et 2, on obtient, choisissant les plans de référence donnant des termes diagonaux réels

$$s_{11} = s_{22} = \epsilon \ll 1 \quad 1 \quad (6.95)$$

Les relations de conservation d'énergie donnent alors, entre autres

$$\epsilon^2 + |\underline{s}_{12}|^2 + |\underline{s}_{13}|^2 = 1 \quad 1 \quad (6.96)$$

$$\epsilon^2 + |\underline{s}_{12}|^2 + |\underline{s}_{23}|^2 = 1 \quad 1 \quad (6.97)$$

$$\epsilon(\underline{s}_{12} + \underline{s}_{12}^*) + \underline{s}_{13}\underline{s}_{23}^* = 0 \quad 1 \quad (6.98)$$

$$\epsilon\underline{s}_{13} + \underline{s}_{12}^*\underline{s}_{23} + \underline{s}_{13}^*\underline{s}_{33} = 0 \quad 1 \quad (6.99)$$

Comparant (6.96) et (6.97) on voit que

$$|\underline{s}_{13}| = |\underline{s}_{23}| \quad 1 \quad (6.100)$$

Faisant usage de ce résultat et de (6.98) on obtient

$$|\underline{s}_{13}| = \sqrt{2\epsilon \operatorname{Re}(\underline{s}_{12})} \quad 1 \quad (6.101)$$

A l'aide de (6.96) on trouve encore que

$$|\underline{s}_{12}| = \sqrt{1 - 2\epsilon \operatorname{Re}(\underline{s}_{12}) - \epsilon^2} \cong 1 \quad 1 \quad (6.102)$$

Par ailleurs, (6.97) spécifie l'amplitude de  $\underline{s}_{33}$

$$|\underline{s}_{33}| \cong |\underline{s}_{12}| \quad 1 \quad (6.103)$$

En conclusion, il est possible d'utiliser un triporte pour prélever une faible partie d'un signal sans désadapter de façon exagérée les accès 1 et 2. Quant au troisième accès, il est **fortement désadapté** (6.103). Un exemple d'application est la ligne fendue (sect. 7.2 et § 2.3.12).



### 6.4.7 Jonctions en T, plan de la jonction

On forme une jonction avec trois guides rectangulaires dont les axes longitudinaux sont disposés en T. Ces trois axes définissent le *plan de la jonction*.

### 6.4.8 Jonction en T série, plan E

Dans le *T série*, les petits côtés des trois guides d'ondes sont parallèles au plan de la jonction (fig. 6.32).

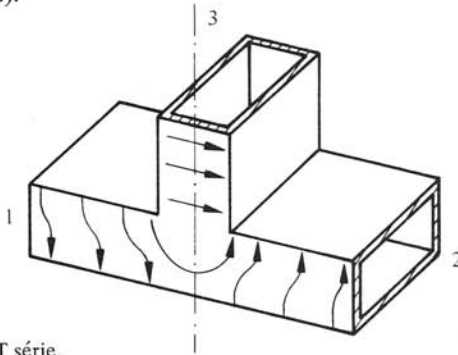


Fig. 6.32 Jonction en T série.

Comme de plus les lignes de champ électrique du mode dominant  $TE_{10}$  dans les trois accès sont parallèles à ce plan, on parle de *T dans le plan E*. La jonction possède un plan de symétrie. En disposant de façon symétrique les plans de référence dans les accès 1 et 2 et considérant la distribution du champ électrique (fig. 6.32), on trouve

$$\underline{s}_{11} = \underline{s}_{22} \quad 1 \quad (6.104)$$

$$\underline{s}_{13} = -\underline{s}_{23} \quad 1 \quad (6.105)$$

### 6.4.9 Jonction en T parallèle ou shunt, plan H

Dans le *T parallèle* ou *shunt*, ce sont les grands côtés des trois guides d'ondes qui sont parallèles au plan de la jonction (fig. 6.33).

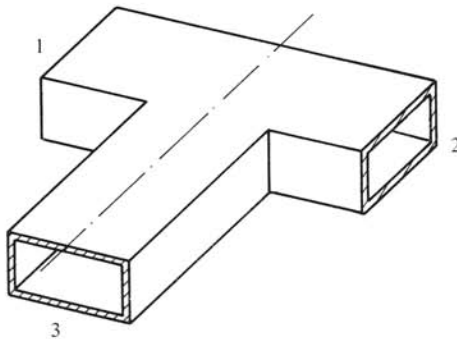


Fig. 6.33 Jonction en T parallèle.

Comme les lignes de champ magnétique du mode dominant  $TE_{10}$  dans les trois accès sont parallèles à ce plan, on parle aussi de *T dans le plan H*. La symétrie de la jonc-

tion permet de poser, pour un choix symétrique des plans de référence

$$\underline{s}_{11} = \underline{s}_{22} \quad 1 \quad (6.106)$$

$$\underline{s}_{13} = \underline{s}_{32} \quad 1 \quad (6.107)$$

#### 6.4.10 Jonction en Y parallèle

La *jonction en Y parallèle* possède une symétrie ternaire (fig. 6.34).

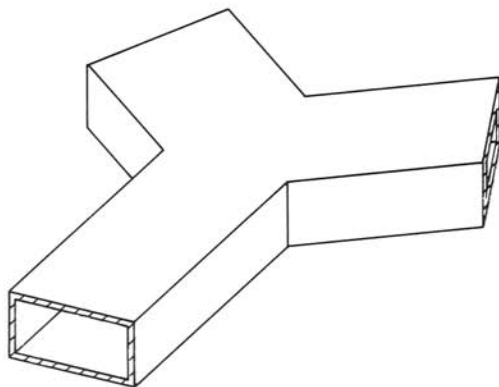


Fig. 6.34 Jonction en Y.

On a dans ce cas, choisissant les plans de référence pour lesquels les termes diagonaux sont réels positifs

$$\underline{s}_{11} = \underline{s}_{22} = \underline{s}_{33} = A \quad 1 \quad (6.108)$$

$$\underline{s}_{12} = \underline{s}_{13} = \underline{s}_{23} = B + jC \quad 1 \quad (6.109)$$

Les conditions de conservation d'énergie donnent dans ce cas

$$A^2 + 2B^2 + 2C^2 = 1 \quad 1 \quad (6.110)$$

$$2AB + B^2 + C^2 = 0 \quad 1 \quad (6.111)$$

Ces deux relations définissent une courbe fermée dans le système de coordonnées  $A B C$  (fig. 6.35).

La réflexion maximale correspond à trois terminaisons purement réactives totalement découplées :  $A = 1, B = C = 0$ . La réflexion la plus faible possible est obtenue lorsque  $C = 0, A = 1/3$  et  $B = -2/3$ . Le rapport d'onde stationnaire vaut alors

$$\text{ROS} = \frac{1 + 1/3}{1 - 1/3} = 2 \quad 1 \quad (6.112)$$

#### 6.4.11 Diviseur résistif adapté

Dans certaines applications particulières, il est essentiel de disposer d'un triporteur symétrique *adapté à ses trois accès*. On doit admettre dans ce cas qu'une partie du signal soit dissipée dans la jonction. Un *diviseur résistif adapté* est réalisé en plaçant des résistances dans les trois accès (fig. 6.36).

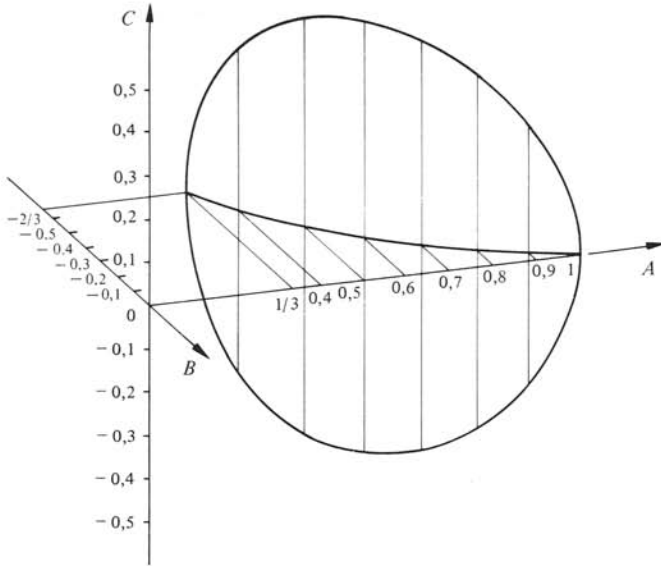


Fig. 6.35 Lieu des solutions pour une jonction en Y parallèle.

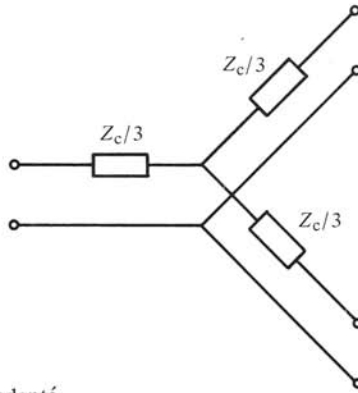


Fig. 6.36 Diviseur résistif adapté.

Lorsque deux des accès sont terminés par des charges adaptées  $Z_c$ , l'impédance d'entrée au troisième accès vaut également  $Z_c$ . La jonction est donc adaptée sans réflexion.

La matrice de répartition du diviseur résistif adapté est donnée par

$$(\underline{s}) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad 1 \quad (6.113)$$

La *moitié* de la puissance des signaux entrants est absorbée dans la jonction. Les niveaux d'affaiblissement ou de couplage d'un accès à un autre valent tous uniformément 6 dB [124].

## 6.5 QUADRIPORTES : COMPOSANTS À QUATRE ACCÈS

## 6.5.1 Matrice de répartition et graphe de fluence

Un composant à quatre accès, appelé *quadriporte* ou *octopôle*, a une matrice de répartition comportant 16 termes

$$(\underline{s}) = \begin{pmatrix} \underline{s}_{11} & \underline{s}_{12} & \underline{s}_{13} & \underline{s}_{14} \\ \underline{s}_{21} & \underline{s}_{22} & \underline{s}_{23} & \underline{s}_{24} \\ \underline{s}_{31} & \underline{s}_{32} & \underline{s}_{33} & \underline{s}_{34} \\ \underline{s}_{41} & \underline{s}_{42} & \underline{s}_{43} & \underline{s}_{44} \end{pmatrix} \quad 1 \quad (6.114)$$

Le graphe de fluence d'un quadriporte est représenté à la figure 6.37.

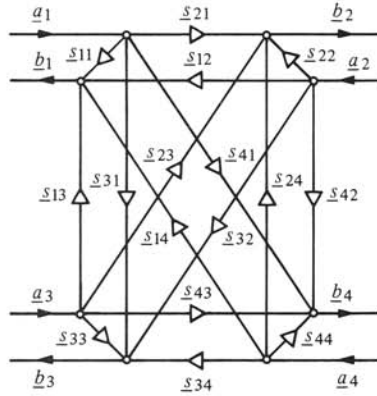


Fig. 6.37 Graphe de fluence d'un quadriporte.

## ■ 6.5.2 Coupleur directif

On considère un quadriporte réciproque ( $\underline{s}_{ij} = \underline{s}_{ji}$ ), adapté ( $\underline{s}_{ii} = 0$ ) et sans pertes. Parmi les 16 relations fournies par la condition de conservation d'énergie (6.24), on considère deux équations

$$\underline{s}_{13}^* \underline{s}_{14} + \underline{s}_{23}^* \underline{s}_{24} = 0 \quad (\text{ligne } 3 \times \text{colonne } 4) \quad 1 \quad (6.115)$$

$$\underline{s}_{13}^* \underline{s}_{23} + \underline{s}_{14}^* \underline{s}_{24} = 0 \quad (\text{ligne } 1 \times \text{colonne } 2) \quad 1 \quad (6.116)$$

Multipliant ces équations respectivement par  $\underline{s}_{14}^*$  et  $\underline{s}_{23}^*$  et soustrayant les expressions ainsi obtenues, on trouve

$$\underline{s}_{13}^* (|\underline{s}_{14}|^2 - |\underline{s}_{23}|^2) = 0 \quad 1 \quad (6.117)$$

Cette équation peut être satisfaite de deux manières. On peut d'une part avoir  $\underline{s}_{13}$  nul. Si les deux termes  $\underline{s}_{14}$  et  $\underline{s}_{23}$  sont différents de zéro,  $\underline{s}_{24}$  doit également être nul par (6.115) et le composant est un *coupleur directif*

$$(\underline{s}) = \begin{pmatrix} 0 & \underline{s}_{12} & 0 & \underline{s}_{14} \\ \underline{s}_{12} & 0 & \underline{s}_{23} & 0 \\ 0 & \underline{s}_{23} & 0 & \underline{s}_{34} \\ \underline{s}_{14} & 0 & \underline{s}_{34} & 0 \end{pmatrix} \quad 1 \quad (6.118)$$

D'autre part, une seconde possibilité consiste à poser

$$|\underline{s}_{14}| = |\underline{s}_{23}| \quad 1 \quad (6.119)$$

On peut choisir les plans de référence de manière à avoir des termes purement imaginaires

$$\underline{s}_{14} = \underline{s}_{23} = j\beta \quad (6.120)$$

On fait ensuite usage de deux autres relations de conservation d'énergie (6.24), soit

$$|\underline{s}_{12}|^2 + |\underline{s}_{13}|^2 + |\underline{s}_{14}|^2 = 1 \quad (\text{ligne } 1 \times \text{colonne } 1) \quad 1 \quad (6.121)$$

$$|\underline{s}_{13}|^2 + |\underline{s}_{23}|^2 + |\underline{s}_{34}|^2 = 1 \quad (\text{ligne } 3 \times \text{colonne } 3) \quad 1 \quad (6.122)$$

On trouve avec (6.119), en choisissant les plans de référence pour avoir des termes réels

$$\underline{s}_{12} = \underline{s}_{34} = \alpha \quad 1 \quad (6.123)$$

Une autre relation de conservation d'énergie (ligne 1  $\times$  colonne 4) donne

$$\underline{s}_{12}\underline{s}_{24} + \underline{s}_{13}\underline{s}_{34} = 0 = \alpha(\underline{s}_{24} + \underline{s}_{13}^*) \quad 1 \quad (6.124)$$

Par ailleurs, (6.115) devient, en utilisant (6.120)

$$\beta(\underline{s}_{13}^* - \underline{s}_{24}) = 0 \quad 1 \quad (6.125)$$

Le système d'équations (6.124), (6.125) admet deux solutions. La première

$$\underline{s}_{13} = \underline{s}_{24} = 0 \quad 1 \quad (6.126)$$

correspond au coupleur directif trouvé précédemment (6.118). La seconde

$$\alpha = \beta = 0 \quad 1 \quad (6.127)$$

est un quadriporte découplé, formé de deux biportes non connectés entre eux.

Il en résulte que le seul quadriporte réciproque adapté sans pertes est le coupleur directif, dont la matrice de répartition est donnée en (6.118).

### 6.5.3 Remarque

Pour qu'un quadriporte réciproque sans pertes soit adapté à tous ses accès, il faut que chaque entrée ne soit directement couplée qu'à deux autres accès, le dernier des quatre étant isolé.

### 6.5.4 Propriétés du coupleur directif

Appliquant la condition de conservation d'énergie (6.24) à la matrice de répartition (6.118), on obtient 6 relations indépendantes

$$|\underline{s}_{12}|^2 + |\underline{s}_{14}|^2 = 1 \quad 1 \quad (6.128)$$

$$|\underline{s}_{12}|^2 + |\underline{s}_{23}|^2 = 1 \quad 1 \quad (6.129)$$

$$|\underline{s}_{23}|^2 + |\underline{s}_{34}|^2 = 1 \quad 1 \quad (6.130)$$

$$|\underline{s}_{14}|^2 + |\underline{s}_{34}|^2 = 1 \quad 1 \quad (6.131)$$

$$\underline{s}_{12} \underline{s}_{23}^* + \underline{s}_{14} \underline{s}_{34}^* = 0 \quad 1 \quad (6.132)$$

$$\underline{s}_{12} \underline{s}_{14}^* + \underline{s}_{23} \underline{s}_{34}^* = 0 \quad 1 \quad (6.133)$$

Il ressort directement de ces relations que

$$|\underline{s}_{12}| = |\underline{s}_{34}| = \alpha \quad 1 \quad (6.134)$$

$$|\underline{s}_{14}| = |\underline{s}_{23}| = \beta \quad 1 \quad (6.135)$$

avec

$$\alpha^2 + \beta^2 = 1 \quad 1 \quad (6.136)$$

On pose ensuite

$$\underline{s}_{12} = \alpha \exp(j\varphi) \quad 1 \quad (6.137)$$

$$\underline{s}_{34} = \alpha \exp(j\eta) \quad 1 \quad (6.138)$$

$$\underline{s}_{14} = \beta \exp(j\psi) \quad 1 \quad (6.139)$$

$$\underline{s}_{23} = \beta \exp(j\theta) \quad 1 \quad (6.140)$$

Les relations (6.132) et (6.133) imposent aux phases la condition suivante

$$(\varphi + \theta) - (\eta + \psi) = \pi \pm 2n\pi \quad \text{rad} \quad (6.141)$$

Les amplitudes des termes de la matrice de répartition doivent satisfaire la relation (6.136), les phases l'équation (6.141).

### 6.5.5 Choix de plans de référence

En fixant la distance séparant les plans de référence aux accès 1 et 2, on peut spécifier  $\varphi = 0$ , de sorte que  $\underline{s}_{12}$  soit purement réel. On procède de même avec les accès 3 et 4, posant  $\eta = 0$ . La matrice de répartition prend alors la forme

$$(\underline{s}) = \begin{pmatrix} 0 & \alpha & 0 & \beta \exp(j\psi) \\ \alpha & 0 & \beta \exp(j\theta) & 0 \\ 0 & \beta \exp(j\theta) & 0 & \alpha \\ \beta \exp(j\psi) & 0 & \alpha & 0 \end{pmatrix} \quad 1 \quad (6.142)$$

avec (6.136) et

$$\psi + \theta = \pi \pm 2n\pi \quad \text{rad} \quad (6.143)$$

On a fait usage ci-dessus de deux des degrés de liberté à disposition dans le choix des plans de référence. On peut encore spécifier  $\psi$  : deux cas représentent alors des conditions particulières de symétrie.

### 6.5.6 Coupleur symétrique

On choisit dans ce cas des valeurs égales pour les phases des termes d'amplitude  $\beta$

$$\psi = \theta = \pi/2 \quad \text{rad} \quad (6.144)$$

La matrice de répartition a alors la forme

$$(\underline{s}) = \begin{pmatrix} 0 & \alpha & 0 & j\beta \\ \alpha & 0 & j\beta & 0 \\ 0 & j\beta & 0 & \alpha \\ j\beta & 0 & \alpha & 0 \end{pmatrix} \quad 1 \quad (6.145)$$

Le graphe orienté correspondant est donné à la figure 6.38.

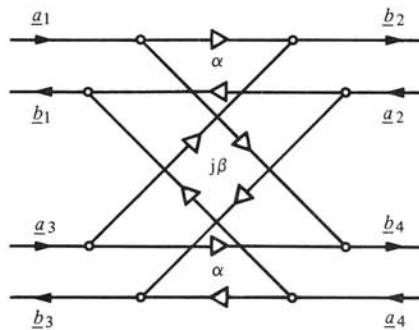


Fig. 6.38 Graphe de fluence d'un coupleur directif symétrique.

### 6.5.7 Coupleur asymétrique

On pose dans ce cas

$$\psi = 0 \quad \theta = \pi \quad \text{rad} \quad (6.146)$$

La matrice de répartition prend alors la forme

$$(\underline{s}) = \begin{pmatrix} 0 & \alpha & 0 & \beta \\ \alpha & 0 & -\beta & 0 \\ 0 & -\beta & 0 & \alpha \\ \beta & 0 & \alpha & 0 \end{pmatrix} \quad 1 \quad (6.147)$$

Le graphe orienté correspondant est représenté à la figure 6.39.

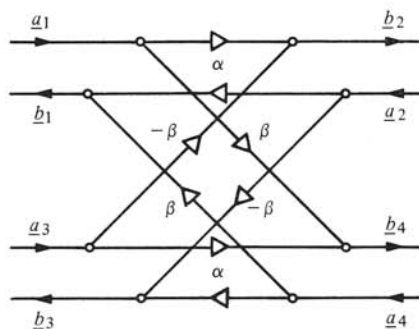


Fig. 6.39 Graphe de fluence d'un coupleur directif asymétrique.

### 6.5.8 Remarque

Les notions de coupleur symétrique et asymétrique dépendent non seulement de la structure du composant lui-même, mais également du choix des plans de référence. Il est de ce fait toujours possible de transformer un coupleur symétrique en un coupleur asymétrique et vice-versa, en ajoutant des sections de ligne aux accès pour modifier la position des plans de référence (§ 6.1.27).

### 6.5.9 Convention

La numérotation des accès est effectuée de façon à avoir

$$\alpha \geq \beta \qquad \qquad \qquad 1 \qquad \qquad \qquad (6.148)$$

### 6.5.10 Définition : niveau d'affaiblissement

Comme dans le cas d'un affaiblisseur (§ 6.3.3), on définit le *niveau d'affaiblissement* (en dB) à partir du quotient des signaux à la sortie et à l'entrée correspondant au transfert maximum de puissance entre deux accès

$$LA = -20 \log \alpha \qquad \qquad \qquad \text{dB} \qquad \qquad \qquad (6.149)$$

### 6.5.11 Définition : niveau de couplage

On définit similairement le *niveau de couplage* ou plus simplement *couplage* au moyen du quotient du signal à l'entrée par celui au second accès couplé

$$LC = -20 \log \beta \qquad \qquad \qquad \text{dB} \qquad \qquad \qquad (6.150)$$

### 6.5.12 Réalisation de coupleurs directifs

La fonction de coupleur directif représentée par la matrice de répartition (6.118) peut être remplie en pratique par deux structures différentes : des coupleurs et des jonctions. Le terme de *coupleur* est le plus souvent associé à un composant formé de deux lignes de transmission distinctes, généralement du même type. Le transfert du signal entre les deux lignes se produit soit à certains points discrets (ouvertures, § 6.5.16), soit de façon répartie le long de la structure (§ 6.5.20). Une *jonction* est un lieu de l'espace vers lequel convergent plusieurs lignes de transmission (§ 6.5.24). Cette distinction ne concerne que la réalisation structurelle du composant. Au point de vue fonctionnel, les deux types d'éléments remplissent les mêmes rôles.

### 6.5.13 Distinction : coupleur réel

Les caractéristiques du coupleur directif idéal (6.118) ne sont qu'approximativement réalisables en réalité. D'une part, tout composant réel comporte des pertes. Les conditions de conservation d'énergie (6.136) et (6.141) ne sont donc pas entièrement satisfaites. Il n'est par ailleurs pas possible d'adapter de façon parfaite chaque accès du coupleur, surtout quand celui-ci fonctionne sur une gamme étendue de fréquences. Il en résulte que  $\underline{s}_{ii} \neq 0$ ; par conséquent, un transfert de signal apparaît au quatrième



accès, l'accès parfaitement isolé du coupleur idéal. On a donc

$$|s_{13}| \neq 0 \quad 1 \quad (6.151)$$

$$|s_{24}| \neq 0 \quad 1 \quad (6.152)$$

#### 6.5.14 Définition : isolation

Le transfert résiduel de signal entre deux accès isolés d'un coupleur réel est appelé *isolation*. Il est défini de la même manière que l'affaiblissement (§ 6.5.10) et le couplage (§ 6.5.11)

$$L I_{13} = -20 \log |s_{13}| \quad \text{dB} \quad (6.153)$$

$$L I_{24} = -20 \log |s_{24}| \quad \text{dB} \quad (6.154)$$

Il existe deux isolations, qui peuvent être différentes pour un coupleur géométriquement asymétrique. Pour un coupleur idéal, l'isolation est infinie.

#### 6.5.15 Définition : directivité

La différence entre l'isolation et le couplage, qui représente le quotient du signal qui sort de l'accès isolé par celui sortant de l'accès couplé est appelé *directivité*

$$L D_{13} = L I_{13} - L C = -20 \log |s_{13}| / \beta \quad \text{dB} \quad (6.155)$$

$$L D_{24} = L I_{24} - L C = -20 \log |s_{24}| / \beta \quad \text{dB} \quad (6.156)$$

La directivité mesure la *qualité* d'un coupleur. Elle joue un rôle important dans les mesures par réflectométrie (sect. 7.3).

#### 6.5.16 Coupleurs à interaction localisée en guide d'ondes

Le transfert d'énergie entre deux guides d'ondes ne se produit qu'en un nombre discret d'ouvertures pratiquées dans la paroi commune aux deux guides (fig. 6.40).

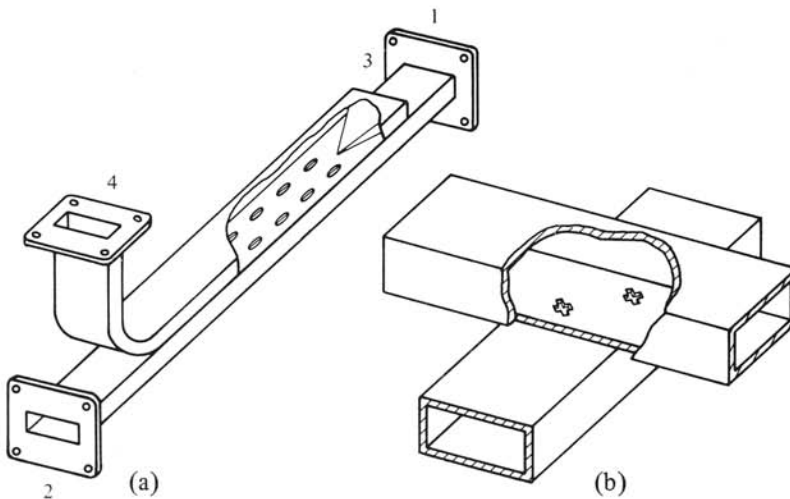


Fig. 6.40 Coupleurs directs en guide d'ondes : (a) à réseau d'ouvertures; (b) en croix.

Le couplage est fixé par les dimensions et le positionnement des ouvertures. On peut obtenir une directivité élevée, allant jusqu'à 50-60 dB, à l'aide d'un nombre important d'ouvertures, la structure étant dans ce cas relativement longue [125]. Une très grande précision est nécessaire lors de la fabrication.

En pratique, un des quatre accès est terminé par une charge adaptée : le coupleur devient alors un *triporte dissipatif*.

### 6.5.17 Coupleurs à interaction localisée en ligne microruban

On obtient une interaction localisée en ligne microruban en plaçant des branches joignant les deux lignes (en anglais *branch-line coupler*) (fig. 6.41).

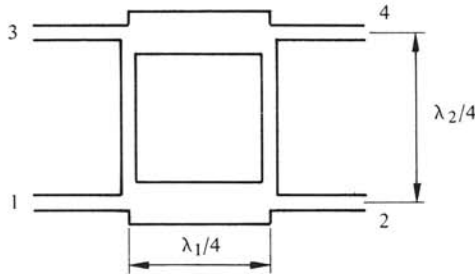


Fig. 6.41 Coupleur à branches en ligne microruban.

Pour étudier ces coupleurs, on considère l'assemblage de jonctions à 3 accès, jointes par des lignes de transmission. Le couplage est déterminé par la largeur respective des différentes branches, dont dépend l'impédance caractéristique (§ 2.11.7). La fréquence d'opération est fixée par la longueur des branches.

### 6.5.18 Cas particulier : coupleur hybride

Un choix particulier des dimensions des lignes partage la puissance également entre les deux accès couplés : on parle alors de *coupleur hybride*, pour lequel  $\alpha = \beta$ . En choisissant des plans de référence (§ 6.5.5) de façon symétrique aux quatre accès, la matrice de répartition prend une forme dérivée de (6.145), pour un coupleur idéal

$$(\underline{s}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & j \\ 1 & 0 & j & 0 \\ 0 & j & 0 & 1 \\ j & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad 1 \quad (6.157)$$

Le couplage et l'affaiblissement sont ici égaux

$$LA = LC = -20 \log(1/\sqrt{2}) = 3,0103 \quad \text{dB} \quad (6.158)$$

### 6.5.19 Définitions : hybride, coupleur ou jonction à 3 dB

Le terme *hybride* appliqué à un coupleur ou à une jonction est lié à la *division égale du signal* entre les deux accès couplés. On parle également de *coupleur ou de jonction à 3 dB*.

### 6.5.20 Coupleurs à interaction répartie

Les coupleurs directifs en lignes ouvertes (lignes à ruban, § 2.6.3, microruban, § 2.1.1.4), sont réalisés en plaçant deux lignes à proximité l'une de l'autre. Les champs électromagnétiques de la première ligne induisent alors un signal sur la seconde (sect. III.8.10). La zone d'interaction peut être uniforme : la bande passante du coupleur est dans ce cas limitée. On peut l'étendre en combinant plusieurs sections uniformes, ou en utilisant des lignes non uniformes (fig. 6.42) [126].

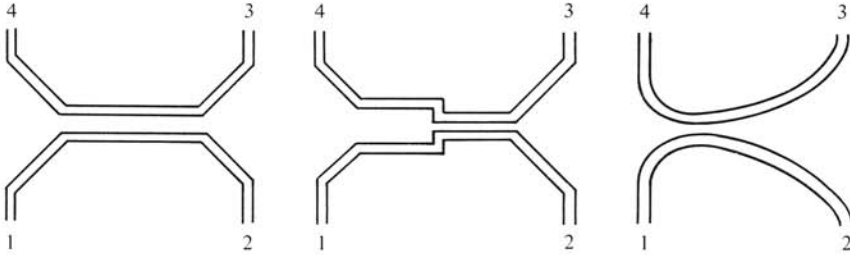


Fig. 6.42 Coupleurs à interaction répartie.

### 6.5.21 Coupleur en ligne homogène

Quand la structure du coupleur est homogène (un seul milieu de propagation), deux modes TEM linéairement indépendants peuvent se propager sur la ligne couplée (§ 2.2.3). On les appelle *modes pair* et *impair*, dépendant de la polarité respective des tensions sur les deux lignes (fig. 6.43).

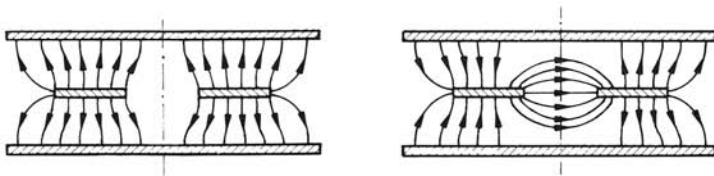


Fig. 6.43 Modes pair et impair sur une ligne couplée homogène.

Les deux modes ont le même exposant de propagation, donné par (2.26) et de ce fait la même vitesse de phase. L'étude du fonctionnement, effectuée par superposition des deux modes, montre que la directivité de la ligne couplée est très élevée. Des désadaptations aux extrémités peuvent cependant faire apparaître un signal à l'accès isolé, réduisant ainsi l'isolation.

### 6.5.22 Coupleur en ligne inhomogène

Dans une ligne couplée inhomogène, par exemple une ligne microruban (§ 2.1.1.4), les vitesses de propagation sont différentes pour les modes pair et impair, dépendant de la distribution différente des champs. Une partie importante du signal apparaît alors à l'accès isolé, de sorte que la directivité est faible. Le signal qui sort de cet accès peut à la limite devenir supérieur à celui qui sort de l'accès couplé. Ceci correspond à une directivité négative, si on ne modifie pas la numérotation des accès.

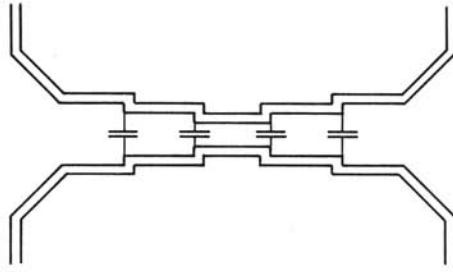


Fig. 6.44 Coupleur en ligne microruban avec capacités destinées à augmenter la directivité.

L'adjonction de capacités localisées le long de la ligne permet d'améliorer la directivité d'un coupleur inhomogène [127] (fig. 6.44).

### 6.5.23 Coupleur à fente courte, coupleur de Riblet

En guide d'ondes, on réalise un coupleur hybride, auquel correspond la matrice de répartition (6.157), en supprimant la paroi entre les deux guides (fig. 6.45). Ce coupleur est appelé *coupleur à fente courte* (en anglais short slot hybrid) ou *coupleur de Riblet*. Dans la partie où la paroi centrale a été supprimée, le mode  $TE_{10}$  est le mode pair, le mode  $TE_{20}$  le mode impair. Le couplage est obtenu par superposition de ces deux modes. La largeur du guide est le plus souvent réduite pour éviter la propagation du mode supérieur  $TE_{30}$ .

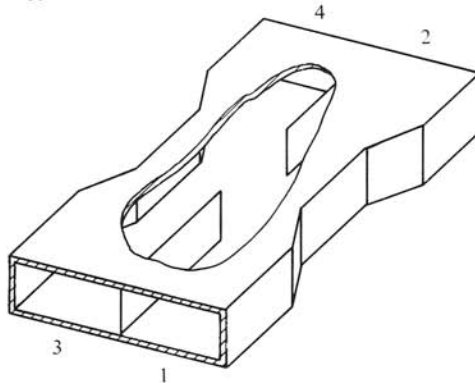


Fig. 6.45 Coupleur de Riblet.

### 6.5.24 Jonctions hybrides

Une jonction est le *lieu de rencontre* de plusieurs lignes ou guides. On parle de *jonction hybride* lorsque le signal d'entrée est réparti également entre les deux sorties couplées (§ 6.5.19).

### 6.5.25 Jonctions en T-hybride

Diverses versions de jonctions en T-hybride (en anglais Hybrid Tee, Magic Tee) sont représentées à la figure 6.46.

La première version est l'assemblage d'un T-série (§ 6.4.8) et d'un T-parallèle

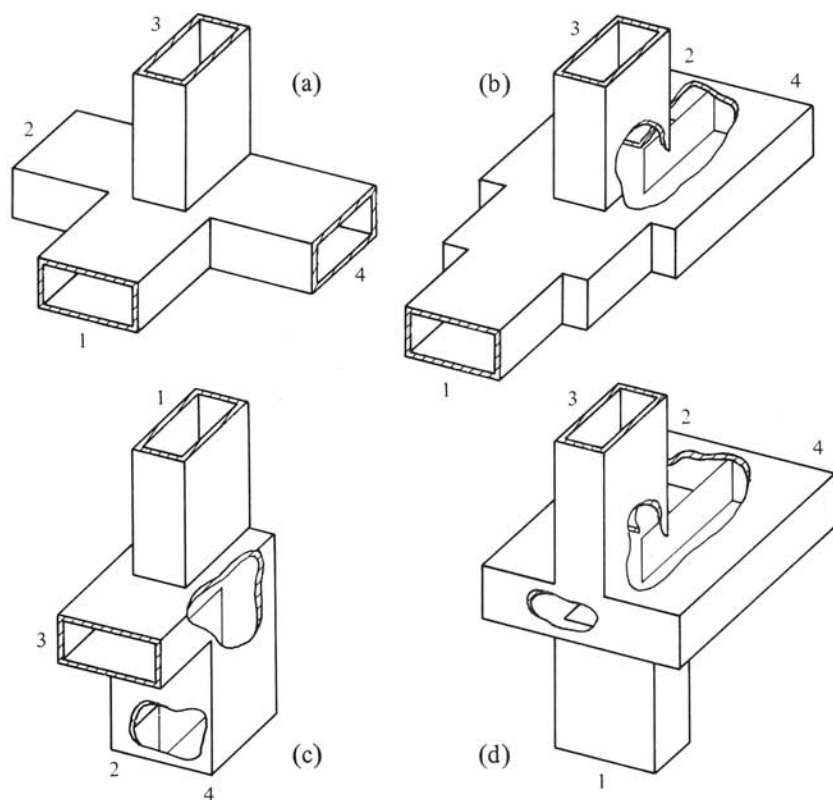


Fig. 6.46 Jonctions en T-hybride : (a) standard; (b) à bras repliés dans le plan H; (c) à bras repliés dans le plan E; (d) Orthotee (Microwave Associates).

(§ 6.4.9), dont on retrouve les propriétés de symétrie dans la matrice de répartition

$$\underline{s}_{12} = \underline{s}_{14} \quad 1 \quad (6.159)$$

$$\underline{s}_{23} = -\underline{s}_{34} \quad 1 \quad (6.160)$$

En choisissant symétriquement les plans de référence, on obtient la matrice de répartition d'un T-hybride idéal adapté, qui est celle d'un coupleur asymétrique (§ 6.5.7)

$$(\underline{s}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad 1 \quad (6.161)$$

Les différentes versions de T-hybrides sont obtenues en repliant les bras latéraux (fig. 6.46).

### 6.5.26 Remarque

Par suite de leur symétrie, les jonctions en T-hybride présentent une *grande isolation intrinsèque* entre les accès 1 et 3 et sont de ce fait intéressantes pour des applica-

tions de mesure où une grande directivité est requise (sect. 7.3). En revanche, elles sont difficiles à adapter, les bandes de fréquence utilisables devenant relativement étroites.

### 6.5.27 Application : mélangeur équilibré

Le principe du mélangeur, qui emploie un élément semiconducteur non linéaire pour mélanger deux signaux de fréquences différentes, a été décrit au paragraphe 5.3.14. En technique des télécommunications, on mélange le signal reçu, qui est de faible amplitude, avec le signal fourni par un oscillateur local (LO), obtenant ainsi un signal à la fréquence intermédiaire (IF). Comme l'oscillateur local fournit également du bruit à la fréquence intermédiaire IF, la sensibilité de cette méthode est limitée. On détecte typiquement des puissances de l'ordre du nanowatt.

L'emploi d'un T-hybride et de deux mélangeurs appariés permet de fortement réduire le bruit IF dû à l'oscillateur local.

Le principe de fonctionnement est schématisé à la figure 6.47. Le signal, injecté à l'accès 3, apparaît en opposition de phase aux accès 2 et 4. L'oscillateur local, couplé à l'accès 1, fournit des signaux en phase aux accès 2 et 4. Les diodes mélangeuses, connectées en sens opposé, fournissent des signaux IF en phase aux deux accès, ces signaux étant additionnés dans un amplificateur. Le bruit IF de l'oscillateur local apparaît en phase aux accès 2 et 4. Il est éliminé par l'addition des signaux détectés par les diodes connectées en opposition. On peut également employer des diodes de même polarité et un amplificateur différentiel.

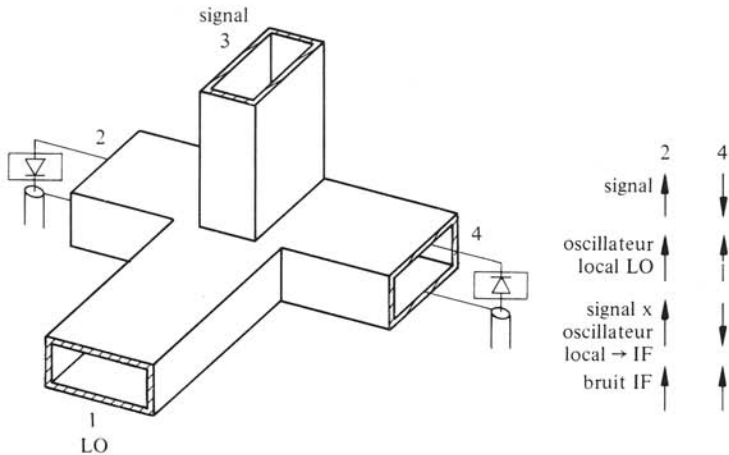


Fig. 6.47 Mélangeur équilibré.

La sensibilité peut ainsi être améliorée d'un facteur de 10 000 en puissance : avec un mélangeur équilibré, on peut détecter des signaux de 0,1 picowatt, soit  $-100\text{dBm}$  (tab. 5.17).

### 6.5.28 Application : adaptateur E-H

En combinant un T-hybride et deux court-circuits mobiles (§ 6.2.4), on obtient un biporte sans pertes dont la réflexion peut varier dans tout l'abaque de Smith. Le composant ainsi obtenu est utilisé pour l'adaptation.

### 6.5.29 Cercle hybride

La matrice de répartition du coupleur hybride (6.161) est obtenue également avec le *cercle hybride* (en anglais *rat race*), représenté à la figure 6.48.

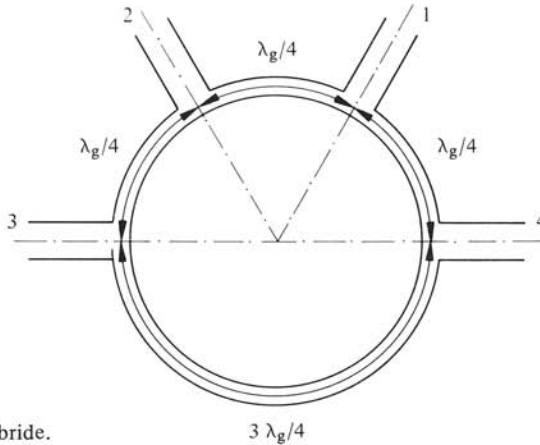


Fig. 6.48 Cercle hybride.

Les propriétés de fonctionnement sont liées aux longueurs des chemins parcourus entre accès. De l'accès 1 à l'accès 2 ou à l'accès 4, deux chemins de longueurs respectives  $\lambda_g/4$  et  $5\lambda_g/4$  sont connectés en parallèle : les signaux transmis par ces deux chemins arrivent en phase et s'additionnent à la sortie. En revanche, les longueurs des chemins de l'accès 1 à l'accès 3 sont respectivement de  $\lambda_g/2$  et  $\lambda_g$  : les deux signaux arrivent à la sortie en opposition de phase et se compensent. Le fonctionnement du composant dépend de la dimension, il est donc limité en fréquence. Des cercles hybrides sont réalisés en guide d'ondes et en ligne microruban.

## 6.6 HEXAPORTES : COMPOSANTS À SIX ACCÈS

### 6.6.1 Remarque

Des composants ayant un nombre d'accès pair et supérieur à 4 sont toujours réalisables au moyen d'un assemblage de quadriportes. Or, comme les quadriportes réciproques sans pertes peuvent être adaptés (§ 6.5.2), il en résulte qu'on peut toujours fabriquer un  $2n$ -porte réciproque sans pertes adapté. En pratique cependant, on ne fait que rarement usage de composants ayant plus de 4 accès. Seuls des *hexaportes* sont employés, depuis peu de temps, pour des applications de mesure (§ 7.3.13).

### 6.6.2 Jonction de Purcell

Une jonction symétrique à six accès est formée par l'assemblage de 6 guides d'ondes (fig. 6.49).

En considérant les symétries, on trouve la matrice de répartition d'une jonction adaptée [116]

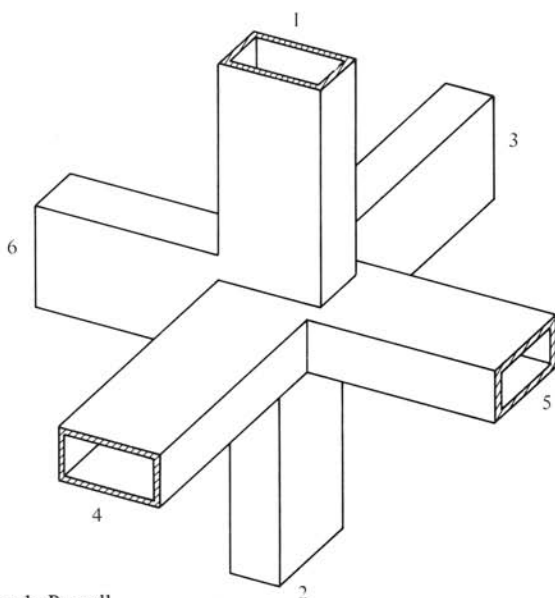


Fig. 6.49 Jonction de Purcell.

$$(\underline{s}) = \begin{pmatrix} 0 & \underline{\beta} & 0 & \underline{\delta} & 0 & \underline{\delta} \\ \underline{\beta} & 0 & \underline{\delta} & 0 & \underline{\delta} & 0 \\ 0 & \underline{\delta} & 0 & \underline{\beta} & 0 & \underline{\delta} \\ \underline{\delta} & 0 & \underline{\beta} & 0 & \underline{\delta} & 0 \\ 0 & \underline{\delta} & 0 & \underline{\delta} & 0 & \underline{\beta} \\ \underline{\delta} & 0 & \underline{\delta} & 0 & \underline{\beta} & 0 \end{pmatrix} \quad 1 \quad (6.162)$$

avec

$$1/3 \leq |\underline{\beta}| \leq 1 \quad 1 \quad (6.163)$$

$$0 \leq |\underline{\delta}| \leq 2/3 \quad 1 \quad (6.164)$$

Par ailleurs, les relations de conservation d'énergie (6.24) donnent

$$|\underline{\beta}|^2 + 2|\underline{\delta}|^2 = 1 \quad 1 \quad (6.165)$$

$$2 \operatorname{Re}(\underline{\beta}^* \underline{\delta}) + |\underline{\delta}|^2 = 0 \quad 1 \quad (6.166)$$

En choisissant les plans de référence de façon à ce que  $\beta$  soit réel positif  $\beta = A$  et en posant  $\delta = B + jC$  on retrouve les relations obtenues pour la jonction en Y, (6.110) et (6.111). Les solutions sont données à la figure 6.35.

### 6.6.3 Hexaporte à quatre sondes

On introduit dans un guide d'ondes quatre sondes de mesure (§ 6.4.6), faiblement couplées au guide et espacées de  $\lambda_g/8$  (fig. 6.50).

On suppose que les interactions entre sondes sont négligeables et on choisit les plans de référence pour  $\underline{a}_1$  et  $\underline{a}_2$  dans le guide à  $n\lambda_g/2$  de la première sonde (accès 3).



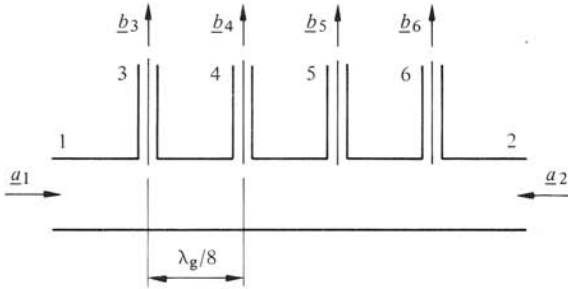


Fig. 6.50 Hexaporte à quatre sondes.

Les signaux prélevés par les sondes valent alors approximativement

$$|b_3| \cong K |a_1 + a_2| \quad W^{1/2} \quad (6.167)$$

$$|b_4| \cong K |a_1 + ja_2| \quad W^{1/2} \quad (6.168)$$

$$|b_5| \cong K |a_1 - a_2| \quad W^{1/2} \quad (6.169)$$

$$|b_6| \cong K |a_1 - ja_2| \quad W^{1/2} \quad (6.170)$$

où  $K \ll 1$  est le facteur de couplage, supposé identique pour les quatre sondes. Le quotient  $a_2/a_1$  est le facteur de réflexion si le dispositif est connecté à une charge. Il peut être déterminé en amplitude et en phase à partir des *seules amplitudes* des quatre signaux  $b_3, b_4, b_5$  et  $b_6$ . C'est le principe des mesures par hexaportes (§ 7.3.14). Les relations (6.167) à (6.170) ne sont valables qu'à la fréquence pour laquelle l'espace entre les sondes vaut  $\lambda_g/8$ . Cette méthode de mesure est de ce fait limitée au voisinage immédiat d'une fréquence.

#### 6.6.4 Hexaporte à coupleurs directifs

Le même résultat est obtenu en combinant des coupleurs symétriques et asymétriques (fig. 6.51).

Pour simplifier la figure, on n'a représenté que le demi-graphe liant les entrées 1 et 2 aux sorties 3, 4, 5 et 6. Le graphe complet serait obtenu par l'adjonction d'un même diagramme avec les flèches pointant en direction opposée. La numérotation des accès correspond aux relations (6.167) à (6.170), avec  $K = 1/2$ . On a en fait un octoporte dont deux accès sont terminés sur des charges adaptées: il s'agit donc d'un composant *dissipatif*.

La matrice de répartition est obtenue par inspection de la figure 6.51, en tenant compte de la réciprocité

$$(\underline{s}) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & j \\ 0 & 0 & 1 & j & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & j & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ j & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad 1 \quad (6.171)$$

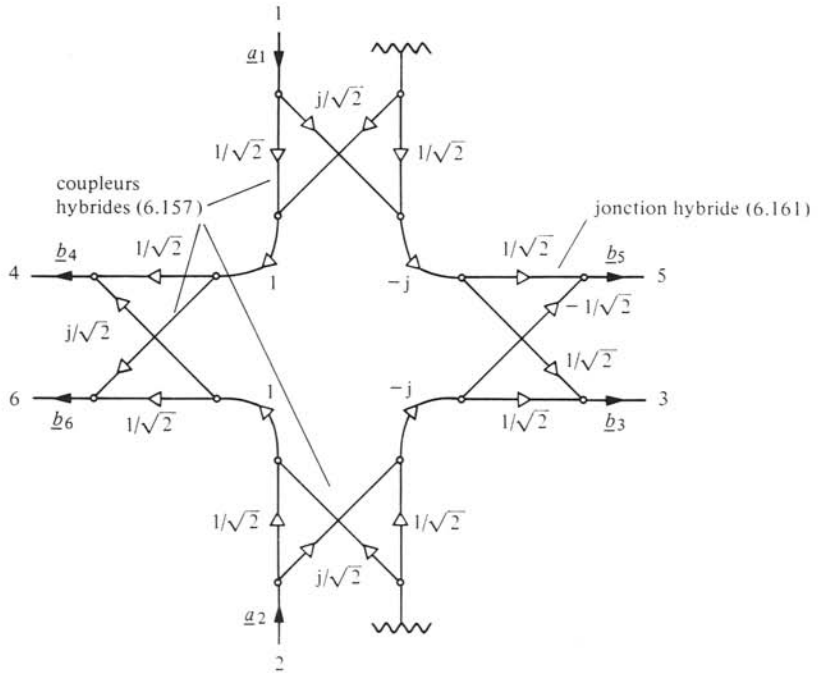


Fig. 6.51 Hexaporte à coupleurs et jonctions hybrides.

Les limitations en fréquence dépendent des coupleurs employés dans l'assemblage; elles sont moins restrictives que pour l'hexaporte à quatre sondes du paragraphe 6.6.3.

## 6.7 COMPOSANTS NON RÉCIPROQUES À FERRITE

### 6.7.1 Introduction : ferrites, YIG, effet gyromagnétique

Dans certains *composés d'oxydes métalliques* et de *terres rares*, connus sous le nom générique de *ferrites* et de *grenats yttrium-fer* ou *YIG* (de l'anglais Yttrium – Iron – Garnet), l'application d'un champ magnétique induit une anisotropie due à l'*effet gyromagnétique* (§ II.3.9.7). Les vecteurs-phaseurs induction  $\underline{B}$  et champ magnétique  $\underline{H}$ , pour une onde électromagnétique dans le ferrite, ne sont pas équipollents : leur quotient est un tenseur complexe de perméabilité  $\underline{\underline{\mu}}$  (§ 1.4.6)

$$\underline{B} = \underline{\underline{\mu}}\underline{H} = \mu_0 (\underline{H} + \underline{M}) \quad \text{T} \quad (6.172)$$

où  $\underline{M}$  est l'aimantation.

Le théorème de réciprocité (sect. III.5.3) *n'est pas satisfait*. Des ferrites aimantés servent à construire des composants *non réciproques*, notamment des isolateurs et des circulateurs.

### 6.7.2 Effet gyromagnétique pour un électron isolé, précession de Larmor

L'action du champ magnétique sur le spin de l'électron peut être décrite approximativement par un modèle classique, bien que le phénomène se situe effectivement au

niveau quantique. Le champ magnétique appliqué  $H$ , agissant sur le moment magnétique de spin  $m$  de l'électron, produit un couple dont l'effet est de modifier le moment angulaire de spin  $p$

$$\frac{dp}{dt} = \mu_0 m \times H \quad \text{VA s} \quad (6.173)$$

Par ailleurs,  $m$  est proportionnel à  $p$ , le facteur de proportionnalité  $\gamma_g$  étant appelé *rapport gyromagnétique*. La valeur de ce rapport est déterminée par la physique quantique

$$\gamma_g = -gq/2m = 8,78 g 10^{10} \quad (\text{sT})^{-1} \quad (6.174)$$

où  $g$  est le *facteur de Landé*, qui vaut 2 pour un électron isolé, et où  $q$  et  $m$  sont respectivement la charge et la masse d'un électron.

A l'aide des deux relations (6.173) et (6.174) et tenant compte du fait que  $m$  et  $p$  ont des directions opposées, on obtient l'équation de mouvement pour le moment magnétique  $m$

$$\frac{dm}{dt} = -\gamma_g \mu_0 m \times H \quad \text{Am}^2/\text{s} \quad (6.175)$$

La variation de  $m$  dans le temps est perpendiculaire au vecteur  $m$  lui-même et au champ magnétique appliqué  $H$ . Si ce dernier est constant dans le temps, le vecteur  $m$  tourne autour du support du champ magnétique à la manière d'un gyroscope (fig. 6.52). Ce phénomène, bien connu en physique, est appelé *précession de Larmor*.

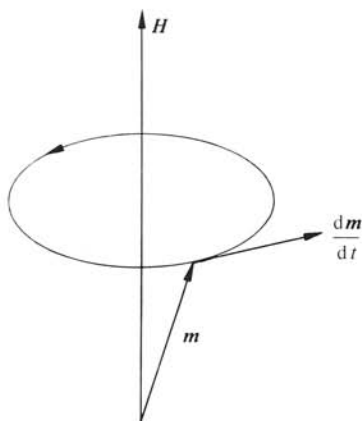


Fig. 6.52 Précession de Larmor d'un électron.

Dans la plupart des solides, les électrons se groupent par paires ayant des spins opposés, l'interaction avec un champ magnétique étant alors nulle ou négligeable. Ce n'est que dans le cas des matériaux dits ferromagnétiques (Fe, Co, Ni et certaines terres rares) que la présence d'électrons non appariés permet d'obtenir une interaction importante (sect. II.3.4). De plus, pour que le champ électromagnétique d'une onde puisse interagir avec les spins des électrons non appariés, cette onde doit pouvoir pénétrer à l'intérieur du matériau, ce qui n'est possible que si sa conductivité  $\sigma$  est très faible. Ces deux conditions sont remplies simultanément dans les ferrites, composés d'oxydes de métaux ferromagnétiques, et les grenats yttrium-fer.

### 6.7.3 Effet gyromagnétique dans un ferrite homogène de dimensions infinies

Les électrons non appariés d'un ferrite interagissent avec le champ magnétique d'une façon similaire à ce qui se passe pour l'électron isolé. En prenant la moyenne sur toutes les particules et en tenant compte des interactions supplémentaires entre électrons et réseau cristallin, on obtient la relation [128]

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma_g \mu_0 \mathbf{M} \times \mathbf{H} + \frac{\alpha}{|\mathbf{M}|} \mathbf{M} \times \frac{d\mathbf{M}}{dt} \quad \text{A/ms} \quad (6.176)$$

où  $\mathbf{M}$  est l'aimantation (densité de moments magnétiques  $\mathbf{m}$  par unité de volume) et où  $\alpha$  est un coefficient sans dimensions tenant compte des interactions spin-spin et spin-réseau; il dépend en général du champ magnétique (amplitude et fréquence). Sa valeur pour les matériaux couramment utilisés est de l'ordre de quelques centièmes au maximum.

Le dernier terme de (6.176) introduit une force de rappel qui tend à aligner l'aimantation  $\mathbf{M}$  sur le champ magnétique  $\mathbf{H}$ . Le vecteur  $\mathbf{M}$ , dont la longueur reste constante, décrit une spirale sur une calotte sphérique de rayon  $|\mathbf{M}|$  (fig. 6.53).

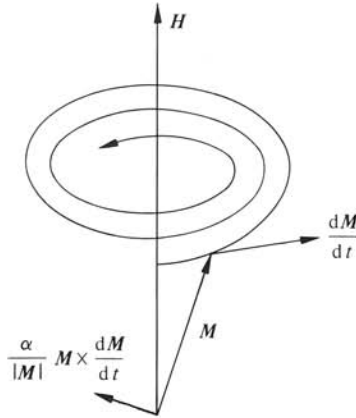


Fig. 6.53 Effet gyromagnétique dans un ferrite avec des pertes.

Le facteur de Landé  $g$  contenu dans le rapport gyromagnétique  $\gamma_g$  ne vaut plus exactement 2 dans le cas d'un ferrite. Pour la plupart des matériaux il se situe entre 1,9 et 2,1, des variations entre 1,5 et 2,7 apparaissant pour des ferrites au nickel.

Si le champ magnétique  $\mathbf{H}$  varie dans le temps, il en va de même de l'aimantation  $\mathbf{M}$ , ces deux vecteurs étant liés par les propriétés magnétiques du ferrite. Il en résulte que (6.176) est une relation non linéaire : elle comporte un produit de fonctions du temps.

#### ■ 6.7.4 Etude des petits signaux, pulsations de Larmor et d'aimantation

En pratique, on constate toutefois que dans la plupart des applications la variation de  $\mathbf{H}$  et de  $\mathbf{M}$  est suffisamment faible pour qu'on puisse négliger les termes de second ordre. On peut alors linéariser les équations et procéder à l'étude des petits signaux, comme au paragraphe 4.4.3.

Le champ magnétique  $\underline{H}$  comporte une composante  $\underline{H}_0$  indépendante du temps, dans le sens de laquelle on place l'axe des  $y$ , et une composante alternative sinusoïdale que l'on représente en notation complexe

$$\underline{H} = \underline{H}_0 + \operatorname{Re} [\sqrt{2} \underline{H} \exp(j\omega t)] \quad \text{A/m} \quad (6.177)$$

La composante statique de l'aimantation est également dirigée suivant  $y$  (voir fig. 6.53). L'aimantation vaut donc

$$\underline{M} = \underline{M}_0 + \operatorname{Re} [\sqrt{2} \underline{M} \exp(j\omega t)] \quad \text{A/m} \quad (6.178)$$

On introduit ensuite ces deux relations dans (6.176) et on identifie les termes en  $\exp(j\omega t)$ , ce qui donne

$$j\omega \underline{M} - (\omega_L + j\omega\alpha) e_y \times \underline{M} = -\omega_M e_y \times \underline{H} \quad \text{A/ms} \quad (6.179)$$

où on a défini la *pulsation de Larmor*

$$\omega_L = \mu_0 \gamma_g H_0 \quad \text{rad/s} \quad (6.180)$$

et la *pulsation d'aimantation*

$$\omega_M = \mu_0 \gamma_g M_0 \quad \text{rad/s} \quad (6.181)$$

On considère ici un *ferrite saturé*, dans lequel les propriétés magnétiques sont homogènes. La relation (6.179) est ensuite mise sous forme matricielle, développant  $\underline{H}$  et  $\underline{M}$  dans le système de coordonnées cartésiennes

$$\begin{pmatrix} j\omega & 0 & -\omega_L - j\omega\alpha \\ 0 & j\omega & 0 \\ \omega_L + j\omega\alpha & 0 & j\omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{M}_x \\ \underline{M}_y \\ \underline{M}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\omega_M \\ 0 & 0 & 0 \\ +\omega_M & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{H}_x \\ \underline{H}_y \\ \underline{H}_z \end{pmatrix} \quad \text{A/ms} \quad (6.182)$$

Il découle de (6.182) que  $\underline{M}_y = 0$ .

### 6.7.5 Tenseur de perméabilité, largeur de ligne

La matrice du terme de gauche de (6.182) est inversée, permettant d'expliciter la relation  $\underline{M}(\underline{H})$ . La valeur ainsi obtenue pour  $\underline{M}$  est alors introduite dans (6.172), ce qui permet de déterminer le *tenseur de perméabilité*  $\underline{\underline{\mu}}$

$$\underline{\underline{\mu}} = \mu_0 \begin{pmatrix} \underline{\mu}_r & 0 & -j\underline{K} \\ 0 & 1 & 0 \\ j\underline{K} & 0 & \underline{\mu}_r \end{pmatrix} \quad \text{Vs/Am} \quad (6.183)$$

avec

$$\underline{\mu}_r = 1 + (\omega_L + j\omega\alpha)\omega_M / [(\omega_L + j\omega\alpha)^2 - \omega^2] \quad 1 \quad (6.184)$$

$$\underline{K} = \omega \omega_M / [(\omega_L + j\omega\alpha)^2 - \omega^2] \quad 1 \quad (6.185)$$

En l'absence de pertes ( $\alpha = 0$ ), ces deux termes sont réels. La matrice  $\underline{\underline{\mu}}$  est dans ce cas *antihermitienne* [53].

Les variations des parties réelles et imaginaires de  $\underline{\mu}_r$  et de  $\underline{K}$  sont représentées à la figure 6.54, lorsque  $\alpha = 0,059$ . On constate que les parties imaginaires  $\mu_r''$  et  $K''$ , qui dé-

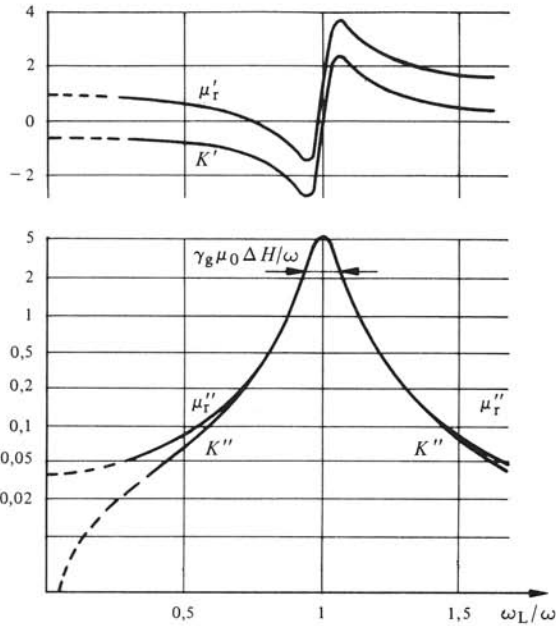


Fig. 6.54 Variation des éléments du tenseur de perméabilité d'un ferrite.

terminent l'absorption, passent par un maximum en  $\omega = \omega_L$  (résonance gyromagnétique) et décroissent rapidement lorsqu'on s'écarte de la résonance.

La *largeur de ligne* à la résonance  $\Delta H$  est définie par la différence du champ d'aimantation entre les deux points à demi-absorption. On trouve, à l'aide de (6.184) ou de (6.185), une relation qui permet de déterminer  $\alpha$  à partir de la largeur de ligne

$$\alpha \cong \gamma_g \mu_0 \Delta H / 2 \omega_L \quad 1 \quad (6.186)$$

### 6.7.6 Remarque : ferrites réels

Un ferrite réel est un assemblage polycristallin de domaines magnétiques, dans lequel l'hypothèse d'homogénéité formulée au paragraphe 6.7.3 n'est qu'une approximation. La présence d'inhomogénéités dans le matériau élargit la résonance, heureusement sans augmenter de la même façon les pertes. La situation se complique encore quand le ferrite n'est pas saturé, par exemple dans des composants fonctionnant à la rémanence (§ 6.7.12). Dans ce cas, les domaines magnétiques ne sont pas orientés dans la même direction, et des méthodes statistiques sont employées pour déterminer les propriétés du ferrite [129].

L'hypothèse d'homogénéité est pratiquement satisfaite dans les monocristaux de grenat yttrium-fer (YIG) ayant un bon fini de surface (§ 6.7.23).

### 6.7.7 Polarisation circulaire

Comme la résonance gyromagnétique est de nature gyrotatoire (fig. 6.53), l'application d'un champ magnétique tournant produit des phénomènes particuliers dans le fer-

rite. Un champ magnétique circulairement polarisé dans un plan perpendiculaire au champ magnétique statique  $H_0$  (dirigé selon  $y$ ), est représenté par le vecteur-phaseur (§ III.5.4.3)

$$\underline{H}_{\pm} = \underline{H}_c (e_x \mp j e_y) \quad \text{A/m} \quad (6.187)$$

où  $\underline{H}_c$  est une constante et où les signes  $\pm$  correspondent aux deux sens de rotation. Faisant usage de (6.183), on obtient pour l'induction

$$\underline{B}_{\pm} = \underline{\mu}_{\pm} \underline{H}_{\pm} = \mu_0 (\underline{\mu}_r \pm \underline{K}) \underline{H}_{\pm} \quad \text{T} \quad (6.188)$$

Il s'agit de deux relations scalaires : les vecteurs-phaseurs  $\underline{H}_{\pm}$  sont proportionnels aux fonctions propres du tenseur  $\underline{\mu}$ , les valeurs propres correspondantes valent

$$\underline{\mu}_{\pm} = \mu_0 [1 + \omega_M / (\omega_L \mp \omega + j\omega\alpha)] \quad \text{Vs/Am} \quad (6.189)$$

Les valeurs prises respectivement par les parties réelles et imaginaires sont représentées, en fonction de  $\omega_L/\omega$ , à la figure 6.55. On constate que le ferrite ne présente une résonance gyromagnétique que pour la polarisation circulaire positive. Si donc on peut associer une direction de propagation à un sens de polarisation, on obtient un ef-

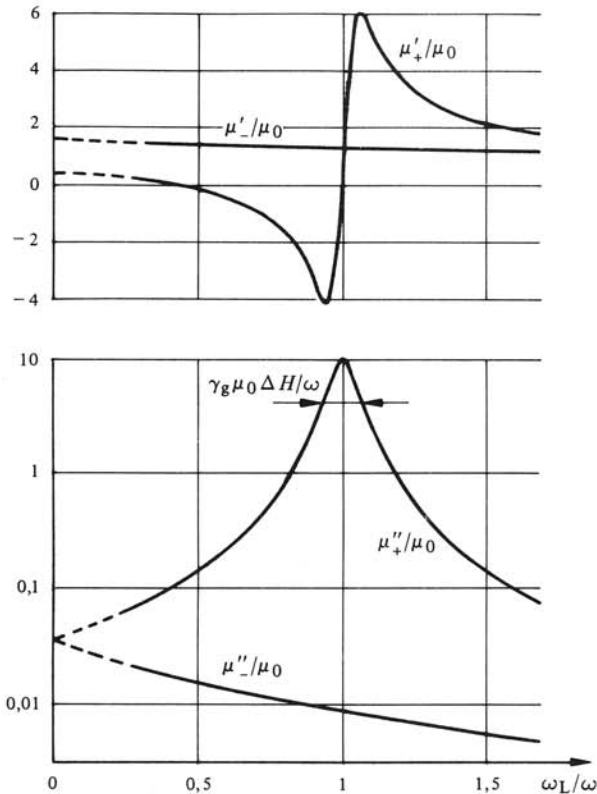


Fig. 6.55 Propriétés d'un ferrite soumis à un champ magnétique tournant.

fet non réciproque. Il s'agit d'un affaiblissement unilatéral près de la résonance, d'un déphasage différentiel pour une valeur du champ magnétique statique éloignée de la résonance.

### 6.7.8 Isolateur en guide rectangulaire

Les composantes  $\underline{H}_x$  et  $\underline{H}_z$  du mode dominant  $TE_{10}$  en guide d'ondes rectangulaire sont en quadrature (§ 2.3.11). De plus, leurs amplitudes sont égales dans les plans  $x = x_{cp}$  et  $x = a - x_{cp}$  où  $x_{cp}$  est tiré de (2.126) et (2.127)

$$x_{cp} = (a/\pi) \arctan(\pi/a \beta_{10}) \quad m \quad (6.190)$$

Dans ces deux plans, le champ magnétique du signal hyperfréquences est *circulairement polarisé* (cp) (fig. 6.56). Le sens de rotation est lié à la direction de propagation de l'onde (progressive ou rétrograde). La condition signalée au paragraphe 6.7.7 est alors satisfaite. Une lame mince de ferrite est placée dans un de ces plans et soumise à un champ magnétique statique  $H_0 = \omega/(\gamma_g \mu_0)$  dirigé selon  $e_y$  (fig. 6.57). L'onde à polarisation circulaire positive subit un affaiblissement important (fig. 6.55) : il s'agit du sens bloquant ou isolé. L'autre onde, dont la polarisation est circulaire négative dans le plan du ferrite, n'est que faiblement amortie (sens passant). Le composant ainsi obtenu est un *isolateur* (§ 6.3.10). Le champ magnétique statique  $H_0$  est fourni par un aimant permanent (chap. IX.3).

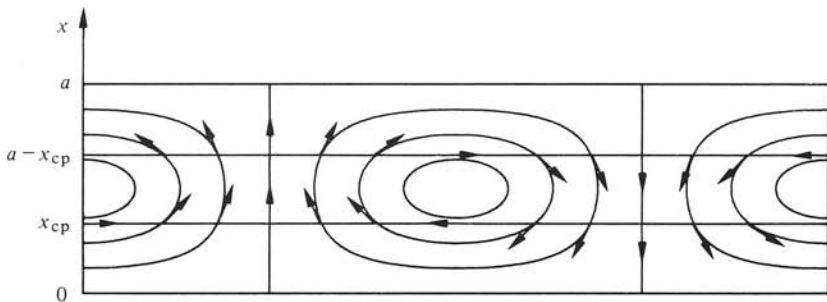


Fig. 6.56 Position des plans  $x = x_{cp}$ , dans lesquels le champ magnétique est circulairement polarisé.

À l'instar du coupleur, on définit un *affaiblissement* (§ 6.5.10, sens passant) et une *isolation* (§ 6.5.14, sens bloqué).

La structure simple de la figure 6.57 présente plusieurs défauts :

- la lame de ferrite perturbe le champ dans le guide, les composantes des champs n'étant plus qu'approximativement celles du guide vide. L'isolation est plus faible, l'affaiblissement plus fort que ce qu'on obtient en faisant usage de la méthode de perturbation (sect. 2.7);
- la bande de fréquences est très faible : l'absorption (fig. 6.54) et la position du plan de polarisation circulaire  $x_{cp}$  (6.178) dépendent de la fréquence;
- les propriétés magnétiques du ferrite et de l'aimant permanent dépendent de la température (sect. II.3.3);
- l'évacuation de la chaleur dissipée dans le ferrite est difficile en raison de sa faible conductivité thermique.



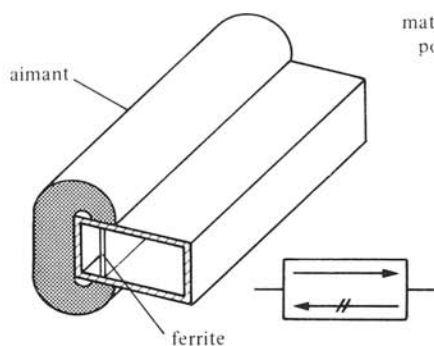


Fig. 6.57 Isolateur en guide rectangulaire.

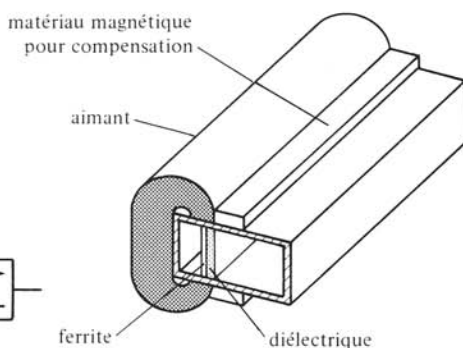


Fig. 6.58 Isolateur à large bande en guide rectangulaire.

Un modèle plus élaboré d'isolateur, représenté à la figure 6.58, fait usage d'un barreau de diélectrique, qui fixe le plan de polarisation circulaire dans le ferrite à toutes les fréquences [130].

Un entrefer non uniforme long de la structure permet de modifier le champ magnétique statique  $H_0$ , qui devient une fonction de  $z$ . La variation produite par la température est compensée par l'adjonction d'un matériau magnétique à faible point de Curie disposé en shunt (sect. II.3.3).

Un autre type d'isolateurs comporte des plaques de ferrite sur les parois larges du guide (plan H), soumises à un champ  $H_0$  inhomogène (fig. 6.59). Le ferrite est alors en bon contact thermique avec le métal, ce qui permet une meilleure évacuation de la chaleur et donc un fonctionnement en haute puissance. Cette structure requiert toutefois un aimant plus volumineux et donc plus lourd.

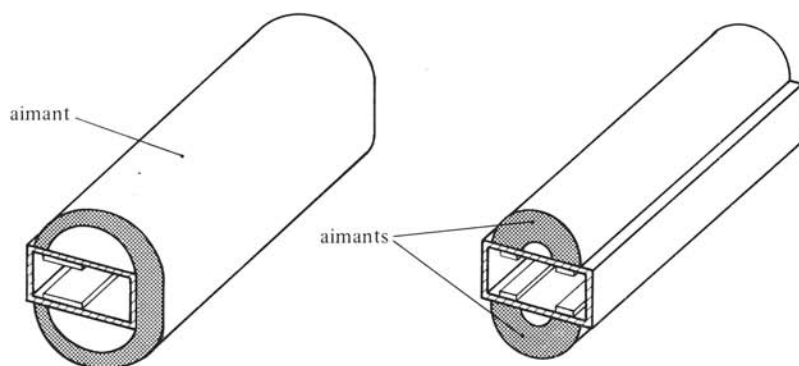


Fig. 6.59 Isolateurs en guide d'ondes rectangulaire : plan H.

Des isolateurs permettent de couvrir la bande utilisable du guide (§ 2.2.35) avec plus de 40 dB d'isolation et de 0,5 à 1 dB d'affaiblissement.

### 6.7.9 Déphaseurs non réciproques

Quand on s'écarte de la résonance gyromagnétique, l'affaiblissement est simultanément petit pour les deux directions de propagation. Quant aux déphasages, liés aux

parties réelles de la permittivité  $\mu'_+$  et  $\mu'_-$  (fig. 6.55), ils dépendent de la direction de propagation : on obtient alors un *déphaseur non réciproque* (§ 6.3.13) et, lorsque la différence de déphasage  $\Delta\varphi = |\varphi_+ - \varphi_-|$  vaut  $180^\circ$ , un *gyrateur passif* (§ 6.3.14).

### 6.7.10 Circulateur à déphasage non réciproque

En combinant un gyrateur et deux jonctions en T hybride (§ 6.5.25), ou deux demi-gyrateurs ( $\Delta\varphi = 90^\circ$ ), une jonction en T-hybride et un coupleur de Riblet (§ 6.5.23), on obtient un circulateur à quatre accès (fig. 6.60) (§ 6.4.4).

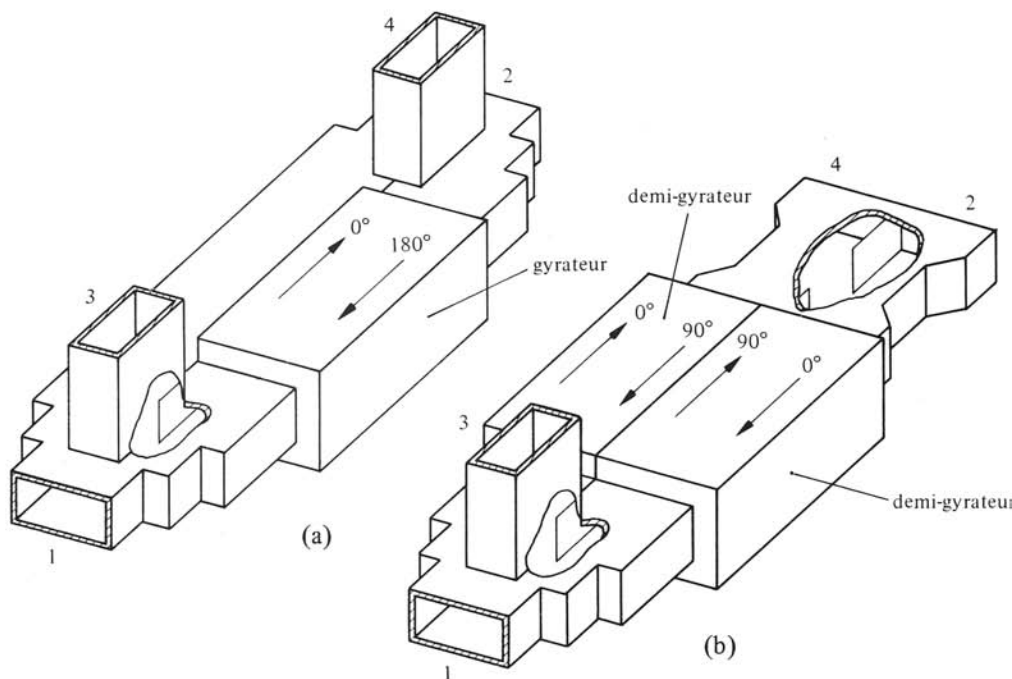


Fig. 6.60 Circulateurs à déphasage non réciproque.

### 6.7.11 Circulateur servant d'isolateur

Un circulateur dont les accès 3 et 4 sont terminés par des charges adaptées (§ 6.2.2) est un isolateur. Comme l'énergie est absorbée par les charges (et non par le ferrite), un isolateur de ce type est utilisable pour des signaux de grande puissance.

### 6.7.12 Déphaseur commutable à rémanence

Un toroïde de ferrite (souvent de section rectangulaire), traversé par un fil conducteur et placé dans un guide d'ondes fournit un élément *bistable*, le *déphaseur commutable à rémanence* (fig. 6.61) [131].

Une impulsion de courant traversant le conducteur au centre du toroïde permet de commuter le ferrite d'un état stable de rémanence à l'autre. Le temps de commutation est de l'ordre de quelques microsecondes. Ce déphaseur est non réciproque.

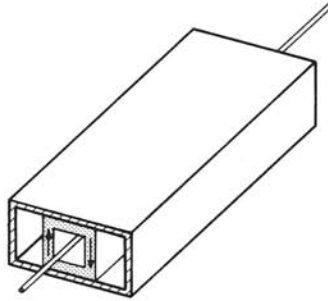


Fig. 6.61 Déphaseur commutable à rémanence.

### 6.7.13 Circulateurs à jonction

Dans une jonction à 3 accès en guide d'ondes, en ligne à ruban équilibré ou microruban, on place un morceau de ferrite (cylindre, disque, triangle, plaque) aimanté perpendiculairement au plan de la jonction. L'aimantation du ferrite produit une rotation de la structure des champs, que l'on ajuste pour découpler un des 3 accès [132, 133] (§ 6.7.14). On obtient de cette manière un circulateur à jonction, de dimensions compactes (§ 6.4.4). Plusieurs structures sont représentées à la figure 6.62.

Des circulateurs en guide d'ondes permettent de couvrir la bande du guide avec 20 dB d'isolation et 0,3 dB environ d'affaiblissement. En ligne à ruban, on obtient une bande d'une octave avec 17 dB d'isolation et 0,4-0,5 dB d'affaiblissement.

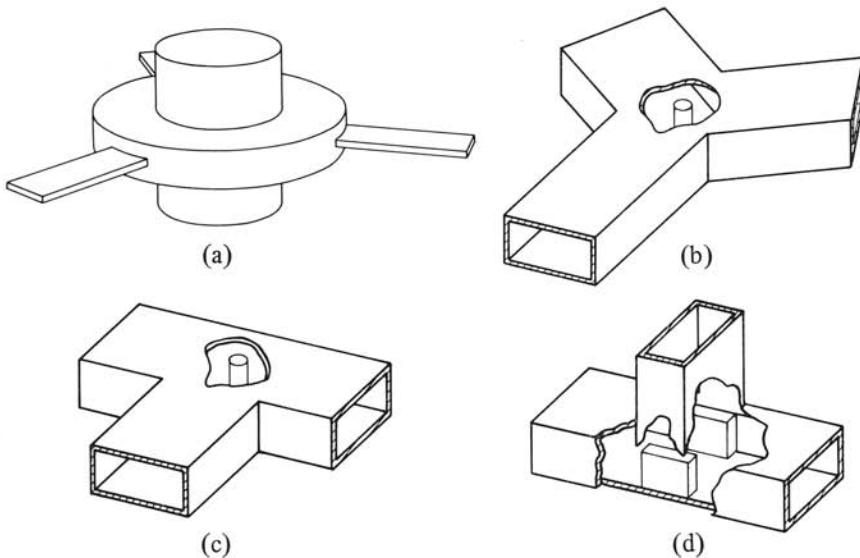


Fig. 6.62 Circulateurs à jonction: (a) ligne à ruban; (b) en Y; (c) en T parallèle; (d) en T série.

### 6.7.14 Principe de fonctionnement

On considère un *modèle simplifié*, comportant une cavité cylindrique couplée à trois guides d'ondes disposés symétriquement par rapport à la cavité (fig. 6.63).

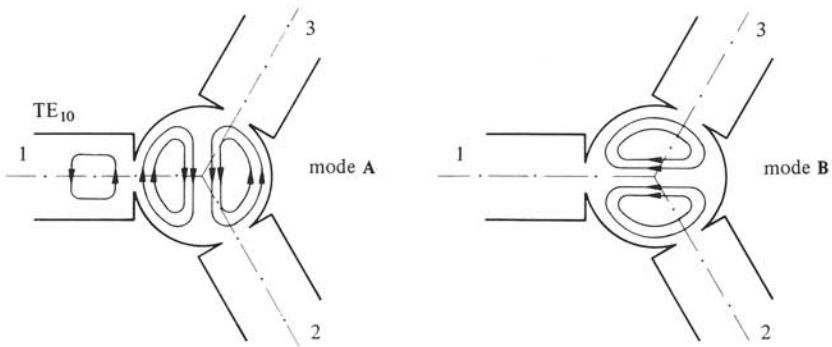


Fig. 6.63 Cavité cylindrique résonnant dans le mode  $TM_{110}$  couplée à 3 guides d'ondes.

Le guide d'ondes de l'accès 1 propage le mode dominant  $TE_{10}$  et excite par couplage magnétique les modes de résonance de la cavité à travers une ouverture (§ 3.6.4). On fait usage du mode de résonance  $TM_{110}$  de la cavité, qui est dégénéré spatialement (tab. 2.18). Les lignes de champ magnétique pour les deux modes dégénérés, que l'on désigne par A et B, sont esquissées à la figure 6.63.

Le mode dominant du guide couple au mode A de la cavité. Le mode B n'est pas excité, le terme de couplage inductif (3.108) étant nul par suite de la symétrie géométrique. Comme toute combinaison linéaire de deux modes résonnants dégénérés est encore un mode résonnant (§ 3.3.7), on peut développer le mode A (linéairement polarisé) en deux modes circulairement polarisés, que l'on dénote symboliquement  $1/2 (A + jB)$  et  $1/2 (A - jB)$  (§ III.5.4.3).

L'introduction d'un cylindre de ferrite aimanté au centre de la cavité supprime la dégénérescence des deux modes. Pour le mode à polarisation circulaire positive (négative) le ferrite présente une perméabilité scalaire  $\mu_+$  ( $\mu_-$ ). Deux fréquences de résonance distinctes  $f_+$  ( $f_-$ ) apparaissent (3.83). Si la fréquence  $f$  du signal est située entre les deux résonances, les impédances d'entrée ont respectivement une composante capacitive (inductive) pour le mode à résonance inférieure (supérieure). Les modes sont de ce fait déphasés respectivement en avance et en retard dans le temps. La somme vectorielle des deux modes circulairement polarisés produit un mode à polarisation linéaire,

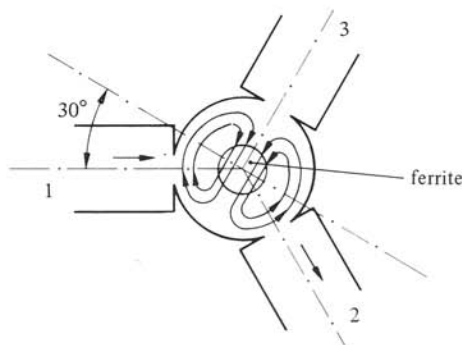


Fig. 6.64 Champ magnétique dans la cavité de la figure 6.63 chargée par un ferrite aimanté.

mais qui a subi une rotation par rapport au mode original A de la cavité sans ferrite [133]. On ajuste les propriétés et dimensions du ferrite, ainsi que le champ magnétique appliqué, pour obtenir une rotation de  $30^\circ$  (fig. 6.64).

Suite à la rotation produite par le ferrite, le guide d'ondes 3 n'est pas couplé, le terme de couplage (3.108) étant nul par symétrie. Le signal entrant en 1 est entièrement couplé au guide 2. Comme la jonction est symétrique, on peut procéder à une rotation de  $120^\circ$  et répéter l'opération. Un signal appliqué à l'accès 2 sort à l'accès 3, l'accès 1 étant isolé dans ce cas. De même un signal appliqué à l'accès 3 sort de l'accès 1. La jonction chargée est un circulateur (§ 6.4.4).

Le modèle considéré ici est par la force des choses simplifié et vise à décrire de façon aussi simple que possible le principe de fonctionnement. Le couplage est supposé faible et on admet que le ferrite ne perturbe pas la structure des champs. Un circulateur réel comporte au contraire un couplage important du guide à la cavité, qui est nécessaire pour obtenir un petit affaiblissement et une large bande de fréquence. L'étude approfondie du cas réel est de ce fait fort complexe; les considérations de symétrie et de rotation du champ présentées ici restent toutefois valables.

### 6.7.15 Isolateur cale

En terminant un des trois accès d'un circulateur à jonction sur une charge adaptée, on obtient un isolateur comme au paragraphe 6.7.11. En plaçant la charge dans la jonction même, on obtient, au prix d'une certaine perte de performance, un isolateur extrêmement compact appelé *isolateur cale* (de l'ordre de 1 cm de longueur) pour des applications de faible puissance (fig. 6.65). Ce type de réalisation est surtout employé en guide d'ondes.

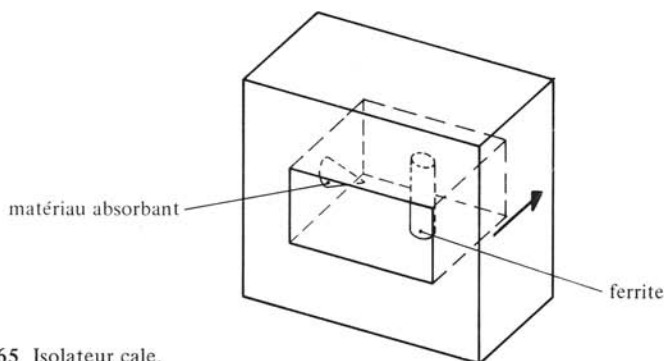


Fig. 6.65 Isolateur cale.

### □ 6.7.16 Rotation de Faraday

Lorsqu'une onde se propage dans un milieu de ferrite, supposé infini dans la direction  $z$  du champ magnétique appliqué  $H_0$  (aimantation longitudinale), on observe une rotation du plan de polarisation de l'onde appelée *rotation de Faraday*. Une onde plane linéairement polarisée peut être décomposée en deux ondes circulairement polarisées (§ III.5.4.3)

$$\underline{H}(z=0) = e_x H_1 = \frac{H_1}{2} [(e_x - j e_y) + (e_x + j e_y)] \quad \text{A/m} \quad (6.191)$$

Le ferrite présente des perméabilités scalaires distinctes  $\underline{\mu}_+$  et  $\underline{\mu}_-$  pour ces deux ondes : leurs exposants de propagation sont donc différents

$$\beta_+ = \omega \sqrt{\epsilon \mu_+} \quad \text{m}^{-1} \quad (6.192)$$

$$\beta_- = \omega \sqrt{\epsilon \mu_-} \quad \text{m}^{-1} \quad (6.193)$$

où on a négligé l'effet des pertes. Le champ  $\underline{H}$  d'une onde progressive a donc la forme

$$\begin{aligned} \underline{H}(z) &= \frac{H_1}{2} [(e_x - j e_y) \exp(-j\beta_+ z) + (e_x + j e_y) \exp(-j\beta_- z)] \\ &= H_1 \exp(-j\beta_m z) [e_x \cos \Delta\beta z - e_y \sin \Delta\beta z] \quad \text{A/m} \end{aligned} \quad (6.194)$$

avec

$$\beta_m = (\beta_+ + \beta_-)/2 \quad \text{m}^{-1} \quad (6.195)$$

$$\Delta\beta = (\beta_+ - \beta_-)/2 \quad \text{m}^{-1} \quad (6.196)$$

Il s'agit d'une onde linéairement polarisée, ayant un déphasage linéique  $\beta_m$  et dont le plan de polarisation tourne en fonction de  $z$ . Dans le plan  $z = l$ , l'angle de rotation  $\theta$  par rapport à la direction originale (en  $z = 0$ ) vaut (fig. 6.66)

$$\theta = \Delta\beta l = \arctan(H_y/H_x) \quad \text{rad} \quad (6.197)$$

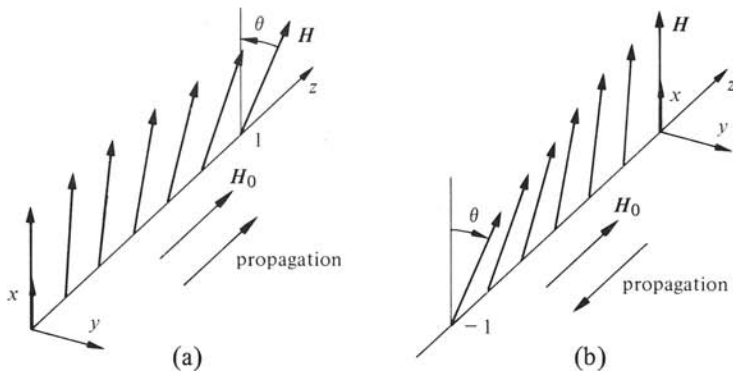


Fig. 6.66 Rotation de Faraday dans un ferrite aimanté : (a) onde progressive; (b) onde rétrograde.

On obtient le champ de l'onde rétrograde en changeant le signe des exposants de propagation dans (6.194). On retrouve l'angle  $\theta$  dans le plan  $z = -l$  (fig. 6.66). Le sens de rotation du plan de polarisation ne dépend pas de la direction de propagation : la rotation est *non réciproque*.

On retrouve cet effet de rotation pour le mode dominant  $TE_{11}$  dans un guide circulaire chargé d'un cylindre de ferrite aimanté dans le sens longitudinal.

#### □ 6.7.17 Gyrateur de Faraday

On fixe l'angle de rotation de Faraday  $\theta = 90^\circ$ , et on connecte des transitions de guide circulaire à guide rectangulaire aux deux extrémités, obtenant ainsi un *gyrateur de Faraday* [122] (fig. 6.67). On peut rétablir le plan du guide d'ondes d'entrée à l'aide d'une torsade.

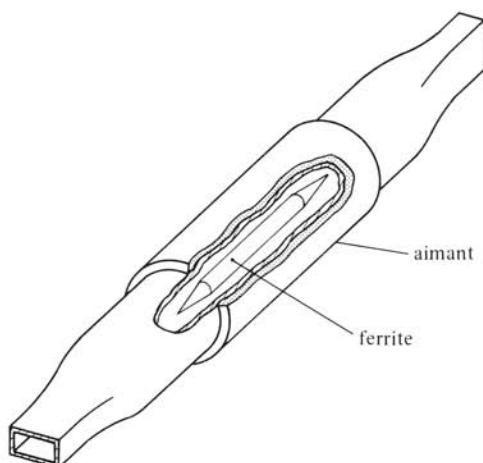


Fig. 6.67 Gyrateur à rotation de Faraday en guide circulaire.

#### □ 6.7.18 Circulateur de Faraday

L'angle de rotation est fixé à  $45^\circ$  et le guide est connecté à deux séparateurs de modes, qui permettent de coupler de façon distincte les deux modes  $TE_{11}$  dégénérés à des guides rectangulaires. On obtient ainsi un *circulateur de Faraday* à quatre accès (fig. 6.68). Vu la disposition géométrique des accès, cet élément est d'un usage peu pratique.

#### □ 6.7.19 Isolateur de Faraday

Les accès 3 et 4 du circulateur sont terminés par des charges adaptées (comme au § 6.7.11). Les charges sont réalisées par des lames résistives, placées à l'intérieur de l'élément, qui absorbent le signal quand le champ électrique est dans le plan de la lame (§ 6.3.7) (fig. 6.69). L'élément ainsi obtenu est un *isolateur de Faraday*.

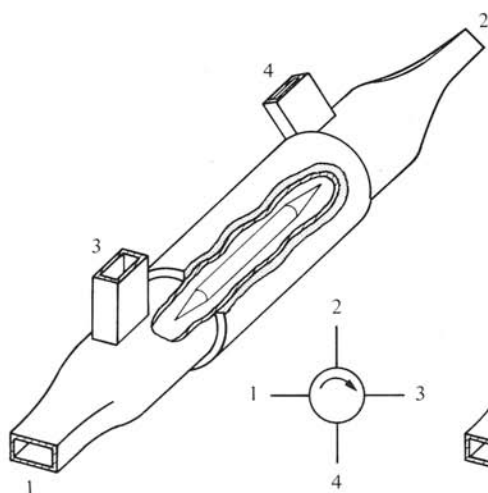


Fig. 6.68 Circulateur à rotation de Faraday.

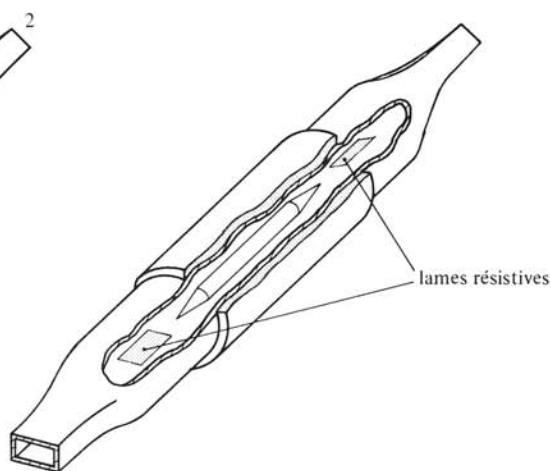


Fig. 6.69 Isolateur à rotation de Faraday.

### 6.7.20 Inconvénients

Comme l'angle de rotation  $\theta$  dépend fortement de la fréquence (6.197), la bande passante des rotateurs de Faraday est limitée. La puissance dissipée est difficile à évacuer, les effets thermiques ne peuvent pas être compensés efficacement. Il en résulte que ces composants, les premiers éléments passifs non réciproques réalisés, ne sont plus guère employés, sauf peut-être en ondes millimétriques.

### 6.7.21 Composants à mode d'arête

Dans une ligne microruban à substrat en ferrite aimanté, l'effet gyromagnétique produit un déplacement latéral des champs. Pour l'onde progressive, ceux-ci se concentrent sous un des bords du conducteur supérieur, ceux de l'onde rétrograde sous le bord opposé. On parle dans ce cas de *modes d'arête* (fig. 6.70).

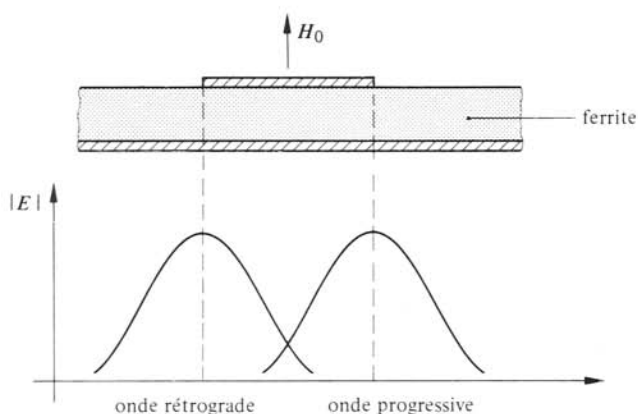


Fig. 6.70 Modes d'arête en ligne microruban à substrat en ferrite.

Un élargissement du conducteur supérieur produit une séparation spatiale des deux ondes. On peut alors agir de façon différente sur chacune d'elles. Un déphaseur non réciproque est réalisé avec des arêtes de longueur différente. En plaçant un matériau absorbant près d'une des arêtes, on affaiblit une des ondes et on obtient un isolateur (fig. 6.71).

La bande de fréquence est extrêmement large. Comme le substrat de ferrite présente une absorption non négligeable, l'affaiblissement dans le sens passant est cependant relativement élevé [134].

Des circulateurs ayant un nombre arbitraire d'accès peuvent être réalisés à l'aide de modes d'arête (fig. 6.72) [135].

### 6.7.22 Commutateurs et modulateurs à ferrite

Avec un champ magnétique appliqué variable  $H_0(t)$ , un ferrite permet de commuter ou de moduler un signal. Par exemple, l'inversion du champ d'aimantation ( $H_0$  devient  $-H_0$ ) d'un circulateur entraîne l'inversion du sens de rotation et donc de la séquence de numérotation des accès. Une entrée peut ainsi être commutée à deux accès au moyen d'un courant de commande appliqué à un électroaimant (sect. IX.7.2). Le



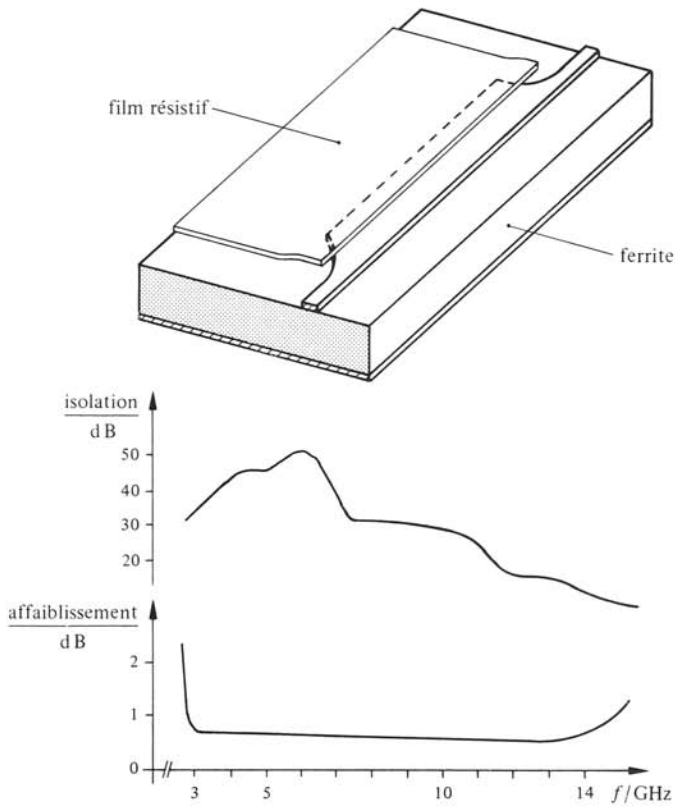


Fig. 6.71 Isolateur à mode d'arête en ligne microruban.

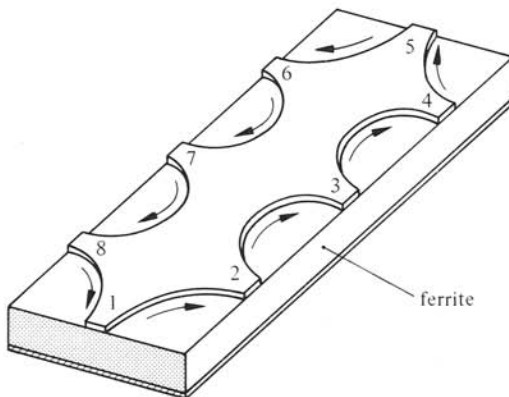


Fig. 6.72 Principe du circulateur à 8 accès à mode d'arête.

commutateur ainsi obtenu reste toutefois un composant non réciproque. Un isolateur à champ variable devient de même un affaiblisseur à ajustage électronique, un commutateur ou un modulateur d'amplitude. Un déphaseur non réciproque variable sert de modulateur de phase, etc.

En principe, toutes les structures décrites dans la section 6.7 permettent de réaliser des composants de commande ou de modulation. Toutefois des critères supplémentaires de sélection doivent être considérés :

- l'énergie emmagasinée dans le circuit magnétique. Le dispositif de commande doit fournir l'énergie nécessaire pour modifier les paramètres du signal (amplitude ou phase) dans un modulateur, ou à commuter entre deux états dans un commutateur. Il y a donc intérêt à faire usage de structures fonctionnant avec un faible champ magnétique appliqué;
- les pertes par courants de Foucault (§ IX.1.5.6). Lors de la commutation, un courant induit apparaît dans les parois du guide d'ondes ou dans les conducteurs de la ligne (à ruban, microruban, etc.). Pour le circuit de commutation, ces conducteurs apparaissent comme le secondaire court-circuité d'un transformateur. Cet effet peut être réduit d'une part en employant un champ magnétique faible, d'autre part en diminuant le plus possible l'épaisseur des conducteurs. On peut par exemple utiliser des pièces en céramique ou en matière plastique, recouvertes d'une fine métallisation.

Les commutateurs et modulateurs à ferrite permettent de contrôler des signaux hyperfréquences de grande puissance. Leur temps de réponse est relativement long, de l'ordre de dizaines, voire de centaines de microsecondes, à l'exception du commutateur rapide à rémanence (§ 6.7.12).

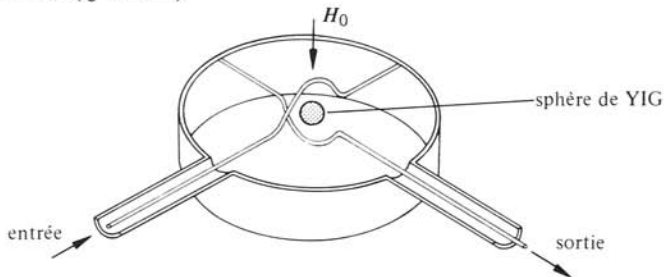


Fig. 6.73 Filtre gyromagnétique à YIG.

### 6.7.23 Filtre gyromagnétique à YIG

Dans des monocristaux de grenat yttrium-fer (YIG), la résonance gyromagnétique a une bande passante très étroite (fig. 6.54) qui permet la réalisation de filtres accordables. Une sphère polie de YIG est placée au centre de deux demi-spires disposées orthogonalement dans l'espace (fig. 6.73).

Hors de la résonance, les deux demi-spires ne sont pas couplées par suite de leur disposition géométrique orthogonale. A la résonance, le terme non diagonal  $\underline{K}$  du tenseur de perméabilité  $\underline{\mu}$  produit un couplage entre les spires orthogonales. En adaptant le composant on obtient un gyrateur à bande très étroite. La fréquence de résonance est proportionnelle au champ magnétique  $H_0$  produit par un électroaimant [136].

Le dispositif ainsi obtenu est un *filtre gyromagnétique* accordable électriquement. En agissant sur le courant qui traverse l'électroaimant, on fixe la fréquence centrale de la bande passante du filtre. Typiquement, ces filtres permettent de couvrir la bande de 0,5 à 40 GHz. Ils sont employés notamment dans des générateurs à balayage, des compteurs de fréquence (§ 5.3.5) et des analyseurs de spectre (sect. 5.4).

## 6.8 COMPOSANTS DE CONTRÔLE À SEMICONDUCTEURS

## 6.8.1 Introduction

Le contrôle (commutation, modulation, etc) de signaux hyperfréquences de faibles amplitudes par des moyens électriques est effectué à l'aide de composants à jonction en semiconducteur : commutateurs, affaiblisseurs, déphaseurs, filtres ajustables et limiteurs. Ces composants sont caractérisés par :

- une faible puissance de commande, de l'ordre de 100 mW au maximum;
- un temps de réponse très court, de l'ordre de 100 nanosecondes au maximum;
- un faible encombrement et un poids restreint;
- une grande durée de vie et une fiabilité élevée (pour autant qu'ils soient traités convenablement).

On peut contrôler des signaux ayant jusqu'à 1 kW de puissance moyenne et 100 kW de puissance d'impulsion (§ 5.8.3), dans les bandes de fréquence situées entre 30 MHz et 30 GHz [137].

L'élément semiconducteur utilisé présente soit une capacité variant avec la tension appliquée (varactor, § 4.9.3), soit une résistance dépendant du courant (diode PIN, § 6.8.2).

## 6.8.2 Diode PIN

La jonction PIN, formée d'une couche de semiconducteur *intrinsèque* entre deux régions fortement dopées, respectivement p et n, présente une résistance variable en hyperfréquences (fig. 6.74).

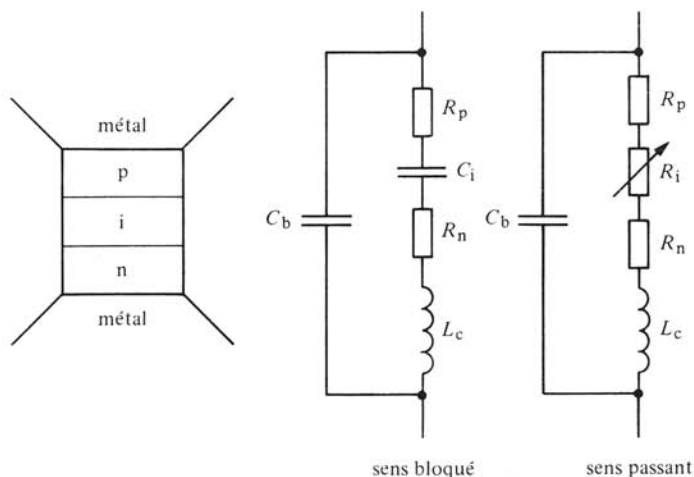


Fig. 6.74 Diode PIN : géométrie et schéma équivalents (sens bloqué et sens passant).

En polarisation inverse, la diode PIN est pratiquement un condensateur : la région *i* en est le diélectrique, les régions *p* et *n* les armatures. Le schéma équivalent du semiconducteur est un circuit RC série ( $C_i$  = région *i*,  $R_p$ ,  $R_n$  : régions *p* et *n*). Il faut ajouter les éléments parasites : l'inductance série  $L_c$  des conducteurs et la capacité parallèle  $C_b$  due au boîtier.

Polarisée dans le sens passant, la zone intrinsèque devient conductrice suite à l'injection de porteurs de part et d'autre. Le circuit équivalent comporte alors une résistance variable  $R_i$  pour la zone intrinsèque, les autres éléments restant inchangés. La résistance  $R_i$  d'une diode PIN varie pratiquement entre zéro et l'infini en fonction du courant de polarisation (fig. 6.75).

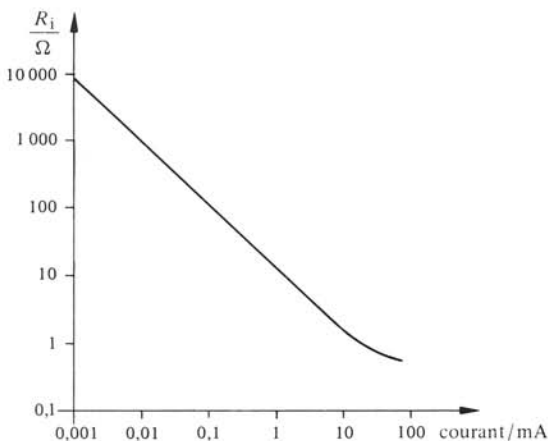


Fig. 6.75 Résistance  $R_i$  d'une diode PIN en fonction du courant de polarisation.

### 6.8.3 Application : affaiblisseur à diode PIN

En montant une diode PIN en parallèle dans un guide d'ondes ou sur une ligne de transmission, on réalise un affaiblisseur variable à *commande électrique*. Toutefois, comme la résistance de la diode varie en fonction du courant de polarisation, on ne peut adapter cet affaiblisseur qu'avec d'autres éléments variables. La désadaptation d'une diode peut être compensée en connectant en cascade plusieurs diodes du même type, séparées par des tronçons de ligne (fig. 6.76). Des affaiblisseurs à diodes PIN sont notamment utilisés pour la régulation automatique de niveau du signal, ALC (Automatic Level Control).

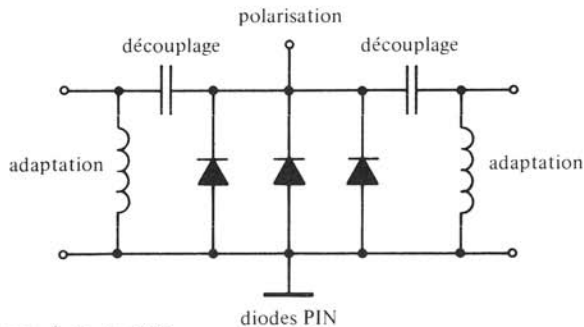


Fig. 6.76 Affaiblisseur à diodes PIN.

### 6.8.4 Application : commutateurs à diodes PIN

Les deux valeurs extrêmes que prend la résistance d'une diode PIN correspondent approximativement à la ligne ouverte et au court-circuit. On peut donc employer une

diode PIN, placée soit en série, soit en parallèle sur la ligne, pour réaliser un commutateur. Comme dans les deux états la diode n'absorbe qu'une faible partie du signal hyperfréquences, le commutateur peut contrôler des niveaux de puissance relativement élevés. On réalise des commutateurs plus élaborés en combinant des diodes en série et en parallèle sur les lignes de transmission (fig. 6.77).

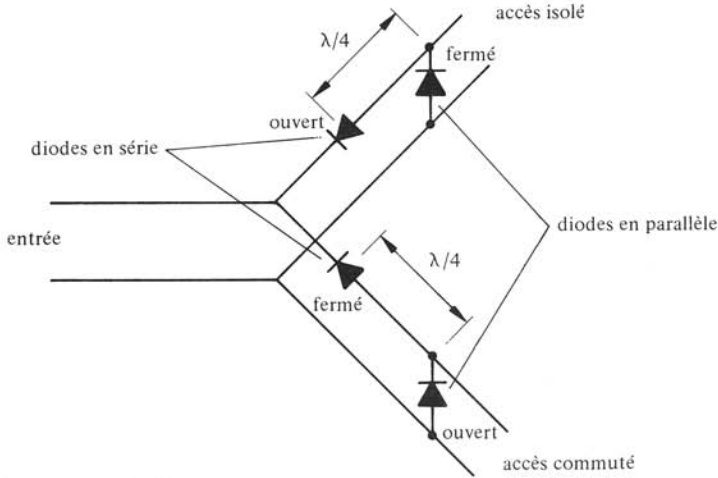


Fig. 6.77 Commutateur de lignes.

Lors de la réalisation pratique, on doit tenir compte des éléments parasites (boîtier), qu'il s'agit d'adapter, mais qui dégradent et limitent les performances. Les meilleurs résultats sont obtenus avec des diodes non encapsulées implantées sur un substrat microruban.

### 6.8.5 Application : déphaseurs à diodes PIN

En combinant des commutateurs à diodes PIN avec des sections de ligne ou des jonctions, on réalise différents types de déphaseurs logiques (à deux états possibles, figure 6.78).

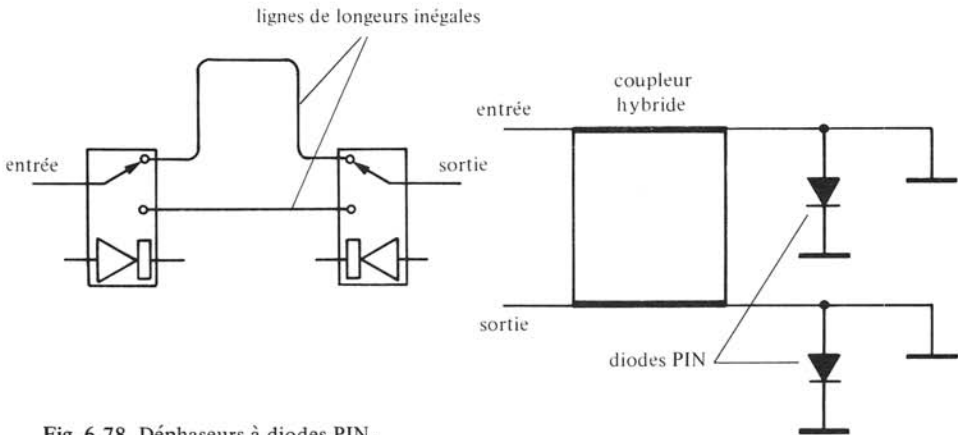


Fig. 6.78 Déphaseurs à diodes PIN.

Les déphaseurs de ce type sont principalement employés pour la commande électronique des antennes à réseau des radars de surveillance (§ 8.1.9).

### 6.8.6 Application : déphaseur à varactors

Une variation continue de la phase (déphaseur analogique) est réalisée en connectant deux varactors aux accès d'un coupleur hybride (fig. 6.79).

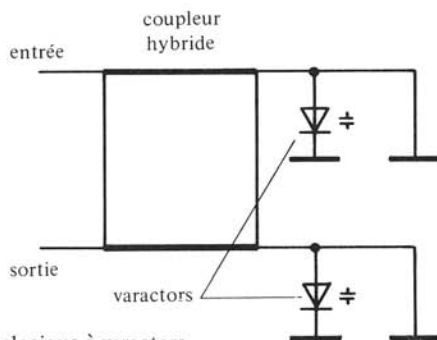


Fig. 6.79 Déphaseur analogique à varactors.

La phase des signaux réfléchis est ajustée en polarisant les varactors. Suite aux propriétés particulières du coupleur (6.157) les signaux s'ajoutent en phase à la sortie et se neutralisent à l'entrée, lorsque les réflexions sont identiques.

### 6.8.7 Application : filtre accordable

Un varactor connecté à l'extrémité d'un résonateur permet de modifier la fréquence de résonance de celui-ci. Les relations des paragraphes 3.3.15 et 3.3.16 permettent de déterminer la fréquence en fonction de la ou des capacités.

### 6.8.8 Limiteur à varactor

La capacité d'un varactor (§ 4.9.3) dépend de la tension continue appliquée, mais aussi de l'amplitude du signal hyperfréquences. Cette propriété non linéaire sert à réaliser des limiteurs passifs. Un varactor non polarisé, connecté en parallèle dans un guide d'ondes, présente une faible capacité pour les petits signaux. Une puissance plus importante

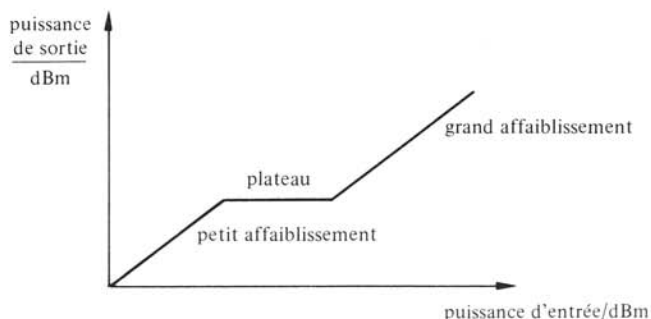


Fig. 6.80 Caractéristique d'un limiteur (idéal).

fait croître la tension aux bornes du varactor. La valeur moyenne de la capacité de ce dernier devient de plus en plus importante (4.56). La désadaptation qui en résulte provoque une réflexion du signal, telle que le signal transmis reste pratiquement à un niveau constant, appelé plateau, indépendant de la puissance du signal d'entrée. L'étendue du plateau est cependant limitée, le signal de sortie recommençant à croître pour des valeurs du signal d'entrée dépassant un certain seuil. L'élément ainsi obtenu est *un limiteur à varactor*. Au delà du seuil, le limiteur présente un affaiblissement important (fig. 6.80). Les limiteurs à varactor servent à protéger les détecteurs et les étages d'entrée de récepteurs, en particulier dans des systèmes de radars à impulsions.

## 6.9 IMPLANTATION D'ÉLÉMENTS ÉLECTRONIQUES

### 6.9.1 Introduction

Pour réaliser différentes fonctions de traitement du signal (modulation, déphasage, amplification) on fait usage, en plus des sections de lignes, des coupleurs et des jonctions, de divers éléments électroniques qu'il s'agit d'insérer dans le circuit. On distingue deux principaux types d'éléments : les composants discrets (§ 6.9.2) et les composants concentrés (§ 6.9.5).

### 6.9.2 Composants discrets

On désigne de ce nom des éléments disponibles dans le commerce, prêts à être insérés dans le système :

- des condensateurs, le plus souvent en céramique, de très faibles dimensions. Les capacités à disposition vont de fractions de picofarad à plusieurs nanofarads. Les connexions se font par des zones métallisées ou par des rubans minces (fig. 6.81);
- des résistances, également de très petites dimensions, ayant des valeurs comprises entre quelques ohms et quelques kilohms. Les connexions se font comme pour les condensateurs;
- des affaiblisseurs et des terminaisons sont fabriqués au moyen de résistances (fig. 6.82);
- des inductances sont réalisées, soit sous forme de petites bobines moulées, soit à partir d'une piste métallique déposée sur un substrat diélectrique;
- des isolateurs et des circulateurs miniatures à jonction (§ 6.7.13). Il s'agit de petits disques de quelques centimètres de diamètre, associés à un aimant permanent et munis de rubans métalliques minces qui assurent la connexion au circuit. Il faut en général découper une ouverture circulaire dans le substrat pour les loger (fig. 6.83);
- des diodes de tous genres, de Schottky (§ 7.1.5), PIN (§ 6.8.2), Gunn (§ 4.6.2), IMPATT (§ 4.7.4), TRAPATT (§ 4.7.5), varactor (§ 4.9.3). Ces diodes sont disponibles soit non encapsulées (puces ou chips), soit montées dans différents types de boîtiers [138]. On trouve notamment des boîtiers à élément inversé ou LID (de l'anglais Leadless Inverted Device), micropoutres (beam lead, connexion par rubans minces), cylindriques avec ou sans vis de fixation. Quelques spécimens sont représentés à la figure 6.84;

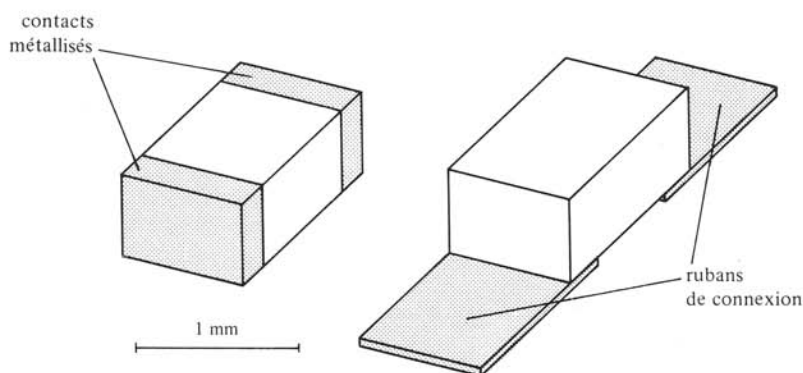


Fig. 6.81 Condensateurs miniatures pour lignes planaires.

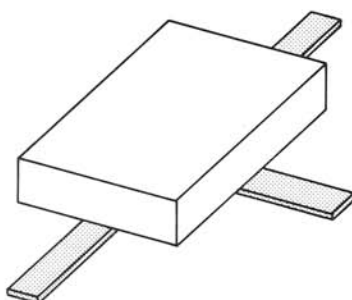


Fig. 6.82 Affaiblisseur miniature pour lignes planaires.

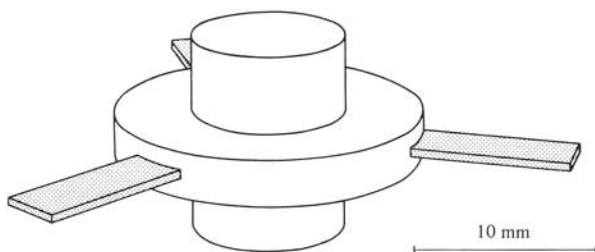


Fig. 6.83 Circulateur miniature pour ligne microruban.

- des transistors, bipolaires et MESFET. Ils sont aussi disponibles non encapsulés (puces ou chips), dans des boîtiers coaxiaux, ou encore dans des boîtiers spécifiquement destinés au montage dans des circuits planaires (fig. 6.85).

### 6.9.3 Implantation en guide d'ondes

A peu d'exceptions près, les seuls composants discrets dont on fasse usage en guide d'ondes sont des diodes, généralement encapsulées dans un boîtier cylindrique. Des sections de guide d'ondes doivent être réalisées spécialement pour l'insertion des diodes. Elles comportent un dispositif de fixation et d'alimentation, ainsi que des élé-



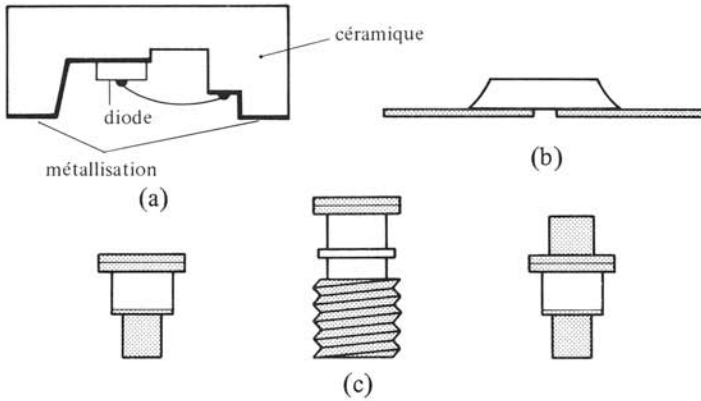


Fig. 6.84 Exemples de boîtiers de diodes hyperfréquences: (a) LID; (b) beam-lead; (c) divers boîtiers cylindriques.

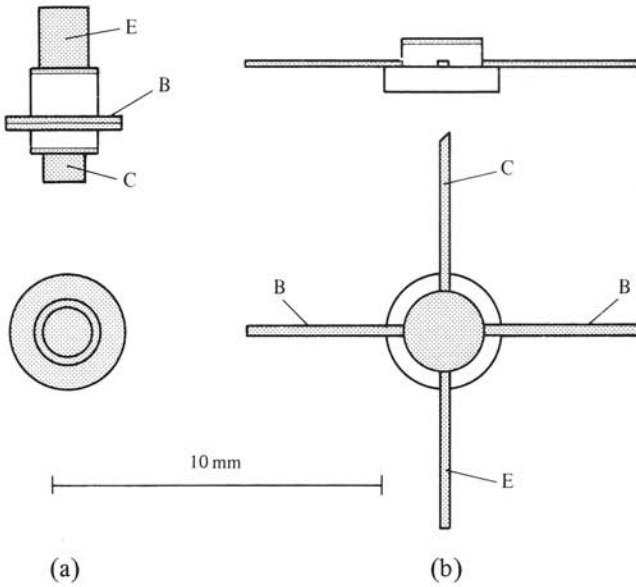


Fig. 6.85 Transistors hyperfréquences: (a) boîtier coaxial; (b) boîtier pour lignes planaires.

ments d'adaptation. Dans certains cas, on fait usage de guides de section réduite ou de guides à moulures. Les autres fonctions sont réalisées au moyen de composants spécifiques aux guides d'ondes, décrits dans les sections précédentes.

La réalisation de dispositifs en guides d'ondes fait pratiquement toujours appel à l'usinage de pièces métalliques et diélectriques.

#### 6.9.4 Implantation en lignes planaires

Tous les éléments énumérés au paragraphe 6.9.2 peuvent être facilement implantés dans les circuits planaires (sect. 2.11). Leur montage fait appel à certaines techniques particulières d'assemblage : collage au moyen de résines conductrices, soudure par

thermocompression, par ultrasons, au moyen de fils d'or (en anglais bonding). Il faut dans certains cas découper des ouvertures dans le substrat pour permettre l'insertion de composants, ce qui peut présenter des difficultés pour les substrats en céramique (§ 2.11.23). L'implantation de composants discrets est beaucoup plus simple en ligne planaire qu'en guide d'ondes. C'est une des raisons pour lesquelles les lignes planaires ont subi un développement rapide depuis quelques années.

### 6.9.5 Composants concentrés

On désigne de ce nom des éléments, le plus souvent passifs, qui sont fabriqués directement dans un circuit planaire :

- des résistances, des affaiblisseurs et des terminaisons sont fabriqués en déposant des couches résistives;
- des condensateurs de deux types peuvent être réalisés (fig. 6.86). La structure sandwich est obtenue en déposant une couche de diélectrique, puis en métallisant sa surface supérieure. La capacité peut aller d'une fraction à quelques centaines de picofarads. On obtient des capacités plus faibles en formant une structure interdigitée par attaque chimique (§ 2.11.22) [38];
- des inductances en forme de spirales et de boucles sont obtenues par attaque chimique (fig. 6.87). Les valeurs obtenues sont de l'ordre de 1 à 10 nanohenry [139].

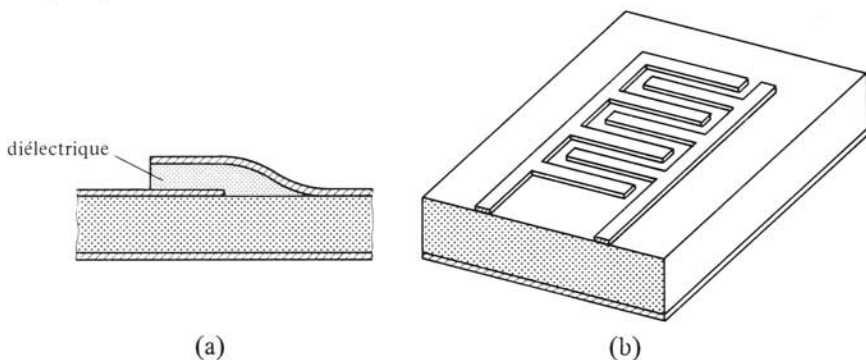


Fig. 6.86 Condensateurs concentrés : (a) structure "sandwich"; (b) structure interdigitée.

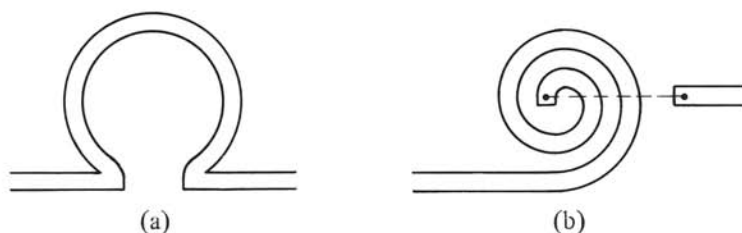


Fig. 6.87 Inductances imprimées : (a) en boucle; (b) en spirale.

## 6.10 EXERCICES

**6.10.1** On connecte en cascade deux biportes représentés par leurs matrices de répartition, qui valent respectivement :

$$\begin{pmatrix} 0,1 & 0,8 \\ 0,8 & 0,1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0,4 & 0,6 \\ 0,6 & 0,4 \end{pmatrix}$$

Trouver la matrice de répartition du composant résultant. Déterminer les propriétés de ce dernier : symétrie, réciprocité, pertes, adaptation.

**6.10.2** Faisant usage de la condition de conservation d'énergie obtenue pour la matrice de répartition (6.24), déterminer la condition de conservation d'énergie pour la matrice des impédances.

**6.10.3** Déterminer l'effet du déplacement des plans de référence sur la matrice d'impédance d'un composant.

**6.10.4** Un amplificateur à résistance négative donne 13 dB de gain. On le connecte, à l'aide d'un circulateur adapté qui a 20 dB d'isolation et 0,5 dB d'affaiblissement. Déterminer la matrice de répartition de l'ensemble.

**6.10.5** On désire fabriquer une réflexion variable en amplitude et en phase à l'aide d'un affaiblisseur variable et d'un court-circuit mobile. Déterminer le facteur de réflexion  $\rho$  en fonction de l'affaiblissement et de la position du court-circuit.

**6.10.6** Déterminer les résistances nécessaires pour réaliser un affaiblisseur en T, sachant qu'il doit avoir les caractéristiques suivantes :

- adaptation à une ligne dont l'impédance caractéristique vaut  $60 \Omega$ ;
- affaiblissement de 27 dB.

**6.10.7** Un générateur fournit un signal de 100 W, mais ne supporte pas que le signal réfléchi ait une puissance supérieure à 0,2 W. Si la charge peut être purement réactive, quel élément faut-il utiliser pour protéger le générateur ? Donner ses caractéristiques minimales. On veut que la puissance qui atteint la charge soit aussi grande que possible.

**6.10.8** Déterminer quelle est, en fonction de la fréquence, la réactance produite par un bras de réactance en microruban (fig. 6.27). La longueur du bras est de 5 mm, sa largeur de 2 mm. Le substrat a une permittivité relative  $\epsilon_r = 9,5$  et une épaisseur  $h = 0,6$  mm.

**6.10.9** Peut-on construire un quadriporte sans pertes, réciproque, adapté, en assemblant deux triportes identiques ?

**6.10.10** Quel couplage peut-on obtenir de l'accès 1 à l'accès 3 d'un triporte presque adapté à deux accès, si le ROS ne doit pas dépasser 1,15 ?

**6.10.11** Déterminer le schéma équivalent et la matrice de répartition d'un diviseur résistif adapté à 5 accès.

**6.10.12** Un coupleur directif idéal est muni à son quatrième accès d'une charge dont le ROS vaut 1,05. Quel est la directivité de l'élément résultant de l'assemblage ?

**6.10.13** Un coupleur hybride idéal a ses accès 2 et 4 connectés à deux court-circuits mobiles identiques. Déterminer la matrice de répartition de l'ensemble, en fonction de la position des court-circuits.

**6.10.14** Un T hybride idéal est terminé par un court-circuit dans le plan de référence de l'accès 2 et par un court-circuit mobile, dont la réflexion vaut  $\rho = \exp(j\varphi)$  à l'accès 4. Déterminer la transmission et la réflexion de l'élément résultant. Indiquer les utilisations possibles.

**6.10.15** Pour construire un diviseur de puissance, on dispose de deux coupleurs hybrides et d'un déphaseur, tous adaptés. Déterminer la connexion des composants qui donne le résultat souhaité. Trouver le rapport entre les puissances de sortie et d'entrée en fonction du déphasage.

**6.10.16** Pour obtenir une puissance importante, on connecte en parallèle deux amplificateurs à l'aide de deux jonctions hybrides supposées idéales. Déterminer les puissances de sortie en fonction de la puissance d'entrée pour les cas suivants :

- deux amplificateurs identiques ayant un gain de 20 dB;
- deux amplificateurs ayant respectivement des gains de 20 et de 26 dB, mais des déphasages identiques;
- deux déphaseurs ayant le même gain de 20 dB, mais des déphasages valant respectivement 67 et 77 degrés.

Dans tous les cas, les amplificateurs sont adaptés.

**6.10.17** Déterminer la réponse en fréquence du discriminateur de Pound représenté à la figure 5.3. Tous les éléments sont supposés idéaux.

**6.10.18** Démontrer le principe de fonctionnement des circulateurs représentés à la figure 6.60.

**6.10.19** Un circulateur à jonction présente une isolation de 17 dB entre ses accès 1 et 3. Quel élément permet d'augmenter cette isolation et où faut-il le placer ?

## MESURE DES COMPOSANTS

## 7.1 PRINCIPE DES MESURES COMPARATIVES

## 7.1.1 Définitions

Un composant est caractérisé par les termes de sa matrice de répartition (sect. 6.1). Il s'agit toujours de quotients de deux signaux d'amplitudes et de phases différentes ayant la même fréquence. Les mesures comparatives sont de deux types distincts :

- mesure de la réflexion, détermination des termes diagonaux  $\underline{s}_{ii}$  de la matrice de répartition. Il faut déterminer le rapport entre le signal entrant et le signal sortant d'un accès du composant, c'est-à-dire entre l'onde progressive et l'onde rétrograde sur la ligne de transmission. Les autres accès du composant doivent être terminés par des charges adaptées. On fait usage dans ce but de la ligne fendue (sect. 7.2) et de la réflectométrie (sect. 7.3);
- mesure de la transmission, détermination des termes non diagonaux  $\underline{s}_{ij}$ ,  $i \neq j$  de la matrice de répartition. C'est ici le rapport entre deux signaux existant à des endroits différents d'un même circuit qu'il s'agit de mesurer (entrée et sortie du composant). On parle de mesure d'affaiblissement ou de gain lorsqu'on considère uniquement le rapport des amplitudes. La mesure du déphasage fait appel à un pont interférométrique (sect. 7.4).

Le chapitre 7 est complété par une section consacrée aux techniques particulières de mesure des cavités (sect. 7.5), et à la mesure du facteur de bruit (sect. 7.6).

## 7.1.2 Définition : mesure comparative

Par mesure comparative, on entend la détermination du rapport des amplitudes ou des phases de deux signaux *apparaissant dans un même circuit*. Aucun des deux signaux n'est connu avec précision. Cette définition fait le pendant de celle de mesure du signal, où on s'intéresse spécifiquement aux caractéristiques de ce seul signal (fréquence, puissance, chap. 5).

## 7.1.3 Exemple

Il est possible de mesurer séparément chaque signal et de prendre ensuite le rapport. Par exemple, on détermine les amplitudes des deux signaux par des mesures de puissance. Les valeurs suivantes sont obtenues, tenant compte des principales causes d'erreur

$$P_1 = 10 \pm 1,2 \quad \text{mW} \quad (7.1)$$

$$P_2 = 9 \pm 1,1 \quad \text{mW} \quad (7.2)$$

La différence et le quotient valent alors respectivement

$$P_1 - P_2 = 1 \pm 2,3 \quad \text{mW} \quad (7.3)$$

$$P_2/P_1 = 0,9 \begin{matrix} + 0,248 \\ - 0,195 \end{matrix} \quad 1 \quad (7.4)$$

L'erreur relative résultante est manifestement inacceptable : dans le cas présent, qui est à peine exagéré, on ne sait même pas lequel des deux signaux est le plus grand. Cet effet est d'ailleurs caractéristique de toutes les situations où l'on prend la différence entre deux grands nombres.

#### 7.1.4 Conclusion

Une augmentation de la précision de la mesure de puissance n'est pas une solution pratique : elle entraîne une augmentation du coût, du temps de mesure, etc. On n'effectue donc pas une mesure comparative au moyen de deux mesures du signal (sauf cas exceptionnel).

Des méthodes spécifiques de mesures comparatives ont été mises au point. On combine le plus souvent les deux signaux, en vue de mesurer respectivement leur somme, leur différence, ou encore une autre combinaison linéaire des deux. Par exemple, dans un pont, on cherche à obtenir un zéro en ajustant affaiblissement et phase pour que des signaux de même amplitude et de signe opposé se compensent. L'affaiblissement et le déphasage correspondants sont alors relevés.

#### 7.1.5 Détecteur

L'élément fondamental utilisé dans toutes les mesures comparatives est le détecteur à diode. Il s'agit d'un redresseur à semiconducteur, spécialement conçu pour fonctionner en hyperfréquences, c'est-à-dire ayant un faible temps de transit des porteurs et une faible capacité parasite. On fait en général usage de jonctions métal-semiconducteur (sect. VII.3.6 et VII.3.7), ainsi que de jonctions p-n dans des semiconducteurs fortement dopés (diodes inverses, § VII.3.3.1).

La surface de la jonction est petite, de façon à *réduire la capacité parasite*. Les diodes à pointe permettent des dimensions particulièrement réduites, au prix toutefois d'une grande fragilité (fig. 7.1). Les procédés planar permettent la réalisation de

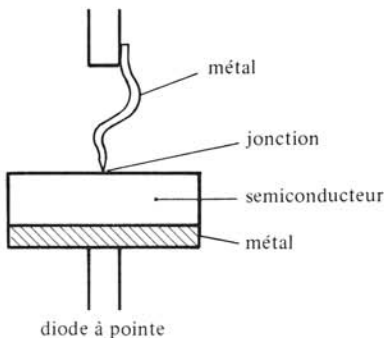


Fig. 7.1 Diode à pointe (fortement agrandie, sans le boîtier).

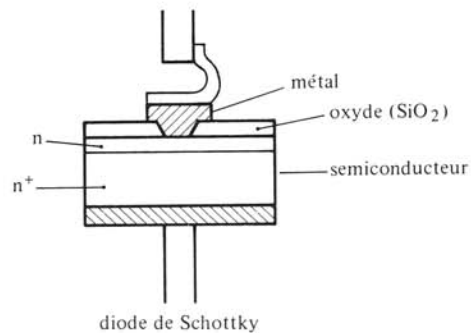


Fig. 7.2 Diode de Schottky (fortement agrandie, sans le boîtier).

jonctions de faibles dimensions, plus robustes, dans le cas des diodes de Schottky (fig. 7.2) [140].

Il existe de nombreux types de diodes destinées à des bandes de fréquences, des puissances et des applications différentes. Les mêmes types de diodes sont employés dans les mélangeurs (§ 5.3.14).

### 7.1.6 Principe de fonctionnement : détecteur quadratique

Dans une jonction, la relation courant-tension pour de petits niveaux de signal a la forme

$$I = I_s [\exp(\alpha U) - 1] = I_s \left[ \alpha U + \frac{(\alpha U)^2}{2!} + \frac{(\alpha U)^3}{3!} + \dots \right] \quad \text{A} \quad (5.7)$$

On applique à cette jonction une tension sinusoïdale  $U = U_1 \sin(\omega t)$  et on trouve dans le développement de (5.7) une composante continue, due aux termes pairs du développement

$$I_c = I_s \left[ \frac{(\alpha U_1)^2}{4} + \frac{(\alpha U_1)^4}{64} + \frac{(\alpha U_1)^6}{2304} + \dots \right] \quad \text{A} \quad (7.5)$$

Seul le terme en  $U_1^2$  a une amplitude significative. Le courant qui traverse la diode a également des composantes alternatives aux pulsations  $\omega, 2\omega, \dots, n\omega, \dots$

La diode est représentée par un schéma équivalent, dans lequel apparaissent d'une part la source de courant de la jonction (5.7), d'autre part les capacités parasites du boîtier  $C_b$  et du connecteur  $C_c$ , l'inductance série du connecteur  $L_c$  et la résistance série  $R_s$  du substrat semiconducteur (fig. 7.3).

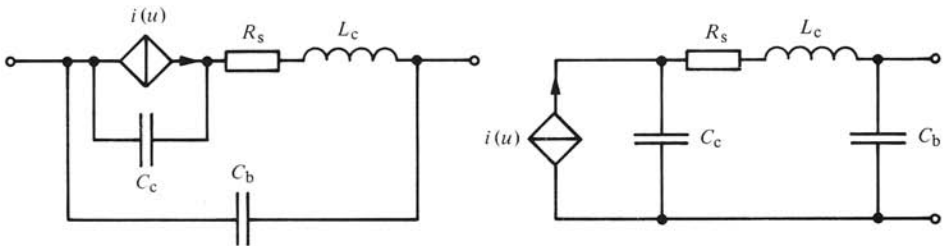


Fig. 7.3 Schéma équivalent d'un détecteur à diode.

Ce schéma équivalent est celui d'un filtre passe-bas, qui élimine les composantes alternatives : seule la composante continue apparaît aux bornes du détecteur.

Le courant est proportionnel au carré de la tension aux bornes de la diode, et donc à la puissance du signal hyperfréquences. On parle de *détecteur quadratique* : les appareils de mesure sont calibrés en tenant compte de cette caractéristique.

### 7.1.7 Limitation

Pour un signal incident de niveau élevé, la relation (5.7), dérivée pour des petits signaux, n'est pas applicable. La caractéristique tend à se saturer, et le courant devient proportionnel à la tension (zone linéaire). Le passage de la zone quadratique à la

zone linéaire dépend du modèle de diode employé, de sa polarisation et de la résistance de charge connectée à la diode. Il est recommandé de vérifier, au début de chaque mesure, si le détecteur fonctionne effectivement dans la zone quadratique de sa caractéristique. Si tel n'est pas le cas, il faut soit réduire le niveau de signal avec un affaiblisseur (§ 6.3.3 à 6.3.9), soit calibrer l'appareil de mesure de façon à utiliser le détecteur en fonctionnement non quadratique [141]. Dans ce dernier cas, il ne s'agit plus d'une mesure comparative, puisque le calibrage dépend du niveau de puissance du signal.

### 7.1.8 Modulation par ondes carrées

Lorsqu'on effectue des mesures à une fréquence fixe, on module en général le signal hyperfréquences par une onde carrée (fig. 7.4). La fréquence de modulation couramment employée est de 1 kHz. On augmente ainsi la sensibilité de la mesure : le signal d'enveloppe détecté passe par un filtre à bande étroite qui réduit le bruit (§ 7.6.1). On évite aussi les problèmes de dérive des amplificateurs à courant continu [142].

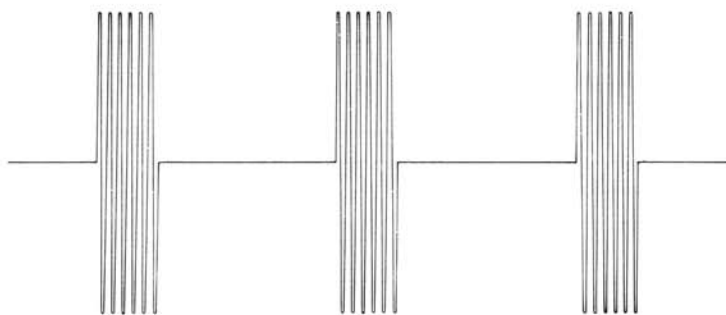


Fig. 7.4 Signal hyperfréquences modulé par ondes carrées.

## 7.2 MESURE DE RÉFLEXION : LIGNE FENDUE

### 7.2.1 Tension sur une ligne

On connecte une ligne de transmission à l'accès  $i$  du composant dont on veut mesurer la réflexion. Chacun des autres accès est terminé par une charge adaptée ( $a_j = 0$ ,  $j \neq i$ , fig. 7.5).

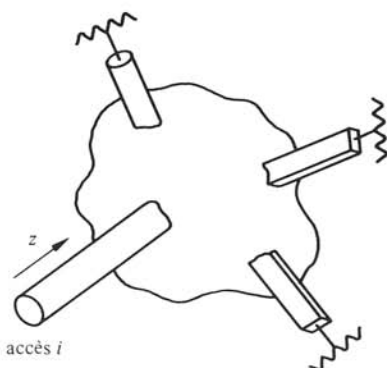


Fig. 7.5 Composant connecté pour la mesure de  $s_{ii}$ .



La tension sur la ligne  $i$ , représentée avec les amplitudes complexes normalisées (§ 6.1.7), vaut dans le plan de référence (6.3)

$$\underline{U}_i = \sqrt{Z_{ci}} (\underline{a}_i + \underline{b}_i) = \sqrt{Z_{ci}} \underline{a}_i (1 + \underline{s}_{ii}) \quad \text{V} \quad (7.6)$$

On suppose ici que le composant est passif et donc que  $|\underline{s}_{ii}| \leq 1$ . En se déplaçant le long de la ligne, on obtient (§ 6.1.26)

$$\underline{U}_i(z) = \sqrt{Z_{ci}} \underline{a}_i(z) [1 + \underline{s}_{ii} \exp(2j\beta_i z)] \quad \text{V} \quad (7.7)$$

L'amplitude de la tension est alors donnée par (§ III.8.6.2)

$$\begin{aligned} |\underline{U}_i(z)| &= \sqrt{Z_{ci}} |\underline{a}_i(z)| \sqrt{[1 + |\underline{s}_{ii}| \cos(\varphi + 2\beta_i z)]^2 + |\underline{s}_{ii}|^2 \sin^2(\varphi + 2\beta_i z)} \\ &= \sqrt{Z_{ci}} |\underline{a}_i(z)| \sqrt{1 + |\underline{s}_{ii}|^2 + 2|\underline{s}_{ii}| \cos(\varphi + 2\beta_i z)} \end{aligned} \quad \text{V} \quad (7.8)$$

où on a posé

$$\underline{s}_{ii} = |\underline{s}_{ii}| \exp(j\varphi) \quad 1 \quad (7.9)$$

La variation de tension est représentée à la figure 7.6.

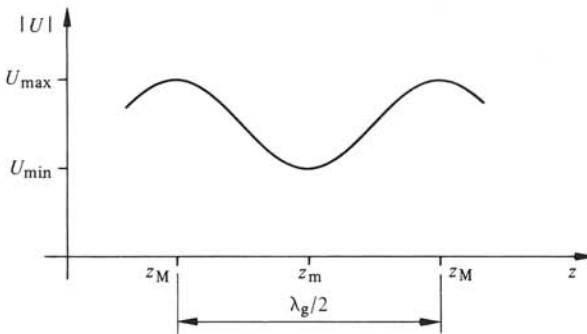


Fig. 7.6 Amplitude de la tension sur une ligne de transmission terminée par une charge non adaptée.

### 7.2.2 Rapport d'onde stationnaire, ROS, VSWR

La tension le long de la ligne présente des extréma lorsque  $\cos(\varphi + 2\beta z) = \pm 1$

$$U_{\max} = \sqrt{Z_{ci}} |\underline{a}_i| (1 + |\underline{s}_{ii}|) \quad \text{en } \varphi + 2\beta z_M = 2n\pi \quad \text{V} \quad (7.10)$$

$$U_{\min} = \sqrt{Z_{ci}} |\underline{a}_i| (1 - |\underline{s}_{ii}|) \quad \text{en } \varphi + 2\beta z_m = (2n + 1)\pi \quad \text{V} \quad (7.11)$$

Le quotient des deux valeurs extrêmes de la tension est appelé *rapport d'onde stationnaire* ou *ROS* et désigné par  $s$ , en anglais Voltage Standing Wave Ratio : *VSWR*

$$s = \frac{1 + |\underline{s}_{ii}|}{1 - |\underline{s}_{ii}|} \quad 1 \leq s \leq \infty \quad 1 \quad (7.12)$$

Le module du terme diagonal de la matrice de répartition  $\underline{s}_{ii}$  est obtenu à partir du rapport d'onde stationnaire par

$$|s_{ii}| = \frac{s-1}{s+1} \quad 1 \quad (7.13)$$

Dans certains pays (Grande-Bretagne) le rapport d'onde stationnaire est défini par le rapport  $U_{\min}/U_{\max}$ .

### 7.2.3 Remarque

Pour déterminer  $|s_{ii}|$  par la mesure du ROS, on peut faire varier soit  $z$ , soit  $\beta$ , ou encore tous les deux. Dans le premier cas, on emploie une sonde mobile permettant de déterminer localement la tension sur la ligne (§ 7.2.4 à § 7.2.15). La seconde méthode emploie une ou plusieurs sondes fixes. On fait alors varier la fréquence (balayage) et par conséquent  $\beta$  (§ 7.2.16).

### 7.2.4 Ligne fendue en guide d'ondes

Dans un guide d'ondes rectangulaire propageant le mode dominant  $TE_{10}$ , le courant de surface au milieu des parois larges est purement longitudinal (§ 2.3.12). On peut usiner une fente dans le sens longitudinal sans couper de ligne de courant, et donc sans perturber de façon appréciable la structure des champs électromagnétiques à l'intérieur du guide (fig. 7.7).

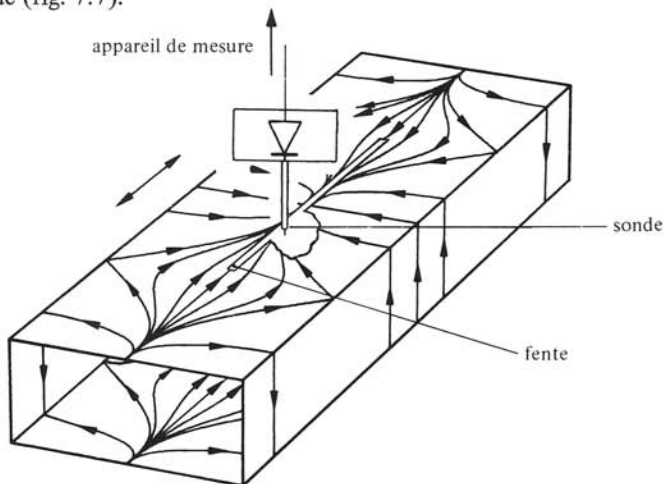


Fig. 7.7 Ligne fendue en guide d'ondes.

Une sonde capacitive (§ 3.6.3) introduite dans la fente prélève un signal proportionnel au champ électrique transverse et donc à  $\underline{U}_i(z)$ . La sonde est connectée à un détecteur à diode (§ 7.1.5) et à un instrument de mesure. On détermine ainsi le rapport d'onde stationnaire ROS et la position des extrema  $z_m$  et  $z_M$ . La phase  $\varphi$  (§ 7.2.9) et la longueur d'onde de guide  $\lambda_g$  (§ 5.2.9) peuvent alors être calculées [109, 143].

### 7.2.5 Mode de fente

La modification des conditions aux limites, produite par le découpage de la fente, permet la propagation d'un nouveau mode, le mode de fente (fig. 7.8).

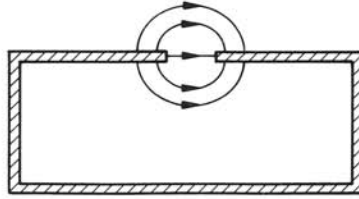


Fig. 7.8 Mode de fente.

C'est le mode fondamental de la ligne à fente (§ 2.11.18). Ce mode est en principe orthogonal au mode dominant  $TE_{10}$ ; il peut néanmoins être excité par des dissymétries, notamment aux extrémités de la fente. Comme ce mode a une vitesse de propagation différente de celle du mode  $TE_{10}$ , sa présence donne lieu à des battements, qui rendent toute mesure impossible. Il faut donc empêcher l'excitation de ce mode. Dans ce but, on entoure l'extrémité de la sonde de matériau résistif, qui affaiblit le mode de fente sans affecter le mode dominant (suppresseur de mode).

### 7.2.6 Ligne fendue pour guide coaxial

Dans les systèmes en ligne coaxiale, on insère, au moyen de transitions à faible réflexion, une section de ligne à ruban à conducteur central circulaire (fig. 7.9). Comme il s'agit d'une structure ouverte, il est aisé d'introduire une sonde capacitive pour mesurer la réflexion.

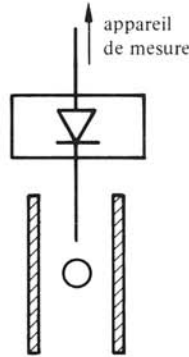


Fig. 7.9 Coupe d'une ligne fendue en structure à ruban, utilisée dans les systèmes en guide coaxial.

### 7.2.7 Précaution à prendre

Afin de ne pas perturber les champs, ce qui provoquerait une erreur de mesure, la sonde doit pénétrer le moins possible dans la ligne fendue. Le signal capté doit cependant rester mesurable. En présence de très faibles amplitudes, une technique particulière peut être employée (§ 7.2.13).

### 7.2.8 Remarque

La ligne fendue forme un triporte *presque adapté* à deux accès (§ 6.4.6). Il n'est pas possible d'adapter le troisième accès : des précautions doivent donc être prises pour éviter des réflexions multiples entre la sonde et le détecteur.

### 7.2.9 Mesure de la phase

La phase  $\varphi$  de la réflexion  $\underline{s}_{ii}$  est définie dans un plan de référence, *qui doit être spécifié*. Pour mesurer la phase, on détermine la position  $z_m$  d'un minimum de tension sur la ligne fendue connectée au composant à mesurer. On peut en principe mesurer la distance entre ce minimum et le plan de référence, puis calculer  $\varphi$  à l'aide de (7.11). Cette distance n'est toutefois pas mesurable de façon précise. On la détermine par une *mesure indirecte* en plaçant un court-circuit dans le plan de référence. On mesure alors la position  $z_c$  d'un minimum de tension dans la ligne (fig. 7.10).

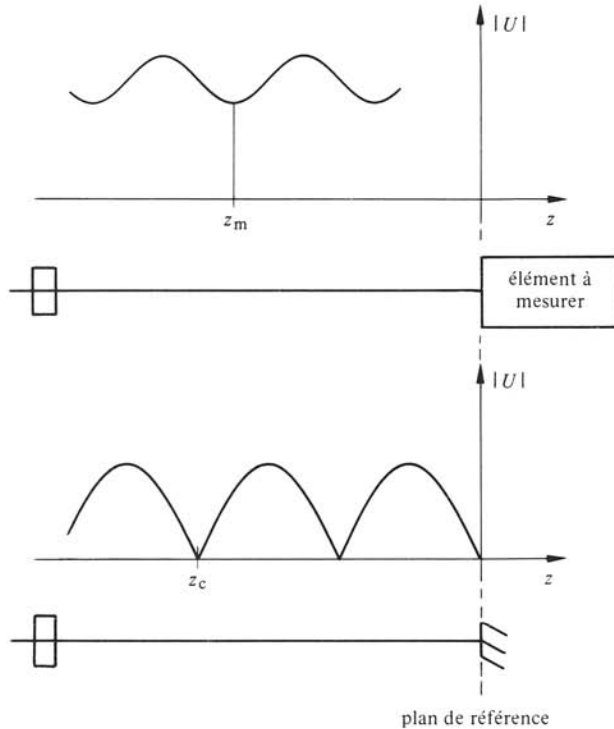


Fig. 7.10 Mesure de la phase du facteur de réflexion.

On sait que le minimum en  $z_c$  correspond à  $\varphi = \pi$ , et donc par (7.11)

$$\pi + 2\beta z_c = (2n + 1)\pi \quad \text{rad} \quad (7.14)$$

et par conséquent

$$\beta z_c = n\pi \quad \text{rad} \quad (7.15)$$

La valeur de  $\varphi$  est alors déterminée à l'aide de (7.11)

$$\varphi = 2\beta(z_c - z_m) + (2n + 1)\pi = 4\pi(z_c - z_m)/\lambda_g + \pi \pm 2n\pi \quad \text{rad} \quad (7.16)$$

La phase est toujours définie à  $n$  périodes près ( $\pm 2n\pi$ ). En pratique, on choisit  $n$  de façon à avoir  $-\pi \leq \varphi \leq \pi$  (valeur principale).

### 7.2.10 Remarque : sens de $z$

La direction de l'axe  $z$  a été définie à la figure 6.1 : la valeur de  $z$  croît lorsqu'on s'approche du composant. Or, dans un banc de mesure, la graduation de la ligne fendue (distance à partir de l'extrémité de la ligne) est souvent disposée dans la direction opposée. Si tel est le cas, il faut changer le signe des  $z$  dans (7.16). Il est donc très important, en effectuant des mesures, de bien déterminer quelle est la disposition géométrique de la ligne par rapport au composant.

### ■ 7.2.11 Rappel : Abaque de Smith

Les mesures de réflexion sont souvent effectuées dans le cadre d'un processus *d'adaptation*, qui vise à réduire au maximum l'amplitude de l'onde réfléchie. La solution graphique du problème est obtenue à l'aide de l'*abaque de Smith* (§ III.8.6.3 à III.8.6.9). Cet abaque est une bijection du plan des impédances normalisées sur le plan du facteur de réflexion. Il permet de déterminer graphiquement la valeur de l'impédance ou de l'admittance d'entrée d'un composant quand on connaît  $s_{ii}$  (fig. 7.11).

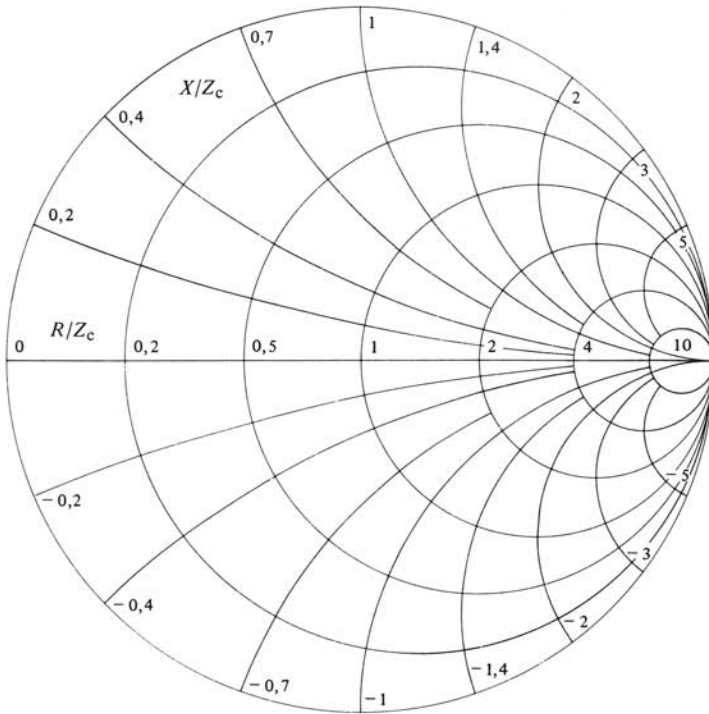


Fig. 7.11 Abaque de Smith.

Les résultats de mesures à la ligne fendue peuvent être reportés directement sur l'abaque. Les abaques à disposition dans le commerce possèdent une graduation associée en ROS et une graduation angulaire en phase. Toutefois, la position angulaire sur l'abaque peut être déterminée plus directement en fraction de longueur d'onde. Cette frac-

tion est donnée par

$$\varphi_{\lambda Z} = (z_c - z_m)/\lambda_g \pm n/2 = \varphi/4\pi - 1/4 \quad 1 \quad (7.17)$$

à reporter sur l'échelle intérieure de l'abaque des impédances.

Lorsqu'on fait usage de l'abaque des admittances, il faut ajouter une rotation d'un demi-tour de l'abaque (§ III.8.6.6). On a dans ce cas

$$\varphi_{\lambda Y} = \varphi_{\lambda Z} + 1/4 = (z_c - z_m)/\lambda_g + 1/4 \pm n/2 \quad 1 \quad (7.18)$$

### 7.2.12 Rappel : adaptation au sens des lignes

Les principales méthodes d'adaptation sont décrites à la section III.8.7 et dans divers ouvrages spécialisés [87, 144]. En hyperfréquences, on utilise surtout des susceptances connectées en parallèle pour l'adaptation (fig. 7.12). Ces susceptances sont produites par des obstacles minces en guide d'ondes (§ 6.3.15 à 6.3.20) ou des bras de réactance en ligne microruban (§ 6.3.23).

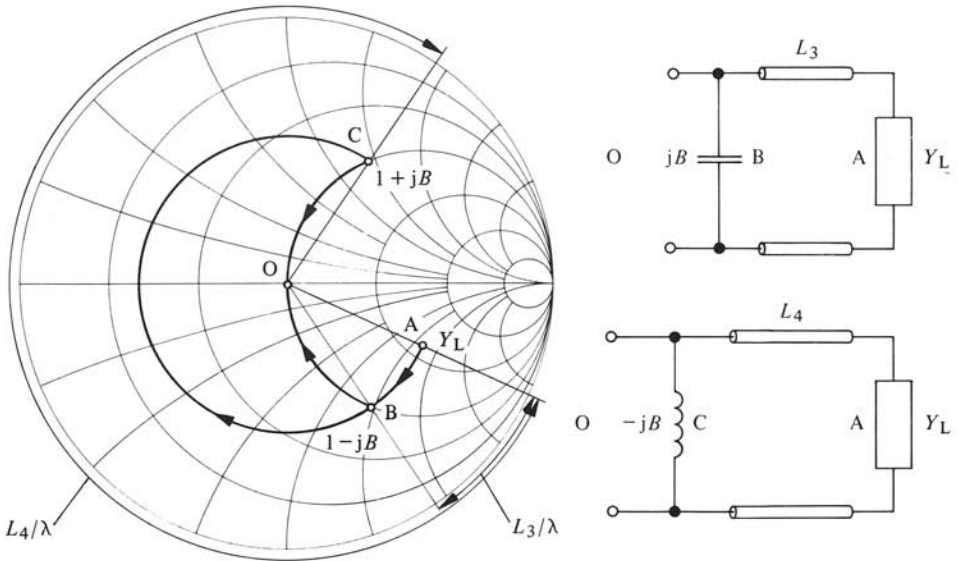


Fig. 7.12 Adaptation à une fréquence au moyen d'une susceptance parallèle.

Le long de la ligne, il existe certaines positions particulières où la partie réelle de l'admittance  $\underline{Y}_t(z)$  est égale à l'admittance caractéristique  $Y_c$  de la ligne. En introduisant à l'un de ces endroits une susceptance, on peut adapter la charge, c'est-à-dire supprimer l'onde réfléchie.

La vis d'accord mobile (§ 6.3.21) permet d'effectuer cette adaptation de façon expérimentale. On modifie la profondeur de pénétration et la position de la vis, puis on mesure le ROS et, par approximations successives, on réalise l'adaptation. Une procédure similaire est suivie avec l'adaptateur E-H (§ 6.5.28), dont le schéma équivalent est un circuit en T à éléments réactifs (§ III.8.6.8).

### 7.2.13 Mesure de valeurs élevées du ROS

Pour des réflexions importantes (charge réactive), le ROS devient très grand et ne peut plus être déterminé directement par la mesure du rapport  $U_{\max}/U_{\min}$ , suite aux limitations dynamiques du système de mesure. Comme la mesure de  $U_{\max}$  doit rester dans la zone quadratique du détecteur (§ 7.1.7), celle de  $U_{\min}$  peut être située dans le niveau de bruit, où il n'est pas possible de faire de mesure précise.

Une autre méthode de mesure a été mise au point pour cette situation : elle ne considère que le voisinage immédiat du minimum (fig. 7.13).

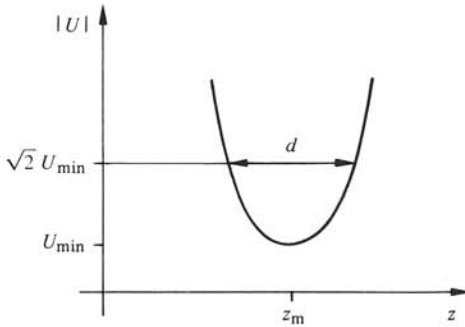


Fig. 7.13 Mesure de valeurs élevées du ROS.

Comme le champ électrique est presque nul à cet endroit, on peut enfoncer profondément la sonde dans le guide d'ondes sans perturber les champs. On mesure la valeur minimum de la tension  $U_{\min}$  et la largeur  $d$  entre les deux points pour lesquels  $|U| = \sqrt{2} U_{\min}$  (courant double du minimum dans un détecteur quadratique, points à 3 dB). La valeur du ROS est alors donnée par [111]

$$s = \sqrt{1 + \frac{1}{\sin^2(\pi d/\lambda_g)}} \cong \frac{\lambda_g}{\pi d} \quad (7.19)$$

### 7.2.14 Cause d'erreur : ROS résiduel

Les légères irrégularités mécaniques et les désadaptations aux extrémités de la zone de mesure (fente ou ligne à ruban) entraînent une valeur résiduelle du ROS, qui ne dépasse pas 1,01 pour une ligne fendue de bonne qualité. L'erreur sur  $|s_{11}|$  est alors inférieure à 0,005.

### 7.2.15 Séquence des mesures

La mesure de la réflexion à l'aide d'une ligne fendue s'effectue selon la séquence suivante :

- accord du générateur à la fréquence de mesure;
- déplacement (manuel) de la sonde à la position du maximum;
- ajustage (manuel) de l'appareil de mesure en bout d'échelle;
- déplacement (manuel) de la sonde à la position du minimum;

- lecture du ROS sur l'appareil. Les appareils de mesure pour hyperfréquences disposent d'une échelle directement graduée en ROS;
- détermination de la position du minimum, mesure sur l'échelle de la ligne fendue;
- mesure du minimum avec le court-circuit dans le plan de référence;
- calculs;
- répétition des mesures aux autres fréquences.

Comme on peut le constater, cette mesure nécessite une manutention importante et ne permet pas un contrôle continu de la réflexion. En particulier, elle se prête mal aux processus d'adaptation expérimentale par vis d'accord mobile (§ 6.3.21) ou adaptateur E-H (§ 6.5.28).

### 7.2.16 Réponse d'une sonde fixe

Un détecteur connecté à une sonde fixe, située à une distance  $L$  du plan de référence, produit un courant (7.8)

$$I_c \sim 1 + \underline{|s_{ii}|}^2 + 2 \underline{|s_{ii}|} \cos(\varphi + 2\beta L) \quad A \quad (7.20)$$

Un balayage en fréquence produit d'une part une variation de  $\underline{|s_{ii}|}$  et de  $\varphi$ , qui est lente pour des composants non résonnants, d'autre part une variation de  $\beta$ . Si la ligne est longue ( $L \gg \lambda$ ), le dernier terme varie rapidement avec la fréquence du signal. Il est possible de séparer ce terme à l'aide d'un filtre passe-haut et d'observer sa trace à l'oscilloscope. L'amplitude  $\underline{|s_{ii}|}$  correspond directement aux enveloppes de la courbe; l'information de phase est plus difficile à extraire [145].

L'emploi du battement entre ondes incidente et réfléchie d'un signal à fréquence variable est à la base du radar à glissement de fréquence (§ 8.1.10).

On peut aussi employer deux sondes fixes décalées le long de la ligne, en vue d'éliminer les termes à variation lente de (7.20) [146]. Dans ce cas, on obtient une modulation d'amplitude supplémentaire difficile à compenser.

Par la grande précision qu'il permet d'obtenir, ce principe de mesure est fort attrayant, en particulier pour de faibles valeurs de  $\underline{|s_{ii}|}$ . Son principal inconvénient est de nécessiter des longueurs de ligne importantes (plusieurs mètres), ce qui réduit grandement son intérêt pratique.

### 7.2.17 Balayage de fréquence

On peut faire varier simultanément la fréquence et la position de la sonde (ligne fendue), en enregistrant le signal détecté sur un oscilloscope à rémanence ou une table traçante (fig. 7.14).

On obtient une famille de courbes : une trace pour chaque position de la sonde. Les enveloppes correspondent respectivement à  $U_{\max}$  et à  $U_{\min}$ ; on obtient la valeur du ROS en prenant leur quotient. L'emploi d'une échelle logarithmique permet de simplifier ce dernier calcul : le ROS dépend directement de l'espacement entre les deux enveloppes [147].



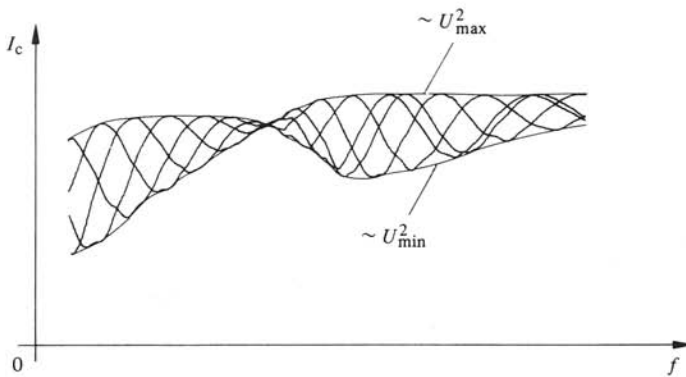


Fig. 7.14 Réponse d'une ligne fendue en balayage de fréquence.

### 7.3 RÉFLECTOMÉTRIE

#### 7.3.1 Principe de base

La *réflectométrie* utilise un ou deux coupleurs directifs (sect. 6.5) pour séparer le signal incident du signal réfléchi. La comparaison des deux signaux donne le facteur de réflexion. Cette méthode permet une mesure rapide de la réflexion, qui est toutefois entachée d'erreurs produites par la directivité limitée des coupleurs. Ces erreurs peuvent être compensées ou corrigées.

#### ■ 7.3.2 Réflectomètre à un coupleur

Un coupleur directif, dont un accès est terminé par une charge adaptée, est connecté à l'accès  $i$  du composant dont on veut mesurer la réflexion (fig. 7.15). Tous les autres accès du composant sont terminés par des charges adaptées ( $a_j = 0, j \neq i$ ). L'appareil de mesure connecté à l'accès 3 du coupleur doit également être adapté.

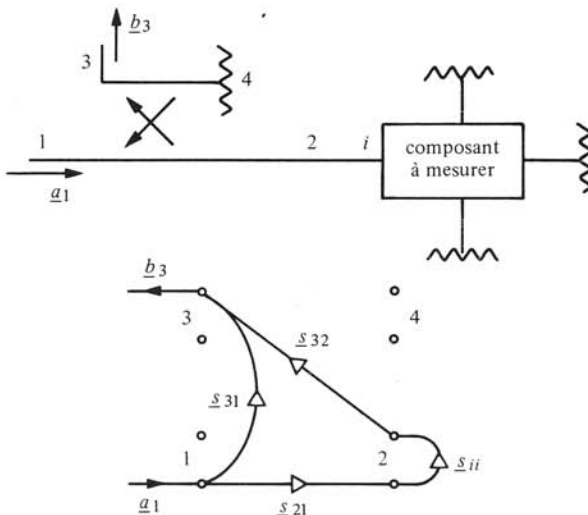


Fig. 7.15 Réflectomètre à un coupleur.

Seules les branches correspondant à la mesure en réflectométrie sont représentées sur le graphe orienté de la figure 7.15. Le signal sortant de l'accès 3 du coupleur est donné par

$$\underline{b}_3 = a_1 (\underline{s}_{21} \underline{s}_{ii} \underline{s}_{32} + \underline{s}_{31}) \quad W^{1/2} \quad (7.21)$$

où  $\underline{s}_{ii}$  est le facteur de réflexion à mesurer,  $\underline{s}_{21}$ ,  $\underline{s}_{32}$ ,  $\underline{s}_{31}$  étant respectivement les fonctions de transfert du coupleur (supposé adapté).

Remplaçant le composant à mesurer par un court-circuit dans le plan de référence, on obtient à l'accès 3

$$\underline{b}_{3c} = a_1 (-\underline{s}_{21} \underline{s}_{32} + \underline{s}_{31}) \quad W^{1/2} \quad (7.22)$$

On élimine  $a_1$  en prenant le quotient des deux relations

$$\frac{\underline{b}_3}{\underline{b}_{3c}} = \frac{\underline{s}_{21} \underline{s}_{ii} \underline{s}_{32} + \underline{s}_{31}}{-\underline{s}_{21} \underline{s}_{32} + \underline{s}_{31}} \quad 1 \quad (7.23)$$

Pour un coupleur idéal (à directivité infinie),  $\underline{s}_{31} = 0$  et le quotient donne directement

$$\frac{\underline{b}_3}{\underline{b}_{3c}} = -\underline{s}_{ii} \quad 1 \quad (7.24)$$

Pour un coupleur réel, le terme  $\underline{s}_{31}$  est petit mais non négligeable dans le numérateur de (7.23), surtout si  $\underline{s}_{ii}$  est petit. Au dénominateur, comme  $\underline{s}_{31} \ll \underline{s}_{21} \underline{s}_{32}$  pour des coupleurs de bonne qualité, on peut au contraire négliger ce terme en première approximation, ce qui donne

$$\frac{\underline{b}_3}{\underline{b}_{3c}} \cong -\underline{s}_{ii} - \frac{\underline{s}_{31}}{\underline{s}_{21} \underline{s}_{32}} \quad 1 \quad (7.25)$$

Toutefois, comme les mesures de  $\underline{b}_3$  et de  $\underline{b}_{3c}$  sont effectuées séquentiellement, seul le module de ces termes est connu, mais non pas leur argument. L'amplitude de  $\underline{s}_{ii}$  est de ce fait située entre deux bornes

$$\left| \frac{\underline{b}_3}{\underline{b}_{3c}} \right| - \left| \frac{\underline{s}_{31}}{\underline{s}_{21} \underline{s}_{32}} \right| \leq |\underline{s}_{ii}| \leq \left| \frac{\underline{b}_3}{\underline{b}_{3c}} \right| + \left| \frac{\underline{s}_{31}}{\underline{s}_{21} \underline{s}_{32}} \right| \quad 1 \quad (7.26)$$

### 7.3.3 Etendue de l'incertitude

Pour un faible couplage (valeur élevée de  $LC$  en dB), on a  $\underline{s}_{21} \cong 1$ . Le terme d'erreur restant  $|\underline{s}_{31}/\underline{s}_{32}|$  est celui qui apparaît dans la définition de la directivité (§ 6.5.15). Les bornes de l'erreur sont donc directement liées à la directivité du coupleur (tab. 7.16).

En guide d'ondes, la directivité d'un coupleur à réseau d'ouvertures disponible dans le commerce est de l'ordre de 40 dB. L'erreur résultante est dans ce cas supérieure d'un facteur deux à celle obtenue en employant une ligne fendue. Pour obtenir une précision similaire, il faut au moins 46 dB de directivité. Des coupleurs de haute précision, ayant une directivité de 50-60 dB, permettent une mesure plus exacte [125].

En ligne coaxiale, la directivité des coupleurs est nettement plus faible (20-30 dB), par suite notamment de la moins bonne adaptation des connecteurs.

**Tableau 7.16** Borne de l'erreur due à la directivité.

Directivité LD/dB	$ s_{31}/s_{32} $
10	0,3162
20	0,1
30	0,03162
40	0,01
50	0,003162
60	0,001
$\infty$	0

### 7.3.4 Amélioration de la directivité

Lorsqu'on fait des mesures à une fréquence unique, on peut augmenter la directivité en plaçant un adaptateur entre le coupleur et l'élément à mesurer (fig. 7.15). Cet élément produit une réflexion fixe, qui sert à compenser le terme d'erreur  $s_{31}$ . L'adaptateur est ajusté à l'aide d'une charge adaptée mobile.

### 7.3.5 Correction de l'erreur

L'erreur produite par la directivité finie du coupleur peut être corrigée en introduisant une section de ligne de précision entre le coupleur et le composant à mesurer [148]. On peut ainsi séparer le signal réfléchi du signal parasite en considérant les battements entre les deux signaux en balayage de fréquence (fig. 7.17).

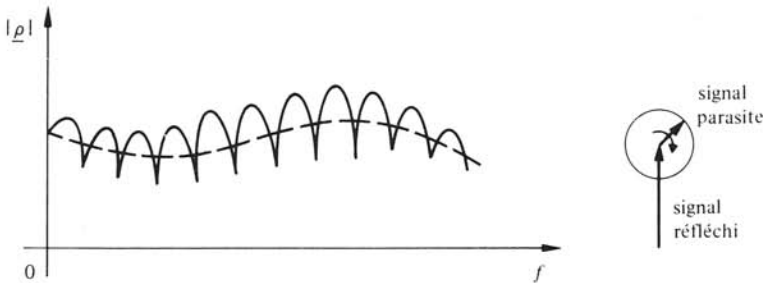


Fig. 7.17 Principe de la correction de l'erreur due à la directivité.

### 7.3.6 Intérêt de la méthode

Malgré l'erreur inhérente due au coupleur, la réflectométrie présente un grand intérêt pratique, en particulier pour l'adaptation des composants. On l'emploie le plus souvent en balayage de fréquence. La réflexion en fonction de la fréquence est affichée sur un écran d'oscilloscope ou sur une table traçante (fig. 7.18). On fait usage d'un court-circuit fixe (§ 6.2.3) et d'un affaiblisseur variable de précision (§ 6.3.7) pour calibrer le système de mesure.

Les limites de l'erreur, données par le tableau 7.16, peuvent être reportées sur le diagramme. On peut ainsi déterminer immédiatement si un composant satisfait à une spécification de réflexion maximum, et détecter les anomalies (résonances, etc) qui

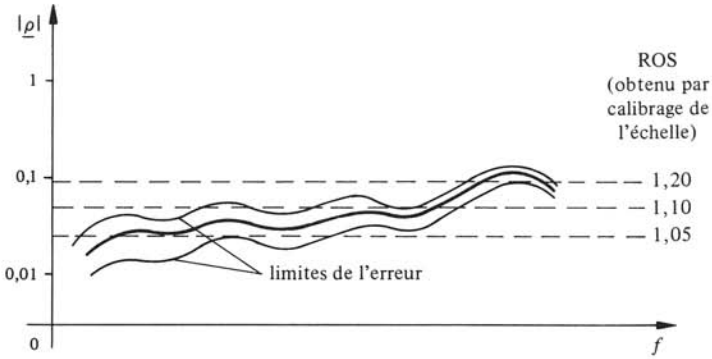


Fig. 7.18 Réflexion en fonction de la fréquence.

échappent à une mesure point par point. On peut aussi repérer les points critiques (maxima de réflexion) en vue d'effectuer une mesure plus précise à ces fréquences particulières.

7.3.7 Condition : générateur stable

Pour mener à bien des mesures précises en réflectométrie à un coupleur, il faut disposer d'un générateur stable en puissance et en fréquence : le signal ne doit pas fluctuer entre le calibrage et les mesures. Il est recommandé de répéter mesures et calibrage afin de détecter la présence éventuelle d'instabilités et d'évaluer l'erreur commise.

7.3.8 Limitation

Le réflectomètre à un coupleur ne permet pas de déterminer la *phase* du signal réfléchi.

7.3.9 Réflectomètre à deux coupleurs

Le réflectomètre complet, à deux coupleurs, avec dispositifs d'adaptation, est représenté schématiquement à la figure 7.19.

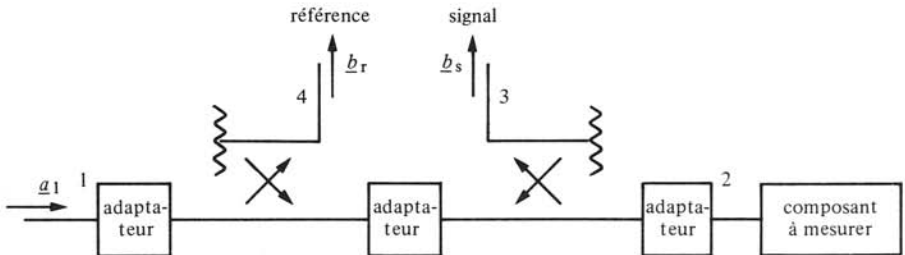


Fig. 7.19 Réflectomètre à deux coupleurs.

L'analyse du réflectomètre donne la relation suivante [149]

$$\frac{b_s}{b_r} = \frac{A s_{ii} + B}{C s_{ii} + D} \tag{7.27}$$

avec

$$\underline{A} = \underline{s}_{21} \underline{s}_{32} - \underline{s}_{31} \underline{s}_{22} \quad 1 \quad (7.28)$$

$$\underline{B} = \underline{s}_{31} \quad 1 \quad (7.29)$$

$$\underline{C} = \underline{s}_{21} \underline{s}_{42} - \underline{s}_{41} \underline{s}_{22} \quad 1 \quad (7.30)$$

$$\underline{D} = \underline{s}_{41} \quad 1 \quad (7.31)$$

Les adaptateurs permettent de supprimer les termes indésirables ( $\underline{B}$  et  $\underline{C}$ ) provenant de la directivité limitée des deux coupleurs. Une procédure d'adaptation, pour emploi à une fréquence fixe, a été mise au point au National Bureau of Standards (Boulder, Colorado, USA) permettant d'obtenir des très grandes précisions, à la limite entre 2,6 et 18 GHz

$$\pm (0,00013 + 0,0032 |s_{ii}|) \quad 1 \quad (7.32)$$

Le réflectomètre produit deux signaux,  $\underline{b}_s$  et  $\underline{b}_r$ , qu'il s'agit de comparer, analyser ou employer pour contrôler le générateur. Plusieurs possibilités existent :

- utiliser le signal  $\underline{b}_r$  pour stabiliser le générateur (contre-réaction). La mesure se fait alors avec un seul coupleur (§ 7.3.2). On n'obtient pas d'information de phase;
- prendre le quotient des amplitudes (ratio-meter). Dans ce cas également, on ne mesure pas la phase;
- compléter le réflectomètre par un pont interférométrique en hyperfréquences (§ 7.3.10);
- effectuer un changement de fréquence (§ 5.3.4) des deux signaux et poursuivre leur étude (quotient, déphasage) en basse fréquence par des moyens électroniques (§ 7.3.11);
- combiner les deux signaux dans un hexaporte (sect. 6.6) et déterminer quotient et déphasage à partir de quatre signaux détectés (§ 7.3.13 à 7.3.15).

### 7.3.10 Pont interférométrique

On connecte aux accès 3 et 4 du réflectomètre respectivement un déphaseur variable (§ 6.3.12) et un affaiblisseur variable (§ 6.3.7), puis on combine les signaux résultants dans une jonction en T hybride (fig. 7.20). Lorsque les deux signaux arrivant

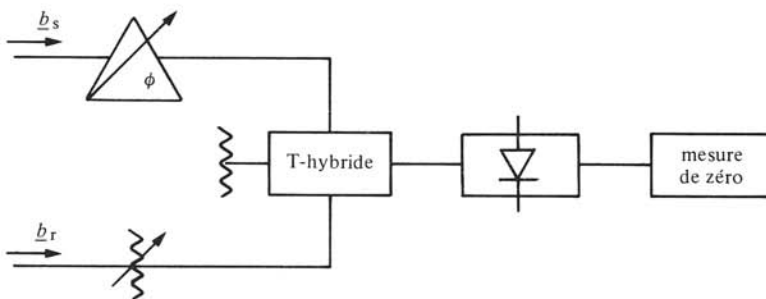


Fig. 7.20 Pont interférométrique complétant le réflectomètre de la figure 7.19.

sur le T hybride sont identiques (amplitude et phase), aucun signal ne sort de la branche différence. Connaissant les valeurs de déphasage et d'affaiblissement nécessaires à obtenir ce résultat, on trouve la valeur du quotient complexe  $\underline{b}_s/\underline{b}_r$  et, à l'aide de (7.27), on obtient  $\underline{s}_{ii}$ .

Il faut tenir compte de l'affaiblissement produit par le déphaseur et du déphasage produit par l'affaiblisseur qui ne sont pas négligeables. On doit donc calibrer ces deux appareils.

### 7.3.11 Analyseur de réseau

Dans l'*analyseur de réseau*, les signaux hyperfréquences dans les deux canaux sont remplacés par des signaux de fréquence plus basse. Le changement de fréquence, qui conserve les relations d'amplitude et de phase des signaux, est effectué par mélange (§ 5.3.4) ou par échantillonnage (§ 5.9.3). Des signaux de *fréquence fixe* sont obtenus; on les analyse par des moyens électroniques analogues ou digitaux [143, 150]. La figure 7.21 présente le schéma de principe d'un analyseur de réseau.

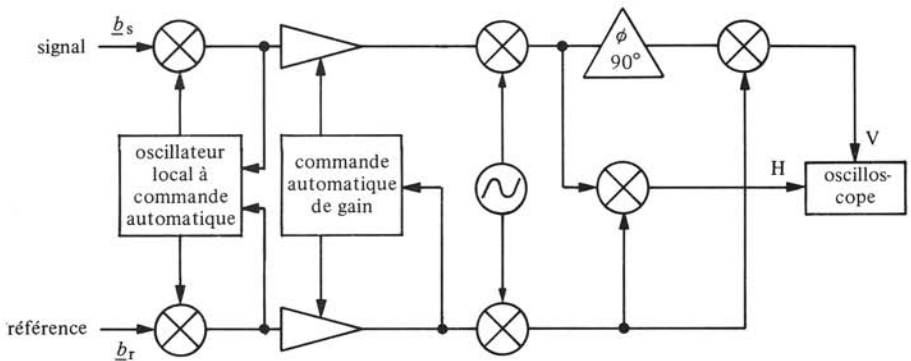


Fig. 7.21 Analyseur de réseau.

Supposons que le réflectomètre a été calibré de façon à ce que le quotient complexe  $\underline{b}_s/\underline{b}_r$  soit exactement égal au facteur de réflexion

$$\frac{\underline{b}_s}{\underline{b}_r} = \underline{\rho} = |\underline{\rho}| \exp(j\varphi) \quad 1 \quad (7.33)$$

La séquence de fonctionnement se présente comme suit :

- deux unités d'échantillonnage effectuent un premier changement de fréquence. Les signaux hyperfréquences de fréquence variable sont remplacés par des signaux à fréquence intermédiaire fixe (par exemple 20 MHz), présentant les mêmes rapports d'amplitude et de phase que les signaux d'origine;
- deux amplificateurs variables avec boucle de réglage contrôlée par la branche de référence normalisent les signaux. On a à la sortie des amplificateurs : dans la branche de référence

$$U_r(t) = U_0 \cos(\omega_{IF} t) \quad V \quad (7.34)$$

dans la branche de signal

$$U_s(t) = U_0 |\underline{\rho}| \cos(\omega_{IF} t + \varphi) \quad V \quad (7.35)$$

où  $\omega_{IF}$  est la pulsation intermédiaire fixe;

- un second changement de fréquence est effectué, à l'aide de mélangeurs et d'un oscillateur local, produisant des signaux à basse fréquence (environ 300 kHz). Les rapports d'amplitude et de phase sont conservés (7.34 et 7.35);
- le signal et la référence sont appliqués à un mélangeur, donnant le signal différence  $|\underline{\rho}| \cos \varphi$ ;
- le signal est déphasé de  $90^\circ$ , puis mélangé à la référence, donnant le signal  $|\underline{\rho}| \sin \varphi$ ;
- en appliquant ces deux signaux à un oscilloscope, on obtient sur l'écran la représentation dans le plan complexe de  $\underline{\rho}$  (Abaque de Smith, § 7.2.11);
- on peut également prendre le quotient des deux signaux et obtenir  $\tan \varphi$ ;
- on peut également redresser les signaux basse fréquence et obtenir  $|\underline{\rho}|$ .

Lorsque le rapport  $\underline{b}_s/\underline{b}_r$  ne vaut pas exactement  $\underline{\rho}$ , il est possible de compenser des différences d'amplitude et de phase (changement du plan de référence) au moyen d'affaiblisseurs et de déphaseurs calibrés dans la partie basse fréquence de l'appareil.

De plus, l'analyseur peut être couplé à un ordinateur qui corrige les erreurs introduites par les coupleurs. Une procédure de calibrage, utilisant des court-circuits mobiles et des charges adaptées mobiles, permet de déterminer les constantes  $\underline{A}$ ,  $\underline{B}$ ,  $\underline{C}$  et  $\underline{D}$  de (7.27) en fonction de la fréquence et de les mémoriser. Une fois effectuée la mesure de  $\underline{b}_s/\underline{b}_r$ , la valeur exacte de  $\underline{s}_{ii}$  est extraite à l'aide de (7.27).

### 7.3.12 Remarque

Les analyseurs de réseau sont des appareils extrêmement pratiques, d'un usage relativement facile, qui permettent la détermination rapide et continue des paramètres à mesurer. Leur coût est cependant élevé, suite à l'appareillage sophistiqué et délicat dont ils font usage. Ce sont donc typiquement des appareils spécialisés de laboratoire.

### 7.3.13 Mesure avec un hexaporte

Une méthode plus récemment mise au point combine linéairement les signaux hyperfréquences dans deux canaux (référence et signal). Les signaux composites ainsi obtenus sont redressés au moyen de détecteurs à diode (§ 7.1.5). A partir de quatre mesures d'amplitude, on peut retrouver les rapports entre les signaux originaux (amplitude et phase).

### 7.3.14 Emploi d'un hexaporte idéal

Une réalisation d'hexaporte idéal est présentée à la figure 6.51. On applique respectivement les signaux  $\underline{b}_s$  et  $\underline{b}_r$  fournis par le réflectomètre de la figure 7.19 aux entrées 1 et 2 de l'hexaporte. Les quatre signaux qui apparaissent alors aux sorties 3 à 6 sont proportionnels à la somme, à la différence et à la combinaison en quadrature des signaux originaux. Détectant ces quatre signaux, on obtient la composante continue du

courant dans chacune des diodes

$$I_3 \sim |\underline{b}_s + \underline{b}_r|^2 = |\underline{b}_s|^2 + |\underline{b}_r|^2 + 2 |\underline{b}_s \underline{b}_r| \cos \theta \quad \text{W} \quad (7.36)$$

$$I_4 \sim |\underline{b}_s + j \underline{b}_r|^2 = |\underline{b}_s|^2 + |\underline{b}_r|^2 - 2 |\underline{b}_s \underline{b}_r| \sin \theta \quad \text{W} \quad (7.37)$$

$$I_5 \sim |\underline{b}_s - \underline{b}_r|^2 = |\underline{b}_s|^2 + |\underline{b}_r|^2 - 2 |\underline{b}_s \underline{b}_r| \cos \theta \quad \text{W} \quad (7.38)$$

$$I_6 \sim |\underline{b}_s - j \underline{b}_r|^2 = |\underline{b}_s|^2 + |\underline{b}_r|^2 + 2 |\underline{b}_s \underline{b}_r| \sin \theta \quad \text{W} \quad (7.39)$$

où  $\theta$  est le déphasage entre  $\underline{b}_s$  et  $\underline{b}_r$ .

Les rapports recherchés sont ensuite calculés. A partir des quatre relations (7.36) à (7.39), on trouve que

$$\theta = \arctan \left( \frac{I_6 - I_4}{I_3 - I_5} \right) \quad \text{rad} \quad (7.40)$$

$$\left| \frac{\underline{b}_s}{\underline{b}_r} \right| + \left| \frac{\underline{b}_r}{\underline{b}_s} \right| = \frac{2(I_3 + I_5)}{\sqrt{(I_6 - I_4)^2 + (I_3 - I_5)^2}} \quad 1 \quad (7.41)$$

La valeur de  $|\underline{b}_s/\underline{b}_r|$  est calculée à partir de (7.41). Cette équation a toutefois deux solutions possibles. Pour lever l'ambiguïté, il faut savoir lequel des deux termes est le plus grand.

On constate que si le dispositif hyperfréquences est relativement simple, ne comportant que des éléments passifs et des détecteurs, la complexité de la mesure est reportée, même dans le cas idéal, sur le traitement mathématique des valeurs mesurées. Bien que le principe de la mesure par hexaporte soit connu depuis longtemps, sa réalisation pratique n'est devenue intéressante qu'avec l'apparition des microprocesseurs.

On peut simplifier la mesure en ajoutant un coupleur et un détecteur pour déterminer directement l'amplitude de  $|\underline{b}_r|$ , ou celle de  $|\underline{b}_s|$ , ce qui facilite le calcul de  $|\underline{b}_s/\underline{b}_r|$  et élimine l'ambiguïté qui existe dans la relation (7.41). On a dans ce cas respectivement un heptaporte ou un octoporte. On obtient une certaine redondance due à une surabondance de mesures. Cela permet toutefois de vérifier l'exactitude des résultats obtenus et de détecter éventuellement des erreurs de mesure (détecteurs défectueux, etc).

### 7.3.15 Emploi d'un hexaporte réel

La situation se complique lorsqu'on a affaire à des composants réels, par opposition aux éléments idéaux du paragraphe précédent : les déphasages entre les accès ne valent plus exactement  $n \times \pi/2$  ( $n = 0, \dots, 3$ ), les affaiblissements sur les deux canaux ne sont plus identiques, des désadaptations inévitables donnent naissance à des boucles de contre-réaction, les réponses des détecteurs sont différentes. Il en résulte pratiquement que la relation (7.36) prend la forme plus générale

$$I_3 = K_3 |\underline{s}_{31} \underline{b}_s + \underline{s}_{32} \underline{b}_r|^2 = K_3 [ |\underline{s}_{31} \underline{b}_s|^2 + |\underline{s}_{32} \underline{b}_r|^2 + 2 |\underline{s}_{31} \underline{s}_{32} \underline{b}_s \underline{b}_r| \cos(\theta + \varphi_{31} - \varphi_{32}) ] \quad \text{A} \quad (7.42)$$

où  $K_3$  est le facteur de conversion du détecteur connecté à l'accès 3,  $\underline{s}_{31}$  et  $\underline{s}_{32}$  les fonc-



tions de transfert des accès 1 et 2 respectivement vers l'accès 3 de l'hexaporte,  $\varphi_{31}$  et  $\varphi_{32}$  leurs phases. Ces grandeurs peuvent être déterminées en appliquant des signaux connus aux accès 1 et 2 (calibrage de l'hexaporte).

On obtient des relations similaires pour les courants dans les trois autres détecteurs  $I_4$ ,  $I_5$  et  $I_6$ . Il n'est plus possible dans ce cas de donner une relation explicite pour  $\theta$  et pour  $|b_s/b_r|$ . On dispose de quatre équations transcendantes à résoudre et il faut chercher, par un processus d'optimisation, les valeurs de  $\theta$ ,  $b_s$  et  $b_r$  qui satisfont simultanément ces quatre équations [151]. Si les calculs sont exécutés suffisamment rapidement, cette méthode permet d'effectuer les mesures quasiment en continu (balayage de fréquence). Il faut toutefois disposer de capacités de mémoire adéquates pour stocker, à toutes les fréquences de mesure, les valeurs  $A B C D$  de (7.27), les quatre facteurs  $K_i$  de conversion des détecteurs et les huit fonctions de transfert de l'hexaporte.

### 7.3.16 Réflectomètre temporel, TDR

L'effet d'écho, qui est employé dans les radars à impulsions (§ 8.1.6), est obtenu en émettant une brève impulsion de signal et en analysant le signal reçu en retour. On fait usage du même principe dans le *réflectomètre temporel*, en anglais Time Domain Reflectometer ou *TDR*. Cet instrument détecte la présence de discontinuités dans un système hyperfréquences, les localise et détermine leur nature. Contrairement aux méthodes précédemment décrites, qui opèrent toutes en régime sinusoïdal entretenu, cette technique fait usage d'échelons unités ou d'impulsions.

### 7.3.17 Réflectomètre temporel en ligne bifilaire

Dans les systèmes formés de lignes à deux conducteurs, qui permettent la propagation sur une très grande bande de fréquences sans limite inférieure, on émet un échelon unité (§ IV.2.2.1) sur la ligne et on observe la tension à l'oscilloscope (fig. 7.22).

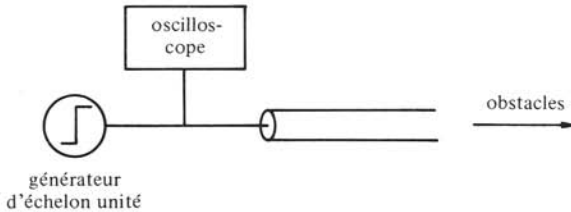


Fig. 7.22 Réflectomètre temporel.

Les discontinuités produisent des échos, qui apparaissent sur l'écran avec un retard (abscisse) correspondant à la durée du parcours aller et retour, et donc à la distance  $d$  jusqu'à l'obstacle, selon la relation

$$t = 2d/c = 2d\sqrt{\epsilon_r}/c_0 \quad \text{s} \quad (7.43)$$

où  $c_0$  est la vitesse de la lumière ( $\cong 3 \times 10^8$  m/s = 300 m/ $\mu$ s = 300 mm/ns = 0,3 mm/ps) et  $\epsilon_r$  la permittivité relative du milieu de propagation diélectrique remplissant la ligne. Dans une ligne à air ( $\epsilon_r \cong 1$ ), le facteur d'échelle vaut donc 6,66 ps/mm. Quand un système comporte plusieurs câbles à milieux diélectriques différents, chacune des sec-

tions a son propre facteur d'échelle. La précision de la localisation dépend du temps de montée de l'échelon unité.

La nature des discontinuités est déterminée par la forme de la tension observée à l'oscilloscope. Les courbes de réponse obtenues pour des charges ayant une composante réactive sont représentées à la figure 7.23.

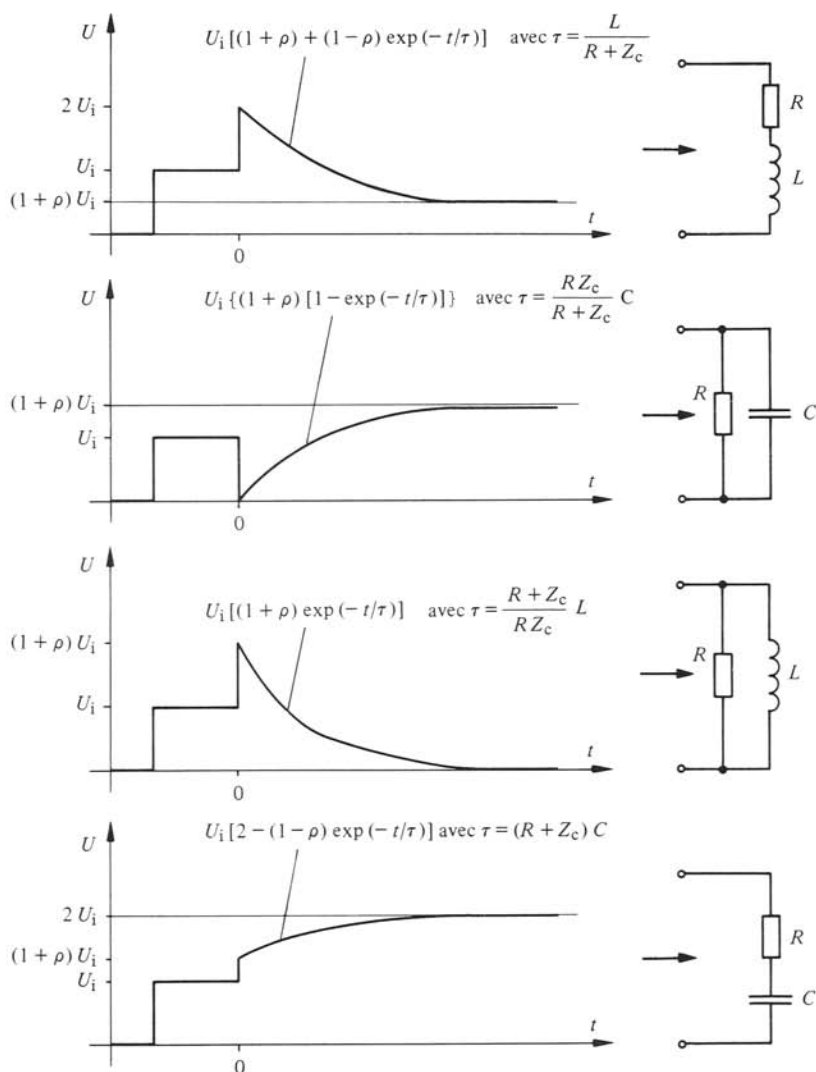


Fig. 7.23 Courbes observées à l'oscilloscope pour des impédances complexes de charge. Pour chaque cas,  $\rho = (R - Z_c)/(R + Z_c)$ .

On peut encore calculer le facteur de réflexion en fonction de la fréquence en prenant le rapport des transformées de Fourier des signaux émis et reçu [152].

Cette méthode n'est plus utilisable lorsqu'il y a interruption d'un des conducteurs, par exemple lors du passage à un système en guide d'ondes.

### 7.3.18 Réflectomètre temporel en guide d'ondes

Une méthode similaire permet l'étude de systèmes à bande limitée (guides d'ondes, etc). Elle fait usage dans ce but d'un signal hyperfréquences modulé par impulsions (fig. 5.22).

## 7.4 AFFAIBLISSEMENT ET DÉPHASAGE

### 7.4.1 Définition : Affaiblissement

Pour tout composant ayant deux accès ou plus, l'*affaiblissement* entre les accès  $i$  et  $j$  (en anglais : *attenuation*, insertion loss) est défini par le quotient des amplitudes du signal entrant en  $i$  et sortant de  $j$ . Les autres accès sont terminés par des charges adaptées. On définit le *niveau d'affaiblissement* (en dB) par

$$LA_{ji} = -20 \log |s_{ji}| \quad \text{dB} \quad (7.44)$$

Pour un composant à  $N$  accès, on définit  $N(N-1)/2$  affaiblissements s'il est réciproque,  $N(N-1)$  s'il est non réciproque. Les affaiblissements correspondent aux termes non diagonaux de la matrice de répartition. Par exemple, dans un coupleur directif, on définit respectivement l'affaiblissement (§ 6.5.10), le couplage (§ 6.5.11) et l'isolation (§ 6.5.14). Pour un isolateur, on parle d'affaiblissement (sens passant, § 6.3.10) et d'isolation (sens bloquant). Dans un amplificateur, on obtient un affaiblissement négatif, appelé gain ou amplification (chap. 4).

### 7.4.2 Mesure

On détermine l'affaiblissement en prenant le quotient des puissances mesurées avec et sans le composant dans le circuit. Le générateur et la charge sont adaptés au sens des lignes, tous les autres accès du composant sont terminés par des charges adaptées (fig. 7.24).

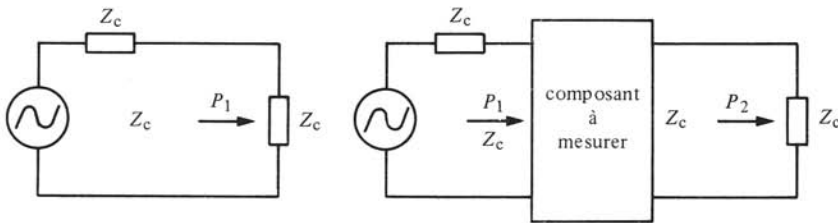


Fig. 7.24 Définition des puissances liées à l'affaiblissement.

On obtient alors l'affaiblissement à l'aide de

$$LA = -10 \log (P_2/P_1) \quad \text{dB} \quad (7.45)$$

Il faut noter que le composant que l'on mesure n'est pas forcément adapté. La diminution d'amplitude du signal est produite par :

- l'absorption d'énergie dans le composant (échauffement);
- la réflexion à l'entrée de l'élément (par exemple aux connexions).

### 7.4.3 Effet des désadaptations

Si le générateur et la charge (appareil de mesure) sont désadaptés, on obtient des réflexions multiples représentées par les graphes orientés de la figure 7.25.

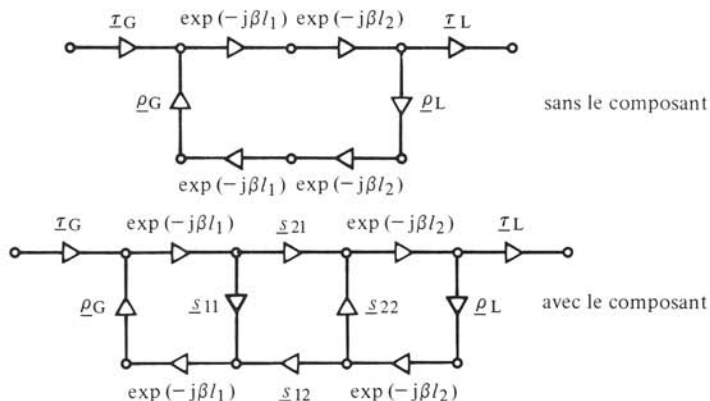


Fig. 7.25 Graphes orientés du système de mesure d'affaiblissement.

Le rapport des puissances mesurées avec et sans le composant est une fonction compliquée des quatre termes de la matrice de répartition, des facteurs de réflexion de la source, de la charge et des déphasages produits par les lignes [153]. Il y a donc intérêt à adapter le mieux possible la source et la charge pour effectuer des mesures précises

### 7.4.4 Principales méthodes de mesure

Les nombreuses méthodes existantes sont regroupées ici en quatre catégories [120]:

- mesure directe;
- mesures par substitution;
- mesure d'impédance;
- mesure en cavité résonnante.

### 7.4.5 Mesure directe

A l'aide d'un détecteur à diode et d'un appareil de mesure, on compare les niveaux de signal lorsque le composant à mesurer est inséré dans la ligne et lorsqu'il ne l'est pas, selon le schéma de la figure 7.24. En l'absence du composant, on ajuste l'amplification interne de l'appareil de mesure de façon à obtenir la déflexion maximum de l'aiguille. On introduit alors le composant et on mesure son affaiblissement sur l'échelle de l'appareil. Les appareils de mesures comparatives ont en général une échelle calibrée en dB.

### 7.4.6 Sources d'erreur

La mesure directe peut être entachée d'erreurs si les conditions qui suivent ne sont pas satisfaites :

- le détecteur utilisé doit être adapté à la ligne. Dans ce but, on place souvent un

affaiblisseur ou un isolateur devant le détecteur. Le premier réduit la sensibilité de la mesure, le second a l'inconvénient d'être souvent lourd et encombrant;

- le générateur doit être adapté à la ligne. Pour ce faire, on intercale un isolateur entre le générateur et le système de mesure;
- le détecteur doit fonctionner dans la zone quadratique de sa caractéristique (§ 7.1.7). Ceci limite la dynamique de mesure;
- les connexions doivent être reproduites de façon identique lors des différentes phases de la mesure;
- le signal doit rester stable durant toute la mesure. Comme celle-ci nécessite des manipulations qui prennent un certain temps, des fluctuations de l'amplitude ou de la fréquence du signal peuvent perturber la mesure. Il est donc recommandé de répéter la séquence de mesure deux à trois fois, afin de détecter les instabilités éventuelles et le cas échéant d'évaluer l'erreur résultante.

#### 7.4.7 Limitation dynamique

La précision de la mesure est directement liée à la caractéristique quadratique du détecteur. La méthode n'est donc utilisable que pour de faibles changements de niveau (environ 10 dB). L'emploi de bolomètres (§ 5.6.6), dont la caractéristique dynamique est plus étendue que celle des diodes, permet d'élargir la plage de mesure. On peut par ailleurs employer une diode hors de sa zone quadratique : ceci nécessite un calibrage supplémentaire et l'emploi d'un appareil de mesures à amplification constante. La mesure n'est alors plus simplement comparative, la procédure est plus compliquée.

#### 7.4.8 Mesures par substitution

On augmente la dynamique du système en ajoutant un affaiblisseur calibré dans la chaîne de mesure (§ 6.3.7). Le niveau d'affaiblissement est ajusté de manière à ce que la diode reçoive toujours un signal de même amplitude (fig. 7.26). Il n'est pas nécessaire que le détecteur soit quadratique, puisqu'il fonctionne à niveau constant.

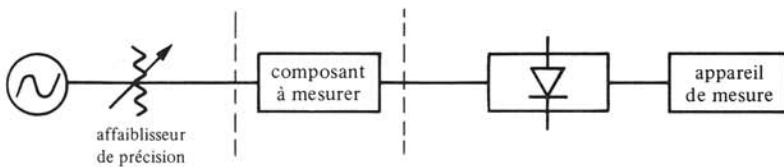


Fig. 7.26 Montage de mesure par substitution.

L'affaiblisseur variable de précision peut être introduit à différents endroits dans le montage de mesures :

- au niveau du signal hyperfréquences. Cette situation, représentée à la figure 7.26, est la plus courante dans les systèmes en guide d'ondes. On utilise un affaiblisseur à lame rotative, qui donne une précision de 1-2 % sur toute la bande de fréquence du guide. La plage de mesure est alors de 50 à 60 dB;
- au niveau de la fréquence intermédiaire. Dans les systèmes en lignes coaxiales, on ne dispose pas d'affaiblisseur calibré à large bande. On effectue alors un changement de fréquence (§ 5.3.4), qui fournit un signal à une fréquence in-

- termédiaire fixe. On utilise à ce niveau un affaiblisseur réactif à coupure (§ 6.3.8), qui permet aussi une plage de mesure de 50 à 60 dB environ;
- au niveau du signal de modulation (audio). On peut également agir après le détecteur, sur le signal modulé en onde carrée (§ 7.1.8), faisant usage d'un affaiblisseur électronique. Dans ce cas, cependant, le niveau du signal détecté varie et la limitation dynamique due à la zone quadratique reste valable.

#### 7.4.9 Mesures avec coupleurs

Les méthodes par substitution du paragraphe 7.4.8 font usage de mesures séquentielles, qui sont donc sensibles aux fluctuations du signal. On peut se libérer de cet effet en utilisant des coupleurs (fig. 7.27). La suite des mesures est similaire à la procédure employée en réflectométrie (§ 7.3.9 à 7.3.15). Le second coupleur permet dans une certaine mesure de compenser la réponse fréquentielle du premier coupleur. Il peut aussi être supprimé et le signal  $\underline{b}_s$  détecté à la sortie du composant lui-même.

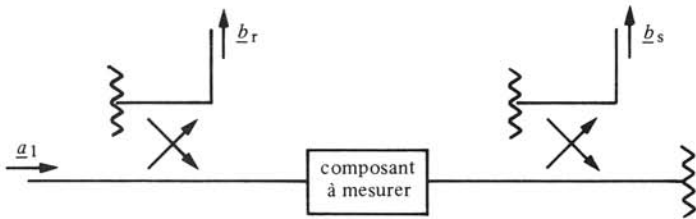


Fig. 7.27 Mesure de la transmission avec deux coupleurs.

Le quotient  $\underline{b}_s/\underline{b}_r$  est proportionnel au facteur de transfert du composant à mesurer. On détermine le facteur de proportionnalité par une mesure sans le composant. Par la suite, on effectue toujours des mesures simultanées de  $\underline{b}_s$  et de  $\underline{b}_r$  : toute fluctuation d'amplitude du signal d'entrée  $\underline{a}_1$  affecte simultanément les deux signaux sortants. Leur quotient reste donc constant.

La directivité finie des coupleurs ne produit dans ce cas pas d'erreur significative, sauf si le composant à mesurer est très mal adapté.

La mesure avec coupleurs associée à un pont interférométrique, un analyseur de réseau ou un hexaporte détermine l'affaiblissement et le déphasage du composant.

#### 7.4.10 Exemple : mesure d'antennes

Les antennes assurent la transition entre la propagation guidée (ligne ou guide d'ondes) et l'onde rayonnée (sect. III.7.2). En hyperfréquences, les antennes sont le plus souvent directionnelles. Elles émettent et réciproquement reçoivent un signal dans une direction particulière, déterminée par leur géométrie (§ 1.2.5). En concentrant le signal en un faisceau pointé vers le récepteur, on réduit la puissance émise nécessaire à assurer le transfert d'information. De plus, une antenne située en dehors du faisceau ne capte pas de signal, réduisant la diaphonie et le risque d'écoute non souhaitée. Par ailleurs, une antenne directionnelle ne capte que le bruit provenant de la direction de l'émetteur, ce qui améliore son rapport signal sur bruit (sect. 7.6). La directivité est une propriété indispensable pour les radars (sect. 8.1) et les applications en télécommunications (sect. 8.2).

Les mesures d'antennes sont typiquement des mesures d'affaiblissement : on désire connaître le quotient entre les puissances émise et reçue, d'une part lorsque les antennes sont pointées l'une vers l'autre (transfert maximum de puissance, gain maximum, § 7.4.11), d'autre part en fonction de l'orientation (diagramme de rayonnement, § 7.4.12) [154].

#### 7.4.11 Rappel : gain en puissance

On fournit à une antenne une puissance  $P_f$  (watts). Cette puissance se répartit dans l'espace entourant l'antenne. A une grande distance de l'antenne, la puissance rayonnée dans un angle solide  $d\Omega$  est donnée, faisant usage des coordonnées sphériques centrées sur l'antenne, par

$$P_{\Omega}(\theta, \varphi) \, d\Omega \qquad \qquad \qquad \text{W} \qquad \qquad \qquad (7.46)$$

Le *gain en puissance*  $G$  est défini par le rapport entre la puissance par angle solide  $P_{\Omega}$  rayonnée par l'antenne et celle d'un *radiateur isotrope* sans pertes, qui distribuerait la même puissance fournie de façon uniforme dans toutes les directions de l'espace

$$G(\theta, \varphi) = \frac{P_{\Omega}(\theta, \varphi)}{P_f/4\pi} \qquad \qquad \qquad 1 \qquad \qquad \qquad (7.47)$$

La notion de gain exprime le fait que l'antenne émet de façon non isotrope, c'est-à-dire concentre la puissance émise dans certaines directions particulières. Le gain maximum est défini par

$$G_M = \max[G(\theta, \varphi)] \qquad \qquad \qquad 1 \qquad \qquad \qquad (7.48)$$

#### 7.4.12 Rappel : diagramme de rayonnement

On reporte dans un diagramme polaire la fonction

$$r(\theta, \varphi) = G(\theta, \varphi)/G_M \qquad 0 \leq r \leq 1 \qquad \qquad \qquad 1 \qquad \qquad \qquad (7.49)$$

C'est le rapport entre la puissance rayonnée dans une direction et sa valeur maximale (fig. 7.28).

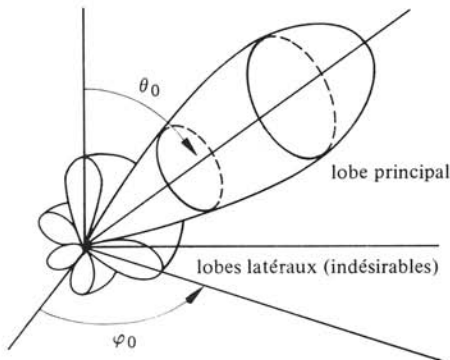


Fig. 7.28 Diagramme de rayonnement d'une antenne directive.

### 7.4.13 Principe de la mesure

Pour mesurer une antenne, il faut disposer d'au moins deux antennes ou, à la rigueur, d'une antenne et d'un réflecteur de propriétés connues. La distance choisie pour la mesure doit être suffisamment grande pour permettre d'extrapoler les résultats obtenus : on doit donc placer la seconde antenne dans le champ lointain de la première (§ III.7.1.2) dans lequel seuls les termes de rayonnement sont significatifs (décroissance des champs en  $1/r$ ). Dans le cas général d'une antenne dont la plus grande dimension vaut  $d$ , cette condition est approximativement remplie pour une distance entre antennes donnée par

$$L \geq 2d^2/\lambda \quad \text{m} \quad (7.50)$$

Par exemple, pour une antenne parabolique de 10m de diamètre fonctionnant à 10GHz ( $\lambda = 3\text{cm}$ ), les mesures devront être effectuées à une distance

$$L \geq 2(10)^2/0,03 = 6,66... \times 10^3 \quad \text{m} \quad (7.51)$$

Le montage de mesure est représenté à la figure 7.29.

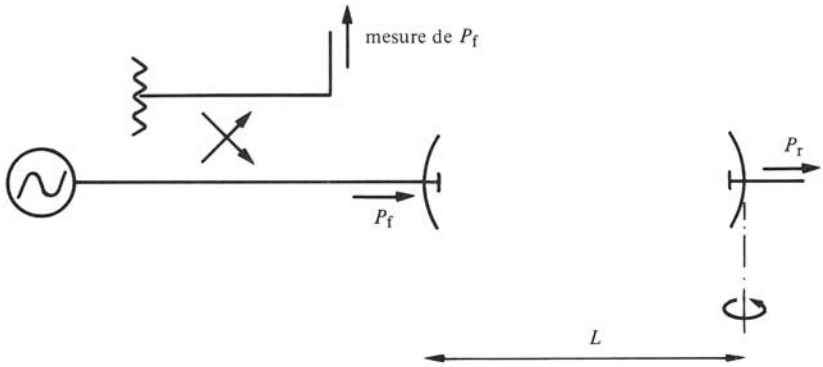


Fig. 7.29 Schéma de mesure d'antennes. L'antenne de réception est montée sur un dispositif permettant sa rotation.

On détermine le quotient de la puissance fournie à l'antenne d'émission par celle captée par l'antenne de réception. Le produit des gains des deux antennes est alors donné par la relation (III.7.28)

$$G_1 G_2 = \frac{P_r}{P_f} \left( \frac{4\pi L}{\lambda} \right)^2 \quad 1 \quad (7.52)$$

Pour déterminer le gain  $G_2$  de l'antenne à mesurer, il faut soit :

- connaître  $G_1$ , en employant une antenne préalablement calibrée;
- spécifier  $G_1 = G_2$ , en utilisant deux antennes identiques;
- effectuer trois mesures avec trois antennes différentes. On mesure ainsi les trois produits  $G_{ij} = G_i G_j$ ,  $i, j = 1, \dots, 3, i \neq j$  desquels on extrait

$$G_1 = \sqrt{\frac{G_{12} G_{13}}{G_{23}}}, \quad G_2 = \sqrt{\frac{G_{12} G_{23}}{G_{13}}}, \quad G_3 = \sqrt{\frac{G_{13} G_{23}}{G_{12}}} \quad 1 \quad (7.53)$$



Le diagramme de rayonnement est obtenu en variant le pointage de l'antenne mesurée. On la place sur une table tournante (fig. 7.29), ou sur un dispositif d'orientation en deux dimensions ( $\varphi, \theta$ ). Dans ce dernier cas, il est possible de mesurer la puissance rayonnée dans toutes les directions par l'antenne. Par intégration, on évalue la puissance totale émise, qui sert à calculer le rendement (§ III.7.2.2) et la directivité (§ III.7.2.3).

### 7.4.14 Mesure par réflexion

L'affaiblissement et le déphasage d'un *composant réciproque adapté* peuvent être déterminés par des mesures de réflexion (sect. 7.2 et 7.3). Un court-circuit fixe est connecté à la sortie du composant, on mesure à son entrée (fig. 7.30)

$$\underline{\rho} = \frac{b_1}{a_1} = s_{12}^2 \underline{\rho}_{cc} \cong -s_{12}^2 \tag{7.54}$$

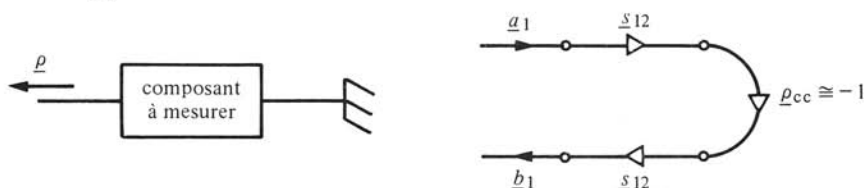


Fig. 7.30 Mesure de l'affaiblissement par réflexion.

On obtient alors respectivement l'affaiblissement et le déphasage

$$LA = -10 \log |\underline{\rho}| + 10 \log |\underline{\rho}_{cc}| \cong -10 \log |\underline{\rho}| \quad \text{dB} \tag{7.55}$$

$$\varphi = 1/2 \arg(\underline{\rho}) - 1/2 \arg(\underline{\rho}_{cc}) \pm n\pi \cong 1/2 \arg(\underline{\rho}) + \pi/2 \pm n\pi \quad \text{rad} \tag{7.56}$$

Seuls des composants réciproques et adaptés peuvent être mesurés de cette manière.

### 7.4.15 Généralisation : méthode de Deschamps

Les caractéristiques de composants réciproques non adaptés peuvent être déterminées par une méthode similaire, faisant usage d'un court-circuit mobile (§ 6.2.4). On modifie la phase  $\psi$  du signal qui entre au second accès (fig. 7.31) et on obtient ainsi, en supposant que le court-circuit est idéal (sans pertes)

$$\underline{\rho} = \frac{b_1}{a_1} = s_{11} + \frac{s_{12}^2 \exp(-j\psi)}{1 - s_{22} \exp(-j\psi)} \tag{7.57}$$

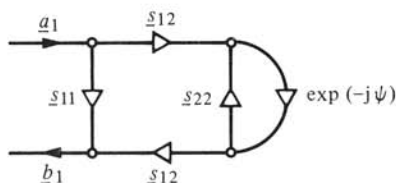


Fig. 7.31 Biporte terminé par un court-circuit mobile.

Cette relation est en fait une transformation conforme. Lorsqu'on fait varier  $\psi$ , le point correspondant dans le plan complexe de  $\rho$  (abaque de Smith) décrit un cercle. Les valeurs de  $\underline{s}_{11}$ ,  $\underline{s}_{12}$  et  $\underline{s}_{22}$  peuvent être extraites, soit au moyen d'une méthode graphique mise au point par Deschamps [155, 111], soit à l'aide d'un programme d'ordinateur [156].

#### 7.4.16 Mesure en cavité résonnante

Quand on doit mesurer un affaiblissement très petit, par exemple celui d'une section de guide d'ondes, on forme une cavité résonnante en plaçant le composant à mesurer entre deux court-circuits (fig. 7.32).

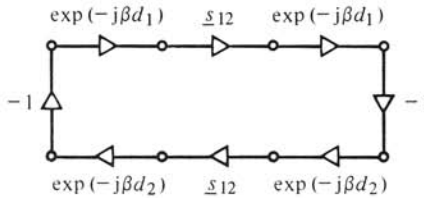


Fig. 7.32 Cavité résonnante comportant l'élément à mesurer.

On observe des résonances lorsque le déphasage total vaut  $2n\pi$

$$2\beta d_1 + 2\beta d_2 + 2 \arg(\underline{s}_{12}) = 2n\pi \quad \text{rad} \quad (7.58)$$

On mesure les fréquences de résonance, à partir desquelles on détermine le déphasage. L'affaiblissement est obtenu à l'aide du facteur de qualité (sect. 7.5). De même que la mesure par réflexion (§ 7.4.14), cette méthode ne présente un intérêt que pour des composants réciproques adaptés. Elle est limitée à certaines fréquences particulières, celles des résonances de la cavité.

#### ■ 7.4.17 Cas particulier : directivité d'un coupleur

L'isolation et la directivité d'un coupleur directif de bonne qualité (§ 6.5.14 et § 6.5.15) sont difficiles à déterminer en mesurant directement l'affaiblissement, du fait que :

- celui-ci est très grand et dépasse souvent la dynamique des appareils de mesure à disposition;
- les réflexions produites par la charge terminant le troisième accès perturbent la mesure. Le signal parasite peut être du même ordre de grandeur que le signal à mesurer.

On peut néanmoins effectuer des mesures précises de la directivité avec du matériel courant. On connecte à la sortie couplée une charge à réflexion ajustable : un adaptateur à vis d'accord mobile (§ 6.3.21) suivi d'une charge adaptée (fig. 7.33).

Le signal sortant de l'accès 3 est donné par (7.21) :

$$\underline{b}_3 = \underline{a}_1 [\underline{s}_{21} \underline{\rho} \underline{s}_{32} + \underline{s}_{31}] \quad W^{1/2} \quad (7.59)$$

On ajuste l'adaptateur de façon à annuler le signal sortant de l'accès 3, ce qui se produit lorsque

$$\underline{\rho} = -\underline{s}_{31} / (\underline{s}_{21} \underline{s}_{32}) \quad 1 \quad (7.60)$$

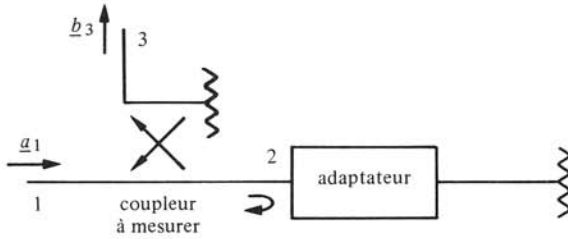


Fig. 7.33 Montage pour la mesure de la directivité.

On déconnecte alors l'adaptateur et la charge adaptée, en veillant à ne pas modifier l'ajustement et on détermine  $\rho$  par une mesure de réflexion, par exemple à la ligne fendue (sect. 7.2). Les termes de  $s_{21}$  et  $s_{32}$  sont déterminés par des mesures d'affaiblissement; on tire finalement  $s_{31}$  de (7.60).

#### 7.4.18 Remarques

Dans la majorité des cas on souhaite soit réduire, soit augmenter l'affaiblissement, pour les raisons suivantes :

- dans le *sens passant*, l'affaiblissement produit une réduction du signal qui atteint l'utilisateur potentiel. Il faut donc accroître en conséquence la puissance fournie par le générateur. Or, cette puissance coûte cher. Pour qu'un système soit rentable, il faut qu'il fonctionne bien avec la plus faible puissance possible;
- dans un système en haute puissance, les pertes produisent un échauffement appréciable du système. Il faut alors évacuer la chaleur produite (ventilateurs, circulation d'eau) ce qui complique la conception du système, ainsi que son opération. On souhaite donc réduire l'affaiblissement produit par l'absorption du signal;
- dans un système à faible puissance (récepteur), l'affaiblissement dégrade le rapport signal sur bruit (§ 7.6.8) et donc réduit la sensibilité;
- dans le *sens bloquant* (isolation) le signal résiduel qui traverse le composant donne lieu à une erreur, produit une diaphonie ou encore peut endommager des composants délicats. Il s'agit alors d'augmenter au maximum l'affaiblissement.

Il en résulte que dans de nombreuses applications, on ne cherche pas à connaître la valeur exacte de l'affaiblissement, mais seulement savoir si elle est inférieure (sens passant) ou supérieure (sens bloquant) à des bornes prescrites. Par exemple, dans le cas d'un isolateur, on demande que l'affaiblissement soit inférieur à 0,5 dB et l'isolation supérieure à 30 dB dans la bande de fréquences d'opération (gabarit, fig. 7.34).

Les mesures doivent déterminer si les caractéristiques satisfont aux conditions, c'est-à-dire si les courbes sont hors des zones hâchurées. Une mesure précise n'est nécessaire que lorsque l'affaiblissement du composant est proche de la valeur spécifiée.

Dans le cas du coupleur directif, on désire un affaiblissement minimal, une isolation maximale et un facteur de couplage aussi proche que possible de la valeur spécifiée. La valeur exacte de l'affaiblissement doit être déterminée pour tous les éléments servant à faire des mesures (affaiblisseurs, coupleurs, etc.).

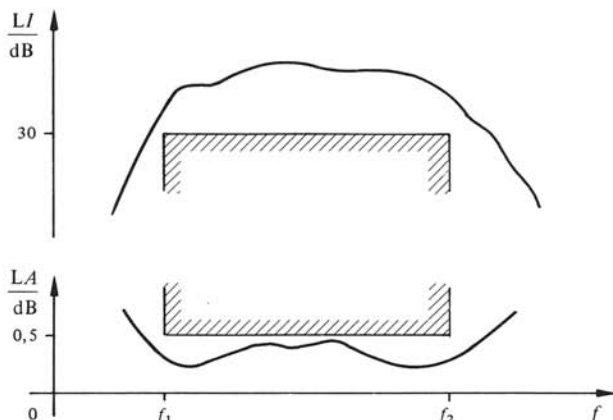


Fig. 7.34 Gabarit d'isolateur.

#### 7.4.19 Remarque : mesure du déphasage

Alors que la mesure d'affaiblissement est couramment effectuée en hyperfréquences, celle du déphasage est moins fréquente. Ce n'est que dans certaines situations particulières qu'on désire connaître le déphasage, notamment :

- en télécommunications, il faut que le déphasage varie linéairement avec la fréquence, faute de quoi le signal subit une distorsion de phase (§ III.6.2.5);
- on peut augmenter la capacité en puissance d'un système en plaçant des éléments identiques en parallèle, connectés au moyen de jonctions ou de coupleurs hybrides. Pour que les signaux s'additionnent effectivement à la sortie, il faut que les déphasages et les affaiblissements des deux branches soient aussi identiques que possible;
- les radars de surveillance utilisent des antennes à réseau (§ III.7.3.5) formées d'un assemblage d'éléments rayonnants fixes alimentés par des signaux de phase ajustable. Le faisceau émis peut alors être pointé électroniquement sans mouvement mécanique de l'antenne. Le déphasage du signal est réalisé par des déphaseurs, soit à diodes PIN (§ 6.8.5), soit à varactors (§ 6.8.6) soit encore à ferrite (§ 6.7.12).

## 7.5 MESURES DE CAVITÉS

### 7.5.1 Introduction

Pour chaque mode résonnant, une cavité est caractérisée par sa fréquence de résonance  $f_0$ , son facteur de qualité chargé  $Q_c$  et son (ou ses) facteur(s) de couplage  $\beta_c$  (chap. 3). La mesure de ces paramètres fait appel à des mesures comparatives : il s'agit de mesurer la réflexion, lorsqu'une cavité à un accès est connectée en bout de ligne, ou la transmission, pour des cavités à réaction ou à deux accès (fig. 5.2). Il faut de plus mesurer une ou plusieurs fréquences et, dans certaines méthodes, le temps de relaxation : on fait usage de mesures du signal (chap. 5). La mesure des cavités présente de ce fait un *caractère hybride* et nécessite des techniques particulières. La méthode de mesure la

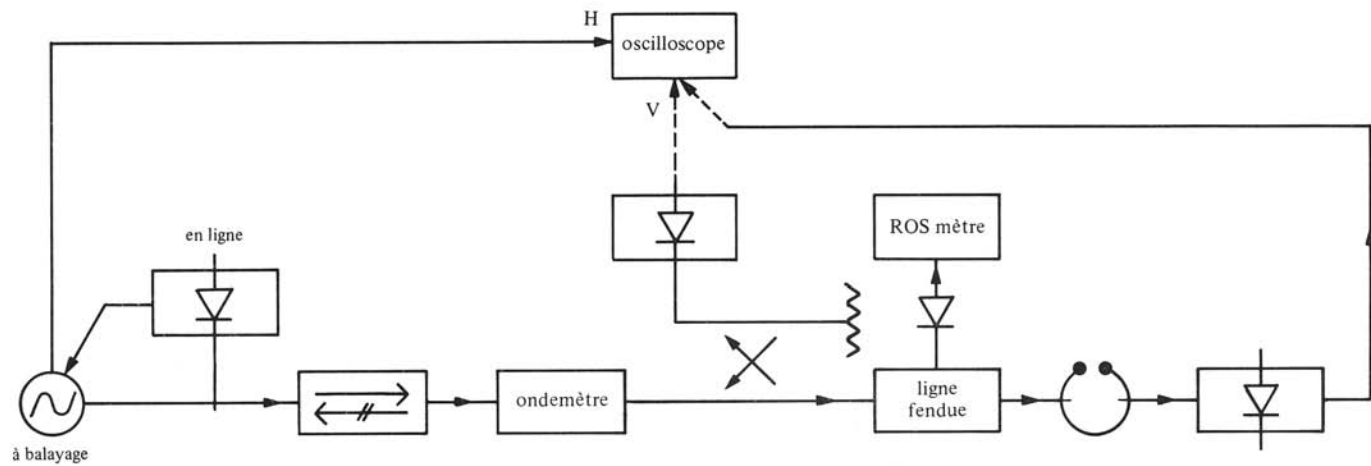


Fig. 7.35 Schéma de principe d'un montage de mesure de cavités.

plus courante, qui ne fait usage que du matériel standard de laboratoire, est décrite en premier (§ 7.5.2). Les paragraphes suivants donnent les grandes lignes de techniques plus élaborées, qui permettent dans certains cas une automatisation poussée des mesures.

### 7.5.2 Principe de la mesure

Le montage de mesure est représenté à la figure 7.35, respectivement pour une mesure en réflexion (coupleur directif) et en transmission.

Le signal hyperfréquences est fourni par un générateur à balayage de fréquence dont on ajuste la bande de manière à encadrer la résonance de la cavité. Une tension proportionnelle à la fréquence du signal est appliquée au balayage horizontal de l'oscilloscope, permettant d'observer le signal détecté en fonction de la fréquence (§ 5.9.2). Une partie du signal est détectée et sert au réglage automatique de niveau (§ 6.8.3). Un isolateur (§ 6.7.15) protège le générateur des réflexions : hors de la résonance, la cavité est une charge réactive. Un ondemètre sert à mesurer la fréquence (§ 5.2.1).

On détecte le signal réfléchi ou transmis par la cavité et on l'affiche sur l'écran de l'oscilloscope (fig. 7.36). Si le détecteur fonctionne dans sa zone quadratique, l'échelle verticale (linéaire) correspond directement à la puissance.

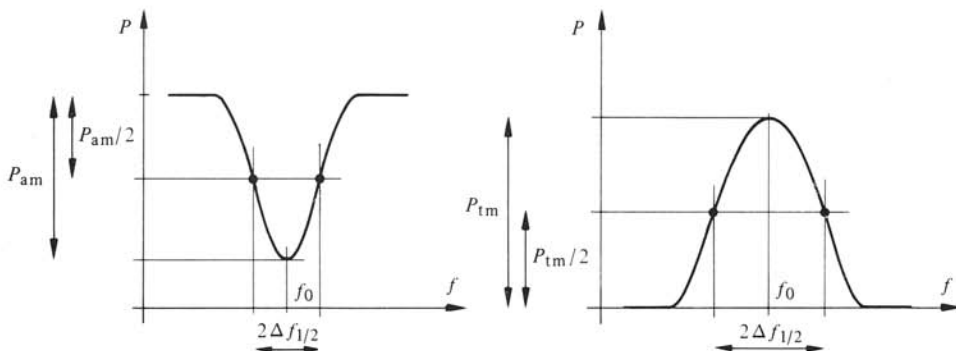


Fig. 7.36 Traces observées à l'oscilloscope.

L'ondemètre produit une échancrure étroite (dip) sur la trace observée à l'oscilloscope. On fait d'abord coïncider cette échancrure avec l'extremum de la courbe et on mesure la fréquence de résonance  $f_0$  avec l'ondemètre. Puis on place l'échancrure successivement sur les points à demi-puissance, de part et d'autre de la résonance. On déduit alors la valeur de  $\Delta f_{1/2}$ . On peut également étalonner en fréquence l'échelle de l'oscilloscope. Le *facteur de qualité chargé*  $Q_c$  est donné par

$$Q_c = f_0 / 2\Delta f_{1/2} \quad 1 \quad (3.101)$$

On peut également faire usage des marqueurs de fréquence du générateur à balayage, s'ils existent.

Pour une cavité en réflexion, on détermine le facteur de couplage  $\beta_c$  à l'aide des paragraphes 3.5.13 (rapport des puissances) et 3.5.14 (extrema à la ligne fendue). On peut ensuite déterminer  $Q_0$  à l'aide de (3.97). Pour une cavité faiblement couplée,  $Q_0 \cong Q_c$ .

### 7.5.3 Méthode dynamique

Si la cavité a de faibles pertes, et donc un facteur de qualité élevé, sa courbe de résonance est étroite. La largeur des marques produites par l'ondemètre ou le marqueur de fréquence peut être du même ordre de grandeur que la largeur de la résonance elle-même. Il devient difficile d'effectuer des mesures précises dans ces conditions.

On peut améliorer la mesure en employant une source de signal auxiliaire à fréquence réglable. Ce signal fixe est mélangé avec le signal à fréquence variable qui apparaît à la figure 7.35, puis appliqué à un filtre sélectif accordable (fig. 7.37), par exemple un récepteur calibré.

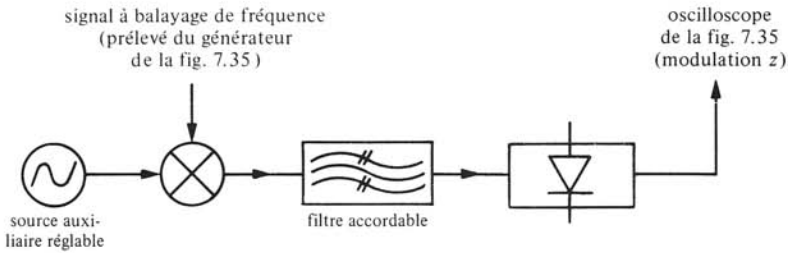


Fig. 7.37 Méthode dynamique : éléments additionnels.

Le signal sortant du filtre est détecté, puis utilisé pour intensifier localement le faisceau de l'oscilloscope. Il faut bien entendu que cette possibilité, appelée modulation  $z$ , soit disponible sur l'instrument utilisé. On obtient ainsi deux points brillants sur la courbe de réponse observée à l'oscilloscope. On positionne ces points en agissant sur la fréquence de la source auxiliaire et on ajuste leur écartement en accordant le filtre sélectif. Lorsque les deux points coïncident avec les points à demi-puissance (fig. 7.36), la fréquence de la source auxiliaire vaut  $f_0$  et le filtre sélectif est ajusté à  $\Delta f_{1/2}$ . La fréquence  $f_0$  est mesurée avec un compteur [113].

### 7.5.4 Remarque

Les méthodes décrites ci-dessus nécessitent plusieurs opérations délicates : il faut tour à tour régler des oscillateurs, évaluer la position des points à demi-puissance sur la trace d'oscilloscope puis mesurer la fréquence correspondante. Ces opérations peuvent produire des imprécisions de mesure importantes, notamment pour des cavités à faibles pertes. Si l'on prévoit d'effectuer un grand nombre de mesures de cavités, comme c'est le cas avec les mesures de matériaux (sect. 8.5), on souhaite disposer d'un appareillage rendant la mesure plus facile.

### 7.5.5 Mesure automatique de la fréquence de résonance

La fréquence de résonance d'une cavité peut être déterminée de façon simple en plaçant la cavité dans la boucle de rétroaction d'un oscillateur (§ 4.1.2) comportant un amplificateur à large bande [157] (fig. 7.38).

On ajuste le déphasage de la boucle pour obtenir un maximum de puissance. L'oscillateur fournit alors un signal à la fréquence  $f_0$ . L'amplitude du signal croît avec le facteur de qualité  $Q_c$ . La dépendance est liée aux caractéristiques de l'amplificateur.

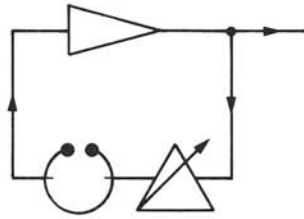


Fig. 7.38 Méthode active de mesure de cavités.

### 7.5.6 Mesure automatique de la fréquence de résonance et du facteur de qualité

Plusieurs principes de mesure permettent d'automatiser partiellement ou complètement la mesure de  $f_0$  et de  $Q_c$  :

- l'analyse de la courbe de résonance après détection. Des comparateurs électroniques détectent la position dans le temps du maximum et des points à demi-puissance, effectuant une mesure entièrement automatique [158];
- mesure du déphasage produit par la cavité au voisinage de la résonance. On utilise des signaux modulés en amplitude ou en fréquence [143];
- mesure de la réponse transitoire de la cavité lorsqu'elle est alimentée par un signal en impulsions (§ 5.8.2), [109], (fig. 3.2).

## 7.6 MESURE DU FACTEUR DE BRUIT

### 7.6.1 Le bruit

Il n'est pas possible d'amplifier indéfiniment un signal de faible amplitude, par suite de l'existence de perturbations aléatoires connues sous le nom de *bruit électromagnétique* (chap. VI.6). Pour qu'un signal soit détectable, sa puissance doit être nettement supérieure (5 à 10 fois au moins) au niveau moyen de bruit. Dans certaines situations particulières, il est possible d'extraire un signal d'un bruit d'amplitude supérieure : il faut cependant pour cela que le signal présente certaines caractéristiques particulières rendant l'extraction possible, par exemple une grande répétitivité (redondance).

Le bruit électromagnétique a deux origines :

- le bruit externe, capté par l'antenne, provient de sources de bruit cosmiques, atmosphériques, industrielles;
- le bruit interne est produit *à l'intérieur même du récepteur*. On note en particulier le bruit thermique dans les résistances (sect. VI.6.1) et le bruit de grenaille dans les jonctions p-n des transistors (sect. VI.6.2).

### 7.6.2 Remarque

Toute amplification d'un signal produit *une certaine dégradation* de celui-ci. En traversant un amplificateur, le signal voit son amplitude multipliée par le gain en puissance  $G$  de ce dispositif. Le bruit à l'entrée est également amplifié par le facteur  $G$ , mais, de plus, l'amplificateur ajoute son bruit propre, qui peut être important. Il en résulte que pour le bruit, le gain en puissance apparent de l'amplificateur est supérieur à  $G$ . Le rapport signal sur bruit à la sortie est inférieur à ce qu'il était à l'entrée.



### 7.6.3 Définition : température équivalente de bruit

Le bruit étant le plus souvent d'origine thermique, on l'étudie à l'aide de la théorie du corps noir [159]. Celui-ci absorbe complètement le rayonnement incident et le réémet dans son entièreté. La densité spectrale de puissance (W/Hz) émise par un corps noir est directement proportionnelle à sa température absolue  $T$ (K), le facteur de proportionnalité étant la constante de Boltzmann  $k_B$  :

$$k_B = 1,3804... \cdot 10^{-23} \quad \text{J/K} \quad (7.61)$$

La puissance moyenne de bruit  $N$  émise par un corps noir dans une bande de fréquence  $B$  est donc donnée par

$$N = k_B T B \quad \text{W} \quad (7.62)$$

Cette relation n'est valable que lorsque  $k_B T \gg hf$ , où  $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$  Js est la constante de Planck (limite due aux effets quantiques).

Par analogie avec le corps noir, on définit respectivement des *températures équivalentes de bruit* pour l'antenne  $T_a$  et pour le récepteur  $T_r$  (bruit ramené à l'entrée). Le schéma équivalent est représenté à la figure 7.39. *En général, la température équivalente n'est pas la température de l'élément.*

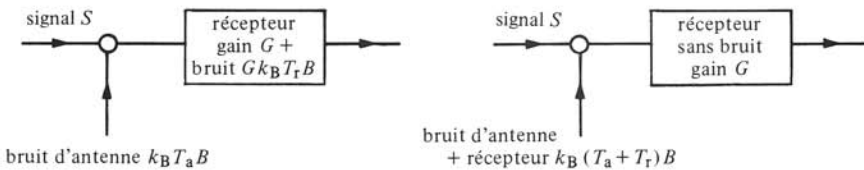


Fig. 7.39 Schémas équivalents d'un récepteur connecté à une antenne.

A l'entrée du récepteur, on a un signal  $S$  et un bruit d'antenne  $k_B T_a B$ , où  $B$  est la bande passante du récepteur, en supposant que tous ses étages ont la même bande passante. A la sortie, le signal vaut  $GS$  et le bruit  $Gk_B (T_a + T_r) B$ .

### 7.6.4 Température de bruit d'antenne

La *température de bruit d'antenne*, qui représente la puissance moyenne de bruit capté par cette antenne, dépend de la fréquence et du pointage de l'antenne (fig. 7.40). Il faut en particulier éviter de pointer l'antenne vers le soleil. Une antenne pointée au zénith ( $90^\circ$ ) a une température de bruit de seulement quelques Kelvin, le minimum étant situé vers 3 GHz.

### 7.6.5 Température de bruit de récepteurs

La *température de bruit de récepteurs* est représentée à la figure 7.41. Les amplificateurs à tubes ou à transistors se situent vers le haut de l'échelle (bruyants). Des niveaux de bruit considérablement plus faibles sont obtenus avec les amplificateurs paramétriques et les MASERS (sect. 4.10), appareils d'un usage délicat.

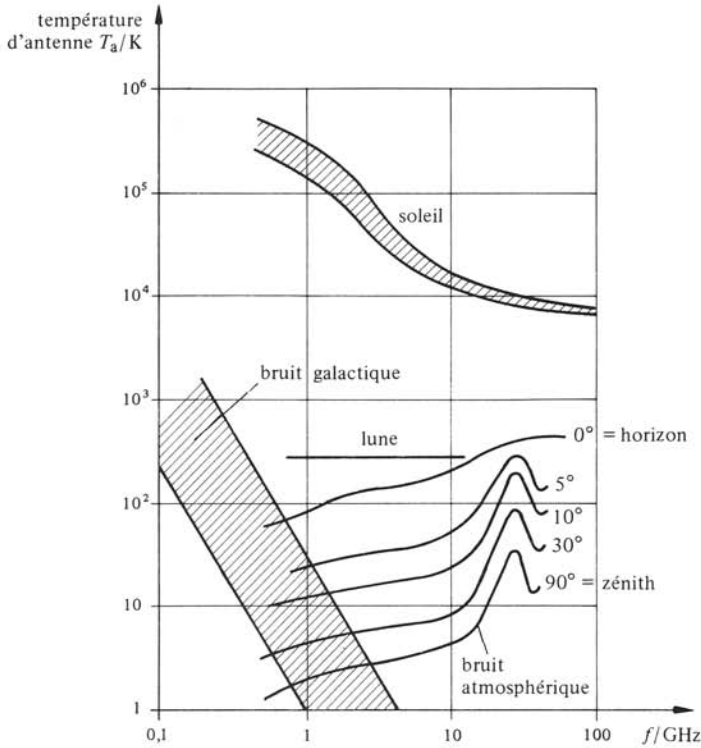


Fig. 7.40 Température de bruit d'antenne en fonction du pointage.

### 7.6.6 Définition : facteur de bruit

On définit le *facteur de bruit*  $F$  par le quotient des rapports signal sur bruit à l'entrée et à la sortie du composant considéré (amplificateur, récepteur, etc.) *lorsque l'entrée est connectée à une source à  $T_0 = 290$  K* (sect. VI.6.5)

$$F = \frac{(S/N)_{\text{entrée}}}{(S/N)_{\text{sortie}}} = \frac{S}{G S} \frac{G k_B (T_0 + T_r) B}{k_B T_0 B} = 1 + \frac{T_r}{T_0} \quad 1 \quad (7.63)$$

Le facteur de bruit  $F$  est une indication de la dégradation du rapport signal sur bruit : une valeur faible correspond à une qualité élevée et donc à une grande sensibilité.

On obtient la puissance de bruit moyen équivalent ramené à l'entrée, lorsque celle-ci est connectée à une antenne de température  $T_a$  (fig. 7.39)

$$N = k_B (T_a + T_r) B = k_B T_0 F B + k_B (T_a - T_0) B \quad \text{W} \quad (7.64)$$

Le facteur de bruit est souvent exprimé en décibels

$$LF = 10 \log F \quad \text{dB} \quad (7.65)$$

### ■ 7.6.7 Chaîne de composants

On connecte en cascade (fig. 7.42) plusieurs biportes ayant respectivement des gains  $G_i$ , des températures équivalentes de bruit  $T_i$  et des facteurs de bruit  $F_i$ , ces deux

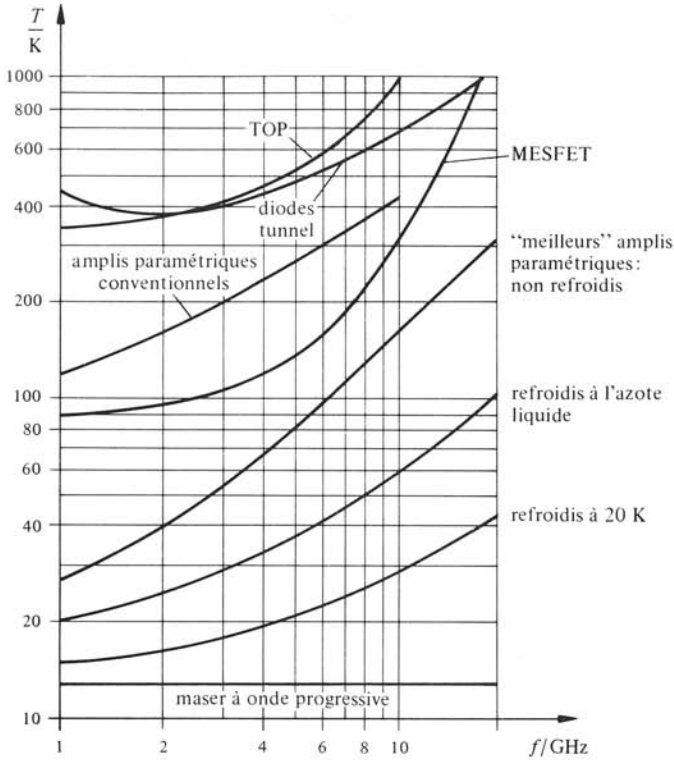


Fig. 7.41 Température de bruit de récepteurs.

dernières grandeurs étant liées par (7.63). Les biportes sont tous adaptés et ont la même bande passante, ou encore le biporte de sortie a la bande passante la plus faible.

La température équivalente de bruit de l'ensemble est obtenue simplement en additionnant les températures équivalentes de chaque élément ramenées à l'entrée de la chaîne, c'est-à-dire divisées par le gain de tous les éléments qui le précèdent

$$T_{1\dots n} = T_1 + \frac{T_2}{G_1} + \frac{T_3}{G_1 G_2} + \dots + \frac{T_n}{G_1 G_2 \dots G_{n-1}} \quad \text{K} \quad (7.66)$$



Fig. 7.42 Biportes connectés en cascade.

Si le gain du premier biporte de la chaîne est important, la température de bruit résultante est à peu de chose près celle de ce seul composant. Le bruit de tous les biportes qui suivent est divisé par le gain du premier élément. Si le premier biporte présente un affaiblissement ( $G_1 < 1$ ), le bruit produit par les éléments suivants est accentué. Il faut donc connecter le récepteur aussi près que possible de l'antenne.

La relation équivalente pour le facteur de bruit est obtenue à l'aide de (7.63)

$$F_{1\dots n} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_1 G_2} + \dots + \frac{F_n - 1}{G_1 G_2 \dots G_{n-1}} \quad 1 \quad (7.67)$$

### 7.6.8 Biporte passif

Un biporte passif ( $G < 1$ ), par exemple un affaiblisseur ou une section de câble dont tous les éléments sont à la température  $T_1$ , est alimenté par une source de bruit à la même température équivalente  $T_1$ . A la sortie, on voit un ensemble d'éléments, tous à la température  $T_1$ , fournissant une puissance  $k_B T_1 B$ . Cette puissance est égale au gain du biporte  $G$  multipliant la puissance équivalente ramenée à l'entrée (7.64)

$$k_B T_1 B = G [k_B T_0 F B + k_B (T_1 - T_0) B] \quad W \quad (7.68)$$

On en tire le facteur de bruit  $F$

$$F = 1 + \frac{T_1}{T_0} \frac{1 - G}{G} = 1 + (L - 1)(T_1/T_0) \quad 1 \quad (7.69)$$

où on a posé  $L = 1/G$ , affaiblissement en puissance.

Il faut donc relier l'antenne au récepteur par une ligne ayant de faibles pertes  $L$ , ou encore refroidir cette ligne.

### 7.6.9 Mesure du facteur de bruit

On connecte successivement le composant à deux sources de bruit dont les températures de bruit  $T_1$  et  $T_2$  sont connues avec précision. Les puissances mesurées à la sortie valent dans les deux situations (7.64)

$$N_{si} = F G k_B T_0 B + G k_B (T_i - T_0) B \quad i = 1, 2 \quad W \quad (7.70)$$

La valeur de  $F$  est extraite de ces deux relations, donnant

$$F = \frac{1}{Y - 1} \left[ \frac{T_2}{T_0} - 1 - Y \left( \frac{T_1}{T_0} - 1 \right) \right] \quad 1 \quad (7.71)$$

où on a posé  $Y = N_{s2}/N_{s1}$ . Cette mesure fait intervenir un quotient de deux puissances : il s'agit d'une mesure comparative.

### 7.6.10 Sources de bruit

Pour obtenir une bonne précision des mesures, on souhaite avoir des valeurs très différentes pour  $T_1$  et  $T_2$ . Les sources doivent par ailleurs être adaptées à la ligne de transmission.

### 7.6.11 Sources chaude et froide

Pour des mesures de haute précision, par exemple comme étalon primaire dans un laboratoire de mesure, on fait usage de résistances placées dans des enceintes thermostatées (calorimètre, § 5.6.2). La température physique de la résistance est dans ce cas la température de bruit. On fait usage d'azote liquide ( $T_1 = 77,3$  K) pour la source

froide, d'eau bouillante ( $T_2 = 373,1 \text{ K}$ ) pour la source chaude. Ces sources sont encombrantes et employées pour calibrer des étalons secondaires.

### 7.6.12 Source de bruit à décharge

Un tube à décharge gazeuse traverse le guide d'ondes, qui est terminé par une charge adaptée (fig. 7.43).

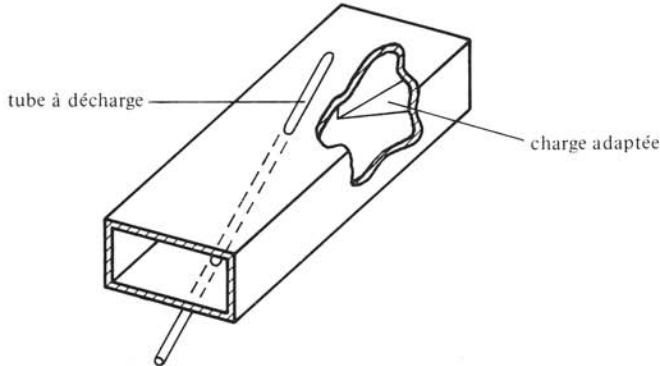


Fig. 7.43 Source de bruit à décharge en guide d'ondes.

Lorsque le tube est éteint, la température de bruit  $T_1$  est la température ambiante. Lorsqu'on allume le tube, la température  $T_2$  est approximativement celle des électrons de la décharge (tab. 7.44).

Le même principe est employé pour des sources en ligne coaxiale.

Tableau 7.44 Température des électrons dans une décharge gazeuse [160].

Gaz	$T_2$ (K)
Hg	11 000
A	15 000
H	32 000
Xe	9 000
Ne	25 000
He	29 000
$N_2$	11 500

### 7.6.13 Autres sources de bruit

Dans une diode à vide employée en saturation, la température de bruit est directement proportionnelle au courant d'anode, que l'on peut régler en modifiant l'alimentation du filament.

Des sources de bruit font usage de l'effet grenaille produit par un courant traversant une jonction p-n dans un semiconducteur.

On peut encore faire usage d'un générateur de signal pour mesurer le facteur de bruit. Dans ce cas toutefois, il faut connaître la bande passante  $B$  du composant à mesurer.

### 7.6.14 Causes d'erreurs et d'imprécisions

Les mesures de bruit peuvent être affectées par plusieurs types d'erreurs :

- imprécision sur la température des sources de bruit. Celles-ci doivent être calibrées par rapport à des étalons primaires, sources chaude et froide (§ 7.6.11);
- désadaptation de la source. Le facteur de bruit est défini en supposant que tous les éléments sont adaptés. Si tel n'est pas le cas, on obtient des erreurs difficiles à évaluer, qui dépendent du type de source employé. Cette cause d'erreur n'est pas très importante dans la mesure de récepteurs courants ( $LF \cong 8-10$  dB). Elle devient tout à fait appréciable dans la mesure de récepteurs à très faible bruit;
- éléments parasites des générateurs. Le schéma équivalent d'un générateur de bruit ne comporte pas seulement une source et une résistance de générateur, mais également des éléments réactifs : capacité entre électrodes, inductances des conducteurs. Il en résulte que la température de bruit varie avec la fréquence;
- la théorie considère des éléments linéaires. Or, le bruit est un phénomène aléatoire pour lequel la puissance instantanée peut momentanément devenir très supérieure à la valeur moyenne. La présence de non-linéarités dans le système produit des erreurs;
- le détecteur à diode employé pour comparer les niveaux doit opérer dans la zone quadratique de sa caractéristique;
- on a supposé que tous les composants du récepteur ont la même bande passante  $B$ . Si tel n'est pas le cas, une étude plus approfondie doit être effectuée [111];
- les instruments de mesure peuvent modifier la bande passante  $B$ .

### 7.6.15 Remarque

Des précautions particulières doivent être prises lorsqu'on étudie ou qu'on mesure le bruit. Quand on étudie un signal, on sait que ce signal a *une seule source*, qu'il est ensuite transmis, traité, amplifié, etc. Au contraire, le bruit est produit par *chacun des éléments du système* : il y a une multiplicité de sources distribuées dont il faut tenir compte.

### 7.6.16 Comparaison

A 10 MHz, la température de bruit d'un transistor est d'environ 10 K. Le bruit atmosphérique à cette fréquence correspond à une température d'antenne de l'ordre de  $10^7$  K. Le bruit extérieur est nettement prépondérant.

A 5 GHz, au contraire, la température de bruit d'une antenne pointée au zénith n'est plus que de 8 K. Un amplificateur à TOP produit alors une température de bruit de 300 K. C'est dans ce cas le bruit interne qui prédomine.

## 7.7 EXERCICES

7.7.1 Dans une mesure à la ligne fendue, on trouve  $ROS = 1,8$ . Deux minima consécutifs sont situés en  $z_1 = 8,48$  cm et en  $z_2 = 10,48$  cm. En plaçant un court-circuit dans le plan de référence, on obtient un minimum en  $z_c = 9,98$  cm. Déterminer la longueur d'onde de guide  $\lambda_g$  et le facteur de réflexion  $\underline{S}_{ii}$  (module et argument).

**7.7.2** Pour quelles valeurs de ROS la relation simplifiée de (7.19) est-elle utilisable avec une erreur inférieure à 1 % ? Déterminer les valeurs correspondantes de  $d/\lambda_g$ .

**7.7.3** Une charge est formée d'un iris suivi d'une terminaison adaptée. A 10 GHz, la susceptance normalisée de l'iris vaut  $BZ_c = -2$ . Comment peut-on adapter cette charge à l'aide d'un second iris ? A quelle distance du premier faut-il le placer ?

**7.7.4** Une mesure en réflectométrie donne un quotient  $|\underline{b}_3|/|\underline{b}_{3c}| = 0,2$ . Sachant que le coupleur a une directivité de 46 dB, déterminer le module du facteur de réflexion et la marge d'erreur.

**7.7.5** Un coupleur dont la directivité vaut 34 dB est utilisé pour mesurer le ROS d'un composant. Quelle valeur maximale peut-on mesurer pour être certain que le ROS de l'élément mesuré ne soit pas supérieur à 1,25 ?

**7.7.6** Les quatre détecteurs d'un hexaporte idéal (§ 7.3.14) mesurent respectivement les quatre courants suivants :

$$I_3 = 25 \mu\text{A} \quad I_4 = 15 \mu\text{A} \quad I_5 = 50 \mu\text{A} \quad I_6 = 5 \mu\text{A}$$

Sachant de plus que  $|\underline{b}_r| > |\underline{b}_s|$ , déterminer le quotient de ces deux grandeurs en module et en argument.

**7.7.7** Peut-on utiliser une jonction de Purcell (§ 6.6.2) pour effectuer des mesures du facteur de réflexion ? Quels accès faut-il choisir pour le signal et la référence ?

**7.7.8** Un biporte absorbe le 20% de la puissance incidente et a un ROS de 4. Sachant de plus qu'il est réciproque et symétrique, déterminer les termes de sa matrice de répartition, ainsi que son affaiblissement.

**7.7.9** L'insertion dans un guide d'ondes d'un iris métallique mince sans pertes produit un affaiblissement du signal de 10 dB. Déterminer le ROS produit par cet iris. Déterminer sa susceptance normalisée (dans le plan de l'iris).

**7.7.10** Un biporte adapté réciproque ayant un affaiblissement de 1,5 dB est mesuré avec un détecteur dont le ROS vaut 2. Le générateur a par ailleurs un facteur de réflexion dont le module vaut 0,3. Quelle est la plage de valeurs que l'on peut obtenir en mesurant l'affaiblissement de cet élément ?

**7.7.11** On mesure les gains de trois antennes avec un signal à 6 GHz. La distance entre deux antennes est fixée à 5 mètres, la puissance d'émission est de 10 mW pour

toutes les mesures. Quant à la puissance reçue, elle vaut respectivement :

- avec les antennes 1 et 2 :  $4,43 \mu\text{W}$  ;
- avec les antennes 1 et 3 :  $5,70 \mu\text{W}$  ;
- avec les antennes 2 et 3 :  $9,97 \mu\text{W}$ .

Déterminer les gains de chacune des trois antennes.

**7.7.12** On mesure l'affaiblissement  $A$ , en dB, d'un élément adapté en le terminant par un court-circuit idéal. On trouve alors  $\text{ROS} = 5$ . Déterminer la valeur de  $A$ .

**7.7.13** On mesure l'affaiblissement d'un composant symétrique réciproque en le connectant à un court-circuit. Le ROS mesuré à l'entrée vaut 2,5. Une seconde mesure, avec l'élément connecté à une charge adaptée donne  $\text{ROS} = 1,5$ . Que peut-on dire au sujet de l'affaiblissement  $A$  ?

**7.7.14** Pour déterminer la directivité d'un coupleur, on fait usage de la méthode décrite au paragraphe 7.4.17. L'adaptateur présente un ROS de 1,21 après l'ajustement. Quant à l'affaiblissement du coupleur, il vaut 1 dB. Déterminer la directivité.

**7.7.15** Pour connecter une antenne à un récepteur, on dispose de deux câbles qui ont respectivement 1 et 2 dB de pertes. Ces câbles doivent être connectés en cascade, l'un à l'extérieur où la température ambiante est de  $-5$  degrés Celsius, l'autre à l'intérieur de la station où la température est de 20 degrés. Déterminer l'ordre de connexion des câbles qui donne le facteur de bruit le plus favorable.

**7.7.16** Un tube à décharge présente une température équivalente de bruit de 10000 K. On l'utilise pour mesurer le facteur de bruit d'un récepteur. Les puissances mesurées respectivement avec le tube allumé et éteint (température ambiante de 290 K) sont dans un rapport de 12 à 1. Déterminer le facteur de bruit  $F$  du récepteur, ainsi que sa température équivalente de bruit.



## APPLICATIONS

## 8.1 RADAR

## 8.1.1 Description

Le *RADAR*, acronyme pour *RA*dio *D*etection *A*nd *R*anging, fait usage de l'écho produit par un obstacle situé sur la trajectoire d'une onde électromagnétique. Dans la majorité des cas, l'émetteur et le récepteur sont connectés à une antenne commune : c'est cette situation qui est considérée ici. Le temps qu'il faut à une onde électromagnétique pour aller de l'émetteur à l'obstacle, puis de l'obstacle au récepteur est mesuré et permet de calculer la distance  $R$ . La variation de fréquence du signal sert à déterminer la vitesse relative de l'obstacle par rapport à la source (effet Doppler, § 8.1.13). La direction dans laquelle se trouve l'obstacle est obtenue en pointant une antenne à faisceau étroit dans la direction donnant le plus grand signal réfléchi (§ 1.4.3.8). Le schéma de principe d'un radar est donné à la figure 8.1, dans laquelle sont représentés symboliquement tous les termes qui le caractérisent. Les systèmes de radar sont très largement traités dans des ouvrages spécialisés [161-163].

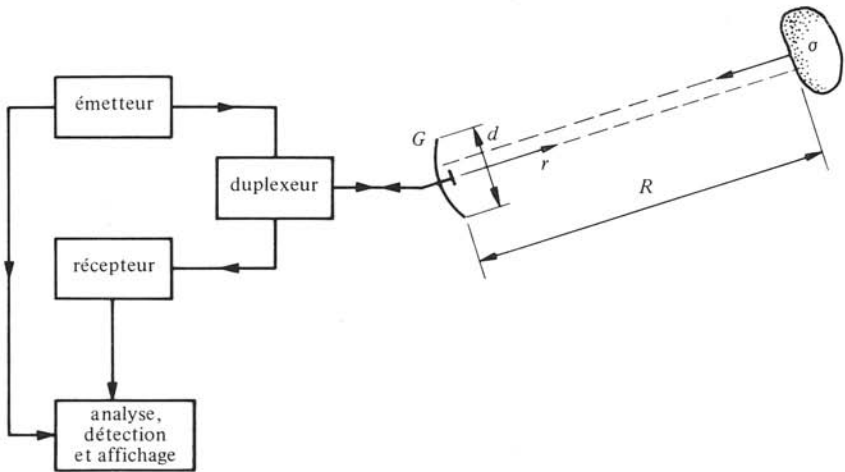


Fig. 8.1 Présentation schématique d'un radar.

### ■ 8.1.2 Equation des radars

L'émetteur fournit une puissance  $P_f$  à l'antenne, qui la rayonne dans l'espace en la concentrant dans une ou plusieurs directions privilégiées, effet qui est représenté par le gain de l'antenne  $G$  (§ 7.4.11). La densité de puissance décroît proportionnellement

à  $1/4\pi r^2$ , où  $r$  est la distance à l'antenne (§ III.7.2.4). Une partie du signal atteint la cible, qui la réfléchit partiellement dans la direction de l'antenne. La cible est représentée par sa surface réfléchissante effective  $\sigma$  (§ 8.1.4). La densité de puissance réfléchie décroît à son tour inversement au carré de la distance. L'antenne capte une partie du signal réfléchi. Elle est représentée par sa surface de captation  $A_e$ , elle-même liée au gain par le rapport  $A_e = G\lambda^2/4\pi$ , où  $\lambda$  est la longueur d'onde (§ III.7.2.7).

Le rapport entre la puissance reçue  $P_r$  et la puissance  $P_f$  fournie à l'antenne est donné par l'équation des radars

$$\frac{P_r}{P_f} = G \times \frac{1}{4\pi R^2} \times \sigma \times \frac{1}{4\pi R^2} \times \frac{G\lambda^2}{4\pi} = \frac{G^2\lambda^2\sigma}{(4\pi)^3 R^4} \quad 1 \quad (8.1)$$

La puissance reçue est fournie au récepteur, également connecté à l'antenne.

On néglige l'affaiblissement produit par les pertes atmosphériques (§ 8.2.11) et on suppose que l'obstacle est situé hors du champ proche de l'antenne, selon (III.7.29)

$$R > 2d^2/\lambda \quad \text{m} \quad (8.2)$$

où  $d$  est la plus grande dimension de l'antenne.

### 8.1.3 Analyse du signal

Dans le récepteur, le signal amplifié est appliqué à un dispositif d'analyse, qui compare le signal reçu en retour à celui qui a été émis. La présence de bruit complique le processus de détection; il faut que le rapport signal sur bruit (§ 7.6.3) soit assez élevé pour qu'on puisse assurer un fonctionnement correct. Comme le bruit est de nature aléatoire, sa puissance instantanée peut devenir nettement supérieure à la valeur moyenne. Une pointe de bruit peut donc être interprétée par le système comme étant un écho. Pour éviter de donner une fausse alerte, on observe l'évolution dans le temps du signal capté. On détermine ainsi si l'on observe un écho réel ou seulement une pointe temporaire du bruit [164].

### 8.1.4 Surface réfléchissante effective $\sigma$

Un obstacle est caractérisé par sa *surface réfléchissante effective*  $\sigma$ , définie comme étant le quotient de la puissance réfléchie vers le radar par la densité de puissance incidente. La réflexion produite par l'obstacle peut, en théorie, être calculée au moyen des équations de Maxwell en présence des conditions aux limites de l'obstacle. La résolution des équations ainsi obtenues est complexe; ce problème n'a par conséquent pu être résolu que pour quelques géométries simples [161]. Une de ces géométries est une sphère métallique de rayon  $a$ , parfaitement réfléchissante (c.e.p). Le quotient de la surface réfléchissante effective  $\sigma$  par la section droite  $\pi a^2$  est représenté à la figure 8.2 en fonction du rapport  $a/\lambda$ . Lorsque le rayon  $a$  est inférieur à la longueur d'onde, la surface réfléchissante efficace est beaucoup plus petite que la section droite; on a environ

$$\sigma/\pi a^2 \cong 10^5 (a/\lambda)^4 \quad \text{pour } a/\lambda < 1/2\pi \quad 1 \quad (8.3)$$

La dimension apparente de l'obstacle vu par le radar diminue rapidement quand l'obstacle est plus petit que la longueur d'onde. Pour des valeurs plus élevées du rapport  $a/\lambda$ , on observe des résonances, le rapport tendant à la limite vers l'unité (région opti-

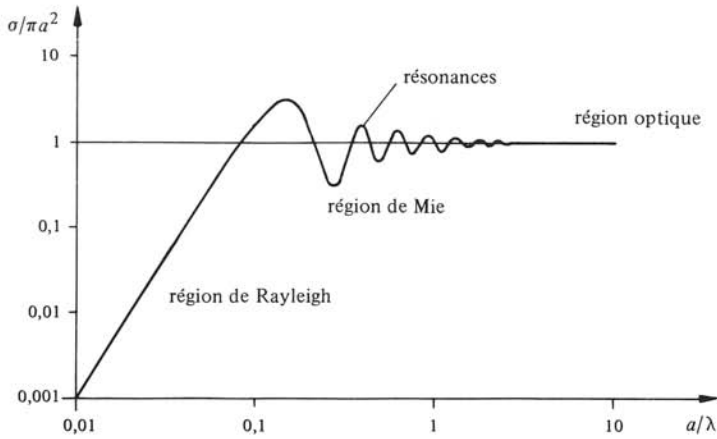


Fig. 8.2 Surface réfléchissante effective d'une sphère métallique.

que). Ces constatations restent valables pour des cibles ayant d'autres formes. Les valeurs limites, présentées pour plusieurs géométries au tableau 8.3, peuvent être employées en première approximation pour des objets grands par rapport à la longueur d'onde.

Tableau 8.3 Valeur approchée de la surface réfléchissante effective d'une cible métallique grande par rapport à la longueur d'onde  $\lambda$ .

Cible		Surface réfléchissante effective $\sigma$ (limite optique)
Sphère		$\pi a^2$
Cône (incidence axiale)		$\frac{\lambda^2 \operatorname{tg}^4 \theta}{4 \pi}$
Disque		$\pi a^2 \operatorname{cotg}^2 \theta J_1^2 \left( \frac{4 \pi a}{\lambda} \sin \theta \right)$
Surface plane de grande dimension (incidence normale)		$\frac{4 \pi A^2}{\lambda^2}$
Cylindre circulaire		$\frac{a \lambda}{2 \pi} \frac{\cos \theta \sin^2 \left( \frac{2 \pi L}{\lambda^2} \sin \theta \right)}{\sin^2 \theta}$

Les valeurs données dans le tableau 8.3 se réfèrent toutes à des obstacles métalliques. Pour des obstacles diélectriques, la réflexion et par conséquent la surface réfléchissante effective sont plus faibles. On peut en tenir compte en faisant usage du facteur de réflexion d'une onde plane à incidence normale (§ III.6.5.6 et 7)

$$\rho = \frac{\sqrt{\epsilon_r} - 1}{\sqrt{\epsilon_r} + 1} \quad 1 \quad (8.4)$$

Pour un diélectrique avec pertes,  $\rho$  est complexe.

En première approximation, on multiplie la surface réfléchissante effective de l'obstacle métallique par  $|\rho|^2$ . On obtient ainsi un ordre de grandeur pour un obstacle diélectrique. Ce dernier peut toutefois être *un résonateur* (§ 3.3.18); ses propriétés en réflexion varient alors fortement au voisinage des résonances.

Certains radars sont destinés à détecter la présence d'êtres humains (§ 8.1.16). La surface réfléchissante effective de ces derniers a donc été mesurée, la figure 8.4 présente les valeurs obtenues [165]. On y constate une grande dispersion.

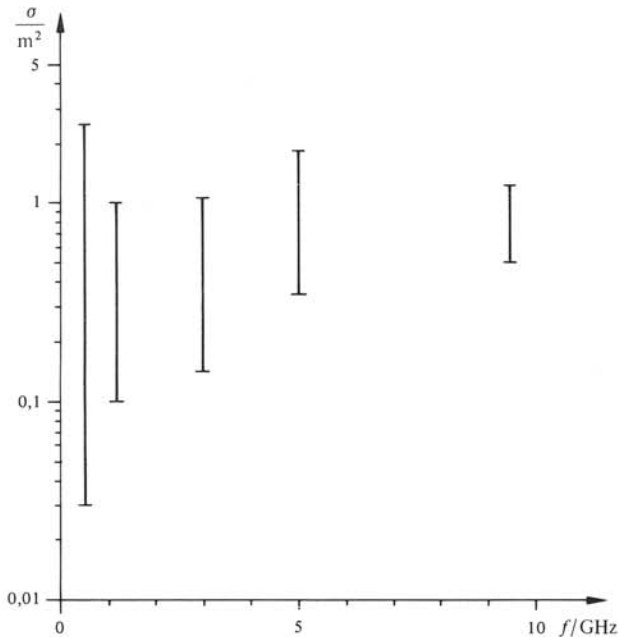


Fig. 8.4 Surface réfléchissante effective d'un homme, en fonction de la fréquence.

#### □ 8.1.5 Cas particulier : antenne court-circuitée

Lorsque la cible est une antenne dont l'accès est court-circuité, la surface réfléchissante effective est donnée par

$$\sigma = GA_e = \frac{G^2 \lambda^2}{4\pi} = \frac{4\pi A_e^2}{\lambda^2} \quad m^2 \quad (8.5)$$

On peut ainsi, à l'aide d'un radar, mesurer le gain et le diagramme de rayonnement d'une antenne sans devoir alimenter celle-ci.

### 8.1.6 Remarque

Il ressort de ce qui précède que le développement d'un radar pose un problème de choix des paramètres. Il faut en effet tenir compte de :

- la puissance  $P_f$  fournie par le générateur (W);
- le gain de l'antenne  $G$  (1);
- la fréquence  $f$  (GHz) ou la longueur d'onde  $\lambda$  (m);
- la portée  $R_{\max}$  (m), qui est la distance maximale de détection;
- la surface réfléchissante effective de la cible  $\sigma$  (m<sup>2</sup>);
- le rapport signal sur bruit ( $P_r/N$ ) minimum acceptable à l'entrée du récepteur, grandeur spécifiée par le système d'analyse du signal;
- la bande passante du récepteur  $B$  (Hz);
- la température de bruit globale ramenée à l'entrée du récepteur ( $T_a + T_r$ ) en Kelvin (sect. 7.6).

Les trois premières grandeurs dépendent de l'émetteur, les trois dernières du récepteur. La portée et la surface réfléchissante effective définissent la cible à observer, ce sont les grandeurs géométriques qui spécifient le système. Pour que le radar fonctionne, il faut que ces huit grandeurs satisfassent une inéquation, obtenue à l'aide de (8.1) et de (7.64)

$$\frac{P_r}{N} \Big|_{\min} \leq \frac{\sigma P_f G^2}{f^2 R_{\max}^4 (T_a + T_r) B} \times \frac{c_0^2}{(4\pi)^3 k_B} \quad 1 \quad (8.6)$$

Il faut noter tout particulièrement le terme  $R_{\max}^4$  qui apparaît au dénominateur. Si l'on veut doubler la portée  $R_{\max}$  d'un radar en ne modifiant que la puissance émise, il faut augmenter celle-ci d'un facteur  $2^4 = 16$ .

### 8.1.7 Radar à impulsions

Les radars les plus couramment employés pour la mesure de distance font usage de brèves impulsions de durée  $\tau$  de signal hyperfréquences qui sont émises avec une fréquence de répétition  $f_r = 1/\tau_r$  (sect. 5.8). Cette méthode permet d'obtenir un signal hyperfréquences de haute puissance en utilisant une puissance moyenne raisonnable : le rapport entre *puissance moyenne* et *puissance d'impulsion* est donné par le produit  $\tau f_r$ . Des valeurs typiques sont  $\tau = 1\mu\text{s}$  et  $f_r = 1\text{ kHz}$ , pour lesquelles le rapport des puissances vaut  $1/1000$ .

L'onde émise parcourt la distance  $R$  qui sépare l'émetteur de l'obstacle, puis revient vers le radar après un temps  $t_{ar}$  (fig. 8.5). Comme il s'agit d'une onde électromagnétique se déplaçant à la vitesse de la lumière  $c_0$ , on trouve la distance  $R$  par la relation

$$R = c_0 t_{ar}/2 \quad \text{m} \quad (8.7)$$

### 8.1.8 Duplexeur à cellules TR et ATR

La puissance émise par un radar à impulsions dépasse en général de plusieurs ordres de grandeur celle que peut supporter l'entrée de son récepteur. Il suffirait donc qu'une fraction infime du signal émis soit réfléchi dans le système, par exemple suite à une désadaptation de l'antenne, pour que les étages sensibles à l'entrée du récepteur

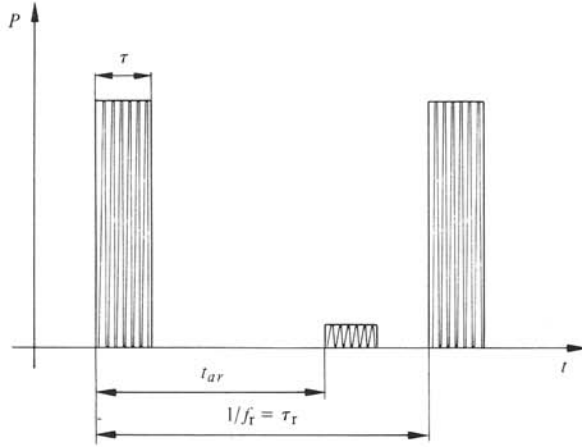


Fig. 8.5 Principe du radar à impulsions. Le facteur d'échelle est de 150 mètres par microseconde.

soient irrémédiablement endommagés. Une certaine protection peut être assurée en plaçant un limiteur à varactor devant le récepteur (§ 6.8.8). Elle n'est cependant pas suffisante pour de fortes puissances; on fait alors usage de commutateurs rapides appelés *cellules TR* (Transmission-Réception) et *ATR* (Anti-TR).

L'élément de base des cellules est un *éclateur*, formé de deux électrodes de forme cônica sur les deux parois larges du guide d'ondes, dans une section remplie d'un gaz raréfié (fig. 8.6). Le champ électrique se concentre entre les électrodes. Aux puissances élevées, lorsque la valeur du champ disruptif est dépassée (sect. II.4.8), une décharge s'amorce. La cellule est complétée par des éléments d'adaptation. Une cellule TR laisse passer les signaux de faible niveau mais réfléchit presque complètement ceux de grande amplitude. Le contraire se produit avec les cellules ATR. En combinant ces deux composants, on réalise un duplexeur (fig. 8.7).

L'impulsion de signal produite par l'émetteur allume des arcs dans les deux cellules : il y a alors un passage direct de l'émetteur à l'antenne, le récepteur étant isolé. Après la fin de l'impulsion, les deux arcs s'éteignent : c'est l'émetteur qui est alors isolé

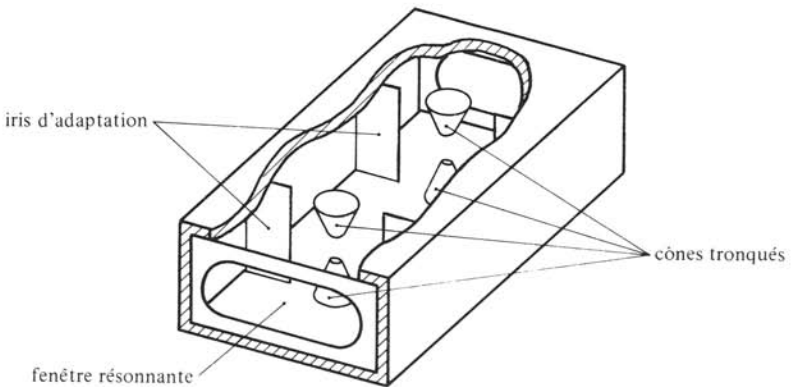


Fig. 8.6 Cellule TR.

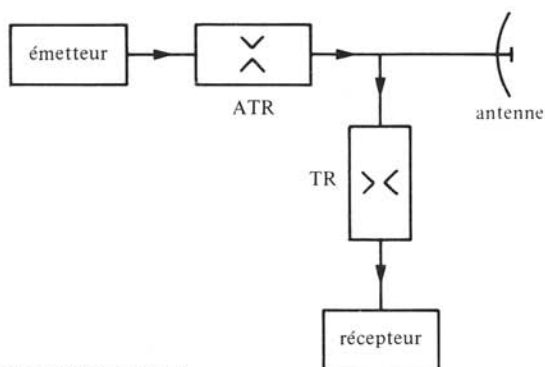


Fig. 8.7 Duplexeur à cellules TR et ATR.

et le récepteur qui reçoit le signal capté par l'antenne. Les distances entre la jonction et les deux cellules sont soigneusement ajustées pour éviter des réflexions : vers l'émetteur dans le premier cas, vers l'antenne dans le second.

Pour une protection efficace du récepteur, il faut un allumage rapide (environ 10 ns). L'extinction doit ensuite être rapide pour permettre au signal écho d'être reçu. On a typiquement un temps de recouvrement de l'ordre de 50  $\mu$ s, qui correspond à une distance minimum mesurable de 7,5 km pour un radar de forte puissance à duplexeur TR-ATR.

### 8.1.9 Application : radar de surveillance

Les radars couramment employés pour la surveillance aérienne et maritime comportent une antenne tournante (fig. 8.8). Le signal reçu est affiché, souvent en coordon-

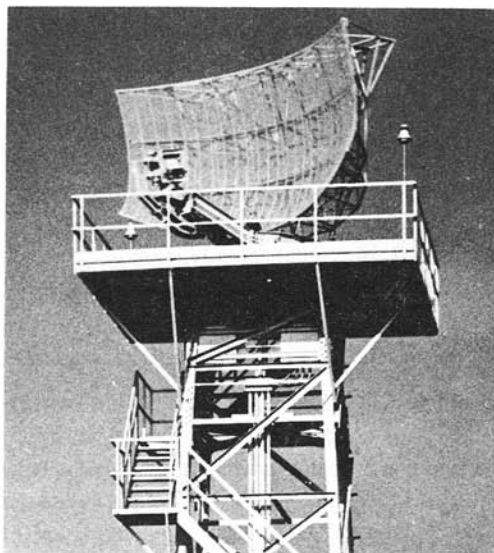


Fig. 8.8 Antenne de radar d'aéroport.

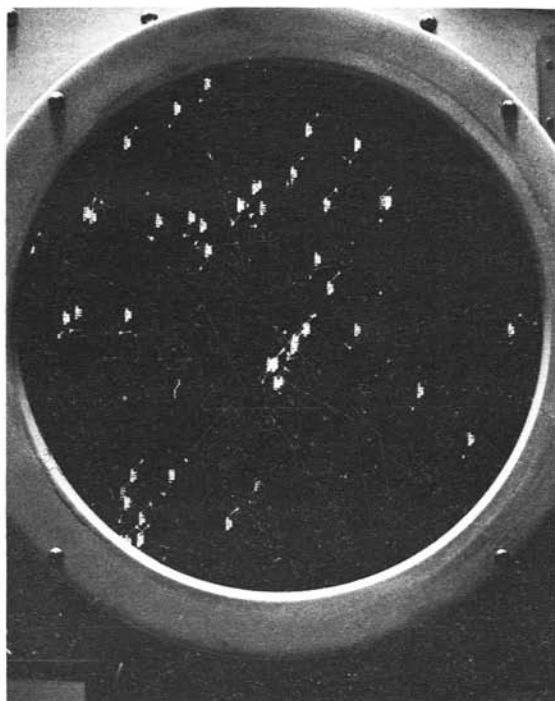


Fig. 8.9 Ecran de radar d'aéroport.

nées polaires sur un écran d'oscilloscope (fig. 8.9). On y voit directement, comme sur une carte de géographie, les obstacles et les véhicules. Des écrans à rémanence permettent de distinguer les objets en mouvement des échos fixes.

Les radars de surveillance sont universellement utilisés dans l'aviation, la navigation et la surveillance de territoires. Il faut citer notamment une série de radars de grande puissance et donc de grande portée déployés des régions arctiques du continent américain aux îles du Pacifique qui scrutent l'horizon, cherchant un hypothétique missile...

Les systèmes les plus perfectionnés disposent d'antennes à réseau, formées d'éléments rayonnants fixes. Le faisceau est pointé par contrôle électronique au moyen de déphaseurs (§ 6.7.12 et § 6.8.5). Un balayage plus rapide que par des moyens mécaniques est ainsi obtenu, assurant une détection en un temps de l'ordre de la milliseconde.

#### 8.1.10 Radar à glissement de fréquence, radar chirp

Pour mesurer des distances plus courtes, on émet un signal hyperfréquences entre-tenu dont la fréquence varie dans le temps, en général de façon linéaire. Le principe de base est illustré à la figure 8.10 : un signal de fréquence  $f_1$ , émis au moment  $t_1$ , revient après réflexion sur l'obstacle, au temps  $t_1 + t_{ar}$ . A ce moment, le signal de l'émetteur a une fréquence  $f_2$ . En mélangeant les deux signaux (§ 5.3.14), on obtient un signal à la fréquence  $\Delta f = f_2 - f_1$ , proportionnelle au temps  $t_{ar}$  et, de ce fait, à la distance parcourue.



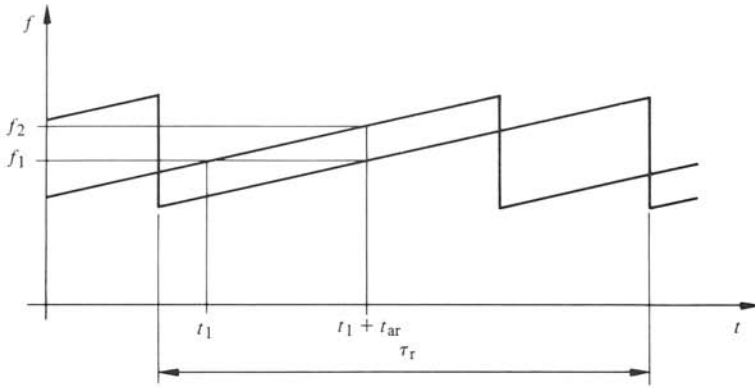


Fig. 8.10 Principe du radar à glissement de fréquence.

Si  $m$  est la pente de la courbe  $f(t)$ , on obtient alors la distance  $R$  en fonction de la fréquence  $\Delta f$  par la relation

$$R = \frac{c_0 t_{ar}}{2} = \frac{c_0 \Delta f}{2m} \quad m \quad (8.8)$$

Le balayage en fréquence est répété avec une période  $\tau_r$ .

Pour que la mesure ne soit pas ambiguë, il faut que  $t_{ar} < \tau_r/2$ , ce qui limite la portée  $R_{max}$  à  $c_0 \tau_r/4$ . En ajustant la valeur de  $m$  par rapport à la distance à mesurer, on peut obtenir des fréquences intermédiaires  $\Delta f$  dans la bande audible et il est alors possible de déterminer au son la distance séparant de l'obstacle : ceci a valu à ce système son nom, en anglais *radar chirp*, qui dénote le gazouillement ou le pépiement des oiseaux.

### 8.1.11 Application : altimètre

Les altimètres classiques sont en fait des baromètres. Connaissant la pression locale et la pression au niveau de la mer, on peut déterminer l'altitude où l'on se trouve. A bord d'un avion, cette information n'est pas toujours suffisante : des avions se sont en effet écrasés contre des montagnes, alors qu'ils volaient à la bonne altitude, mais au-dessus de la mauvaise topographie, suite notamment à des effets de dérive. L'altimètre à radar détermine directement l'altitude par rapport au sol : il complète l'information donnée par l'instrument classique.

Les modules lunaires de la mission Apollo ont dû utiliser des altimètres à radar pour se poser en douceur sur la Lune. En effet, la Lune n'a pas d'atmosphère comparable à l'atmosphère terrestre, ce qui empêche l'usage de baromètres.

### 8.1.12 Application : mesure de niveau

L'emploi de radars est particulièrement intéressant dans des environnements hostiles, poussiéreux, où ni les méthodes mécaniques (contact) ni les méthodes optiques (laser) ne sont satisfaisantes. Des appareils utilisant le principe du radar chirp permettent d'obtenir une précision de l'ordre du centimètre; ils sont utilisés entre autres pour me-

surer le niveau de métal en fusion dans des hauts fourneaux, celui de liquides corrosifs, de minerais dans des mines [166].

### ■ 8.1.13 Radar Doppler : mesure de vitesse

Quand un radar illumine un objet en mouvement, la fréquence du signal réfléchi est décalée par rapport à celle du signal incident d'une valeur proportionnelle à la *vitesse radiale* de l'objet : c'est ce qu'on appelle *l'effet Doppler* (fig. 8.11).

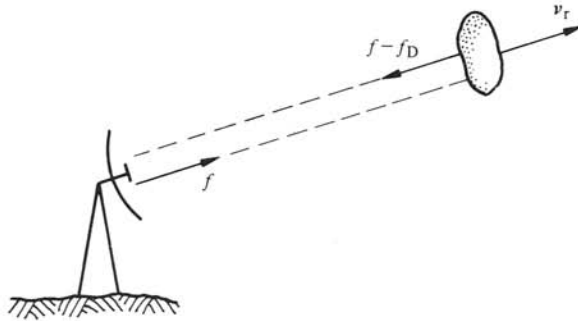


Fig. 8.11 Principe de l'effet Doppler.

Le signal émis, à fréquence constante, a une dépendance temporelle  $\sin(\omega t)$ , celui réfléchi par la cible a la dépendance  $\sin(\omega t - 2\beta R)$  en atteignant le récepteur, avec  $\beta = \omega/c_0$ . Pour un corps en mouvement uniforme, la distance est une fonction linéaire du temps  $R = R_0 + v_r t$ . Le signal reçu a ainsi la dépendance suivante

$$\sin [(\omega - 2\beta v_r)t - 2\beta R_0] \quad 1 \quad (8.9)$$

En mélangeant le signal reçu avec le signal émis (§ 5.3.14), on obtient un signal à la fréquence intermédiaire, ou *fréquence Doppler*  $f_D = \beta v_r/\pi$ . La *vitesse radiale* peut alors être obtenue en mesurant cette fréquence

$$v_r = c_0 f_D / 2f \quad \text{m/s} \quad (8.10)$$

Le dispositif d'analyse doit ici séparer les échos de cibles mobiles de ceux provenant de cibles fixes ou se déplaçant très lentement (nuages). Cette séparation est effectuée par un filtre passe-haut, les cibles fixes produisant un signal continu. La vitesse minimale que peut mesurer le système est limitée dans ce cas par la fréquence de coupure du filtre.

Pour des mesures précises de vitesse, il est indispensable que la fréquence fournie par le générateur soit très stable dans le temps. Il faut de plus que l'antenne de l'émetteur soit rigoureusement immobile. Si l'antenne vibre, sa propre fréquence de vibration est interprétée par le système comme une fréquence Doppler. Le radar voit alors tous les objets fixes comme s'ils étaient en mouvement, ce qui peut donner des résultats surprenants.

### 8.1.14 Remarque : causes d'erreur

Le radar Doppler sert à la mesure de la vitesse, notamment de véhicules dans le cadre de contrôles de police. La précision des mesures est maintenant très généralement

acceptée, même par les automobilistes directement concernés. Le principe même de la mesure donne une relation exacte (8.10) dont les éléments sont mesurables avec grande précision (mesure de fréquence, chap. 5). Encore faut-il que le signal mesuré soit effectivement celui réfléchi par le véhicule ! On a cité le cas de rideaux d'arbres produisant un signal parasite, dont la fréquence varie avec le mouvement des feuilles; ou encore le cas d'un tracteur agricole circulant apparemment à 150 km/h ! L'écho mesuré par le radar dans ce dernier cas était produit par le ventilateur du véhicule. Des dispositifs développés aux USA avaient la particularité de mesurer des harmoniques du signal Doppler ! Des précautions toutes particulières doivent donc être prises, d'une part lors du développement et de la fabrication des appareils (discrimination du signal désiré), d'autre part lors de leur implantation (éviter toute autre source mobile de signal).

### 8.1.15 Détecteurs de radar

Avec l'usage généralisé des radars Doppler pour le contrôle de la vitesse sont apparus sur le marché des détecteurs de radar, petits appareils comportant une antenne, un détecteur à diode (§ 7.1.5) et un dispositif électronique et acoustique produisant un sifflement quand un signal hyperfréquences est détecté. La protection que peut fournir un tel appareil est sujette à caution, le faisceau de radar ayant une ouverture étroite. A moins qu'il n'y ait de nombreuses réflexions et que l'antenne émettrice ait des lobes latéraux importants, le détecteur ne perçoit la présence d'un radar que lorsque celui-ci a effectué sa mesure. En Suisse, l'usage de détecteurs de radar est interdit.

### 8.1.16 Système anti-intrusion

Un radar Doppler simple est formé d'un résonateur à diode Gunn (sect. 4.6) connecté à une antenne. Une seconde diode effectue le mélange des signaux émis et reçus, fournissant un signal à la *fréquence Doppler*. On peut à la limite employer la diode Gunn elle-même pour effectuer le mélange; la sensibilité obtenue est alors réduite. La fabrication en grande série de ces éléments a permis de réduire considérablement leur coût. Ils sont couramment utilisés dans des systèmes de protection antivols ou anti-intrusion, détectant le moindre mouvement. Des systèmes similaires sont employés pour l'ouverture de portes.

### 8.1.17 Application en médecine

Le radar permet l'étude non invasive de petits mouvements et peut rendre de grands services en médecine, notamment pour contrôler de façon continue le rythme respiratoire et le rythme cardiaque [167]. Par exemple, un montage pour l'étude des petits mouvements du pied est représenté à la figure 8.12. Le signal détecté montre les impulsions artérielles.

### 8.1.18 Radar — astronomie

Un radar à impulsions de grande puissance a été employé pour mesurer des distances planétaires et des vitesses de rotation. C'est ainsi qu'on a constaté que, contrairement à ce qu'avaient laissé croire les observations astronomiques, la planète Mercure ne présente pas toujours la même face au Soleil. On a observé des échos produits par

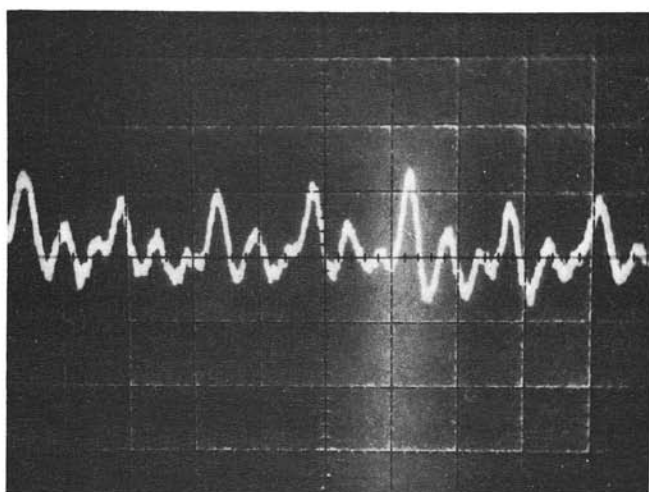
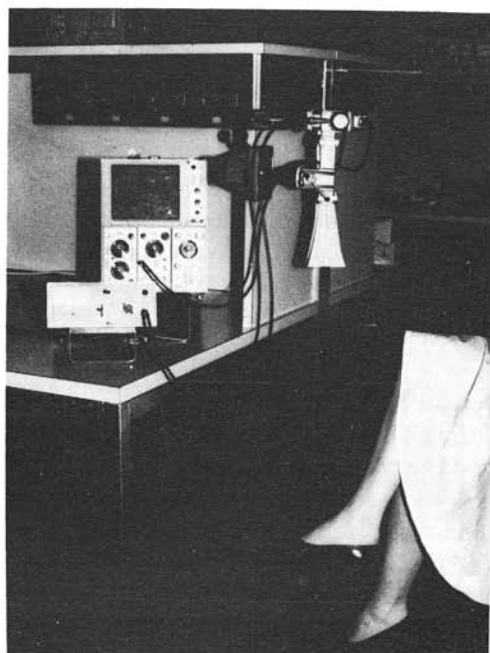


Fig. 8.12 Application biomédicale du radar Doppler: le battement de l'artère fémorale provoque un mouvement infime du pied, que l'on peut mesurer grâce au radar.

Ganymède, la plus grosse lune de Jupiter, à environ  $10^9$  km de distance [168]. Comme la distance apparaît à la puissance quatre au dénominateur de (8.1), on constate que les signaux reçus en retour sont excessivement faibles: de l'ordre de  $10^{-15}$  à  $10^{-18}$  watts (femto- à attowatts) (§ 8.9.2).

### 8.1.19 Contremesures

Le développement de techniques de brouillage à applications militaires va de pair avec celui de systèmes de détection. Une méthode simple consiste à lâcher des feuilles d'aluminium au voisinage de l'avion ou du missile qu'on veut camoufler. Le radar observe alors, au lieu d'une seule cible, une multitude de réflexions parmi lesquelles il est difficile de sélectionner la bonne. Des méthodes plus évoluées captent le signal provenant du radar, l'amplifient, lui font subir un traitement adéquat et le réémettent dans la direction d'incidence. On peut ainsi fournir de fausses informations de distance et de trajectoire. Pour éviter d'être leurrés, les radars les plus sophistiqués émettent des impulsions de fréquence variable et de très courte durée (compression d'impulsion) qu'il est difficile de détecter à temps et, surtout, de modifier de façon satisfaisante.

Le domaine des contremesures est fort actif et a donné lieu à des retombées technologiques intéressantes dans le domaine civil. Vu son caractère ultra-secret, il est difficile d'obtenir des informations détaillées [169].

## 8.2 TÉLÉCOMMUNICATIONS

### 8.2.1 Introduction

Les hyperfréquences sont abondamment utilisées en télécommunications, le plus souvent pour des transmissions dirigées dans l'espace libre, d'une antenne d'émission à une antenne de réception. On parle de *faisceau hertzien* lorsque les deux stations sont situées au sol (§ 8.2.12). Les transmissions *par satellites* sont réalisées grâce aux hyperfréquences (§ 8.2.13), de même que les liaisons avec des sondes et des expéditions spatiales (§ 8.2.14).

Des guides d'ondes circulaires (§ 2.7.6) sont aussi utilisés. Comme le mode qui présente le moins d'affaiblissement n'est pas le mode dominant, la mise au point de cette technique a rencontré beaucoup de difficultés. A peine quelques tronçons prototypes ont-ils été installés que cette méthode a été dépassée techniquement par les fibres optiques (sect. 2.10 et § 8.2.15).

### 8.2.2 Rapport de puissances

Dans un système de transmission à deux antennes et une seule onde (fig. 8.13), la puissance reçue  $P_r$  est donnée par

$$P_r = P_f G_1 G_2 (\lambda/4\pi L)^2 \quad W \quad (8.11)$$

où  $P_f$  est la puissance fournie à l'antenne d'émission,  $G_1$  et  $G_2$  sont respectivement les gains en puissance (§ 7.4.11) des deux antennes et  $L$  la distance qui les sépare. On a négligé les pertes dans l'atmosphère (§ 8.2.11). Connaissant la puissance de bruit captée et ajoutée au récepteur (sect. 7.6), ainsi que le rapport signal sur bruit nécessaire pour une transmission de qualité suffisante, on détermine la puissance fournie  $P_f$  minimum et les paramètres des autres composants du système. Le choix résulte d'une évaluation des coûts respectifs de ceux-ci.

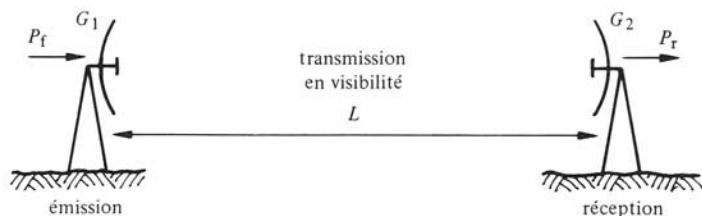


Fig. 8.13 Système de transmission.

### ■ 8.2.3 Propagation dans l'atmosphère, atmosphère standard

Si les propriétés électromagnétiques de l'air sont très proches de celles du vide ( $\epsilon_r \cong 1$ ,  $\mu_r = 1$ ), elles ne sont toutefois pas rigoureusement identiques. Lorsqu'on étudie un trajet couvrant une grande distance dans l'atmosphère, il faut tenir compte des variations dues à la pression  $p$ , à la température  $T$  et à l'humidité  $\nu$ . La permittivité relative de l'air en hyperfréquences est donnée par une relation empirique

$$\epsilon_r = n^2 \cong \left[ 1 + \left( \frac{79p}{T} - \frac{11\nu}{T} + \frac{3,8 \cdot 10^5 \nu}{T^2} \right) 10^{-6} \right]^2 \quad 1 \quad (8.12)$$

où  $p$  est la pression barométrique en millibar,  $T$  la température en Kelvin,  $\nu$  la pression de vapeur d'eau en millibar et  $n$  l'indice de réfraction.

Les ondes visibles ne sont pas affectées par l'humidité : on obtient leur indice de réfraction en posant  $\nu = 0$  dans (8.12).

De nombreuses mesures ont permis d'établir un profil moyen pour  $\epsilon_r$  en fonction de l'altitude  $h$ , que l'on appelle *atmosphère standard* (fig. 8.14) [170].

L'étude de la propagation dans l'atmosphère est un problème de géométrie sphérique : l'indice de réfraction  $n$  est une fonction de l'altitude  $h$  et donc de la distance

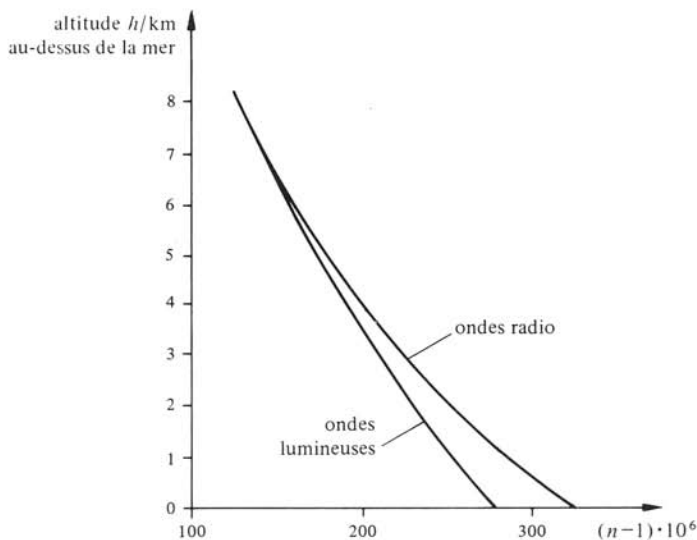


Fig. 8.14 Atmosphère standard.

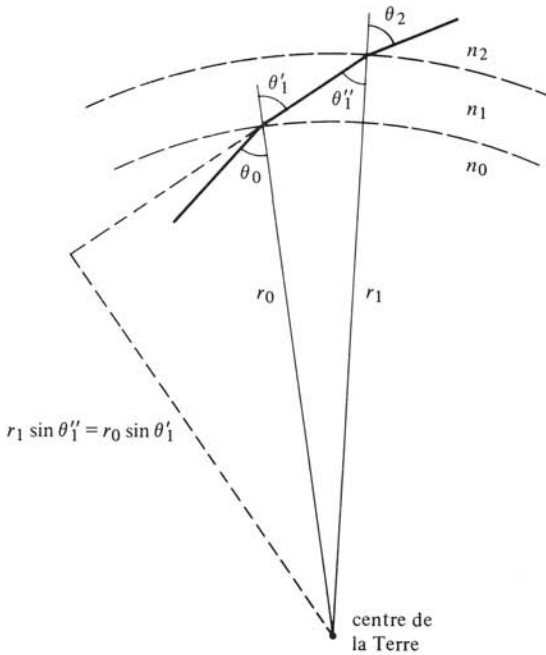


Fig. 8.15 Propagation dans des milieux sphériquement stratifiés.

$r = h + R_T$  jusqu'au centre de la terre ( $R_T \cong 6\,370$  km est le rayon terrestre). On considère le cas de trois couches homogènes, respectivement d'indice  $n_0, n_1$  et  $n_2$  (fig. 8.15).

Sur les sphères de très grand rayon  $r_0$  et  $r_1$  séparant deux milieux, la loi de Snell (III.6.67) spécifie que

$$n_0 \sin \theta_0 = n_1 \sin \theta'_1 \quad 1 \quad (8.13)$$

$$n_1 \sin \theta''_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad 1 \quad (8.14)$$

Par ailleurs, des considérations géométriques sur la figure 8.15 montrent que

$$r_1 \sin \theta''_1 = r_0 \sin \theta'_1 \quad m \quad (8.15)$$

En combinant ces relations, on trouve

$$n_0 r_0 \sin \theta_0 = n_1 r_0 \sin \theta'_1 = n_1 r_1 \sin \theta''_1 = n_2 r_1 \sin \theta_2 \quad m \quad (8.16)$$

On généralise ensuite au cas de variations continues, ce qui donne

$$n r \sin \theta = n_0 r_0 \sin \theta_0 \quad m \quad (8.17)$$

Contrairement à la croyance populaire, les rayons ne se propagent pas en ligne droite dans l'atmosphère, mais suivent des trajectoires courbes. Pour les faisceaux hertziens, l'angle d'incidence  $\theta$  est le plus souvent très proche de  $\pi/2$ , aussi emploie-t-on de préférence l'angle complémentaire  $\pi/2 - \theta = \alpha$  en termes duquel (8.17) devient

$$n r \cos \alpha = n_0 r_0 \cos \alpha_0 \quad m \quad (8.18)$$

On choisit comme référence le niveau de la mer, posant  $r_0 = R_T$  (rayon terrestre) et on développe

$$n(R_T + h) \cos \alpha = n_0 R_T \cos \alpha_0 \quad m \quad (8.19)$$

$$n \left( 1 + \frac{h}{R_T} \right) \left( 1 - \frac{\alpha^2}{2} \right) \cong n_0 \left( 1 - \frac{\alpha_0^2}{2} \right) \quad 1 \quad (8.20)$$

et en laissant tomber les termes de second ordre

$$\frac{1}{2}(\alpha^2 - \alpha_0^2) \cong (n - n_0) + \frac{h}{R_T} = \frac{h}{kR_T} \quad 1 \quad (8.21)$$

où on a posé

$$k = \frac{1}{1 + (n - n_0)R_T/h} \cong 4/3 \quad 1 \quad (8.22)$$

sachant que  $n - n_0$  est approximativement proportionnel à  $h$  aux basses altitudes (fig. 8.14).

La signification pratique de (8.21) est qu'on peut remplacer l'étude de trajectoires réelles curvilignes au-dessus d'une terre de rayon  $R_T$  par celle de trajectoires fictives rectilignes au-dessus d'une terre fictive de rayon  $kR_T$ . La variation de permittivité de l'air, bien que minime, permet ainsi d'étendre la portée d'une liaison.

### 8.2.4 Atmosphère réelle

Le profil moyen de l'atmosphère (fig. 8.14) n'est qu'une valeur statistique représentant une moyenne des valeurs effectivement mesurées. En réalité la valeur de  $k$  dépend des latitudes et varie entre 1,2 et 1,5 [170]. Lors de fluctuations atmosphériques, on peut avoir localement une région où  $n$  croît avec l'altitude : il y a dans ce cas apparition d'ondes guidées (réfraction anormale, mirages, sect. 2.9). Au voisinage de ce canal se situent des zones d'ombre où il est apparemment impossible de transmettre ou de recevoir. Ces anomalies se produisent souvent au-dessus des côtes (par exemple dans le triangle des Bermudes).

### ■ 8.2.5 Propagation dans un plasma simple

Les hautes couches de l'atmosphère sont continuellement bombardées par le rayonnement solaire et par conséquent la terre est entourée de couches sphériques de particules ionisées (plasma) que l'on appelle *ionosphère* (§ 8.2.6). Pour déterminer l'effet de ces couches sur les communications, on étudie la propagation d'une onde plane dans un *plasma simple*. Les particules ionisées qui forment ce plasma n'ont pas de mouvement continu; il n'y a pas de champ magnétique statique appliqué. On considère les relations linéarisées valables pour les petits signaux (§ 4.4.3).

Le plasma comporte une densité homogène  $n_0$  d'électrons de masse  $m$  et d'ions positifs monovalents de masse  $M$ . La densité de courant (vecteur-phaseur) est liée à la vitesse de ces particules, respectivement  $\underline{v}_e$  et  $\underline{v}_p$

$$\underline{J} = n_0 q (\underline{v}_e - \underline{v}_p) \quad \text{A/m}^2 \quad (8.23)$$



Les vitesses sont proportionnelles au champ électrique  $\underline{E}$  (4.23)

$$\underline{v}_e = q \underline{E} / j \omega m \quad \text{m/s} \quad (8.24)$$

$$\underline{v}_p = -q \underline{E} / j \omega M \quad \text{m/s} \quad (8.25)$$

Combinant ces relations, on trouve la loi d'Ohm du milieu

$$\underline{J} = \frac{n_0 q^2}{j \omega m} \left( 1 + \frac{m}{M} \right) \underline{E} = \sigma \underline{E} \quad \text{A/m}^2 \quad (8.26)$$

Comme  $M \cong 1830 Zm$  ( $Z =$  nombre atomique), la contribution des ions est négligeable.

On introduit alors ce résultat dans les équations de Maxwell et on obtient l'équation de propagation

$$\nabla \times \nabla \times \underline{E} = -\beta \times \beta \times \underline{E} = \mu_0 \epsilon_0 (\omega^2 - \omega_p^2) \underline{E} \quad \text{Vs/m}^3 \quad (8.27)$$

avec

$$\omega_p = \left( \frac{n_0 q^2}{m \epsilon_0} \right)^{1/2} = 56,4 \sqrt{n_0 [\text{m}^{-3}]} \quad \text{rad/s} \quad (4.32)$$

On a propagation :

- d'ondes longitudinales ( $\beta \times \underline{E} = 0$ ) lorsque  $\omega = \omega_p$ . Il s'agit d'oscillations de plasma, sans transport d'énergie, car  $v_g = 0$ ;
- d'ondes transversales ( $\beta \cdot \underline{E} = 0$ ) pour  $\omega \geq \omega_p$ . La relation de propagation pour  $\beta$  est identique à celle d'un mode de propagation en guide d'ondes, ayant une pulsation de coupure  $\omega_p$  (§ 2.2.31).

La présence d'un plasma empêche la propagation de signaux de fréquence inférieure à  $\omega_p/2\pi$ . Lors de la rentrée dans l'atmosphère de véhicules spatiaux, la formation d'une couche dense de plasma autour du véhicule interrompt les communications durant une des phases les plus cruciales de l'expédition.

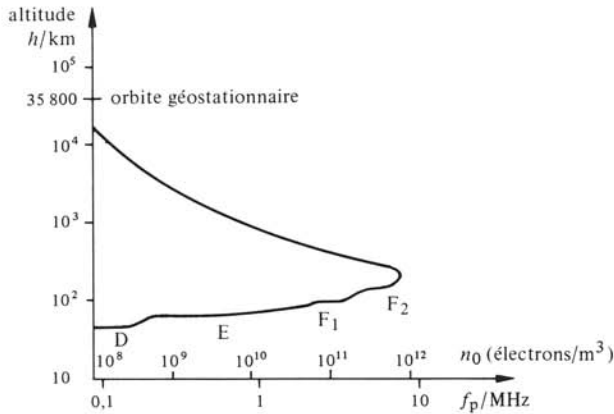
## 8.2.6 Ionosphère

Bien que l'ionosphère ne soit pas un plasma simple, par suite de fluctuations et de la présence du champ magnétique terrestre, les résultats obtenus dans la section précédente sont approximativement valables. L'ionosphère est formée de couches D, E, F<sub>1</sub> et F<sub>2</sub> (fig. 8.16). La dernière couche F<sub>2</sub> varie considérablement en densité et en altitude entre le jour et la nuit, dépendant de plus des saisons et des cycles solaires [171].

On constate que la fréquence limite se situe au voisinage de 8 MHz : les signaux hyperfréquences, dont les fréquences sont bien supérieures, traversent la ionosphère sans être réfléchis et pratiquement sans dispersion. Il faut encore que leur amplitude ne soit pas trop élevée pour que la théorie des petits signaux reste applicable.

## 8.2.7 Influence du sol, zones des Fresnel

Le signal électromagnétique qui atteint le sol est réfléchi en partie (§ III.6.7.1). Le récepteur peut recevoir ainsi une onde indirecte, réfléchie par le sol, qui s'ajoute à l'onde directe. Ces deux ondes parcourent des distances différentes : elles ont de ce fait des phases différentes à leur arrivée au récepteur. Si la différence des trajets est inférieure à  $\lambda/2$ , il y a réduction d'un signal à polarisation perpendiculaire (horizontale) et, si



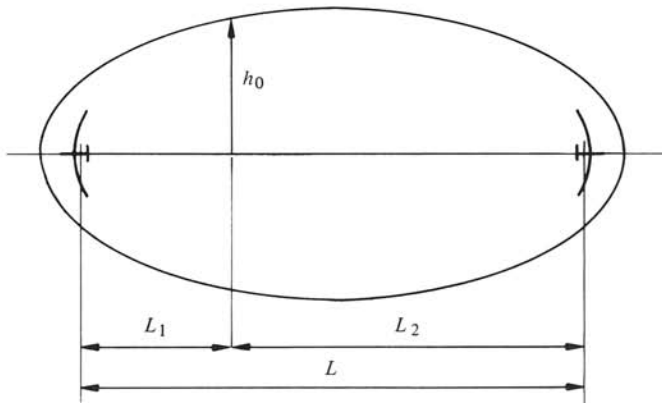
**Fig. 8.16** Densité moyenne d'électrons dans la ionosphère et fréquence de plasma correspondante en fonction de l'altitude.

l'angle d'incidence est élevé, renforcement du signal à polarisation parallèle (verticale); le contraire se produit si la différence de trajets est située entre  $\lambda/2$  et  $\lambda$  (et ainsi de suite ...). Les régions de l'espace qui produisent ces réflexions sont appelées respectivement première (deuxième, ...) *zone de Fresnel*. La première zone de Fresnel est le lieu des points de l'espace pour lesquels les trajets indirects diffèrent d'une demi-longueur d'onde au maximum du trajet direct. Elle est située à l'intérieur d'un ellipsoïde dont les deux antennes occupent les foyers (fig. 8.17). Le demi petit axe vaut  $1/2\sqrt{\lambda L}$ .

En un point donné entre les deux antennes, le rayon  $h_0$  de la section droite de l'ellipsoïde vaut

$$h_0 = \sqrt{\frac{\lambda L_1 L_2}{L}} \quad \text{m} \quad (8.28)$$

On constate en pratique que seuls les signaux réfléchis dans la première zone de Fresnel ont une amplitude suffisante pour provoquer des interférences importantes. Dans la mesure du possible, on veille donc à ce que cette zone ne soit pas obstruée.



**Fig. 8.17** Première zone de Fresnel.

### 8.2.8 Evanouissements, scintillement

Contrairement à ce que l'on pourrait penser, les liaisons en visibilité ne sont pas stables, mais peuvent présenter des variations importantes, dues principalement à des phénomènes d'interférences.

Le signal capté résulte de l'interférence entre le champ direct et le champ réfléchi. Suivant la phase de ces deux signaux, on a affaiblissement ou renforcement du champ; les maxima et minima sont respectivement

$$E_0(1 + |\rho|) \quad \text{et} \quad E_0(1 - |\rho|) \quad \text{V/m} \quad (8.29)$$

avec :  $E_0$  = amplitude du champ direct  
 $|\rho|$  = amplitude de réflexion du sol

L'atmosphère étant inhomogène et variant avec le temps (§ 8.2.4), la phase relative de ces deux signaux et leurs amplitudes se modifient. Les fluctuations à long terme sont appelées *évanouissements*, en anglais fading. On parle de *scintillement* dans le cas de fluctuations rapides.

Même en l'absence de réflexions sur le sol, de tels phénomènes peuvent se produire; le trajet direct peut être scindé en plusieurs parcours distincts par des inhomogénéités de l'atmosphère. Cependant, la cause la plus fréquente des évanouissements est l'interférence entre le signal direct et le signal réfléchi par le sol. On peut s'en affranchir en grande partie en libérant de tout obstacle la première zone de Fresnel (§ 8.2.7).

L'effet d'une variation de longueur de trajet augmente avec la fréquence. Pour cette raison, les évanouissements seront plus fréquents et plus marqués aux fréquences élevées.

### 8.2.9 Propagation en non-visibilité, zone de diffraction

On parle de propagation en non-visibilité lorsque la droite reliant l'émetteur au récepteur coupe le globe terrestre. On a vu que pour des situations où les deux stations sont peu au-dessous de l'horizon réel, l'incurvation des rayons par l'inhomogénéité de l'atmosphère permet de définir un *horizon radio* différent de l'horizon réel (effet de la diffraction atmosphérique § 8.2.3). La liaison peut donc avoir lieu à une distance supé-

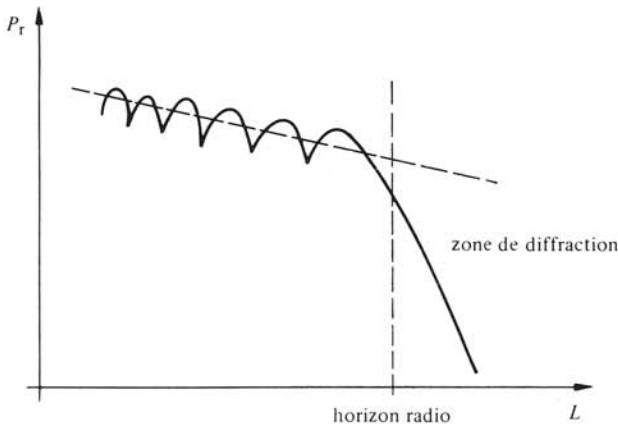


Fig. 8.18 Zone de diffraction.

rieure à la portée optique, mais au-delà de cet horizon radio, la décroissance du signal est très rapide, on se trouve dans la *zone de diffraction* (fig. 8.18). On peut en effet avoir *diffraction* du signal par la sphère terrestre, et donc transmission au-delà de l'horizon.

De même qu'en optique, une arête vive, par exemple le sommet d'une montagne, donne lieu à un phénomène de diffraction. Les signaux ainsi transmis sont très affaiblis, mais parfaitement utilisables car relativement stables et dépendant peu des conditions atmosphériques. Une transmission par diffraction sur une arête requiert donc une puissance d'émission élevée. Un obstacle, tel qu'une montagne, peut être mis à profit dans l'établissement d'une liaison à longue portée.

### 8.2.10 Propagation trans-horizon, diffusion troposphérique

D'après la figure 8.18, on voit qu'une fois passé l'horizon, la décroissance du signal est extrêmement rapide. Or, si on continue d'éloigner l'émetteur et le récepteur, on s'aperçoit qu'à partir d'une certaine distance, cette décroissance devient nettement moins rapide que la théorie de la diffraction ne le laissait supposer (fig. 8.19). Le champ est alors faible, mais reste utilisable avec des antennes à grand gain et un émetteur puissant.

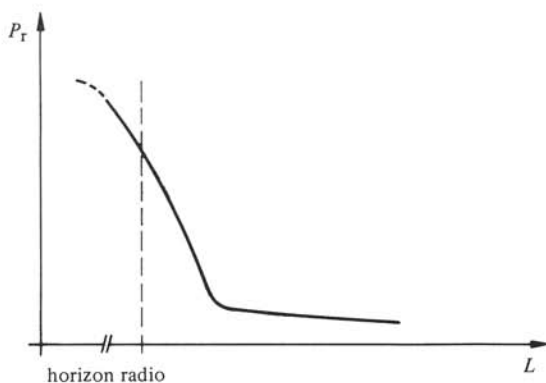


Fig. 8.19 Propagation trans-horizon.

Ce phénomène de propagation peut s'expliquer par la diffusion des ondes dans la partie de la troposphère qui se trouve en vue directe à la fois de l'émetteur et du récepteur; cette diffusion serait due à la turbulence atmosphérique qui donne lieu à de petites hétérogénéités locales fluctuantes. Le champ reçu proviendrait de la sommation de contributions élémentaires provenant par diffusion d'une zone étendue de l'atmosphère (fig. 8.20).

### 8.2.11 Effet des précipitations

Pour des fréquences supérieures à 10 GHz, l'atmosphère présente des phénomènes d'absorption et de diffraction du signal, produits par l'oxygène, la vapeur d'eau, la pluie, les nuages et la neige. De nombreuses études ont été faites ou sont en cours: les phénomènes étudiés sont complexes et les résultats de mesures présentent une grande dispersion [172, 173]. Ces effets produisent un affaiblissement supplémentaire du si-

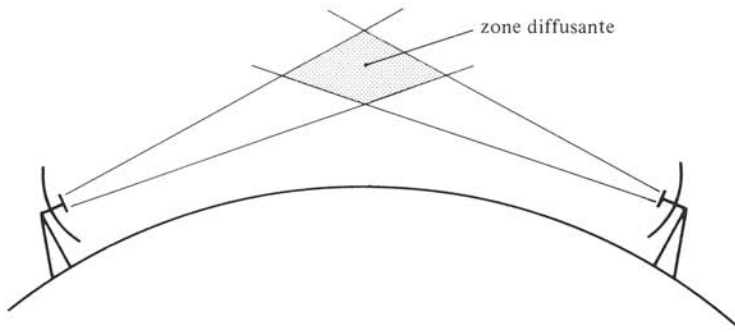


Fig. 8.20 Diffusion troposphérique.

gnal, une rotation du plan de polarisation, ainsi que du bruit (scintillement). Par suite de la saturation croissante des bandes de fréquence, on est néanmoins forcé de faire usage de fréquences supérieures à 10 GHz : des études statistiques des précipitations sont faites pour prédire la fiabilité de la liaison [174].

### 8.2.12 Faisceaux hertziens

Deux problèmes doivent être résolus pour installer un faisceau hertzien en visibilité :

- choisir un trajet ne comportant pas d'obstacles, tenant compte de la diffraction atmosphérique (§ 8.2.3) et de l'influence du sol (§ 8.2.7). On reporte le profil, obtenu par la lecture d'une carte topographique, sur un diagramme altitude-position (fig. 8.21). On trace sur le même diagramme la première zone de Fresnel et on obtient la position et la hauteur que doivent avoir les antennes [175];

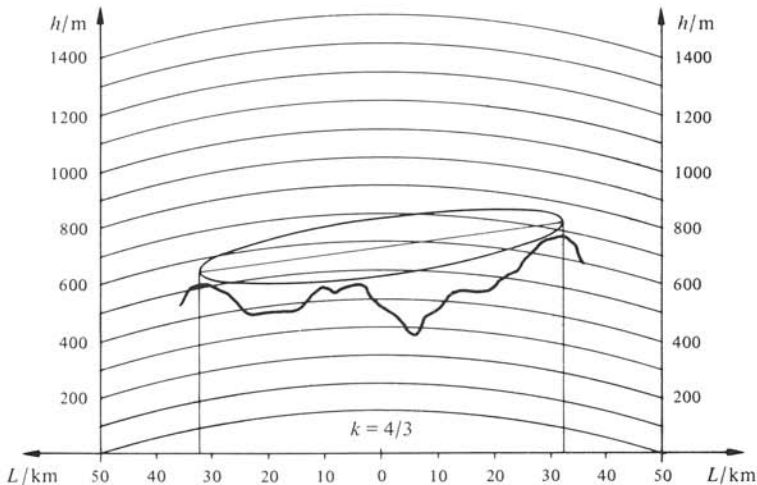


Fig. 8.21 Exemple d'utilisation d'un diagramme altitude-position pour l'établissement d'un faisceau hertzien sur une terre fictive de rayon  $k R_T$  avec  $k = 4/3$ .

- les rapports de puissance (§ 8.2.2) permettent de choisir pour la distance considérée les composants les plus adéquats.

Un faisceau hertzien comporte des voies de téléphonie ainsi que de télévision. Il est plus facile à installer qu'une ligne téléphonique, particulièrement dans un relief accidenté : les antennes peuvent être installées sur des montagnes par hélicoptère et les répéteurs sont alimentés par des batteries, qui peuvent être rechargées à l'aide de capteurs solaires.

Lors de l'établissement d'un faisceau hertzien, il faut éviter des interférences possibles entre sections consécutives. On fait usage pour cela de fréquences porteuses différentes sur des sections adjacentes.

### 8.2.13 Satellites de télécommunications

L'utilisation de satellites géostationnaires comme relais de télécommunications a été préconisée en 1945 par Clarke [176]. Le premier satellite, Spoutnik I, fut mis sur orbite le 4 octobre 1957. C'est en 1962 qu'a été lancé le premier satellite de télécommunications, Telstar I; il s'agissait d'un satellite à défilement. Quant au premier satellite géostationnaire de télécommunications, Early Bird, il date de 1965; il a été suivi de plusieurs générations de satellites Intelsat.

A une altitude de 35800 km, un satellite tourne autour de la terre en 24 h : il se situe donc au-dessus d'un point fixe à l'équateur. On parle d'orbite géostationnaire (fig. 8.22).

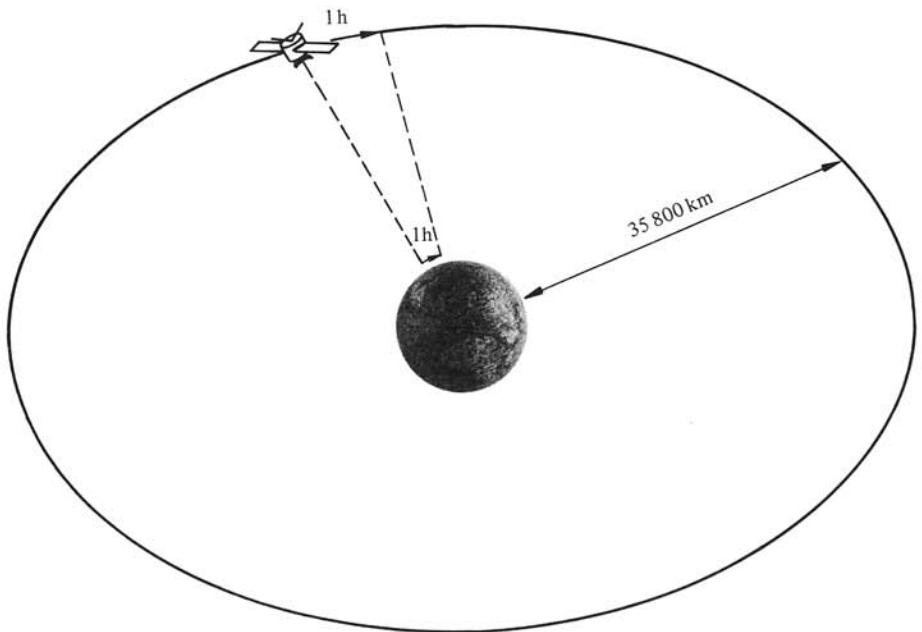


Fig. 8.22 Station orbitale géostationnaire.

L'emploi d'une orbite géostationnaire en télécommunications présente de sérieux avantages :

- l'antenne au sol est pointée vers un point fixe dans le ciel, seules de légères corrections de pointage sont nécessaires pour compenser les effets de diffraction atmosphérique et les légères variations d'orbite;
- comme la distance de l'antenne au satellite reste constante, il n'y a pas d'effet Doppler (§ 8.1.13); il en résulte que la fréquence du signal ne varie pas. Pour un satellite à défilement, au contraire, le mouvement du satellite par rapport à l'antenne produit un décalage en fréquence, qu'il faut compenser;
- vu la distance très élevée, un satellite géostationnaire est situé au-dessus des hautes couches de l'atmosphère et n'est donc pratiquement pas ralenti. Il pourrait rester sur orbite plus d'un million d'années. Son opération est toutefois limitée dans le temps par le combustible nécessaire pour stabiliser l'orbite.

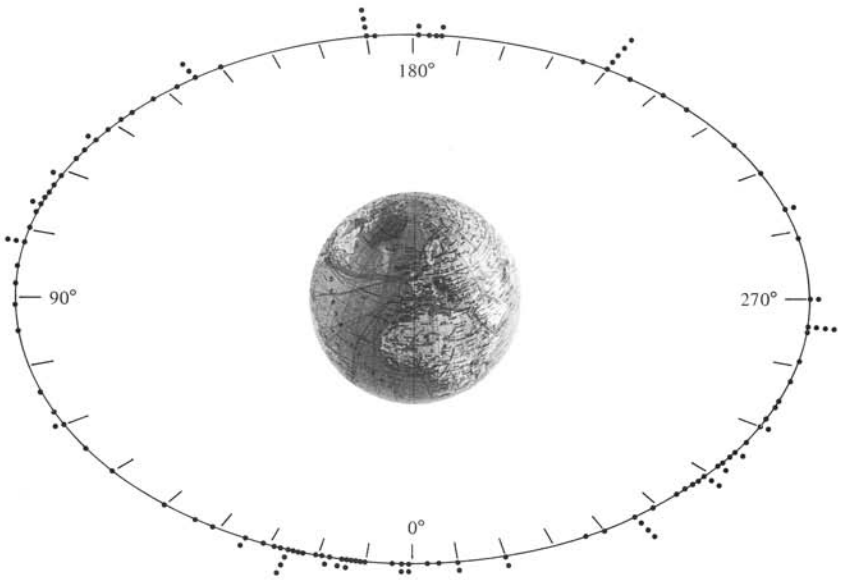
L'orbite haute présente cependant des inconvénients :

- le temps nécessaire à un trajet de la Terre au satellite est supérieur à  $35\,800\text{ km}/c_0 = 119\text{ ms}$ . Une transmission téléphonique aller et retour (4 trajets) prend donc plus de 476 ms. Ce retard peut devenir gênant;
- la grande distance à couvrir réduit considérablement l'amplitude du signal (§ 8.2.2). La station réceptrice doit faire usage d'une grande antenne, de l'ordre de 30 mètres de diamètre et d'un récepteur de grande sensibilité (amplificateur paramétrique, § 7.6.5 et sect. 4.10);
- comme les dimensions de l'antenne installée sur un satellite sont limitées, la zone illuminée par le faisceau est très grande (continent). Le signal transmis par l'émetteur d'une station est capté, puis réémis sur une autre fréquence par le satellite. Il se peut qu'une partie de ce dernier signal soit captée par le récepteur de la station émettrice, produisant un effet d'écho désagréable. Des dispositifs de suppression d'écho sont alors nécessaires.

Les satellites de télécommunications jouent un rôle extrêmement important dans le transfert d'information, qu'il s'agisse du téléphone, de la télévision ou de données d'ordinateur. En plus des systèmes internationaux, de nombreux satellites nationaux de télécommunications sont en orbite (Molnya, Anik, Palapa et beaucoup d'autres, fig. 8.23). En 1980, 93 sites géostationnaires sont occupés [177]. L'utilisation de satellites pour transmettre directement la télévision aux téléspectateurs est à l'étude. On préconise actuellement de faire usage de la bande de 12 GHz.

#### 8.2.14 Communications spatiales

A de beaucoup plus grandes distances, les communications avec les expéditions spatiales et avec des sondes sont toujours assurées par hyperfréquences. La distance de la Terre à la Lune étant de 384400 km, le signal transmis aux astronautes d'Apollo ou aux commandes du Lunokhod a subi un retard de 1,28 seconde. Des images de Jupiter et de ses satellites ont été transmises par les sondes spatiales Voyager 1 et 2 (fig. 8.24) [178]. La distance moyenne de Jupiter au Soleil est de 778 millions de km = 43 minutes-lumière. Le signal reçu de ces sondes est extrêmement faible (§ III.7.5.7).



**Fig. 8.23** Occupation de l'orbite géostationnaire au-dessus de l'équateur par des satellites de télécommunications.



**Fig. 8.24** Image de Jupiter et de deux de ses satellites, Io (à gauche) et Europe (à droite), transmise par la sonde Voyager 1.

### 8.2.15 Applications des fibres optiques

Qui n'a déjà vu, dans la vitrine de quelque magasin, ces fontaines lumineuses composées de fibres multicolores se balançant au gré des courants d'air. Cette utilisation peu prosaïque ne doit pas faire oublier l'immense intérêt des fibres optiques dans



de nombreux domaines, dû à leurs divers avantages :

- faible encombrement;
- insensibilité aux perturbations radioélectriques;
- légèreté;
- affaiblissement très petit ( $< 5$  dB/km);
- rayonnement négligeable (faible diaphonie);
- matériau de base abondant (sable de silice);
- prix faible.

Leur emploi se justifiera donc chaque fois qu'un de ces avantages est déterminant.

Dans le domaine des télécommunications, de loin le plus prometteur, de nombreuses liaisons expérimentales et quelques liaisons commerciales ont été réalisées. On utilise des câbles optiques dans les liaisons téléphoniques à fort trafic et moyenne distance, du fait du faible encombrement (apprécié dans les villes), de l'insensibilité aux perturbations, de l'absence de répéteurs, et de la très faible diaphonie [179]. Notons que la généralisation de l'implantation des fibres optiques dans la téléphonie est liée au développement de sources fiables et bon marché (diodes électroluminescentes et lasers) et du traitement optique de l'information. Celui-ci se fait encore par conversion en signal électrique, traitement électronique puis reconversion. On envisage de poser des câbles transatlantiques à fibres optiques. Ceux-ci seraient plus légers, plus performants et plus économiques que les câbles conventionnels.

Plusieurs réseaux de télédistribution ont adopté les fibres optiques pour des raisons de capacité. Les abonnés d'un système révolutionnaire japonais (Hi Ovis) disposent, en plus de multiples chaînes de télévision et de radio, d'un terminal d'ordinateur pour faire du calcul ou accéder à des banques de données (météo, annuaire de téléphone, journaux...) ou même effectuer des réservations [180].

Quant aux militaires, ils apprécient la quasi-impossibilité d'écouter ou de brouiller les communications, ainsi que le gain en poids dans les avions.

Dans les ordinateurs, l'importance des perturbations électromagnétiques oblige à réduire le débit des liaisons pour éviter un taux d'erreur excessif : les câbles optiques étant insensibles à ces perturbations, leur inclusion dans les liaisons permet d'augmenter le débit entre ordinateur et périphériques.

Enfin, dans la mesure en haute tension, les fibres optiques éliminent tout problème d'isolation entre le point de mesure et les instruments.

Parmi les applications en dehors des communications, on peut citer un des premiers succès des fibres optiques, l'endoscopie en médecine [181]. Le procédé est aujourd'hui étendu à la mécanique et en particulier à l'automobile pour voir certaines parties cachées [182].

## 8.3 CHAUFFAGE À MICROONDES

### 8.3.1 Historique

En 1945, un fabricant de magnétrons pour radars découvrit, fortuitement paraît-il, que les hyperfréquences peuvent produire un échauffement [183]. Cet effet fut rapidement mis à profit pour réaliser des fours, permettant de chauffer des aliments et des matériaux de toutes sortes. Pendant longtemps, ces fours restèrent l'apanage des café-

térias et des restaurants. Depuis le début des années 70, ils sont aussi apparus dans les cuisines familiales de nombreux pays. Aux Etats-Unis d'Amérique, plus de 2 millions de fours à microondes sont vendus chaque année, le nombre total de fours installés dépassant maintenant les 10 millions : la vente de fours à microondes y dépasse celle de tous les autres types de cuisinières.

### 8.3.2 Principe de fonctionnement

Un magnétron (sect. 4.2), fonctionnant le plus souvent à 2,45 GHz (bande attribuée aux usages industriels, scientifiques et médicaux : ISM), libère une puissance allant de quelques centaines de watts à quelques dizaines de kilowatts, selon les applications. Il est connecté par un guide d'ondes à une cavité résonnante (four) qui contient le matériau à chauffer ou à sécher : aliments, bois, papier, matières plastiques, produits chimiques, textiles, produits de construction, etc. Un *brasseur de modes*, ventilateur à pales métalliques, distribue l'énergie électromagnétique aux différents modes résonnants de la cavité de façon à assurer un chauffage moyen uniforme. La figure 8.25 représente schématiquement un four à microondes.

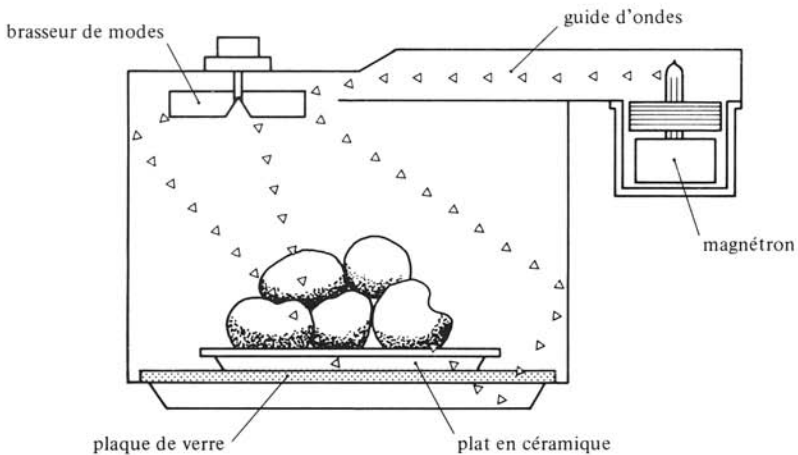


Fig. 8.25 Four à microondes.

### 8.3.3 Caractéristiques des différents types de chauffage

Dans le *chauffage par air chaud*, la chaleur est *générée à l'extérieur* du corps à chauffer (flamme, corps de chauffe) et transmise par conduction ou convection (air chaud). La *surface* est chauffée en premier, la chaleur s'écoule vers l'intérieur par conduction : l'intérieur reste donc toujours plus froid que la surface. Le processus de cuisson est long si l'on veut cuire l'intérieur sans carboniser la surface.

Le *chauffage à infra-rouge* chauffe également la surface, cette fois-ci par rayonnement. A l'intérieur de la pièce tout est similaire au cas précédent. L'air extérieur n'est toutefois pas aussi chaud, du fait qu'il est chauffé indirectement par convection.

Le *rayonnement microondes* pénètre beaucoup plus profondément dans le corps à chauffer (pour autant que celui-ci ne soit pas métallique). C'est à l'intérieur que le

rayonnement électromagnétique est transformé en chaleur par divers mécanismes complexes de conversion tels que rotation et élongation de molécules, conduction ionique et polarisation de surfaces. La chaleur apparaît ainsi *de façon distribuée à l'intérieur même du corps à chauffer*, ce qui permet un chauffage plus rapide et plus uniforme. La surface, en contact avec l'air froid environnant, reste plus froide que pour les méthodes précédentes (meilleure conservation des vitamines dans les aliments). Peu de chaleur est perdue vers le milieu environnant. Pour chauffer la surface elle-même, il faut l'isoler de l'air environnant (papier, sauce, etc.).

On peut dire, en première approximation, que les microondes chauffent un volume, alors que les méthodes traditionnelles chauffent une surface [184].

### 8.3.4 Mécanisme de la conversion thermique des microondes

La puissance moyenne convertie en chaleur par unité de volume est donnée par

$$P_{\text{abs}} = 2 \pi \epsilon_0 f |\underline{E}|^2 \epsilon_r'' \quad \text{W/m}^3 \quad (8.30)$$

Les valeurs mesurées de  $\epsilon_r''$  pour plusieurs types d'aliments sont données à la figure 8.26 [185].

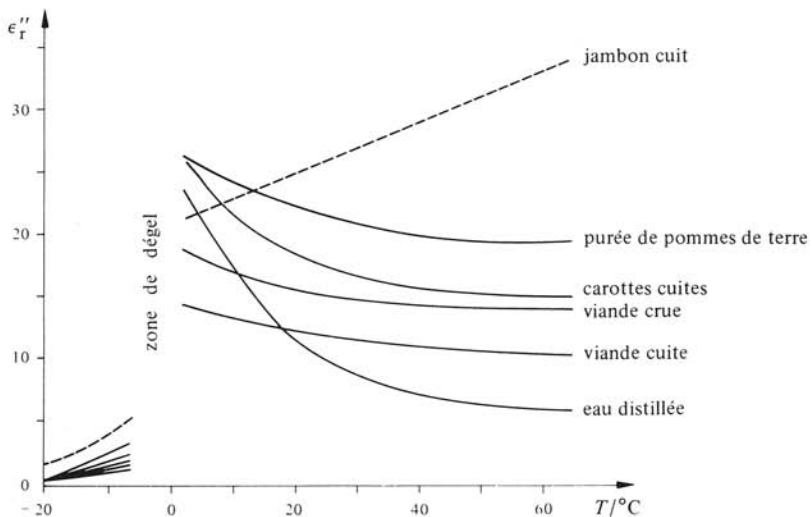


Fig. 8.26 Composante imaginaire de la permittivité  $\epsilon_r''$  à 2,45 GHz pour divers aliments, en fonction de la température.

On constate que dans la plupart des cas  $\epsilon_r''$  décroît lorsque la température augmente : le processus de cuisson s'arrête de lui-même. Seuls certains corps gras suivent une loi inverse : des précautions doivent être prises dans ce dernier cas pour éviter l'emballement thermique. Les pertes des aliments congelés sont faibles.

Les propriétés électromagnétiques du corps chauffé varient durant le processus (cuisson, séchage, etc.). L'eau est évaporée et les pertes diminuent. Le processus s'arrête pratiquement lorsque toute l'eau a été évacuée. La charge vue par le générateur peut ainsi varier considérablement pendant le processus : les générateurs doivent pouvoir supporter des désadaptations importantes.

### 8.3.5 Applicateurs

L'applicateur est l'élément qui assure le transfert d'énergie entre la source d'hyperfréquences et le corps à chauffer. Son choix dépend souvent de façon critique de l'application. On peut regrouper les applicateurs en quatre types principaux :

- la cavité (fig. 8.25) est utilisée pour la cuisson d'aliments et d'autres applications industrielles, dans lesquelles on peut faire passer le matériau à chauffer à travers le four sans que l'énergie puisse en sortir (chicanes, etc.). En chimie, on peut obtenir des arcs dans un gaz réacteur sans placer d'électrodes métalliques dans ce gaz (pas de pollution ni d'usure) [186];
- l'applicateur à onde progressive (fig. 8.27). Le matériau en feuille ou en fils traverse un guide d'ondes rectangulaire fendu (§ 2.3.12) [187];

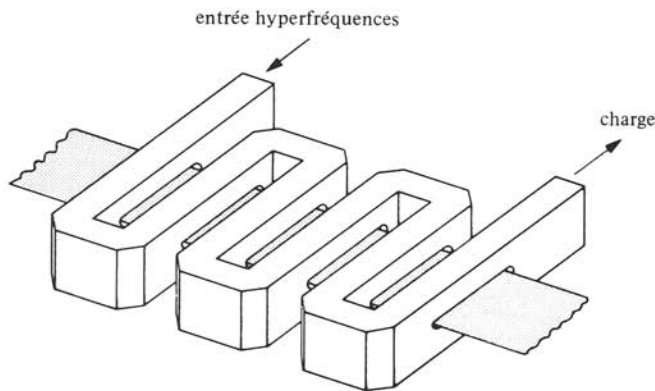


Fig. 8.27 Applicateur à onde progressive.

- l'applicateur à onde lente (fig. 8.28). Le matériau se déplace ici à proximité d'une ligne de propagation ouverte, interagissant de façon distribuée avec le champ électrique extérieur de la ligne. Ce champ est inhomogène; suite au mouvement continu des pièces, l'échauffement moyen après passage dans l'applicateur est pratiquement constant [188];

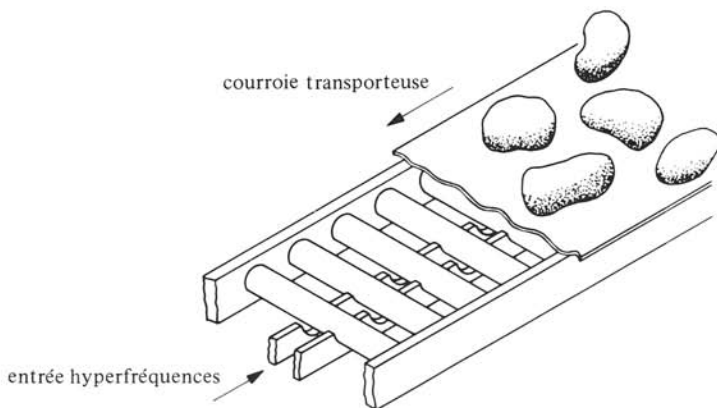


Fig. 8.28 Applicateur à onde lente.

- l'applicateur à onde libre. Ce dernier type est en fait une antenne. Il sert à transmettre l'énergie électromagnétique à des pièces de grandes dimensions, que l'on ne peut pas placer dans une enceinte fermée. Des précautions doivent être prises pour protéger l'opérateur. Des applicateurs de ce type ont permis de réduire en poudre du béton ou des pierres en les soumettant à des contraintes thermiques importantes [186]. A de plus faibles niveaux de puissance, des applicateurs similaires servent à chauffer localement des patients dans les traitements médicaux par diathermie (§ 8.3.8).

### 8.3.6 Avantages

L'énergie des hyperfréquences est une source très flexible de chaleur, facile à contrôler et à interrompre de façon instantanée. Elle est propre, ne donnant pas de produits de combustion quand elle est utilisée correctement. Le chauffage est très efficace, du fait qu'on ne chauffe pas l'air environnant, les parois du four ou du local. Le rendement moyen se situe entre 40 à 50 % : ce pourcentage de l'énergie électrique fournie par le secteur apparaît sous forme de chaleur dans le corps chauffé (fig. 8.29).

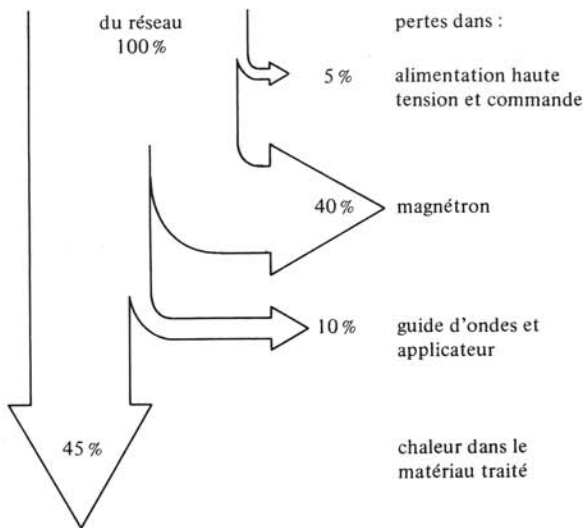


Fig. 8.29 Bilan énergétique du chauffage par microondes.

Une étude détaillée a montré que le four à microondes consomme en moyenne 60 à 70 % moins d'énergie que les autres moyens de cuisson [189]. Cet avantage est particulièrement significatif en période de pénurie d'énergie.

Lorsqu'un mélange de matériaux différents est exposé aux microondes, le chauffage est sélectif : les insectes dans les céréales peuvent être détruits sans endommager le grain [190]. En chimie, les électrons sont plus échauffés que les ions lourds : certaines réactions ont lieu avec moins d'énergie et un meilleur rendement que par les moyens traditionnels [186].

On peut encore signaler :

- coût d'opération et d'entretien modéré;
- économie de place due au cycle de chauffage plus court;
- réduction de pertes pendant le processus;
- réponse rapide.

Dans certains cas, on obtient un produit fini de qualité supérieure, ou encore un produit de bonne qualité à partir de matières premières de second choix.

### 8.3.7 Désavantages

Les avantages sont toutefois partiellement compensés par un certain nombre d'inconvénients qu'il ne faut pas sous-estimer :

- frais d'installation élevés. Les magnétrons et autres tubes coûtent plus cher que des corps de chauffe à résistance;
- impossibilité de griller des surfaces (nécessaire pour un bon steak !);
- difficulté à évacuer certains solvants à faibles pertes, lorsque l'eau s'est évaporée;
- équipement à technicité élevée, difficile à réparer par du personnel non qualifié;
- nécessité de blinder soigneusement les applicateurs pour éviter d'affecter le personnel. Les fours sont équipés de commutateurs de sécurité qui empêchent le fonctionnement si la porte est ouverte. Les portes sont garnies de chicanes (fig. 8.30) qui atténuent très fortement le rayonnement vers l'extérieur.

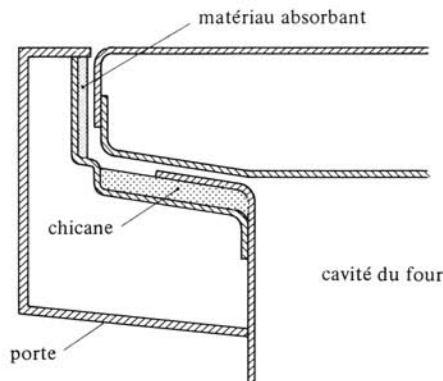


Fig. 8.30 Détail du joint de la porte d'un four.

### 8.3.8 Applications médicales : diathermie

L'application de chaleur est un procédé thérapeutique couramment utilisé en médecine. Une élévation locale de la température accélère les processus métaboliques, entraînant une dilatation des vaisseaux sanguins. Il en résulte une augmentation du flux sanguin et par conséquent une meilleure irrigation des tissus, ainsi que l'évacuation accélérée des déchets et de la chaleur. Les tissus ainsi chauffés reçoivent plus de matières nutritives et d'anticorps, il en résulte une amélioration des processus de guérison. On constate en parallèle des effets analgésiques et sédatifs. Les techniques classiques d'application de chaleur, par bains chauds, bains de boue ou de paraffine, compresses ou

infrarouges n'atteignent toutefois que la surface. Pour effectuer un traitement thermique plus en profondeur, par exemple pour chauffer des articulations ou des muscles crispés, on emploie la *diathermie* à très haute fréquence (13, 27 ou 40 MHz), à ultrasons ou à microondes.

La diathermie à microondes a été introduite en 1947. Un générateur à la fréquence ISM de 2,45 GHz fournit une puissance ajustable, qui peut atteindre 200 watts, à un applicateur (antenne) qui la rayonne vers le patient. L'applicateur est placé à quelques centimètres de la zone à traiter. Les niveaux de rayonnement ainsi obtenus vont de 100 mW/cm<sup>2</sup> à plusieurs watts par centimètre carré. Le traitement dure de l'ordre de 15 à 30 minutes, il est répété plusieurs fois par jour ou par semaine, dépendant des affections.

La diathermie par microondes est notamment utilisée en :

- orthopédie; arthroses, contusions, sciatiques, rhumatismes articulaires;
- médecine interne; asthmes, bronchites, infarctus, pleurésie, urologie;
- dermatologie; engelures, furoncles, anthrax, ulcères;
- oto-rhino-laryngologie; inflammations, otites, abcès, laryngites;
- soins dentaires;
- ophtalmologie.

Ces traitements doivent être appliqués avec grand soin, une dose trop élevée pouvant provoquer des brûlures. Ils ne sont pas recommandés pour des personnes souffrant de certaines affections vasculaires [191]. La diathermie par microondes a été utilisée avec succès pour faciliter des accouchements [192].

L'utilisation de la diathermie à microondes pour le traitement de tumeurs cancéreuses est actuellement à l'étude. Cette méthode permet de chauffer de façon préférentielle les tissus atteints, sans trop endommager les tissus sains. Des résultats encourageants ont été obtenus [193].

## 8.4 EFFETS BIOLOGIQUES

### 8.4.1 Effets thermiques

L'exposition à un rayonnement trop important peut donner lieu à des effets nocifs. Le rayonnement hyperfréquences est non ionisant (§ 1.2.8), son principal effet est *de nature thermique*, couramment utilisé en médecine (§ 8.3.8).

Le corps absorbe le rayonnement et s'adapte à la variation de température ainsi produite, la chaleur excédentaire étant évacuée par la circulation sanguine. Si toutefois le rayonnement devient trop important, l'équilibre thermique ne peut plus être maintenu par le corps et des brûlures apparaissent. Comme les hyperfréquences chauffent en profondeur, il est à craindre que des brûlures profondes se produisent sans que l'échauffement en surface ne soit excessif. Il existe un certain seuil de rayonnement, au-delà duquel des modifications irréversibles (cumulatives) apparaissent.

De nombreuses recherches ont été effectuées pour déterminer ce seuil. Aucun effet permanent n'a été observé pour des niveaux de puissance inférieurs à 100 mW/cm<sup>2</sup> [194]. L'organe le plus sensible, l'œil, présente un seuil d'environ 150 mW/cm<sup>2</sup> pour l'apparition de cataractes après une heure et demie d'exposition continue [195]. Les organes génitaux mâles sont sensibles à la chaleur : le rayonnement microondes peut

provoquer une stérilité temporaire. Ce niveau de  $100 \text{ mW/cm}^2$  est celui du rayonnement infrarouge que nous prodigue le Soleil à midi en plein été.

Introduisant un coefficient de sécurité de dix, la valeur de  $10 \text{ mW/cm}^2$  a été adoptée, d'abord aux USA, puis dans la plupart des pays d'Europe de l'Ouest, comme limite supérieure tolérée pour une exposition de durée illimitée au rayonnement hyperfréquences. Cette valeur ne doit pas être dépassée au voisinage d'installations de radar, de télécommunications ou de chauffage. Un niveau plus élevé est admis pour des irradiations de durées plus courtes que 6 minutes (fig. 8.31).

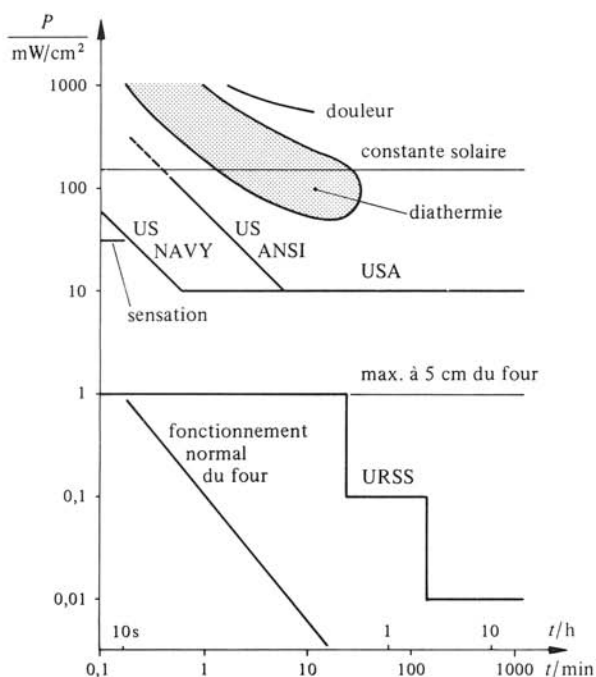


Fig. 8.31 Niveaux de rayonnement et valeurs limites.

#### 8.4.2 Remarque

La limite de  $10 \text{ mW/cm}^2$  est bien inférieure aux densités de puissance couramment utilisées en diathermie (fig. 8.31). Cette différence est due aux conditions d'application. Les traitements médicaux sont de nature locale, ils sont effectués sous contrôle. Pour obtenir un quelconque effet thérapeutique, il faut pratiquement dépasser la borne inférieure de  $100 \text{ mW/cm}^2$  [191]. En revanche, la limite de  $10 \text{ mW/cm}^2$  spécifie le niveau de rayonnement de fuite maximal auquel un passant non averti peut être exposé.

#### 8.4.3 Effets non thermiques

En Europe de l'Est et en Union Soviétique, la borne supérieure du rayonnement de fuite a été fixée à  $10 \mu\text{W/cm}^2$  pour une exposition de longue durée : il s'agit d'une valeur mille fois plus faible que celle prescrite aux USA et ailleurs. Un rayonnement



plus élevé est admis pour des expositions de brève durée (et apparemment au voisinage de certaine ambassade...). Cette limite très basse est justifiée par l'existence d'effets non thermiques, provenant d'autres types d'interactions du rayonnement sur l'organisme. Certains chercheurs croient que des effets nocifs peuvent apparaître à de très faibles niveaux de signal. On a attribué aux hyperfréquences : nervosité, déséquilibre hormonal, malformations, activité cérébrale anormale, etc. Certains symptômes ont été observés en laboratoire sur des échantillons de tissus et des organes isolés : malformations chromosomiales, excitation de cellules nerveuses. Ils n'ont toutefois pas pu être reproduits sur des organismes intacts. D'autres phénomènes, comme l'audition directe de signaux hyperfréquences modulés, apparaissent à des niveaux de puissance supérieurs à la borne tolérée pour les effets thermiques. Des résultats annoncés par certains chercheurs n'ont pas pu être retrouvés par d'autres ... On peut par exemple se demander si l'on n'aurait pas attribué aux hyperfréquences des symptômes dûs en fait aux rayons X rayonnés par un magnétron mal blindé, ou à la production d'ozone dans une installation défectueuse. Il est probable que des effets non thermiques existent réellement, mais il n'est pas prouvé qu'ils soient nocifs.

La recherche des effets non thermiques est fort active actuellement. On peut toutefois se poser certaines questions : si des effets non thermiques nocifs existent réellement, pourquoi ceux-ci n'ont-ils pas été décelés chez les opérateurs de radar de la seconde guerre mondiale ? Les précautions prises à l'époque étaient des plus sommaires, on raconte même que certains d'entre eux allumaient leurs cigarettes aux antennes de radars en fonctionnement ! Les patients traités par diathermie microondes devraient aussi être les premières victimes de ces effets.

#### 8.4.4 Porteurs de stimulateurs cardiaques

La présence de conducteurs métalliques dans l'organisme peut donner lieu à d'autres interactions. Le rayonnement hyperfréquences, pénétrant profondément dans le corps, peut induire un courant dans les stimulateurs cardiaques, créant un danger pour leurs porteurs. Des tests ont été effectués avec des signaux de différentes fréquences et régimes de fonctionnement. Ils ont montré que les effets les plus importants sont décelés pour des signaux de radar au voisinage de 9 GHz. A la fréquence industrielle de 2,45 GHz, seules de légères variations de rythme ont été constatées jusqu'au niveau maximum du test, fixé à  $25 \text{ mW/cm}^2$  [196].

#### 8.4.5 Remarque : sécurité des fours

Il est surprenant que ce soient les fours dont la sécurité est le plus souvent mise en cause. La majorité des fours actuellement construits sont correctement blindés, leur rayonnement de fuite étant bien inférieur à la norme de  $1 \text{ mW/cm}^2$  à 5 cm de la porte, imposée à l'achat. En revanche, on ne fait en général pas mention des traitements par diathermie, bien que les niveaux de puissance soient supérieurs de 1000 à 10000 fois à ceux qu'une ménagère reçoit près de son four microondes (fig. 8.31). Les fours microondes sont apparus depuis plus de 30 ans, il y en a environ 10 millions en service aux USA : or, aucun accident majeur n'a été enregistré à ce jour (hormis quelques petites brûlures en touchant des plats trop chauds). Quel autre appareil électroménager offre

une pareille garantie de sécurité ? Un savant américain, James Van Allen, a résumé la situation en disant : “les dangers que présente un four à microondes sont les mêmes que ceux de bronzer au clair de lune”.

## 8.5 MESURE DE MATÉRIAUX

### 8.5.1 Buts recherchés

On désire connaître les propriétés de matériaux en hyperfréquences et en particulier leur permittivité, pour diverses raisons :

- en vue de la fabrication d'équipement hyperfréquences, destiné particulièrement aux radars et aux télécommunications;
- en vue du traitement de ces matériaux par des moyens hyperfréquences (cuisson, chauffage, fig. 8.26). Il s'agit dans ce cas de connaître les propriétés des matériaux aux différents stades du processus afin de pouvoir réaliser des applicateurs assurant un transfert efficace d'énergie (§ 8.3.5);
- pour contrôler un paramètre physique, par exemple l'humidité, pendant le déroulement d'un traitement;
- pour la recherche en physique ou en chimie, en déterminant les fréquences de résonance (spectres d'absorption) de matériaux;
- en médecine, il est possible de diagnostiquer certaines maladies qui produisent un changement du contenu en eau des tissus.

### 8.5.2 Classement

Il existe deux types différents de mesures de matériaux :

- les méthodes destructives. Dans toutes les méthodes classiques, on prélève un échantillon de matériau, que l'on place dans une section de guide d'ondes ou une cavité [111];
- les méthodes non destructives. On dispose dans ce cas d'une ou de plusieurs sondes hyperfréquences qu'on applique sur la surface du matériau. Les propriétés sont obtenues par une mesure de la réflexion ou de la transmission.

### ■ 8.5.3 Echantillon long en guide d'ondes

Lorsque le matériau présente *des pertes importantes*, le signal s'affaiblit rapidement et l'effet de la face arrière peut être négligé. On place un échantillon remplissant une section de guide d'ondes (fig. 8.32).

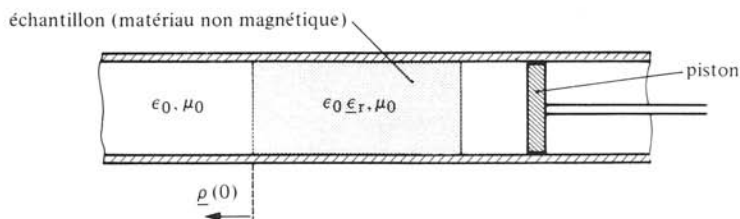


Fig. 8.32 Echantillon long dans un guide d'ondes.

Si un déplacement du piston ne produit pas de changement du signal réfléchi dans le guide, cela signifie que manifestement l'effet de la face arrière est négligeable.

Les impédances d'onde pour les guides vide et chargé, dans le cas du mode dominant TE<sub>10</sub> d'un guide d'ondes rectangulaire, sont données respectivement par (2.97)

$$Z_{ev} = \frac{\omega\mu}{\beta_v} = \frac{\omega\mu_0}{\sqrt{\omega^2\epsilon_0\mu_0 - (\pi/a)^2}} \quad \Omega \quad (8.31)$$

$$\underline{Z}_{ec} = j \frac{\omega\mu}{\underline{\gamma}_c} = \frac{\omega\mu_0}{\sqrt{\omega^2\epsilon_0\underline{\epsilon}_r\mu_0 - (\pi/a)^2}} \quad \Omega \quad (8.32)$$

Le quotient des deux grandeurs donne

$$\frac{Z_{ev}}{\underline{Z}_{ec}} = \sqrt{\frac{\omega^2\epsilon_0\underline{\epsilon}_r\mu_0 - (\pi/a)^2}{\omega^2\epsilon_0\mu_0 - (\pi/a)^2}} \quad 1 \quad (8.33)$$

d'où l'on tire après quelques calculs

$$\underline{\epsilon}_r = \left(\frac{Z_{ev}}{\underline{Z}_{ec}}\right)^2 \left[1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2\right] + \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2 \quad 1 \quad (8.34)$$

Le rapport des impédances est lié au facteur de réflexion  $\underline{\rho}(0)$  dans le plan de séparation (§ III.8.3.8), que l'on détermine en mesurant la réflexion (sect. 7.2 et 7.3)

$$\frac{Z_{ev}}{\underline{Z}_{ec}} = \frac{1 - \underline{\rho}(0)}{1 + \underline{\rho}(0)} \quad 1 \quad (8.35)$$

Lorsqu'on étudie des liquides ou des poudres, on peut étendre l'usage de cette méthode à des matériaux à faibles pertes en insérant une charge adaptée dans la région chargée [197].

#### ■ 8.5.4 Echantillon court-circuité

Quand *les pertes dans le matériau sont faibles*, l'effet de la face arrière ne peut pas être négligé. On place dans ce cas un échantillon de longueur  $L$  dont on court-circuite la face arrière (fig. 8.33).

L'impédance à l'entrée de la section est donnée dans le cas du guide d'ondes rectangulaire par (§ III.8.5.1)

$$\frac{\underline{Z}_t(0)}{Z_{ev}} = \frac{\underline{Z}_{ec}}{Z_{ev}} \tanh(\underline{\gamma}_c L) = \sqrt{\frac{\omega^2\epsilon_0\mu_0 - (\pi/a)^2}{\omega^2\epsilon_0\underline{\epsilon}_r\mu_0 - (\pi/a)^2}} \tanh(\sqrt{(\pi/a)^2 - \omega^2\epsilon_0\underline{\epsilon}_r\mu_0} L) \quad 1 \quad (8.36)$$

où  $\underline{\gamma}_c = \alpha_c + j\beta_c$  est l'exposant de propagation dans le guide chargé.

On détermine  $\underline{Z}_t(0)/Z_{ev}$  par une mesure de réflexion (sect. 7.2 ou 7.3). L'extraction de  $\underline{\epsilon}_r$  de (8.36) est ici plus difficile, du fait qu'il faut résoudre une équation transcendante complexe comportant la fonction  $\tanh(\underline{\gamma}_c L)/\underline{\gamma}_c$  [198]. Pour un échantillon sans pertes, cette fonction devient  $\tan(\beta_c L)/\beta_c$  et il est possible de l'évaluer à partir de tables de fonctions.

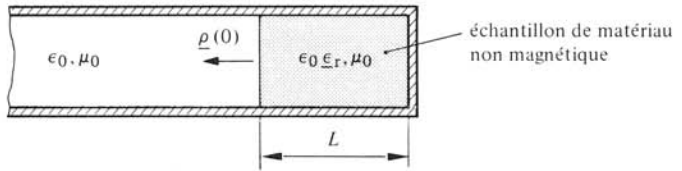


Fig. 8.33 Echantillon court-circuité en guide d'ondes.

### 8.5.5 Technique du minimum de réflexion

Une méthode simple, permettant de déterminer rapidement la permittivité d'un *matériau à faibles pertes*, consiste à placer dans un guide un échantillon de longueur  $L$  connue et à déterminer à quelle fréquence la transmission est maximale, ou la réflexion minimale (fig. 8.34).

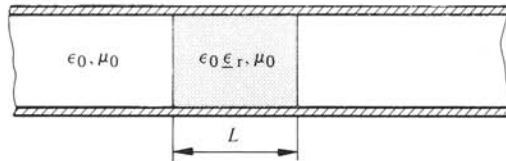


Fig. 8.34 Méthode du minimum de réflexion.

La transmission est maximale et la réflexion minimale lorsque

$$L = \frac{n\lambda_{g\epsilon}}{2} \quad \text{m} \quad (8.37)$$

où  $\lambda_{g\epsilon}$  est la longueur d'onde de guide dans le guide chargé, donnée par

$$\lambda_{g\epsilon} = \frac{\lambda}{\sqrt{\epsilon_r - (\lambda/2a)^2}} \quad \text{m} \quad (8.38)$$

On extrait  $\epsilon_r$  de ces deux relations :

$$\epsilon_r = \lambda^2 \left[ \left( \frac{n}{2L} \right)^2 + \left( \frac{1}{2a} \right)^2 \right] \quad 1 \quad (8.39)$$

Il faut ici déterminer la valeur de  $n$  correspondant à l'extremum observé. Les fréquences de mesure sont déterminées par la longueur et la permittivité du matériau.

### 8.5.6 Causes d'erreur

Les erreurs suivantes limitent la précision des mesures en guide d'ondes :

- mauvais joint entre l'échantillon et le guide (fentes);
- imprécision dans la mesure de la longueur  $L$  (§ 8.5.4 et 8.5.5);
- imprécision dans la mesure du facteur de réflexion  $\rho(0)$  et en particulier de sa phase.

### 8.5.7 Méthodes non destructives en réflexion

L'échantillon à mesurer est placé non pas dans le guide lui-même, mais à l'extrémité de celui-ci. La surface de séparation est un plan. Il n'est alors pas nécessaire d'usiner une pièce dont la section soit ajustée à celle du guide, mais seulement une face plane. Le champ d'application des mesures par réflexion peut ainsi être étendu, les mesures effectuées sont plus rapides et les causes d'erreur de mesure réduites. Le calcul de la permittivité est en revanche plus difficile.

### 8.5.8 Echantillon long

Un guide d'ondes rectangulaire ou circulaire est terminé par une bride plane de grande dimension, placée en contact avec la face plane du matériau à mesurer (fig. 8.35). Comme au paragraphe 8.5.3, on néglige la réflexion due à la face arrière de l'échantillon : la validité de cette supposition est vérifiée en déplaçant un objet métallique au voisinage de cette face et en contrôlant que le signal réfléchi dans le guide ne varie pas.

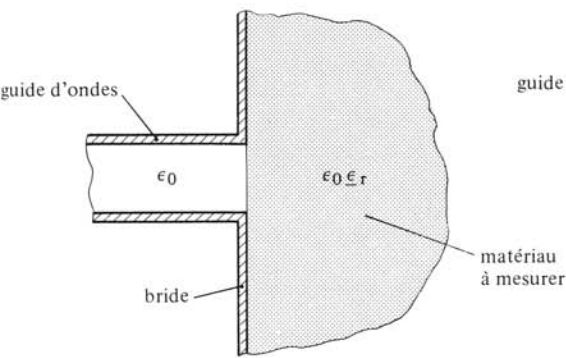


Fig. 8.35 Méthode non destructive de mesure en réflexion.

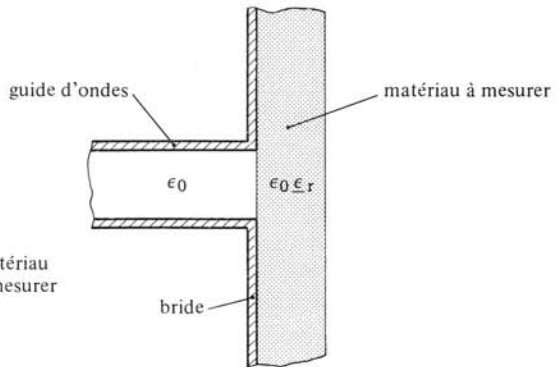


Fig. 8.36 Mesure non destructive de matériaux en plaque.

Il n'y a pas dans cette structure de relation simple entre le facteur de réflexion  $\rho$  et la permittivité  $\underline{\epsilon}_r$ . L'étude du rayonnement des modes du guide d'ondes dans le demi-plan de droite, puis l'application de la continuité des champs dans l'ouverture du guide donnent une relation pour  $\rho$  ( $\underline{\epsilon}_r$ ), qui comporte une sommation sur l'ensemble infini des modes supérieurs du guide. Un programme d'ordinateur résout cette relation en tronquant la série et permet d'obtenir une représentation graphique. On détermine les valeurs de  $\epsilon'_r$  et  $\epsilon''_r$  en introduisant la valeur mesurée de  $\rho$  dans le graphique [199, 200].

Il est également possible de faire usage d'une ligne coaxiale, qui permet d'effectuer des mesures sur une plus grande plage de fréquences [201].

### 8.5.9 Echantillon en plaque

La même méthode peut être utilisée pour la mesure de matériaux en plaque (fig. 8.36). On fait ici usage de la méthode des images (sect. III.3.4) et on obtient une série infinie à résoudre à l'ordinateur. La convergence des calculs est toutefois lente si la plaque est mince [202].

### 8.5.10 Cavité remplie de matériau

On peut déterminer les propriétés d'un matériau à *faibles pertes* en remplissant une cavité résonnante. On mesure la fréquence de résonance et le facteur de qualité chargé, respectivement de la cavité remplie et de la cavité vide (sect. 7.5), pour le même mode de résonance. Si le couplage est faible, le facteur de qualité chargé  $Q_c$  est approximativement égal au facteur de qualité non chargé  $Q_0$ .

On trouve alors, faisant usage de (3.17) et en supposant que le matériau dans la cavité est non magnétique

$$\epsilon'_r \cong \left( \frac{f_{0v}}{f_{0p}} \right)^2 \quad 1 \quad (8.40)$$

où  $f_{0v}$  et  $f_{0p}$  sont respectivement les fréquences de résonance de la cavité vide et de la cavité pleine.

L'évaluation des pertes est plus délicate : il faut en effet tenir compte des pertes dans les parois de la cavité (§ 3.4.4). On obtient après quelques calculs (3.20)

$$\epsilon''_r \cong \epsilon'_r \left( \frac{1}{Q_p} - \frac{\epsilon'^{1/4}_r}{Q_v} \right) \quad 1 \quad (8.41)$$

où  $Q_p$  et  $Q_v$  sont respectivement les facteurs de qualité non chargés de la cavité pleine et de la cavité vide.

### 8.5.11 Méthode de perturbation

On place un petit échantillon dans la cavité et on mesure les fréquences de résonance et les facteurs de qualité en présence et en l'absence de l'échantillon. On obtient la permittivité en résolvant (3.81).

La méthode de perturbation est limitée de part et d'autre :

- si l'échantillon est trop petit, la mesure des différences de fréquences et de facteurs de qualité est imprécise;
- si l'échantillon est trop grand, la méthode de perturbation n'est plus valable.

### 8.5.12 Cavité circulaire chargée symétriquement

Il est possible de mesurer des échantillons de dimensions plus importantes, et donc de s'affranchir des limitations de la méthode de perturbation, si l'on dispose d'une méthode de calcul pour l'analyse de la structure chargée. Il faut en effet disposer d'une relation permettant de déterminer  $\epsilon_r$  à partir des valeurs mesurées de la *fréquence de résonance* et du *facteur de qualité*. La cavité chargée de tubes concentriques, représentée à la figure 8.37, a été étudiée pour le mode symétrique quasi TE<sub>011</sub> [203]. Le matériau à mesurer est placé dans le tube central; on peut modifier sa température en faisant circuler de l'air dans le second tube.

### 8.5.13 Perturbation extérieure d'une cavité

Les guides d'ondes utilisés dans les méthodes non destructives des paragraphes 8.5.8 et 8.5.9 peuvent être terminés par un plan de court-circuit à une distance  $d$  de l'ouverture (fig. 8.38). On obtient ainsi une cavité, terminée par un court-circuit à une

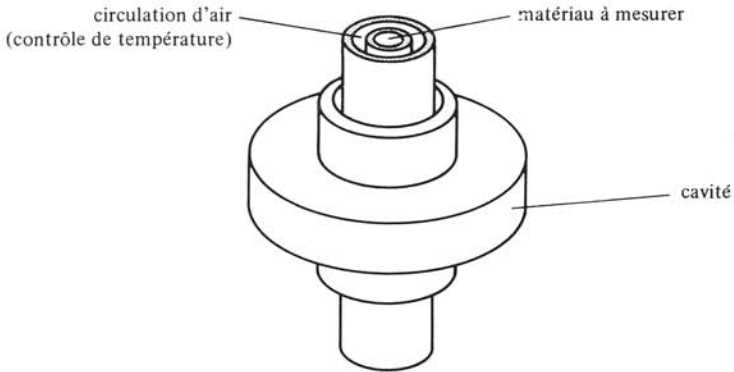


Fig. 8.37 Cavité circulaire chargée de tubes.

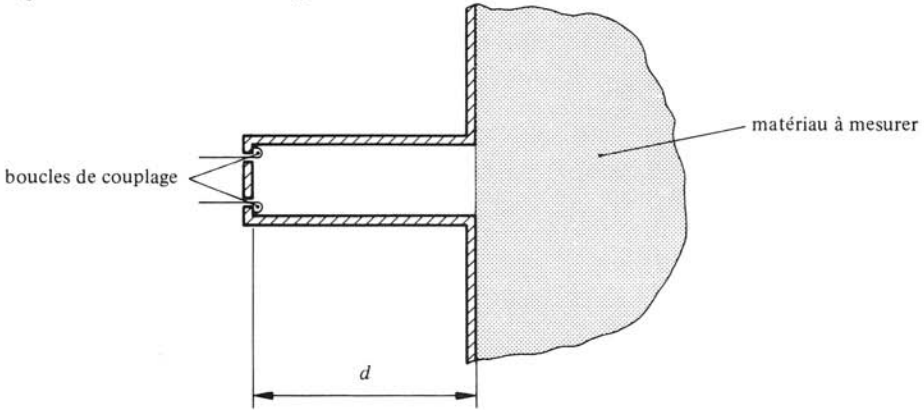


Fig. 8.38 Cavité ouverte pour la mesure par perturbation extérieure.

extrémité et par une réactance à l'autre (§ 3.3.15). L'impédance équivalente de l'ouverture est obtenue à l'aide de (3.57), introduisant les valeurs mesurées à la résonance. La suite des calculs est la même que pour le guide d'ondes ouvert [202].

#### 8.5.14 Mesures en transmission

Certaines propriétés des matériaux peuvent être déterminées par des *mesures en transmission*. Le dispositif de mesure est similaire à celui dont on fait usage pour la me-

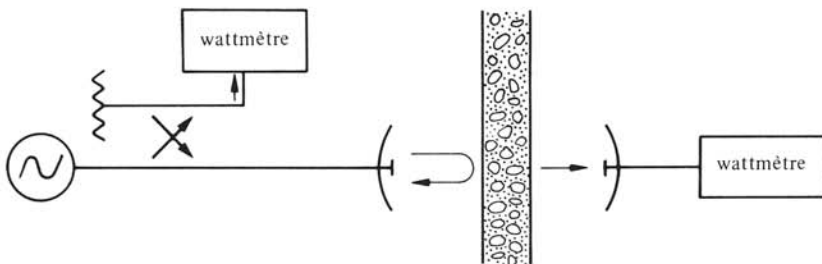


Fig. 8.39 Dispositif de mesure en transmission.

sure d'antennes (fig. 7.29), avec deux antennes fixes. On place le matériau à mesurer, souvent sous forme de feuilles, entre les deux antennes et on détermine le rapport des puissances (fig. 8.39).

L'affaiblissement ainsi mesuré est produit par deux effets (§ 7.4.2) : l'absorption du signal dans le matériau et les réflexions aux deux surfaces de séparation. On peut séparer ces deux contributions en effectuant des mesures avec des matériaux identiques, mais d'épaisseurs différentes. On peut aussi déterminer la puissance réfléchie.

En pratique, cette méthode a surtout un caractère empirique. Le dispositif de mesure est calibré avec des matériaux de propriétés connues; les caractéristiques du matériau testé sont ensuite déterminées par extrapolation des valeurs mesurées. La méthode est surtout employée pour les mesures d'humidité.

### 8.5.15 Spectroscopie hyperfréquences, cellule d'absorption

Les spectres de rotation d'un grand nombre de molécules se trouvent dans les bandes des hyperfréquences : lors du passage d'un état de rotation à un autre, une molécule émet ou absorbe un photon, dont la fréquence est située dans une de ces bandes. L'application d'un champ électrique (effet Stark) ou d'un champ magnétique (effet Zeeman) supprime la dégénérescence des raies du spectre, faisant apparaître la structure hyperfine. Pour les spectres de rotation moléculaire, ces deux effets sont observés exclusivement en hyperfréquences. Certains effets de résonance nucléaire sont aussi détectés à ces fréquences.

La *spectroscopie hyperfréquences* mesure la forme et la largeur des raies de résonance du spectre d'absorption d'un gaz ou d'un liquide. Ces grandeurs sont ensuite utilisées pour déterminer les paramètres de la structure moléculaire : distances entre atomes, masses, angles des liaisons chimiques, moments dipolaires et quadripolaires, moments nucléaires (magnétique et quadripolaire), spins nucléaires.

Dans beaucoup de liquides et de solutions, des bandes d'absorption existent en hyperfréquences. Elles sont dues à des effets d'orientation des dipôles moléculaires dans le champ de rayonnement [204].

La spectroscopie hyperfréquences a des applications importantes pour l'analyse de composés chimiques. La substance à analyser doit être polarisée, l'analyse se fait à l'état gazeux; la résolution obtenue en hyperfréquences est nettement supérieure à celle disponible en spectroscopie infrarouge, permettant ainsi l'identification de milliers de molécules [205].

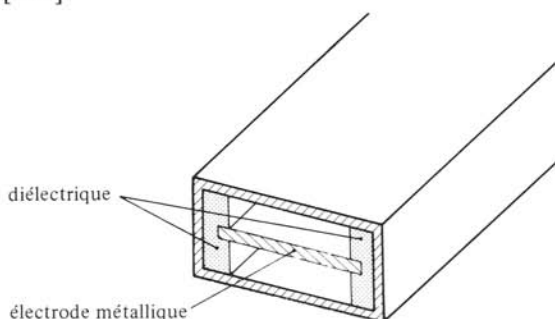


Fig. 8.40 Cellule d'absorption pour l'étude de l'effet Stark.



Les spectromètres les plus courants mesurent l'affaiblissement produit par une section de guide d'ondes rempli du gaz à mesurer, appelée *cellule d'absorption*. L'affaiblissement étant en général faible, surtout pour un gaz raréfié, cette cellule doit être relativement longue (plusieurs mètres). On emploie des méthodes similaires à celles développées pour la mesure de cavités (sect. 7.5), la cellule d'absorption remplaçant la cavité dans la figure 7.35. Pour l'étude de l'effet Stark, la cellule d'absorption contient une électrode plane qui produit un champ électrique statique (fig. 8.40). La cellule d'absorption est placée dans un solénoïde pour étudier l'effet Zeeman. D'autres spectromètres font usage d'une cavité résonnante contenant le gaz à mesurer [206].

### 8.5.16 Résonance paramagnétique, effet Zeeman

C'est également en hyperfréquences que l'on observe la *résonance paramagnétique*. Lorsqu'une substance paramagnétique (§ II.3.3.2) est placée dans un champ d'induction statique, les spins des électrons ont un mouvement de précession de Larmor autour de ce champ (§ 6.7.2). Suite au caractère quantique du phénomène, seuls des niveaux discrets d'énergie sont possibles, les transitions entre ces niveaux sont à la base de l'*effet Zeeman*. La mesure des fréquences de transition permet d'étudier la structure cristalline, les liaisons chimiques et l'état électronique des ions dans les cristaux. Cet effet est utilisé pour l'analyse; une application pratique importante est le MASER (§ 4.10.5).

Pour mesurer la résonance paramagnétique, on place un petit échantillon de matériau dans une cavité et on détermine la perturbation produite (§ 3.4.10). On peut également placer un échantillon dans le plan de polarisation circulaire du champ magnétique en guide rectangulaire (fig. 6.56). Un champ magnétique statique important est appliqué perpendiculairement au champ magnétique du signal hyperfréquences [207].

## 8.6 RADIOMÉTRIE

### 8.6.1 Principe

La radiométrie est basée sur la mesure du bruit capté par une antenne (sect. 7.6). La température équivalente de bruit  $T_a$  de l'antenne est fonction des milieux vers lesquels elle est pointée. On peut ainsi mesurer, parfois en parallèle avec d'autres techniques, une température physique, l'humidité des sols, la pollution atmosphérique, l'affaiblissement dû aux précipitations (§ 8.2.11), etc. Pour une étude à grande échelle, les radiomètres sont aéroportés ou montés sur satellites. On peut alors les utiliser pour l'évaluation des ressources terrestres, par exemple. La radiométrie hyperfréquence présente certains avantages par rapport à la radiométrie dans la bande des ondes visibles et infrarouges : les mesures peuvent être faites même de nuit ou à travers des perturbations atmosphériques (couverture nuageuse).

### 8.6.2 Radiomètres : principe de fonctionnement et types fondamentaux

Un radiomètre est en fait un *récepteur hyperfréquences spécialisé* : alors qu'on cherche habituellement à fabriquer des récepteurs à bande étroite, on choisit ici une bande passante relativement large afin d'obtenir une puissance de bruit importante à la

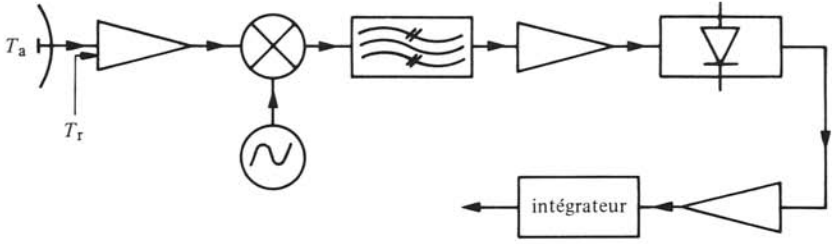


Fig. 8.41 Radiomètre à puissance totale.

sortie. Vu la nature aléatoire du bruit, il est nécessaire d'adjoindre un intégrateur après détection, pour obtenir la valeur moyenne du bruit. Le récepteur peut être à amplification directe ou à changement de fréquence. Ce choix est dicté principalement par l'état de la technologie dans la bande de fréquence choisie.

La figure 8.41 représente un exemple de radiomètre simple à changement de fréquence.  $T_a$  est la température d'antenne (fonction de la température de la cible), alors que  $T_r$  est la température de bruit propre au radiomètre. Dans le cas du radiomètre de la figure 8.41, dit *radiomètre à puissance totale*, il est difficile de séparer  $T_a$  et  $T_r$ . On peut calibrer le système, mais on est tributaire des dérives et des instabilités des divers éléments du système.

L'écart minimum de température détectable (qui est une mesure de la sensibilité du système) vaut [161]

$$\Delta T_{\min} = (T_a + T_r) \sqrt{\frac{1}{B\tau} + \left(\frac{\Delta G}{G}\right)^2} \quad \text{K} \quad (8.42)$$

avec :

$B$  = bande passante du récepteur;

$\tau$  = temps d'intégration;

$\Delta G/G$  = variation normalisée du gain du récepteur.

On peut pallier les instabilités du système par une recalibration périodique. Le *radiomètre de Dicke* (fig. 8.42) utilise ce principe : un commutateur électronique

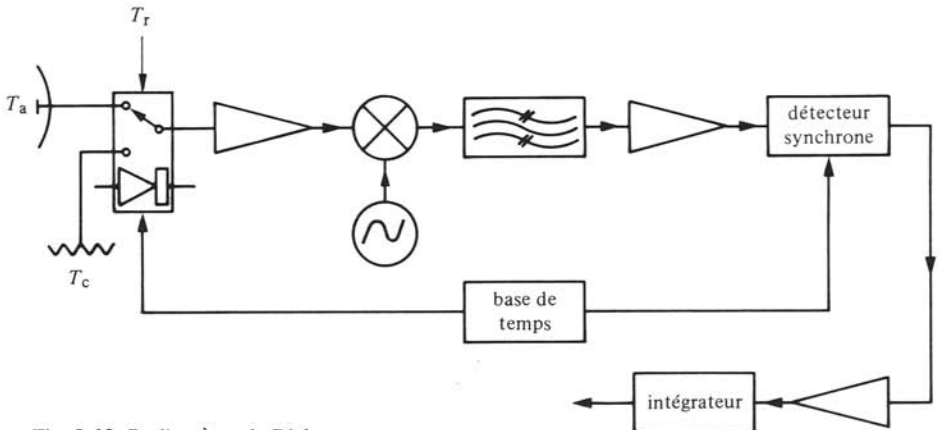


Fig. 8.42 Radiomètre de Dicke.

connecte le radiomètre alternativement sur l'antenne et sur une source de bruit calibrée. On effectue une détection synchrone à la sortie et on a alternativement une grandeur proportionnelle à  $T_a$  et à  $T_c$ .

L'écart minimum de température détectable vaut [161]

$$\Delta T_{\min} = \frac{C(T_a + T_r)}{\sqrt{B\tau}} + |T_a - T_c| \frac{\Delta G}{G} \quad \text{K} \quad (8.43)$$

où  $C$  est la constante du radiomètre, en général  $C = 2$ .

On voit que dans (8.43), si  $T_c = T_a$  l'instabilité de gain est éliminée. On utilise ce fait dans certains radiomètres où la température de la source de bruit de référence  $T_c$  est automatiquement ajustée à la valeur de  $T_a$ . On mesure alors le signal de commande de la source de bruit de référence ajustable. Ce signal est directement lié à la température de bruit d'antenne  $T_a$ .

### 8.6.3 Thermographie

Dans les bandes millimétriques (p. ex. 68 GHz), il est possible de déterminer la température à l'intérieur du corps d'un patient en mesurant le rayonnement (bruit) émis. On peut ainsi détecter de façon non invasive des inflammations [208]. On peut aussi déterminer l'effet de médicaments. On prévoit enfin d'utiliser le même principe pour le dépistage du cancer.

### 8.6.4 Radioastronomie

Les radiomètres servent également à l'étude du rayonnement émis par des corps célestes comme le Soleil et d'autres sources de bruit situées soit dans la galaxie, soit même au-delà. En 1962, on a observé pour la première fois une source radioastronomique intense, qui correspondait à une émission optique faible, située apparemment à une distance extrêmement grande :  $0,16 \cdot 10^{10}$  années-lumière. On a depuis lors observé un grand nombre de telles sources, que l'on a appelées *quasars* (objets quasi-stellaires). De nouveaux corps célestes, les *pulsars*, ont été découverts en 1967.

Par ailleurs, la possibilité d'existence d'autres êtres intelligents dans l'univers est étudiée dans le cadre de projets (OZMA, Cyclops, SETI, etc.). Le bruit provenant de sources radioastronomiques est étudié à l'aide d'ordinateurs, pour déterminer s'il ne serait pas support d'information.

## 8.7 TRANSPORT D'ÉNERGIE

### 8.7.1 Guide d'ondes circulaire

La possibilité d'utiliser des guides d'ondes circulaires propageant le mode à faibles pertes  $TE_{01}$  (§ 2.7.6) a été envisagé par des chercheurs de l'Université de Stanford [186]. Il serait en principe possible de remplacer les lignes à haute tension par des tuyaux métalliques de 1,5 m de diamètre environ. L'avantage ainsi obtenu n'est pas évident.

### 8.7.2 Station solaire orbitale

La possibilité de capter l'énergie solaire dans l'espace, de la transformer et de la transmettre au sol par un faisceau hyperfréquences a été envisagée en 1968 déjà par P.E. Glaser [209]. Dans l'espace (fig. 8.31), l'énergie solaire est disponible de façon continue à raison d'un flux de puissance de  $1,4 \text{ kW/m}^2$  au voisinage de la terre. Des cellules photovoltaïques à semiconducteurs transformeraient cette énergie en énergie électrique, avec un rendement de l'ordre de 15 % environ, puis un système hyperfréquences transmettrait cette puissance au sol, avec un rendement de transfert global évalué entre 58 et 72 % [210]. Le projet a subi plusieurs avatars au cours des années. Il est sérieusement à l'étude aux Etats-Unis d'Amérique dans le cadre de la recherche de nouvelles énergies renouvelables.

Sous sa forme actuelle [211], le projet prévoit le lancement sur orbite géostationnaire (§ 8.2.13) de stations comportant un panneau solaire de  $5\,200 \text{ m} \times 10\,400 \text{ m}$ , alimentant une antenne à réseau de 1 km de diamètre. On prévoit que les générateurs soient des klystrons, 100'000 d'entre eux libérant chacun 70 kW en régime entretenu. Le faisceau serait récolté au sol par un réseau d'antennes rectificatrices (rectennas) en forme d'ellipse d'axes  $10 \times 13 \text{ km}$ . La puissance captée au sol serait de 5 GW.

La densité de puissance au-dessus du centre de l'antenne de réception est prévue à  $23 \text{ mW/cm}^2$  pour un fonctionnement à 2,45 GHz (bande ISM). Ce niveau est supérieur à la limite admise pour une irradiation de longue durée (§ 8.4.1).

Vu le gigantisme du projet, sa réalisabilité a été mise en doute. Plusieurs expériences effectuées par la NASA ont prouvé que, techniquement, il est réalisable. *Toutefois, les coûts et la dépense en énergie avec les présentes techniques de lancement sont inacceptables.* Ces deux paramètres devraient être fortement réduits pour que le projet devienne rentable.

Un grand nombre de questions restent à résoudre, concernant les coûts, l'entretien, les risques causés par un mauvais pointage éventuel, la sécurité d'opération, la pollution produite par les lancements, les interférences avec les télécommunications et la recherche en radioastronomie. L'orbite géostationnaire est d'ores et déjà très occupée par les satellites de télécommunications (§ 8.2.13).

La Conférence administrative mondiale des télécommunications, qui s'est tenue à la fin de 1979 à Genève, a refusé l'allocation de la bande des 2450 MHz demandée par les U.S.A. pour l'étude expérimentale de la station solaire orbitale. La proposition pourra être reconsidérée lorsque la sécurité de l'opération aura été dûment démontrée.

## 8.8 ACCÉLÉRATEURS DE PARTICULES

### 8.8.1 Définition

Un accélérateur de particules est un dispositif dans lequel des particules chargées, électrons ou protons, sont accélérées par des champs électromagnétiques. Les méthodes et les structures utilisées sont similaires à celles dont font usage les générateurs et amplificateurs hyperfréquences (chap. 4). Dans les deux cas, il y a transfert d'énergie entre un faisceau de particules chargées et un signal électromagnétique. Dans un tube amplificateur, le signal hyperfréquences est amplifié et les électrons du faisceau sont ralentis. Dans un accélérateur, au contraire, l'énergie d'une source hyperfréquences est utilisée

pour accélérer les particules. Celles-ci peuvent atteindre des vitesses très élevées, proches de celle de la lumière.

### 8.8.2 Accélérateur linéaire

La structure d'un *accélérateur linéaire* est similaire à celle d'un tube à couplage distribué pour grande puissance (sect. 4.4). Le faisceau de particules circule dans l'axe d'une ligne à propagation lente, en général une ligne à obstacles périodiques formée d'un assemblage de cavités résonnantes. Le transfert maximal de puissance s'opère lorsque les vitesses du faisceau et de l'onde sont identiques, c'est-à-dire au *synchronisme* (§ 4.4.8). Comme la vitesse des particules varie le long de la structure, les dimensions doivent être prévues en conséquence. Il faut notamment tenir compte du fait que, lorsque la vitesse des particules s'approche de celle de la lumière, leur masse augmente. D'autre part, des précautions particulières doivent être prises pour focaliser le faisceau, les accélérateurs linéaires pouvant devenir très longs.

### 8.8.3 Accélérateurs circulaires : cyclotron, synchrotron

Il est possible de réduire les dimensions d'un accélérateur en faisant tourner les particules chargées dans un champ magnétique (§ 4.2.1). Dans un *cyclotron*, un signal à la fréquence de cyclotron accélère les particules qui suivent une trajectoire en spirale si des relations de phase sont satisfaites. Lorsque la vitesse des particules s'approche de celle de la lumière, leur masse augmente par effet relativiste et leur fréquence de cyclotron décroît. On tient compte de cette caractéristique dans le *synchro-cyclotron*, qui opère en régime pulsé avec fréquence variable. Dans le *synchrotron*, les particules suivent une trajectoire annulaire, le champ d'induction variant dans le temps de façon à conserver une trajectoire stable [60].

### 8.8.4 Application : physique des hautes énergies

Les applications les plus connues des accélérateurs sont certainement celles qui ont trait à la recherche en physique. C'est grâce aux accélérateurs de très grande énergie (de 1 à 10 GeV) que la physique des nombreuses particules élémentaires a pu se développer (mesons, leptons, hyperons, etc.). A des niveaux d'énergie plus faibles, les accélérateurs ont permis d'étudier la structure interne du noyau de l'atome. La recherche en chimie et en biologie fait également usage d'accélérateurs.

### 8.8.5 Applications médicales

Des accélérateurs d'électrons de 6 MeV environ sont couramment utilisés pour produire des rayons X de haute énergie pour le traitement du cancer. Le rayonnement X produit par le bombardement d'une cible est plus facile à contrôler et à focaliser que les rayons gamma provenant de sources radioactives telles que le Cobalt 60. De façon similaire, on obtient des faisceaux de neutrons ou de mésons  $\pi$  destinés au traitement de cellules cancéreuses. Par ailleurs, le faisceau d'électrons peut aussi être utilisé directement pour soigner des lésions superficielles.

### 8.8.6 Applications industrielles

Les rayons X de hautes énergies, produits par les accélérateurs d'électrons, sont également utilisés dans plusieurs applications industrielles [186] :

- stérilisation de médicaments et de matériel médical;
- stérilisation et pasteurisation d'aliments;
- polymérisation de matières plastiques (§ II.4.11.3);
- inspection de joints soudés, dans la fabrication de réacteurs nucléaires et de fusées.

## 8.9 EXERCICES

**8.9.1** A quelle distance un radar de 1 kW de puissance d'impulsion détecte-t-il de façon fiable une personne, si son récepteur a un seuil de sensibilité de 1 pW, son antenne a 16 dB de gain et sa fréquence de fonctionnement est de 10 GHz ?

**8.9.2** Un radar émet un signal de 400 kW avec un gain de 72 dB à 8,5 GHz vers Ganymède, un des satellites de Jupiter. Le signal réfléchi revient 1 heure et 7 minutes après l'émission. Le diamètre de Ganymède est de 2635 km et sa réflexion en puissance (albedo) n'est que le 12 % de celle d'une sphère métallique. Déterminer la puissance du signal reçu.

**8.9.3** Un radar à glissement de fréquence (chirp) a une variation de 1 GHz/sec. Quelle est la différence entre les fréquences émises et reçues quand un obstacle est situé à une distance de 100 mètres ?

**8.9.4** Un radar Doppler émet un signal à 9 GHz. Quelle est la fréquence Doppler produite par un avion volant à 820 km/h dans la direction du radar ?

**8.9.5** Calculer la distance maximum d'une liaison de télécommunications par hyperfréquences dans la situation suivante :

- puissance fournie à l'antenne de 10 MW;
- puissance minimum détectable de  $-140$  dBm;
- gains des deux antennes de  $3,49 \cdot 10^8$ ;
- longueur d'onde de 3 mm.

A quoi correspond la distance calculée ?

**8.9.6** A quelles hauteurs doivent être placées les deux antennes d'un faisceau hertzien transmettant à 150 km au-dessus d'un terrain plat, la fréquence du signal étant de 4 GHz ? Considérer le cas général et celui de deux antennes placées à la même hauteur.

**8.9.7** Déterminer les vitesses de propagation dans un plasma simple (vitesses de phase et de groupe) dans le cas suivant :

- fréquence du signal 2 GHz;
- densité du plasma  $10^{16}$  électrons par mètre cube.

8.9.8 Quelle est la latitude maximale à laquelle on peut recevoir le signal d'un satellite géostationnaire :

- à incidence rasante;
- avec un angle d'élévation de  $10^\circ$ .

On néglige la courbure du rayon produite par l'atmosphère.

8.9.9 Un signal laser à  $0,86 \mu\text{m}$  a une puissance de  $1 \mu\text{W}$  en atteignant le détecteur. Déterminer le flux en photons par seconde. En supposant qu'il faut 20 photons pour transmettre un bit d'information, déterminer le débit d'information  $Q$  en bits par seconde.

8.9.10 On mesure la permittivité d'un matériau en plaçant un échantillon long dans un guide d'ondes de bande X ( $2,286 \times 1,016 \text{ cm}$ ). A 9 GHz, le facteur de réflexion dans le plan frontal de l'échantillon vaut  $\underline{\rho} = -0,627 + j0,036$ . Déterminer la permittivité du matériau.

8.9.11 On désire mesurer un matériau à très faibles pertes. Un échantillon de 1 cm de longueur est placé dans un guide d'ondes de bande X ( $2,286 \times 1,016 \text{ cm}$ ), sa section est ajustée à la section du guide. Une charge adaptée termine le guide. La réflexion passe par un minimum à 8 GHz. Déterminer  $\epsilon_r$ .

8.9.12 Déterminer le temps d'intégration minimum nécessaire pour obtenir une précision de  $\pm 2 \text{ K}$  avec un radiomètre dont la bande passante est de 0,4 GHz. Les températures de bruit sont respectivement  $T_a = 250 \text{ K}$  et  $T_r = 1046 \text{ K}$ , la variation relative de gain du récepteur est évaluée à  $\Delta G/G = 10^{-3}$ . Considérer les deux cas suivants :

- un radiomètre à puissance totale;
- un radiomètre de Dicke comportant une source à  $T_c = 77 \text{ K}$ , avec pour constante du radiomètre  $C = 2$ .





ANNEXES

9.1 CALCUL VECTORIEL

9.1.1 Relations vectorielles élémentaires

Lorsque  $A, B$  et  $C$  sont des vecteurs dont les composantes ont des directions respectivement selon les vecteurs unitaires  $e_1, e_2$  et  $e_3$  dans un système dextrogyre de coordonnées orthogonales (par exemple rectangulaire, cylindrique ou sphérique) on définit les opérations vectorielles comme suit :

- addition et soustraction vectorielle

$$A \pm B = (A_1 \pm B_1)e_1 + (A_2 \pm B_2)e_2 + (A_3 \pm B_3)e_3 \quad (9.1)$$

- produit scalaire

$$A \cdot B = |A| |B| \cos \theta = A_1 B_1 + A_2 B_2 + A_3 B_3 = B \cdot A \quad (9.2)$$

où  $\theta$  est l'angle entre les vecteurs  $A$  et  $B$ .

- produit vectoriel

$$A \times B = e_1(A_2 B_3 - A_3 B_2) + e_2(A_3 B_1 - A_1 B_3) + e_3(A_1 B_2 - A_2 B_1)$$

$$= \begin{vmatrix} e_1 & e_2 & e_3 \\ A_1 & A_2 & A_3 \\ B_1 & B_2 & B_3 \end{vmatrix} \quad (9.3)$$

$$|A \times B| = |A| |B| \sin \theta \quad (9.4)$$

- triple produit scalaire

$$A \cdot B \times C = A \times B \cdot C = C \times A \cdot B = \begin{vmatrix} A_1 & A_2 & A_3 \\ B_1 & B_2 & B_3 \\ C_1 & C_2 & C_3 \end{vmatrix} \quad (9.5)$$

- triple produit vectoriel

$$A \times (B \times C) = (A \cdot C)B - (A \cdot B)C \quad (9.6)$$

$$(A \times B) \times C = (A \cdot C)B - (B \cdot C)A \quad (9.7)$$

Ces deux dernières relations sont différentes : la position des parenthèses est importante dans le cas du triple produit vectoriel.

### 9.1.2 Définition de l'opérateur différentiel "del" ou "nabla"

En coordonnées cartésiennes, l'opérateur différentiel *del* ou *nabla*  $\nabla$  est défini par :

$$\nabla = \mathbf{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{e}_y \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{e}_z \frac{\partial}{\partial z} \quad (9.8)$$

où  $\mathbf{e}_x$ ,  $\mathbf{e}_y$  et  $\mathbf{e}_z$  sont respectivement les vecteurs de module unité dirigés suivant les trois axes de coordonnées. Cet opérateur unique, appliqué à des fonctions scalaires ou vectorielles, permet de représenter le gradient, la divergence et le rotationnel :

$$\mathbf{grad} f = \nabla f = \mathbf{e}_x \frac{\partial f}{\partial x} + \mathbf{e}_y \frac{\partial f}{\partial y} + \mathbf{e}_z \frac{\partial f}{\partial z} \quad (9.9)$$

$$\text{div} \mathbf{A} = \nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (9.10)$$

$$\begin{aligned} \text{rot} \mathbf{A} = \nabla \times \mathbf{A} = & \mathbf{e}_x \left( \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) + \mathbf{e}_y \left( \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \\ & + \mathbf{e}_z \left( \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (9.11)$$

Puisque l'opérateur  $\nabla$  est différentiel, les règles de dérivation doivent être observées. Par exemple, lors de l'application à un produit de fonctions

$$\nabla(fg) = f\nabla g + g\nabla f \quad (9.12)$$

### 9.1.3 Divergence du rotationnel

Cette opération se met sous la forme :

$$\nabla \cdot \nabla \times \mathbf{A} \quad (9.13)$$

Il s'agit d'un triple produit scalaire (9.5), dont les deux premiers termes sont des opérateurs  $\nabla$ . Le résultat est un scalaire, dans lequel apparaissent des dérivées de second ordre. Si les composantes de  $\mathbf{A}$  sont doublement différentiables on peut écrire

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} A_z = \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} A_z \quad (9.14)$$

il en résulte que les composantes de l'opérateur  $\nabla$  commutent de la même façon que des quantités scalaires conventionnelles commutent dans un produit. On voit, à l'aide de (9.5), que si deux facteurs du triple produit scalaire sont identiques, ce produit est nul et, par conséquent

$$\nabla \cdot \nabla \times \mathbf{A} = 0 \quad (9.15)$$

### 9.1.4 Rotationnel d'un rotationnel

Cette opération a la forme d'un triple produit vectoriel (9.6) dans lequel les deux premiers termes sont des opérateurs  $\nabla$ . Toutefois certaines précautions d'écriture sont

indispensables lors du développement de la relation, l'opérateur différentiel ne pouvant s'appliquer qu'à une grandeur placée à sa droite. Il en résulte que :

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - (\nabla \cdot \nabla)\mathbf{A} \quad (9.16)$$

### 9.1.5 Définition du Laplacien vectoriel

Le deuxième terme du second membre de (9.16) peut s'écrire, en coordonnées cartésiennes, sous la forme :

$$\begin{aligned} & \left( e_x \frac{\partial}{\partial x} + e_y \frac{\partial}{\partial y} + e_z \frac{\partial}{\partial z} \right) \cdot \left( e_x \frac{\partial}{\partial x} + e_y \frac{\partial}{\partial y} + e_z \frac{\partial}{\partial z} \right) \mathbf{A} \\ &= \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \mathbf{A} \end{aligned} \quad (9.17)$$

On appelle cette quantité le *Laplacien* de  $\mathbf{A}$ . On l'écrit de différentes manières

$$(\nabla \cdot \nabla)\mathbf{A} = \nabla^2 \mathbf{A} = \Delta \mathbf{A} \quad (9.18)$$

En coordonnées cartésiennes, le Laplacien d'un vecteur a la forme d'un vecteur dont les trois composantes sont les Laplaciens scalaires des composantes correspondantes de  $\mathbf{A}$  :

$$\nabla^2 \mathbf{A} = e_x \nabla^2 A_x + e_y \nabla^2 A_y + e_z \nabla^2 A_z$$

où le Laplacien d'un scalaire est donné par :

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \quad (9.19)$$

Il est très important de noter que cette définition n'est valable *qu'en coordonnées cartésiennes*. En coordonnées cylindriques circulaires, par exemple,

$$\nabla^2 \mathbf{A} \neq e_\rho \nabla^2 A_\rho + e_\varphi \nabla^2 A_\varphi + e_z \nabla^2 A_z \quad (9.20)$$

Dans ce cas, le calcul du Laplacien d'un vecteur doit se faire à l'aide de la relation générale obtenue de (9.16)

$$\nabla^2 \mathbf{A} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} \quad (9.21)$$

### 9.1.6 Opérations différentielles en coordonnées cylindriques circulaires

Les coordonnées  $(\rho, \varphi, z)$  sont définies dans la figure 9.1. Les opérations différentielles dans ce système sont données par :

$$\mathbf{grad} f = \nabla f = e_\rho \frac{\partial f}{\partial \rho} + e_\varphi \frac{1}{\rho} \frac{\partial f}{\partial \varphi} + e_z \frac{\partial f}{\partial z} \quad (9.22)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{A} = \nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho A_\rho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (9.23)$$

$$\begin{aligned} \text{rot } \mathbf{A} &= \mathbf{e}_\rho \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \right) + \mathbf{e}_\varphi \left( \frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho} \right) \\ &+ \mathbf{e}_z \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho A_\varphi)}{\partial \rho} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_\rho}{\partial \varphi} \right) \end{aligned} \quad (9.24)$$

$$\Delta f = \nabla^2 f = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial f}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \quad (9.25)$$

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{A} = \nabla^2 \mathbf{A} &= \mathbf{e}_\rho \left[ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial A_\rho}{\partial \rho} \right) - \frac{A_\rho}{\rho^2} - \frac{2}{\rho^2} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 A_\rho}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 A_\rho}{\partial z^2} \right] \\ &+ \mathbf{e}_\varphi \left[ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial A_\varphi}{\partial \rho} \right) - \frac{A_\varphi}{\rho^2} + \frac{2}{\rho^2} \frac{\partial A_\rho}{\partial \varphi} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 A_\varphi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 A_\varphi}{\partial z^2} \right] \\ &+ \mathbf{e}_z \left[ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial A_z}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 A_z}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} \right] \end{aligned} \quad (9.26)$$

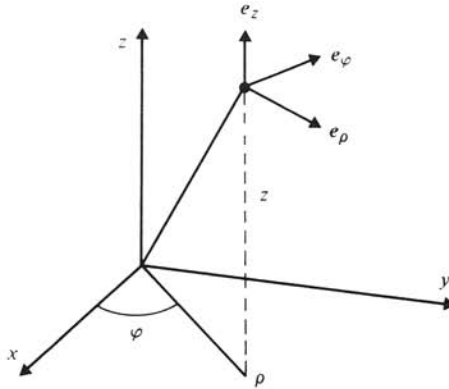


Fig. 9.1 Coordonnées cylindriques circulaires.

### 9.1.7 Opérations différentielles en coordonnées sphériques

Les coordonnées  $(r, \theta, \varphi)$  sont définies dans la figure 9.2. Les opérations différentielles en coordonnées sphériques sont données par :

$$\text{grad } f = \nabla f = \mathbf{e}_r \frac{\partial f}{\partial r} + \mathbf{e}_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} + \mathbf{e}_\varphi \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \quad (9.27)$$

$$\begin{aligned} \text{div } \mathbf{A} = \nabla \cdot \mathbf{A} &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(\sin \theta A_\theta)}{\partial \theta} \\ &+ \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi} \end{aligned} \quad (9.28)$$

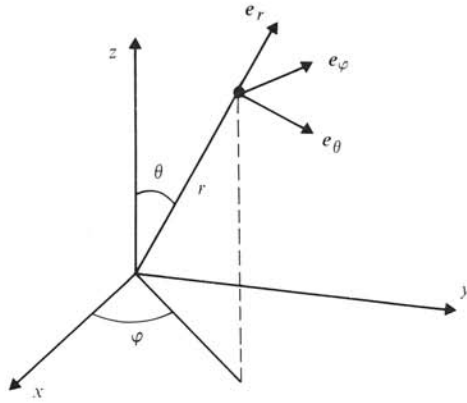


Fig. 9.2 Coordonnées sphériques.

$$\begin{aligned}
 \operatorname{rot} A &= \nabla \times A = e_r \frac{1}{r \sin \theta} \left( \frac{\partial(A_\varphi \sin \theta)}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial \varphi} \right) \\
 &+ e_\theta \frac{1}{r \sin \theta} \left( \frac{\partial A_r}{\partial \varphi} - \frac{\partial(r \sin \theta A_\varphi)}{\partial r} \right) \\
 &+ e_\varphi \frac{1}{r} \left( \frac{\partial(r A_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right) \quad (9.29)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta f &= \nabla^2 f = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) \\
 &+ \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} \quad (9.30)
 \end{aligned}$$

### 9.1.8 Quelques identités vectorielles

$$\nabla(fg) = f \nabla g + g \nabla f \quad (9.12)$$

$$\nabla \exp(f) = \exp(f) \nabla f \quad (9.31)$$

$$\nabla \cdot (fA) = f \nabla \cdot A + A \cdot \nabla f \quad (9.32)$$

$$\nabla \cdot (A \times B) = (\nabla \times A) \cdot B - (\nabla \times B) \cdot A \quad (9.33)$$

$$\nabla \times (fA) = f \nabla \times A + \nabla f \times A \quad (9.34)$$

$$\nabla \times (A \times B) = A \nabla \cdot B - B \nabla \cdot A + (B \cdot \nabla)A - (A \cdot \nabla)B \quad (9.35)$$

$$\begin{aligned}
 \nabla(A \cdot B) &= (A \cdot \nabla)B + (B \cdot \nabla)A + A \times (\nabla \times B) + \\
 &+ B \times (\nabla \times A) \quad (9.36)
 \end{aligned}$$

$$\nabla \cdot \nabla f = \nabla^2 f \quad (9.37)$$

$$\nabla \cdot \nabla \times A = 0 \quad (9.15)$$

$$\nabla \times \nabla f = 0 \quad (9.38)$$

$$\nabla \times \nabla \times A = \nabla(\nabla \cdot A) - (\nabla \cdot \nabla)A \quad (9.16)$$

### 9.1.9 Opérateur différentiel transverse

L'étude des guides d'ondes fait usage de l'opérateur différentiel transverse  $\nabla_t$ , défini au paragraphe 2.1.2. Les principales opérations utilisant cet opérateur donnent, en *coordonnées cartésiennes*

$$\nabla_t f = e_x \frac{\partial f}{\partial x} + e_y \frac{\partial f}{\partial y} \quad (9.39)$$

$$e_z \times \nabla_t f = -e_x \frac{\partial f}{\partial y} + e_y \frac{\partial f}{\partial x} \quad (9.40)$$

$$\nabla_t \cdot A_t = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} \quad (9.41)$$

$$\nabla_t \times A_t = e_z \left( \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \quad (9.42)$$

$$\nabla_t^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \quad (9.43)$$

$$\nabla_t^2 A_t = e_x \nabla_t^2 A_x + e_y \nabla_t^2 A_y \quad (9.44)$$

où  $f$  est une fonction quelconque et  $A_t$  est un vecteur transverse.

Les mêmes opérations deviennent, en *coordonnées cylindriques circulaires*

$$\nabla_t f = e_\rho \frac{\partial f}{\partial \rho} + e_\varphi \frac{1}{\rho} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \quad (9.45)$$

$$e_z \times \nabla_t f = -e_\rho \frac{1}{\rho} \frac{\partial f}{\partial \varphi} + e_\varphi \frac{\partial f}{\partial \rho} \quad (9.46)$$

$$\nabla_t \cdot A_t = \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho A_\rho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi} \quad (9.47)$$

$$\nabla_t \times A_t = e_z \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho A_\varphi)}{\partial \rho} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_\rho}{\partial \varphi} \right) \quad (9.48)$$

$$\nabla_t^2 f = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial f}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} \quad (9.49)$$

$$\begin{aligned} \nabla_t^2 A_t = e_\rho \left[ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial A_\rho}{\partial \rho} \right) - \frac{A_\rho}{\rho^2} - \frac{2}{\rho^2} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 A_\rho}{\partial \varphi^2} \right] \\ + e_\varphi \left[ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial A_\varphi}{\partial \rho} \right) - \frac{A_\varphi}{\rho^2} + \frac{2}{\rho^2} \frac{\partial A_\rho}{\partial \varphi} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 A_\varphi}{\partial \varphi^2} \right] \end{aligned} \quad (9.50)$$

## 9.2 RELATIONS INTÉGRALES

## 9.2.1 Théorème du gradient

Plusieurs expressions permettent de remplacer l'intégration d'une quantité dans un volume par une autre intégration portant seulement sur la surface entourant ce volume : il est ainsi possible dans certains cas de réduire la complexité du problème à résoudre. D'autres relations permettent similairement de remplacer une intégrale de surface par une intégrale sur le contour entourant cette surface. Il faut pour cela que les dérivées des fonctions soient définies sur les domaines considérés et que les intégrales indiquées existent.

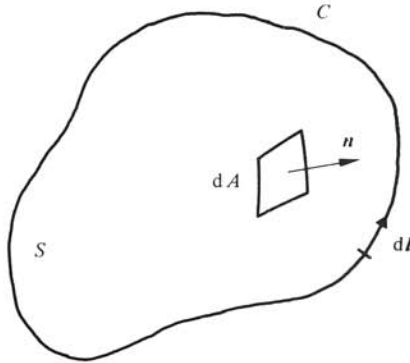


Fig. 9.3 Surface  $S$  limitée par un contour  $C$ . Définition de la surface d'intégration et de l'élément d'intégration curviligne.

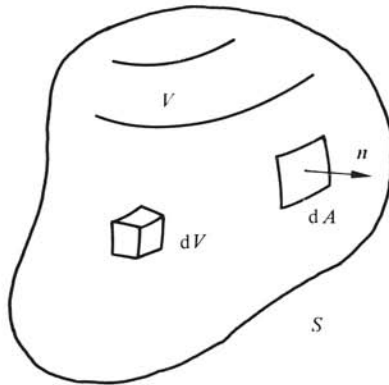


Fig. 9.4 Volume  $V$  entouré par une surface  $S$ . Définition des volume et surface d'intégration et de l'orientation de la normale.

On considère un volume  $V$ , (formé d'éléments de volume  $dV$ ), entouré d'une surface  $S$  (avec élément  $dA$ ) et on définit le vecteur unité normal à la surface  $\mathbf{n}$  pointant vers l'extérieur de cette surface (fig. 9.4). L'intégrale de volume du gradient d'une fonction peut alors être remplacée par l'intégrale de surface de la fonction elle-même

$$\int_V \nabla f \, dV = \oint_S f \mathbf{n} \, dA \quad (9.51)$$

### 9.2.2 Théorème de la divergence

On peut de même remplacer une intégrale de volume portant sur une divergence

$$\int_V \nabla \cdot A \, dV = \oint_S A \cdot n \, dA \quad (9.52)$$

### 9.2.3 Théorème du rotationnel

Une relation du même type peut être utilisée avec le rotationnel

$$\int_V \nabla \times A \, dV = \oint_S n \times A \, dA \quad (9.53)$$

### 9.2.4 Première identité de Green

Deux relations intégrales portant sur des produits de fonctions scalaires et vectorielles sont appelées les *identités de Green* :

- fonctions scalaires

$$\int_V (\nabla f \cdot \nabla g + g \nabla^2 f) \, dV = \oint_S g \nabla f \cdot n \, dA \quad (9.54)$$

- vecteurs

$$\int_V \nabla \cdot (A \times \nabla \times B) \, dV = \oint_S A \times (\nabla \times B) \cdot n \, dA \quad (9.55)$$

### 9.2.5 Seconde identité de Green

- fonctions scalaires

$$\int_V (g \nabla^2 f - f \nabla^2 g) \, dV = \oint_S (g \nabla f - f \nabla g) \cdot n \, dA \quad (9.56)$$

- vecteurs

$$\begin{aligned} & \int_V (B \cdot \nabla \times \nabla \times A - A \cdot \nabla \times \nabla \times B) \, dV \\ &= \oint_S [A \times (\nabla \times B) - B \times (\nabla \times A)] \cdot n \, dA \end{aligned} \quad (9.57)$$

### 9.2.6 Théorème de Stokes

On considère ici une surface  $S$  entourée par un contour  $C$ , l'élément de contour étant défini par  $dI$  (fig. 9.3). Le théorème de Stokes donne

$$\int_S (\nabla \times A) \cdot n \, dA = \oint_C A \cdot dI \quad (9.58)$$

## 9.3 FONCTIONS DE BESSEL

### 9.3.1 Equation différentielle

Les fonctions de *Bessel* de première et de seconde espèce d'ordre  $m$  sont des solutions particulières de l'équation différentielle :

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 - m^2) y = 0 \quad (9.59)$$



La solution générale de cette équation a la forme :

$$y = C_m(x) = AJ_m(x) + BN_m(x) \quad (9.60)$$

dans laquelle  $J_m(x)$  et  $N_m(x)$  sont respectivement les fonctions de Bessel de première et de seconde espèce d'ordre  $m$ . La notation  $N_m$  pour la fonction de Bessel de seconde espèce est donnée dans la norme ISO/TC 12. La notation alternative  $Y_m$  se rencontre dans certains ouvrages américains. Les constantes  $A$  et  $B$  sont à déterminer à partir des conditions aux limites du problème. Les figures 9.5 et 9.6 représentent le comporte-

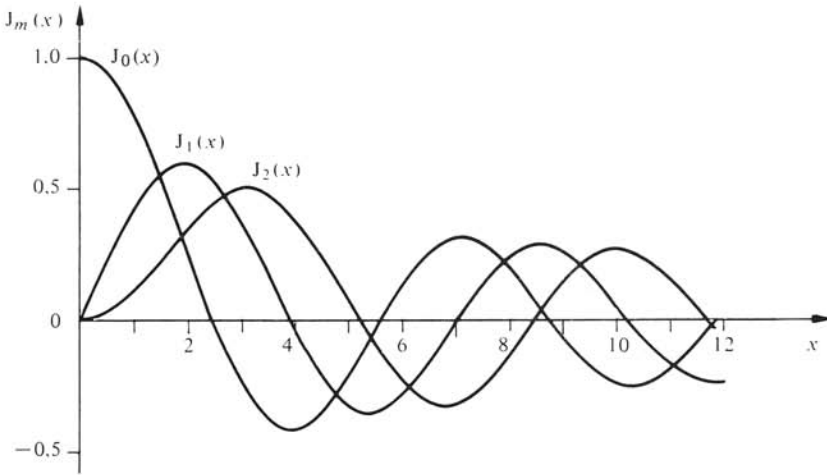


Fig. 9.5 Fonctions de Bessel de première espèce pour  $m = 0, 1$  et  $2$ .

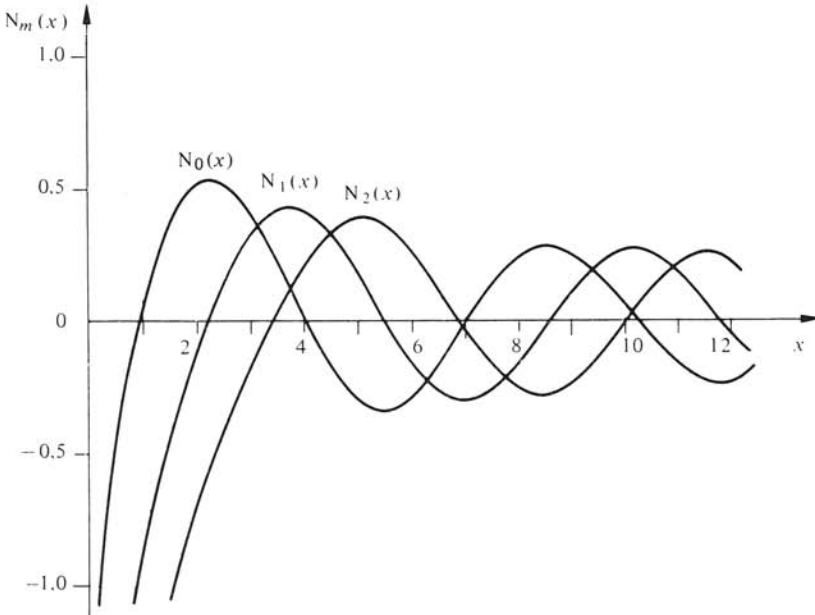


Fig. 9.6 Fonctions de Bessel de seconde espèce pour  $m = 0, 1$  et  $2$ .

ment des fonctions de Bessel des deux espèces pour les premières valeurs entières de  $m$ . Les valeurs de l'abscisse correspondant aux zéros et aux extréma des fonctions de Bessel de première espèce sont données respectivement dans les tableaux 9.7 et 9.8. Les fonctions de seconde espèce ont toutes une singularité en  $x = 0$ . Plusieurs livres et tables traitent des fonctions de Bessel [10].

### 9.3.2 Développement en série

On ne considère ici que des valeurs entières positives de  $m$  :

$$J_m(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^m \left[ \frac{1}{m!} - \frac{(x/2)^2}{1!(m+1)!} + \frac{(x/2)^4}{2!(m+2)!} - \frac{(x/2)^6}{3!(m+3)!} + \dots \right] \quad (9.61)$$

### 9.3.3 Comportement pour $x$ tendant vers zéro

Pour  $x$  petit, on a les approximations suivantes

$$J_m(x) \cong \frac{1}{m!} \left(\frac{x}{2}\right)^m \quad (9.62)$$

$$N_0(x) \cong \frac{2}{\pi} \ln x \quad (9.63)$$

$$N_m(x) \cong \frac{1}{\pi} (m-1)! \left(\frac{x}{2}\right)^{-m} \quad (9.64)$$

### 9.3.4 Développement asymptotique pour $x$ tendant vers l'infini

$$J_m(x) \cong \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos(x + \alpha) \quad (9.65)$$

$$N_m(x) \cong \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin(x + \alpha) \quad (9.66)$$

avec

$$\alpha = -\frac{\pi}{4}(2m+1) \quad (9.67)$$

### 9.3.5 Formules de récurrence

$$C_{m+1}(x) = \frac{2m}{x} C_m(x) - C_{m-1}(x) \quad (9.68)$$

$$\begin{aligned} \frac{dC_m(x)}{dx} &= -\frac{m}{x} C_m(x) + C_{m-1}(x) = \frac{m}{x} C_m(x) - C_{m+1}(x) \\ &= \frac{1}{2} [C_{m-1}(x) - C_{m+1}(x)] \end{aligned} \quad (9.69)$$

Tableau 9.7 Zéros des fonctions de Bessel de première espèce:  $J_m(x) = 0$  pour  $0 < x < 25$ .

$m$	$n$							
	1	2	3	4	5	6	7	8
0	2.40483	5.52008	8.65373	11.791534	14.93092	18.07106	21.21164	24.35247
1	3.83171	7.01559	10.17347	13.32369	16.47063	19.61586	22.76008	
2	5.13562	8.41724	11.61984	14.79595	17.95982	21.11700	24.27112	
3	6.38016	9.76102	13.01520	16.22347	19.40942	22.58273		
4	7.58834	11.06471	14.37254	17.6160	20.8269	24.1990		
5	8.77142	12.33860	15.70017	18.9801	22.2178			
6	9.93611	13.58929	17.0038	20.3208	23.5861			
7	11.08637	14.82127	18.2876	21.6416	24.9349			
8	12.22509	16.0378	19.5545	22.9452				
9	13.35430	17.2412	20.8070	24.2339				
10	14.47550	18.4335	22.0470					
11	15.58985	19.6160	23.2759					
12	16.6983	20.7899	24.4949					
13	17.8014	21.9562						
14	18.9000	23.1158						
15	19.9944	24.2692						
16	21.0851							
17	22.1725							
18	23.2568							
19	24.3383							

Tableau 9.8 Extrema des fonctions de Bessel de première espèce:  $\frac{dJ_m(x)}{dx} = 0$  pour  $0 < x < 25$ .

$m$	$n$							
	1	2	3	4	5	6	7	8
0	3.8317	7.0156	10.1735	13.3237	16.4706	19.6159	22.7601	25.9037
1	1.8412	5.3314	8.5363	11.7060	14.8636	18.0155	21.1644	24.3113
2	3.0542	6.7061	9.9695	13.1704	16.3475	19.5129	22.6721	
3	4.2012	8.0152	11.3459	14.5859	17.7888	20.9724	24.1469	
4	5.3175	9.2824	12.6819	15.9641	19.1960	22.4010		
5	6.4156	10.5199	13.9872	17.3128	20.5755	23.8033		
6	7.5013	11.7349	15.2682	18.6374	21.9318			
7	8.5778	12.9324	16.5294	19.9419	23.2681			
8	9.6474	14.1156	17.7740	21.2291	24.5872			
9	10.7114	15.2868	19.0045	22.5014				
10	11.7709	16.4479	20.2230	23.7608				
11	12.8265	17.6003	21.4309					
12	13.8788	18.7451	22.6293					
13	14.9284	19.8832	23.8194					
14	15.9754	21.0154						
15	17.0203	22.1423						
16	18.0683	23.2644						
17	19.1045	24.3819						
18	20.1441							
19	21.1823							
20	22.2192							
21	23.2548							
22	24.2894							

### 9.3.6 Intégrale de Bessel

La fonction de Bessel de première espèce peut être reliée aux fonctions trigonométriques par *l'intégrale de Bessel*

$$J_m(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos(x \sin \varphi - m \varphi) d\varphi \quad (9.70)$$

### 9.3.7 Fonctions de Hankel

On définit, sous le nom de *fonctions de Hankel*, deux fonctions complexes d'une variable  $x$  dont la partie réelle est la fonction de Bessel de première espèce, la partie imaginaire étant la fonction de Bessel de seconde espèce munie respectivement d'un signe positif ou négatif :

$$H_m^{(1)}(x) = J_m(x) + j N_m(x) \quad (9.71)$$

$$H_m^{(2)}(x) = J_m(x) - j N_m(x) \quad (9.72)$$

Ces deux fonctions satisfont les formules de récurrence (9.68) et (9.69).

### 9.3.8 Autres formules

Les formules suivantes lient des arguments ou des ordres opposés :

$$C_{-m}(x) = (-1)^m C_m(x) \quad (9.73)$$

$$C_m(-x) = (-1)^m C_m(x) \quad (9.74)$$

$$C_{-m}(x) = C_m(-x) \quad (9.75)$$

avec  $m$  entier.

Intégrales contenant des fonctions de Bessel

$$\int_0^x C_m^2(kx) x dx = \frac{1}{2} x^2 [ C_m^2(kx) - C_{m-1}(kx) C_{m+1}(kx) ] \quad (9.76)$$

$$\int_0^x C_m(kx) \bar{C}_m(kx) x dx = \frac{1}{4} x^2 [ 2 C_m(kx) \bar{C}_m(kx) - C_{m-1}(kx) \bar{C}_{m+1}(kx) - \bar{C}_{m-1}(kx) C_{m+1}(kx) ] \quad (9.77)$$

où  $C_m$  et  $\bar{C}_m$  sont deux combinaisons linéaires quelconques de fonctions de Bessel d'ordre  $m$ . Si  $\bar{C}_m$  est identique à  $C_m$ , on obtient la relation (9.76).

## 9.4 FONCTIONS DE BESSEL MODIFIÉES

### 9.4.1 Equation différentielle

Les fonctions de *Bessel modifiées* de première et de seconde espèce d'ordre  $m$  sont des solutions particulières de l'équation différentielle

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - (x^2 + m^2) y = 0 \quad (9.78)$$

La solution générale de cette équation a la forme

$$y = Z_m(x) = A I_m(x) + B K_m(x) \quad (9.79)$$

dans laquelle  $I_m(x)$  et  $K_m(x)$  sont respectivement les fonctions de Bessel modifiées de première et de seconde espèce d'ordre  $m$ . Les constantes  $A$  et  $B$  sont à déterminer à partir des conditions aux limites du problème.

Les fonctions de Bessel modifiées sont proportionnelles aux fonctions de Bessel ordinaires à argument imaginaire. Pour  $m$  entier, on obtient ( $x$  réel)

$$I_m(x) = \exp(-jm\pi/2) J_m(jx) \quad (9.80)$$

$$K_m(x) = j\pi/2 \exp(jm\pi/2) H_m^{(1)}(jx) \quad (9.81)$$

Les figures 9.9 et 9.10 représentent le comportement des fonctions de Bessel modifiées des deux espèces pour les premières valeurs entières de  $m$ .

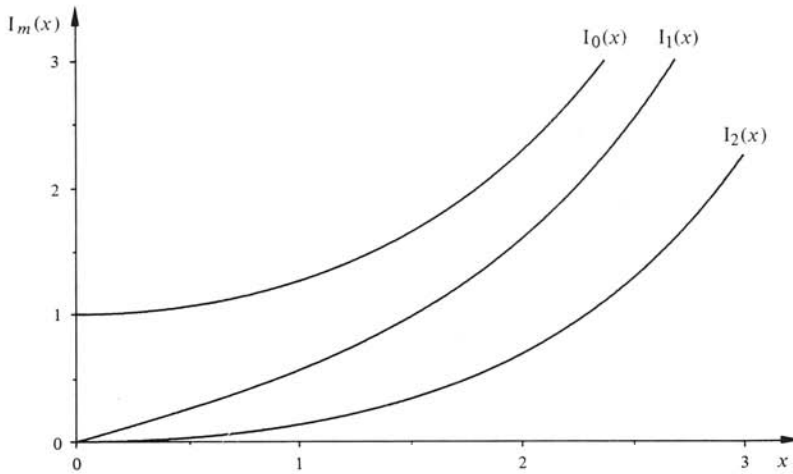


Fig. 9.9 Fonctions de Bessel modifiées de première espèce pour  $m = 0, 1$  et  $2$ .

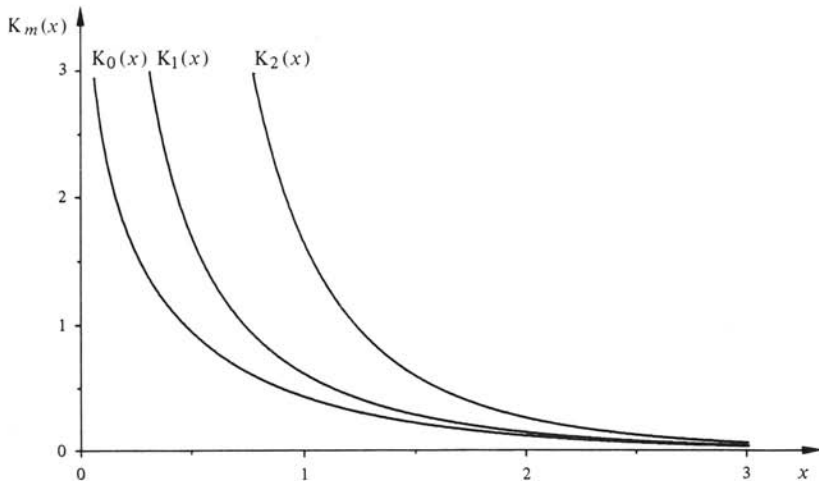


Fig. 9.10 Fonctions de Bessel modifiées de seconde espèce pour  $m = 0, 1$  et  $2$ .

### 9.4.2 Développement en série

On ne considère ici que les valeurs entières positives de  $m$

$$I_m(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^m \left[ \frac{1}{m!} + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)}{1!(m+1)!} + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^2}{2!(m+2)!} + \dots \right] \quad (9.82)$$

### 9.4.3 Comportement pour $x$ tendant vers zéro

Pour  $x$  petit, on a les approximations suivantes

$$I_m(x) \cong \frac{1}{m!} \left(\frac{x}{2}\right)^m \quad (9.83)$$

$$K_0(x) \cong -\ln x \quad (9.84)$$

$$K_m(x) \cong \frac{1}{2} (m-1)! \left(\frac{x}{2}\right)^{-m} \quad (9.85)$$

### 9.4.4 Développement asymptotique pour $x$ tendant vers l'infini

$$I_m(x) = \frac{\exp(x)}{\sqrt{2\pi x}} \quad (9.86)$$

$$K_m(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2x}} \exp(-x) \quad (9.87)$$

### 9.4.5 Formules de récurrence

$$\frac{2m}{x} I_m(x) = I_{m-1}(x) - I_{m+1}(x) \quad (9.88)$$

$$\begin{aligned} \frac{dI_m(x)}{dx} &= \frac{m}{x} I_m(x) + I_{m+1}(x) = -\frac{m}{x} I_m(x) + I_{m-1}(x) \\ &= \frac{1}{2} [I_{m-1}(x) + I_{m+1}(x)] \end{aligned} \quad (9.89)$$

$$\frac{2m}{x} K_m(x) = K_{m+1}(x) - K_{m-1}(x) \quad (9.90)$$

$$\begin{aligned} \frac{dK_m(x)}{dx} &= \frac{m}{x} K_m(x) - K_{m+1}(x) = -\frac{m}{x} K_m(x) - K_{m-1}(x) \\ &= -\frac{1}{2} [K_{m+1}(x) + K_{m-1}(x)] \end{aligned} \quad (9.91)$$

### 9.4.6 Intégrale de Bessel

La fonction de Bessel modifiée de première espèce peut être reliée aux fonctions trigonométriques par *l'intégrale de Bessel*

$$I_m(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \exp(x \cos \varphi) \cos m \varphi \, d\varphi \quad (9.92)$$

pour  $m$  entier.

### 9.4.7 Autres formules

$$I_{-m}(x) = I_m(x) \quad (9.93)$$

$$I_m(-x) = (-1)^m I_m(x) \quad (9.94)$$

$$K_{-m}(x) = K_m(x) \quad (9.95)$$

avec  $m$  entier.

## 9.5 Similitudes entre hyperfréquences et acoustique

Les similitudes entre hyperfréquences et acoustique ont été brièvement signalées au paragraphe 1.1.10. Une liste des principales notions équivalentes aux deux domaines est présentée dans cette section, sous la forme d'un tableau des correspondances entre les volumes XIII hyperfréquences et XXI acoustique (tab. 9.11).

Tableau 9.11 Liste de quelques correspondances.

Hyperfréquences	Acoustique
guide d'ondes, fibre optique	tuyau acoustique, corde vibrante
onde sur une lame diélectrique	onde acoustique de surface
cavité résonnante	chambre réverbérante, tuyau (instrument à vent), corde (instrument à corde).
cavité accordable	trombone
antenne cornet	cornet acoustique
antenne (émission)	pavillon de haut-parleur
antenne (réception)	partie de microphone
radar	sonar actif
transmission de signal (faisceau hertzien)	sonar en transmission
diathermie microondes	diathermie à ultrasons
bruit électromagnétique	bruit acoustique
limitation en puissance due au claquage	limitation en puissance due à la cavitation

## 9.6 Tableaux récapitulatifs pour les guides d'ondes rectangulaire et circulaire

Tableau 9.12 Guide d'ondes rectangulaire.

	TE <sub>mn</sub>	TM <sub>mn</sub>
$E_z$	0	$\frac{-j}{\omega \epsilon} p_{mn}^2 \underline{I}_e C_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)$
$E_x$	$\underline{U}_e C_{mn} n \frac{\pi}{b} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)$	$-\underline{U}_e C_{mn} m \frac{\pi}{a} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)$
$E_y$	$-\underline{U}_e C_{mn} m \frac{\pi}{a} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)$	$-\underline{U}_e C_{mn} n \frac{\pi}{b} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)$
$H_z$	$\frac{-j}{\omega \mu} p_{mn}^2 \underline{U}_e C_{mn} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)$	0
$H_x$	$\underline{I}_e C_{mn} m \frac{\pi}{a} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)$	$\underline{I}_e C_{mn} n \frac{\pi}{b} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)$
$H_y$	$\underline{I}_e C_{mn} n \frac{\pi}{b} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)$	$-\underline{I}_e C_{mn} m \frac{\pi}{a} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)$
$p_{mn}$		$\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$
$C_{mn}$	$\frac{1}{p_{mn}} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{ab}} \sqrt{1 + \delta(mn)}$	$\delta(i) = \begin{cases} 0 & \text{si } i \neq 0 \\ 1 & \text{si } i = 0 \end{cases}$
$\lambda_{mn}$		$\frac{2\pi}{p_{mn}}$
$\underline{U}_e$		$\underline{U}_{e+} \exp(-j\beta z) + \underline{U}_{e-} \exp(j\beta z)$
$\underline{I}_e$		$\frac{1}{Z_e} \{ \underline{U}_{e+} \exp(-j\beta z) - \underline{U}_{e-} \exp(j\beta z) \}$
$Z_e$	$\frac{\omega \mu}{\beta}$	$\frac{\beta}{\omega \epsilon}$



Tableau 9.13 Guide d'ondes circulaire.

	TE <sub>mn</sub>		TM <sub>mn</sub>
$E_z$	0		$-j \frac{p_{mn}^2}{\omega \epsilon} \underline{I}_e C_{mn} J_m(p_{mn} \rho) \begin{cases} \cos(m\phi) \\ \sin(m\phi) \end{cases}$
$E_\rho$	$-\underline{U}_e C_{mn} \frac{m}{\rho} J_m(p_{mn} \rho) \begin{cases} -\sin(m\phi) \\ \cos(m\phi) \end{cases}$		$-\underline{U}_e C_{mn} p_{mn} J'_m(p_{mn} \rho) \begin{cases} \cos(m\phi) \\ \sin(m\phi) \end{cases}$
$E_\phi$	$\underline{U}_e C_{mn} p_{mn} J'_m(p_{mn} \rho) \begin{cases} \cos(m\phi) \\ \sin(m\phi) \end{cases}$		$-\underline{U}_e C_{mn} \frac{m}{\rho} J_m(p_{mn} \rho) \begin{cases} -\sin(m\phi) \\ \cos(m\phi) \end{cases}$
$H_z$	$\frac{-j}{\omega \mu} \underline{U}_e C_{mn} p_{mn} J_m(p_{mn} \rho) \begin{cases} \cos(m\phi) \\ \sin(m\phi) \end{cases}$		0
$H_\rho$	$-\underline{I}_e C_{mn} p_{mn} J'_m(p_{mn} \rho) \begin{cases} \cos(m\phi) \\ \sin(m\phi) \end{cases}$		$\underline{I}_e C_{mn} \frac{m}{\rho} J_m(p_{mn} \rho) \begin{cases} -\sin(m\phi) \\ \cos(m\phi) \end{cases}$
$H_\phi$	$-\underline{I}_e C_{mn} \frac{m}{\rho} J_m(p_{mn} \rho) \begin{cases} -\sin(m\phi) \\ \cos(m\phi) \end{cases}$		$-\underline{I}_e C_{mn} p_{mn} J'_m(p_{mn} \rho) \begin{cases} \cos(m\phi) \\ \sin(m\phi) \end{cases}$
$p_{mn}$	$J'_m(p_{mn} a) = 0$		$J_m(p_{mn} a) = 0$
$C_{mn}$	$\frac{\sqrt{2 - \delta(m)}}{a p_{mn} \sqrt{\pi} \left[ 1 - \left( \frac{m}{p_{mn} a} \right)^2 \right]^{1/2}} J_m(p_{mn} a)$	$\delta(i) = \begin{cases} 0 & \text{si } i \neq 0 \\ 1 & \text{si } i = 0 \end{cases}$	$\frac{\sqrt{2 - \delta(m)}}{p_{mn} a \sqrt{\pi} J'_m(p_{mn} a)}$
$\lambda_{mn}$		$\frac{2\pi}{p_{mn}}$	
$\underline{U}_e$		$\underline{U}_{e+} \exp(-j\beta z) + \underline{U}_{e-} \exp(j\beta z)$	
$\underline{I}_e$		$\frac{1}{Z_e} \{ \underline{U}_{e+} \exp(-j\beta z) - \underline{U}_{e-} \exp(j\beta z) \}$	
$Z_e$	$\frac{\omega \mu}{\beta}$		$\frac{\beta}{\omega \epsilon}$

## 9.7 Propriétés des matériaux usuels utilisés en hyperfréquences

Tableau 9.14 Résistivité et conductivité de différents matériaux [212].

Matériaux	Résistivité (20°C) [ $\Omega \text{ m} \times 10^{-8}$ ]	Conductivité (20°C) [S/m $\times 10^6$ ]
Aluminium	2,62	38,16
Bismuth	115,00	0,87
Laiton	3,90	25,64
Graphite	1400,00	0,07
Chrome	2,60	38,46
Cuivre	1,72	58,13
Germanium	45,00	2,22
Or	2,44	40,98
Plomb	21,90	4,56
Nickel	6,90	14,49
Platine	10,50	9,52
Argent	1,62	61,73
Eau distillée	100,00	1,00
Silice	$1,00 \cdot 10^{10}$	$1,0 \cdot 10^{-8}$

Tableau 9.15 Propriétés de quelques matériaux diélectriques utilisés en hyperfréquences [213].

Matériaux	$\epsilon'_r$ 10 GHz	$\tan \delta = \epsilon''_r / \epsilon'_r$ 25°C	Conductivité thermique k cal/(cm s ° C) à 25°C	Coefficient de dilatation $\alpha$ $\alpha \cdot 10^6 / ^\circ \text{C}$ 25-300°C
Céramique Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> 99,5%	9,5-10	3 $10^{-4}$	0,088	6
Céramique Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> 96%	8,9	6 $10^{-4}$	0,084	6,4
Céramique Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> 85%	8,0	1,5 $10^{-3}$	0,055	6,5
Céramique BeO 99,5%	6,4	3 $10^{-4}$	0,55	6,0
Céramique TiO <sub>2</sub>	85	4 $10^{-3}$	0,06	—
Silicium ( $10^3 \Omega \text{ m}$ )	11,9	4 $10^{-3}$	0,25	4,2
GaAs ( $> 10^3 \Omega \text{ m}$ )	13,0	6 $10^{-3}$	0,095	5,7
Saphir (anisotrope)	9,4-11,5	1 $10^{-4}$	0,09	5-6,66
Quartz	3,75	1 $10^{-4}$	0,0033	0,55
Verre corning 7059	5,75	3,6 $10^{-4}$	0,002	4,6
Céramique glacée	7,2	8 $10^{-3}$	0,002	4,6

## 9.8 Symboles graphiques utilisés en hyperfréquences

Ces symboles sont ceux généralement adoptés par la CEI (Publication No 117-11 et 117-11a) et IEEE (Publication No 76-ANSI/IEEE Y32E, New York, 1976).

Ils sont classés suivant leur nombre d'accès hyperfréquences et, à l'intérieur de chaque classe, par ordre de complexité croissant (tab. 9.17).



















Tableau 9.16 Propriétés des substrats pour ligne microruban [48].

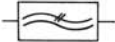


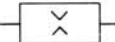
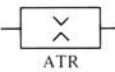


Matériaux	$\epsilon_r$	$\tan \delta$ à 10 GHz	Température °C	Dispersion en fréquence	Stabilité mécanique	Résistance chimique	Propriétés physiques	Adhésion	Adaptation thermique	Coût
Polystyrène	2,54	$5 \cdot 10^{-4}$	-100 + 70	☆☆☆	☆☆	☆☆	☆	☆☆	★	☆
Polystyrène renforcé verre	2,62	$1 \cdot 10^{-3}$	-100 + 70	☆☆	☆☆	☆☆	☆	☆☆	☆	☆☆
Polystyrène renforcé quartz	2,60	$5 \cdot 10^{-4}$	-100 + 70	☆☆	☆☆	☆☆	☆	☆☆	☆	★
Polystyrène + céramique	3-15	$4 \cdot 10^{-3}$	-100 + 70	☆	☆	☆	★	☆☆	☆	★
Teflon/PTFE	2,10	$4 \cdot 10^{-4}$	-100 + 220	☆☆	★	☆☆☆	★★	★★★	★	—
Teflon renforcé verre	2,55	$1,5 \cdot 10^{-3}$	-100 + 220	☆☆	☆☆	☆☆☆	☆	☆☆☆	☆	☆☆
Teflon renforcé quartz	2,47	$6 \cdot 10^{-4}$	-100 + 220	☆☆	☆☆	☆☆☆	☆	☆☆☆	☆	★★
Teflon renforcé céramique	2,3	$1 \cdot 10^{-3}$	-95 + 220	☆☆	☆	☆☆☆	☆	☆☆☆	★	★
Résine silicone + céramique (poudre)	3-25	$4 \cdot 10^{-3}$	-100 + 230	☆	☆	☆☆	★	☆☆	☆	★★
Oxyde de Polyvinyle	2,55	$1,6 \cdot 10^{-3}$	-100 + 150	☆	☆	★	☆	☆	☆	☆
Polyolefin	2,32	$5 \cdot 10^{-4}$	-100 + 60	☆☆	★	☆☆☆	★	☆	★	☆☆
Polyolefin renforcé verre	2,42	$1 \cdot 10^{-3}$	-100 + 60	☆☆	☆☆	☆☆☆	★	☆	☆☆	☆
Verre	7,5	$2 \cdot 10^{-3}$	-100 + 550	☆	☆☆☆	☆☆☆	☆☆	★	☆☆	★
Céramique	6,5	$6 \cdot 10^{-4}$	→1600	☆☆	☆☆☆	☆☆☆	☆☆	—	☆☆	★
Polyolefin + céramique (poudre)	3-10	$1 \cdot 10^{-3}$	-100 + 60	☆	★	☆☆☆	☆	☆☆	★	★★
Polyester + céramique (poudre)	6	$1,7 \cdot 10^{-2}$	-100 + 160	☆	☆☆☆	☆☆☆	☆☆☆	☆☆	☆☆	☆

☆☆☆ = excellent ou très bon marché;

★★★ = très mauvais ou très cher.

Tableau 9.17 Symboles graphiques utilisés en hyperfréquences.



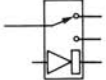

Lignes de transmission	
	ligne quelconque
	guide rectangulaire
	guide à moulures
	ligne coaxiale
	ligne à ruban équilibré
	ligne microruban
Composants à 1 accès	
	court-circuit
	termination (charge adaptée)
	cavité à 1 accès
	antenne
	détecteur
	oscillateur
	générateur d'échelon unité
Composants à 2 accès	
	affaiblisseur fixe
	affaiblisseur variable
	déphaseur fixe
	déphaseur variable
	cavité à 2 accès

	filtre passe-bas
	filtre passe-bande
	isolateur
	tube TR
	tube ATR
	varactor
	amplificateur

---

 Composants à 3 accès
 

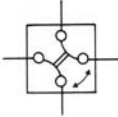

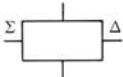
---

	circulateur
	mélangeur
	commutateur à diodes PIN
	diviseur de puissance

---

 Composants à 4 accès
 

---

	commutateur
	coupleur directif
	T hybride

---



## SOLUTIONS DES EXERCICES

### CHAPITRE 2

2.12.1  $f = 238,3$  MHz,  $v_\varphi = 3,75 \cdot 10^8$  m/s,  $v_g = 2,4 \cdot 10^8$  m/s,  $Z_e^{\text{TE}} = 471 \Omega$ ,  
 $Z_e^{\text{TM}} = 301 \Omega$ . On a considéré un guide d'ondes sans pertes rempli d'air.

2.12.2  $\epsilon_r = 25$ .

2.12.3  $Z_e = Z_{PU} = 414 \Omega$ ,  $Z_{UI} = 325 \Omega$ ,  $Z_{PI} = 255 \Omega$ ,  $\Delta\varphi = 171$  rad,  $t = 36,7$  ns.

2.12.4

Tableau 2.57

Modes	$f_c$ GHz	$v_\varphi$ à 15 GHz m/s	$v_g$ à 15 GHz m/s	$\lambda_g$ à 15 GHz cm
TE <sub>10</sub>	5	$3,18 \cdot 10^8$	$2,83 \cdot 10^8$	2,12
TE <sub>20</sub> , TE <sub>01</sub>	9,99	$4,02 \cdot 10^8$	$2,24 \cdot 10^8$	2,68
TE <sub>11</sub> , TM <sub>11</sub>	11,17	$4,49 \cdot 10^8$	$2,00 \cdot 10^8$	3,00
TE <sub>21</sub> , TM <sub>21</sub>	14,13	$8,95 \cdot 10^8$	$1,00 \cdot 10^8$	5,96
TE <sub>30</sub>	14,99	$817 \cdot 10^8$	$0,01 \cdot 10^8$	547,4

Remarque : si l'on fait les calculs en prenant  $c_0 = 3 \cdot 10^8$  m/s, le mode TE<sub>30</sub> est exactement à sa fréquence de coupure. Si l'on prend la valeur exacte de la vitesse de la lumière, il se propage.

2.12.5 On choisit le guide standard R 140, pour lequel  $a = 15,8$  mm,  $b = 7,9$  mm,  
 $\alpha_{100\text{m}} = 3,04$  Np = 26,38 dB.

2.12.6  $\alpha = 57,58$  Np/m = 500,1 dB/m.

2.12.7 Le triangle est exactement la moitié d'un carré : on obtient ses modes de propagation en superposant les modes dégénérés du guide carré et en appliquant les conditions aux limites. Les deux premières fréquences de coupure sont  $f_{10} = c_0 / (\sqrt{2}a)$  et  $f_{11} = c_0/a$ .

2.12.8  $a = 10,6$  mm.

2.12.9  $2a = 22,6$  mm.

2.12.10 Les modes sont ceux du guide d'ondes circulaire, avec  $m = 0, 3, 6, 9, \dots$  pour les modes TE et  $m = 3, 6, 9, \dots$  pour les modes TM. Les deux premières fréquences de coupure sont données par  $f_{01}^{\text{TE}}$  (GHz) =  $182/a$  (mm) et  $f_{31}^{\text{TE}}$  (GHz) =  $200/a$  (mm). Le quotient des deux fréquences de coupure vaut 1,096.

2.12.11 Les fréquences de coupure des modes perturbés, obtenues par la méthode de perturbation, valent respectivement  $f'_{10} = 0,968 f_{10}$ ,  $f'_{01} = 2,028 f_{10}$ ,  $f'_{20} = 2,064 f_{10}$ . La réduction calculée pour le mode  $\text{TE}_{10}$  est faible : en réalité, on observe une variation beaucoup plus importante. La méthode de perturbation ne tient pas compte de l'importante contrainte imposée au champ électrique par la moulure. Pour le mode  $\text{TE}_{10}$ ,  $E$  est très différent de  $E_0$ , la méthode de perturbation n'est donc pas applicable.

2.12.12 L'onde sur une plaque diélectrique n'est plus guidée lorsque  $p_a = 0$ , qui est la condition de coupure. On a alors  $p_d = n\pi/(2d) = (\omega/c_0) \sqrt{\epsilon_r - 1}$ . On trouve alors  $f_c = m \cdot 12,7$  GHz.

2.12.13  $f_c = 0,721 f_{10}$ .

2.12.15  $a \leq 1,504 \mu\text{m}$  pour  $\lambda_0 = 850$  nm,  $a \leq 2,654 \mu\text{m}$  pour  $\lambda_0 = 1,5 \mu\text{m}$ .

2.12.16 Tous les modes pour lesquels  $\nu_c \leq 8$ , c'est-à-dire :  $\text{HE}_{11}(0)$  ;  $\text{HE}_{21}$ ,  $\text{TE}_{01}$ ,  $\text{TM}_{01}(2,405)$  ;  $\text{HE}_{12}$ ,  $\text{EH}_{11}$ ,  $\text{HE}_{31}(3,83)$  ;  $\text{EH}_{21}$ ,  $\text{HE}_{41}(5,14)$  ;  $\text{TE}_{02}$ ,  $\text{TM}_{02}(5,52)$  ;  $\text{HE}_{51}$ ,  $\text{EH}_{31}(6,38)$  ;  $\text{EH}_{12}$ ,  $\text{HE}_{13}$ ,  $\text{HE}_{32}(7,016)$  ;  $\text{EH}_{41}$ ,  $\text{HE}_{61}(7,59)$ , au total 18 modes.

2.12.17 Largeur  $w = 1,92$  mm, longueur  $d = 7,35$  mm, affaiblissement  $\alpha_d = 0,0214$  dB.

2.12.18  $f_{\text{max}} = 3,9$  GHz,  $f_d = 27,6$  GHz. Une correction de la dispersion n'est pas nécessaire, puisque le rayonnement limite bien avant le fonctionnement de la ligne.

2.12.19  $Z'_c = 72,5 \Omega$ ,  $\epsilon_c = 3,39$ ,  $\epsilon'_c = 3,22$ .

## CHAPITRE 3

3.7.1  $f_{\text{pr}} = 2,86$  GHz,  $Q_0 = 90$ ,  $\tau = 10^{-8}$  s = 10 ns.



3.7.2  $f_c = 7,48 \text{ GHz}$ ,  $d = 6,1 \text{ cm}$ .

3.7.3  $\text{TE}_{011} : 3,16 \text{ GHz}$ .  $\text{TE}_{103}$ ,  $\text{TM}_{110}$ ,  $\text{TE}_{012} : 3,61 \text{ GHz}$ .  $\text{TM}_{111}$ ,  $\text{TE}_{111} : 3,74 \text{ GHz}$ .

3.7.4 Six modes dégénérés à la fréquence  $3,35 \text{ GHz}$  :  $\text{TE}_{012}$ ,  $\text{TE}_{021}$ ,  $\text{TE}_{102}$ ,  $\text{TE}_{201}$ ,  $\text{TM}_{120}$  et  $\text{TM}_{210}$ .

3.7.5  $a = 3,54 \text{ cm}$ ,  $b = 2,89 \text{ cm}$ ,  $d = 5 \text{ cm}$ .

3.7.7 Lignes de champ magnétique :  $\sin(\pi x/a) \cdot \sin(\pi z/d) = \text{cste}$ .  
Lignes de courant sur les deux faces supérieure et inférieure de la cavité :

$$[\cos(\pi x/a)]^2 / [\cos(\pi z/d)]^2 = \text{cste}.$$

Sur les faces latérales de la cavité, les lignes de courant sont des droites verticales.

3.7.8  $d = 3,08 \text{ cm}$  pour le mode  $\text{TE}_{111}$ .

3.7.9  $f_{112}^{\text{TM}} = 10,9 \text{ GHz}$ .

3.7.10  $\Lambda_{mnl} = A_{mn} e_z J_m(P_{mn}^{\text{TE}} \rho) \begin{cases} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{cases} \sin(l\pi z/d)$ .

3.7.11  $\epsilon_e = 7,23$ ;  $\Delta d = 0,231 \text{ mm}$ ;  $f_n = n \cdot 3,86 \text{ GHz}$ .

3.7.12  $\epsilon_e = 2,98$ ;  $f_n = n \cdot 2,21 \text{ GHz}$ .

3.7.13  $Q_{0m} = 868 \cdot 10^6 / \sqrt{f}$  (avec  $f$  en Hz)

3.7.14

$$Q_{0m} = 22305 \frac{(x^2 + 0,3435)^{3/2}}{x^3 + 0,08x^2 + 0,371} \quad \text{avec } x = 2a/d$$

3.7.15  $f_{\text{pr}} \cong 3/[1 + 0,02 \sin^2(\pi y/a)]$  GHz

3.7.16  $f_{\text{pr}} = 7,935 \text{ GHz}$ ;  $Q_0 = 469$ ;  $Q_e = 1563$ ;  $Q_c = 361$ ;  $\beta_c = 0,3$ ;  $\tau = 19 \text{ ns}$ .

3.7.17  $f_{\text{pr}} = 7,935 \text{ GHz}$ ;  $Q_0 = 1563$ ;  $Q_e = 469$ ;  $Q_c = 361$ ;  $\beta_c = 3,333$ ;  
 $\tau = 62,7 \text{ ns}$ .

## CHAPITRE 4

4.12.1  $t = 10^{-10}$  s = 0,1 ns.  $f_{(T/4)} = 2,5$  GHz

4.12.2  $U_0 = m\omega^2 b^2 / (-2q)$ ;  $B_0 = 2m\omega b^2 / [-q(b^2 - a^2)]$ ;  $U_0 \sim f^2$ ;  $B_0 \sim f$ ;  
rendement électronique constant sur  $U/B^2 = \text{cste}$ .

4.12.3 Un klystron réflex fournit une puissance maximale aux maxima de la conductance négative, c'est-à-dire pour  $t_r/T = 0,782$ ; 1,764; 2,759; 3,757; 4,755; 5,754; 6,753; environ  $n + 3/4$ .

4.12.4  $\beta_+ = 12,86 \cdot 10^6$  m<sup>-1</sup>;  $\beta_- = 238,5 \cdot 10^6$  m<sup>-1</sup>;  $v_{\varphi+} = 977$  m/s;  
 $v_{\varphi-} = 52,7$  m/s.

4.12.5 Lorsque le terme sous la racine est positif, on obtient :

$$\beta^2 - (a_1 + a_2)\beta\omega + a_1 a_2 \omega^2 - (b_1 + b_2)\beta + (a_1 b_2 + a_2 b_1)\omega + b_1 b_2 - \frac{p_2}{p_1} K^2 = 0$$

C'est l'équation d'une hyperbole, dont les deux asymptotes sont les droites  $\beta_1$  et  $\beta_2$ .  
Quand le terme sous la racine est négatif, ce qui ne se produit que lorsque  $p_2/p_1 = -1$ ,  
on obtient :

$$\begin{aligned} \beta &= [(a_1 + a_2)\omega + (b_1 + b_2)]/2 && \text{droite} \\ \alpha^2 + [(a_1 - a_2)\omega + (b_1 - b_2)]^2/4 &= K^2 && \text{ellipse} \end{aligned}$$

4.12.6 Puissance dissipée : 1,04 W. Rendement : 0,95 %. Densité de puissance dissipée :  $13,24 \cdot 10^{12}$  W/m<sup>3</sup>.

4.12.7  $C_{\max} = (0,5)^{-\gamma}$ ;  $C_{\min} = (167,7)^{-\gamma}$ ;  $C_{\max}/C_{\min} = (335,3)^\gamma$ .  
Pour une jonction abrupte,  $\gamma = 0,5$ ,  $C_{\max} = 1,41 C_0$ ;  $C_{\min} = 0,077 C_0$ ;  $C_{\max}/C_{\min} = 18,31$ .  
Pour une jonction graduelle,  $\gamma = 0,333$ ;  $C_{\max} = 1,26 C_0$ ;  $C_{\min} = 0,181 C_0$ ;  
 $C_{\max}/C_{\min} = 6,95$ .

4.12.8  $a = 5,93$  cm;  $b = a/2 = 2,96$  cm;  $d = 9,27$  cm;  $f_{\text{pompe}} = 8,469$  GHz.

4.12.9  $\Delta W = 6,624 \cdot 10^{-24}$  J;  $N_3/N_2 = 0,998$  (à 293 K); 0,993 (à 77 K); 0,881 (à 4,2 K).

4.12.10  $P_e = 2$  W;  $P_s = 10$  W;  $G = 7$  dB.

## CHAPITRE 5

5.10.1 En utilisant le mode  $TE_{111}$  :  $a = 2,07$  cm ;  $1,48$  cm  $\leq d \leq 1,89$  cm. Les modes  $TM_{011}$  et  $TE_{211}$  peuvent aussi résonner dans la plage de fréquence de l'ondemètre, des précautions doivent être prises pour éviter leur excitation. En faisant usage du mode  $TE_{011}$  (meilleur facteur de qualité, fig. 3.18),  $a = 2,41$  cm ;  $2,3$  cm  $\leq d \leq 3,1$  cm. Ce sont alors les modes  $TM_{111}$  (dégénéré avec le  $TE_{011}$ ) et  $TE_{311}$  qu'il faut éviter d'exciter.

$$5.10.2 \Delta f = f_0 / (2Q_c).$$

$$5.10.3 f = 11,79 \text{ GHz.}$$

$$5.10.4 f = 10,253 \text{ GHz.}$$

$$5.10.5 f = 7,2784 \text{ GHz.}$$

$$5.10.6 \text{ Valeurs de } f_0 : 2 ; 2,5 ; 3,333 ; 4 \text{ GHz.}$$

5.10.7 Il y a deux solutions : soit  $f = 7,22$  GHz et  $f_2 = 3,74$  GHz ; soit  $f = 3,74$  GHz et  $f_2 = 7,22$  GHz. D'autres combinaisons de fréquences donnent lieu à des raies supplémentaires.

$$5.10.8 F = 4,238 \cdot 10^{-8} \text{ N} = 42,38 \text{ nN.}$$

$$5.10.9 \Delta T = 0,1435 \cdot 10^{-3} \text{ K.}$$

$$5.10.10 P = 0,067 \text{ W} = 67 \text{ mW.}$$

5.10.11  $4,56 \text{ mW} \leq P \leq 6,81 \text{ mW}$ . La charge adaptée doit pouvoir dissiper la valeur supérieure.

5.10.12 Si la mesure donne  $P \geq 10,55 \text{ mW}$ , l'oscillateur satisfait dans tous les cas possibles à la spécification. Si  $P \leq 7,98 \text{ mW}$ , il est défectueux.

5.10.13 La puissance fournie à une charge non réfléchissante est  $P = 21,8 \text{ W}$ . ROS du générateur : 1,92.

$$5.10.15 P_i = 10^6 \text{ W} = 1 \text{ MW} (90 \text{ dBm}).$$

$$5.10.16 P_i = 80 \text{ W} (49 \text{ dBm}).$$

## CHAPITRE 6

## 6.10.1

$$\begin{pmatrix} 0,367 & 0,5 \\ 0,5 & 0,437 \end{pmatrix}$$

Le biporte est non symétrique, réciproque, dissipatif et désadapté.

$$6.10.3 \quad (\underline{Z})^d = (F)^{-1} [(1) + (\text{diag exp}(j\varphi)) (F) \{(\underline{Z}) - (G)\}] \cdot \\ \{(\underline{Z}) + (G)\}^{-1} (F)^{-1} (\text{diag exp}(j\varphi)) \cdot [(1) - (\text{diag exp}(j\varphi)) (F) \{(\underline{Z}) - (G)\}] \cdot \\ \{(\underline{Z}) + (G)\}^{-1} (F)^{-1} (\text{diag exp}(j\varphi))^{-1} (F) (G).$$

6.10.4 Pour le biporte résultant on trouve:  $|\underline{s}_{11}| = |\underline{s}_{22}| = 0,422$ ;  
 $3,88 \leq |\underline{s}_{21}| \leq 4,08$ ;  $0,9 \leq |\underline{s}_{12}| \leq 0,989$ .

6.10.5 On suppose que l'affaiblisseur est adapté et on choisit les plans de référence pour avoir des facteurs de transfert réels. La réflexion du court-circuit mobile vaut  $-\exp(-2j\beta L)$ . A l'entrée de l'ensemble on a donc:

$$\underline{\rho} = -10^{-LA/10} \exp(-2j\beta L).$$

$$6.10.6 \quad R_1 = 54,87 \Omega; \quad R_2 = 5,37 \Omega.$$

6.10.7 Il faut utiliser un isolateur. Son affaiblissement  $LA$  doit être aussi petit que possible (réalisation technologique). La somme de l'affaiblissement et de l'isolation doivent valoir:

$$LA + LI \geq 10 \log_{10} \left( \frac{100}{0,2} \right) = 27 \text{ dB}.$$

$$6.10.8 \quad X(f) = 24,3 \cotg(0,295 \cdot 10^{-9} f) \Omega.$$

6.10.9 Pas de solution en dehors du cas trivial de deux biportes non connectés entre eux.

$$6.10.10 \quad LC_{13} \geq 8,85 \text{ dB}.$$

6.10.11 C'est une étoile à 5 branches avec une résistance  $R = 0,6 Z_c = (1 - 2/n) Z_c$  connectée en série dans chaque branche. La matrice de répartition a des termes diagonaux nuls  $s_{ii} = 0$  (adaptation) et des termes hors diagonale  $s_{ij} = 0,25 = 1/(n - 1)$  pour  $i \neq j$ .

$$6.10.12 \quad LD_{13} = 32,256 \text{ dB} + LA.$$

6.10.13 Les réflexions des deux court-circuits sont respectivement  $-\exp(-2j\beta L_1)$  et  $-\exp(-2j\beta L_2)$ . La matrice de répartition du biporte résultant à la forme:

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \exp(-2j\beta L_2) - \exp(-2j\beta L_1) & -j[\exp(-2j\beta L_1) + \exp(-2j\beta L_2)] \\ -j[\exp(-2j\beta L_1) + \exp(-2j\beta L_2)] & \exp(-2j\beta L_1) - \exp(-2j\beta L_2) \end{pmatrix}$$

si  $L_1 = L_2$ ,  $\underline{s}_{11} = \underline{s}_{22} = 0$ ,  $\underline{s}_{12} = \underline{s}_{21} = -j \exp(-2j\beta L_1)$ : on a dans ce cas un déphaseur adapté variable (§ 6.3.11).

6.10.14 Les termes de la matrice du biporte résultant valent:

$$\underline{s}'_{11} = \underline{s}'_{33} = j \exp(j\varphi/2) \sin(\varphi/2), \quad \underline{s}'_{13} = \underline{s}'_{31} = \exp(j\varphi/2) \cos(\varphi/2).$$

L'élément obtenu est un affaiblisseur réactif.

6.10.15 Le déphaseur est connecté entre les deux coupleurs. On obtient ainsi un coupleur directif, pour lequel les rapports de puissance valent  $\alpha^2 = \cos^2(\varphi/2)$  et  $\beta^2 = \sin^2(\varphi/2)$ , où  $\varphi$  est le déphasage produit par le déphaseur variable.

6.10.16 Une entrée est connectée à deux sorties. Les rapports des puissances de sortie aux puissances d'entrée valent pour les 3 cas :

- 100; 0;
- 225; 25;
- 99,24; 0,76.

6.10.17 La réponse est proportionnelle à  $(\Delta f/f_0)/[1 + (Q_c \Delta f/f_0)^2]$ .

6.10.19 On connecte un adaptateur (E-H, § 6.5.28, ou à vis d'accord mobile, § 6.3.21) à l'accès 2 du circulateur. Le signal réfléchi par l'adaptateur apparaît à l'accès 3, en parallèle avec le signal de fuite  $1 \rightarrow 3$ . On peut compenser ce dernier en accordant l'adaptateur, on obtient une isolation infinie lorsque les deux signaux sont en opposition de phase et que de plus :

$$20 \log |\underline{s}_{12} \underline{\rho} \underline{s}_{32}| = 17 \text{ dB}$$

où  $\underline{\rho}$  est le facteur de réflexion de l'adaptateur. Le même principe est utilisé pour mesurer la directivité d'un coupleur au paragraphe 7.4.17.

## CHAPITRE 7

7.7.1  $\lambda_g = 4 \text{ cm}$ ;  $\underline{s}_{ii} = j 0,286$ .

7.7.2 Erreur relative de 1% :  $\text{ROS}_{\min} = 8,15$ ;  $d/\lambda_g = 0,039$ ;  
 Erreur absolue de 1% :  $\text{ROS}_{\min} = 58,58$ ;  $d/\lambda_g = 0,0054$ .

7.7.3 On place un second iris identique à  $3\lambda_g/8$  du premier. Dans un guide d'ondes en bande X,  $L = 1,49 \text{ cm}$ .

7.7.4  $|\underline{\rho}| = 0,2 \pm 0,005$ .

7.7.5 Il faut que la mesure donne  $\text{ROS} \leq 1,2$  pour que la spécification soit satisfaite.

7.7.6  $\underline{b}_r/\underline{b}_s = 5,385 \exp(-j 158,2^\circ)$ .

7.7.7 Non : dans un hexaporte destiné à la mesure de la réflexion (§ 7.3.15) deux accès (entrées) sont connectés à quatre autres accès (détecteurs). Dans la jonction de Purcell, chacun des accès n'est connecté qu'à 3 autres accès (pairs  $\rightleftharpoons$  impairs).

7.7.8  $|\underline{s}_{11}| = |\underline{s}_{22}| = 0,6$ ;  $|\underline{s}_{12}| = |\underline{s}_{21}| = 0,663$ ;  $LA = 3,565 \text{ dB}$ .

7.7.9  $\text{ROS} = 37,97$ ;  $B = \pm 6$ .

$$7.7.10 \quad 0,041 \text{ dB} \leq LA \leq 3,011 \text{ dB.}$$

7.7.11  $G_1 = 20$ ;  $G_2 = 35$ ;  $G_3 = 45$ . Pour que la condition (7.50) soit satisfaite, il faut que la plus grande dimension des antennes soit inférieure à 0,354 m.

$$7.7.12 \quad LA = 1,76 \text{ dB.}$$

$$7.7.13 \quad 1,225 \text{ dB} < LA < 7,38 \text{ dB.}$$

$$7.7.14 \quad LD_{13} = 21,44 \text{ dB.}$$

$$7.7.15 \quad F_{21} = 1,957.$$

$$7.7.16 \quad F = 3,044; \quad T_r = 593 \text{ K.}$$

## CHAPITRE 8

$$8.9.1 \quad R = 774 \text{ m.}$$

$$8.9.2 \quad P = 3,12 \cdot 10^{-22} \text{ W.}$$

$$8.9.3 \quad \Delta f = 666,7 \text{ Hz.}$$

$$8.9.4 \quad f_D = 13,67 \text{ kHz.}$$

8.9.5  $L = 83,3 \cdot 10^{15} \text{ m} = 8,81 \text{ années-lumière} = 557 \cdot 10^3 \text{ unités astronomiques} = 2,7 \text{ parsecs}$ . Distance de la Terre à Sirius (canis major).

8.9.6 Pour deux antennes de même hauteur  $h = 383 \text{ m}$ .

$$8.9.7 \quad v = 3,36 \cdot 10^8 \text{ m/s}; \quad v_g = 2,68 \cdot 10^8 \text{ m/s.}$$

8.9.8 Incidence rasante: latitude  $81,28^\circ$ ; élévation de  $10^\circ$ : latitude  $71,41^\circ$ .

$$8.9.9 \quad \text{Flux de photons: } 4,33 \cdot 10^{12} \text{ s}^{-1}; \quad Q = 216 \cdot 10^9 \text{ bits/s.}$$

$$8.9.10 \quad \underline{\epsilon}_r = 9,12 - j2,07.$$

8.9.11  $\epsilon_r = 3,515 \cdot n^2 + 0,672$ . Pour  $n = 1$ ,  $\epsilon_r = 4,188$ ; pour  $n = 2$ ,  $\epsilon_r = 14,733$ ; pour  $n = 3$ ,  $\epsilon_r = 32,308$  et ainsi de suite.

8.9.12 Radiomètre à puissance totale:  $\tau = 1,81 \text{ ms}$ ; radiomètre de Dicke:  $\tau = 5,03 \text{ ms}$ .

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] MASSACHUSETTS INSTITUTE OF TECHNOLOGY, *Radiation Laboratory Series*, McGraw-Hill, New York, 1948-1950.
- [2] S.A. SCHELKUNOFF, *Electromagnetic Waves*, Van Nostrand, New York, 1943.
- [3] COMMISSION ÉLECTROTECHNIQUE INTERNATIONALE, *Guides d'ondes métalliques creux, deuxième partie : spécifications particulières pour les guides d'ondes rectangulaires normaux*, Publication CEI 153-2, Genève.
- [4] COMMISSION ÉLECTROTECHNIQUE INTERNATIONALE, *Guides d'ondes métalliques creux, quatrième partie : spécifications particulières pour les guides d'ondes circulaires*, Publication CEI 153-4, Genève.
- [5] F.L. NG, Tabulation of methods for the numerical solution of the hollow waveguide problem, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-22, No. 3, Mars 1974, pp. 322-329.
- [6] J.G. KRETZSCHMAR, Wave propagation in hollow conducting elliptical waveguides, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-18, No. 9, Septembre 1970, pp. 547-554.
- [7] J.R. PYLE, The cutoff wavelength of  $TE_{10}$  mode in ridged rectangular waveguide of any aspect ratio, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-14, No. 4, Avril 1966, pp. 175-183.
- [8] J.P. MONTGOMERY, On the complete eigenvalue solution of ridged waveguide, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-19, No. 6, Juin 1971, pp. 547-555.
- [9] M.A.R. GUNSTON, *Microwave Transmission Line Impedance Data*, Van Nostrand Reinhold, New York, 1972.
- [10] M. ABRAMOWITZ, I.A. STEGUN, *Handbook of Mathematical Functions*, Dover, New York, 1972.
- [11] A.E. KARBOWIAK, *Trunk Waveguide Communication*, Chapman and Hall, London 1965.
- [12] A. VON WEISS, Transport d'énergie par micro-ondes, *Revue Générale Electricité*, vol. 78, Janvier 1969, pp. 37-46.
- [13] S. LEFEUVRE, *Hyperfréquences*, Dunod, Paris, 1969.
- [14] N.S. KAPANY, J.J. BURKE, *Optical Waveguides*, Academic Press, New York, 1972.
- [15] F.J. TISCHER, The H-guide, a waveguide for microwaves, *IRE Convention Record*, 1956, Pt. 5, pp. 44-51.
- [16] L.G. CHAMBERS, Propagation in waveguides filled longitudinally with two or more dielectrics, *Brit. J. Appl. Phys.*, vol. 4, Février 1953, pp. 39-45.
- [17] P.H. VARTANIAN, W.P. AYRES, A.L. HELGESSON, Propagation in dielectric slab loaded rectangular waveguide, *IRE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-6, No. 2, Avril 1958, pp. 215-222.

- [18] F.E. GARDIOL, Higher-order modes in dielectrically loaded rectangular waveguides, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-16, No. 11, Novembre 1968, pp. 919-924.
- [19] F.E. GARDIOL, Comment on the design of dielectric loaded waveguides, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-25, No. 7, Juillet 1977, pp. 624-625.
- [20] R. OLSHANSKY, D. KECK, Pulse broadening in graded index optical fibers, *Applied Optics*, vol. 15, No. 2, Février 1977, pp. 483-491.
- [21] R. YAMADA, Y. INABE, Guided waves along graded index dielectric rod, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-22, No. 8, Août 1974, pp. 813-814.
- [22] J.D. DECOTIGNIE, F.E. GARDIOL, Méthodes d'analyse de la propagation dans les fibres optiques, *Bulletin ASE/UCS*, vol. 70, No. 15, Août 1979, pp. 830-837.
- [23] D. GLOGE, E. MARCATILI, Multimode theory of graded-core fibers, *Bell System Technical Journal*, vol. 52, No. 7, Novembre 1973, pp. 1563-1578.
- [24] T. OKOSHI, *Optical Fibers*, Academic Press, New York, 1982.
- [25] D. MARCUSE, *Light Transmission Optics*, Van Nostrand Reinhold, New York, 1972.
- [26] D. MARCUSE, *Theory of Dielectric Optical Waveguides*, Academic Press, New York, 1974.
- [27] P.J.B. CLARRICOATS, *Optical Fibre Waveguides*, IEE Reprint Series, Peter Peregrinus, Stevenage, Angleterre, 1975.
- [28] J.A. ARNAUD, *Beam and Fiber Optics*, Academic Press, New York, 1976.
- [29] H.G. UNGER, *Planar Optical Waveguides and Fibres*, Engineering Science Series, Clarendon Press, Oxford, 1977.
- [30] E.O. HAMMERSTAD, Equations for microstrip circuit design, *Proceedings of the 5th. European Microwave Conference*, Hamburg, Septembre 1975.
- [31] M.V. SCHNEIDER, Microstrip lines for microwave integrated circuits, *Bell System Technical Journal*, vol. 48, No. 5, Mai-Juin 1969, pp. 1421-1444.
- [32] H.A. WHEELER, Transmission line properties of parallel strips separated by a dielectric sheet, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-13, No. 3, Mars 1965, pp. 172-185.
- [33] R.A. PUCEL, D. MASSE, C.P. HARTWIG, Losses in microstrip, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-16, Juin 1968, pp. 342-350.
- [34] E.O. HAMMERSTAD, F. BEKKADAL, *Microstrip Handbook*, ELAB Report STF 44 A 74169, Université de Trondheim, Norwegian Institute of Technology, 1975.
- [35] W. JANSSEN, *Hohlleiter und Streifenleiter*, Ed. Hüthig, Heidelberg, 1977.
- [36] W.J. GETSINGER, Microstrip dispersion model, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-21, Janvier 1973, pp. 34-39.
- [37] K.C. GUPTA, R. GARG, I.J. BAHL, *Microstrip lines and slot lines*, Artech House, Dedham, MA USA, 1979.
- [38] K. C. GUPTA, A. SINGH, *Microwave Integrated Circuits*, Wiley Eastern, New Delhi, 1974.
- [39] G.K. GRÜNBERGER, H.H. MEINKE, Experimenteller und theoretischer Nachweis der Längsfeldstärken in der Grundwelle der Mikrowellen-Streifenleitung, *Nachrichtentech. Zeitung*, vol. 24, 1971, pp. 364-368.
- [40] S.B. COHN, Slotline on a dielectric substrate, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-17, Octobre 1969, pp. 768-778.



- [41] E.A. MARIANI, C.P. HEINZMAN, J.P. AGRIOS, S.B. COHN, Slot line characteristics, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-17, Décembre 1969, pp. 1091-1096.
- [42] R. GARG, K.C. GUPTA, Expressions for the wavelength and impedance of a slotline, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-24, Août 1976, p. 532.
- [43] C.P. WEN, Coplanar waveguide: a surface strip transmission line suitable for non-reciprocal gyromagnetic device applications, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-17, Décembre 1969, pp. 1087-1090.
- [44] H.E. BRENNER, Numerical solution of TEM-line problems involving inhomogeneous media, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-15, Août 1967, pp. 485-487.
- [45] F. GARDIOL, Careful MIC design prevents waveguide modes, *Microwaves*, Mai 1977, pp. 188-191.
- [46] A.M.K. SAAD, K. SCHUNEMANN, A simple Method for Analyzing Fin-Line Structures, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-26, Décembre 1978, pp. 1002-1007.
- [47] W.J.R. HOEFER, A. ROS, Fin line parameters calculated with the TLM method, *1979 IEEE International Microwave Symposium*, Orlando, FL USA, 20 Avril-2 Mai 1979.
- [48] Characteristics of strip-line laminates, *Microwaves*, Janvier 1968, pp. 105-112.
- [49] N. MARCUVITZ, *Waveguide Handbook*, McGraw-Hill, New York, 1950.
- [50] P. SILVESTER, P. BENEDEK, Microstrip discontinuity capacitances for right-angle bends, T-junctions and crossings, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-21, Mai 1973.
- [51] J. VAN BLADEL, On the resonances of a dielectric resonator of very high permittivity, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-23, Février 1975, pp. 199-208.
- [52] T.S. SAAD (Editeur), *Microwave Engineer's Handbook*, Artech, Dedham MA USA, 1971.
- [53] E. RAMIS, C. DESCHAMPS, J. ODOUX, *Cours de mathématiques spéciales: Algèbre et application à la géométrie*, Tome 2, Masson, 1979, pp. 96-97.
- [54] W. MEYER, Dielectric measurements on polymeric materials by using superconducting microwave resonators, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-25, Décembre 1977, pp. 1092-1097.
- [55] K. AGYEMAN et al., New materials and surface treatments for practical superconducting microwave cavities, *Research in Materials, Annual Report*, Massachusetts Institute of Technology, Janvier 1978, p. 36.
- [56] COMMISSION ÉLECTROTECHNIQUE INTERNATIONALE, *Symboles graphiques recommandés, 11ème partie, technique des hyperfréquences*, Publication CEI, 117-11, Genève.
- [57] R. BERINGER, *Resonant cavities as microwave circuit elements*, in *Principles of Microwave Circuits*, edited by C.G. Montgomery, R.H. Dicke, E.M. Purcell, McGraw-Hill, New York, 1948.
- [58] C.C. JOHNSON, *Field and Wave Electrodynamics*, McGraw-Hill, New York, 1965.
- [59] K. HINKEL, *Magnetrons*, J.F. Rider, Philips Technical Library, New York, 1961.
- [60] J.C. SLATER, *Microwave Electronics*, Van Nostrand, New York, 1950 (Dover, New York, 1969).

- [61] G. COLLINS, *Microwave Magnetrons*, McGraw-Hill, New York, 1949 (M.I.T. Rad. Lab.).
- [62] M. WEINSTEIN, Voltage Tunable Magnetron, *Microwave Journal*, vol. 21, Novembre 1978, pp. 64-65.
- [63] J.R.G. TWISTLETON, Twenty kilowatt 980 Mc/s continuous wave magnetron, *Proc. IEE*, vol. 111, Janvier 1974, pp. 51-56.
- [64] W.C. BROWN, High power microwave generators of the crossed-field type, *Journal Microwave Power*, vol. 5, 1970, pp. 245-259.
- [65] D. HAMILTON, J. KNIPP, J. KUPER, *Klystrons and microwave triodes*, McGraw-Hill, New York, 1949 (M.I.T. Rad. Lab.).
- [66] R.E. COLLIN, *Foundations for microwave engineering*, McGraw-Hill, New York, 1966.
- [67] M. CHODOROW, C. SUSSKIND, *Fundamentals of Microwave Electronics*, McGraw-Hill, New York, 1964.
- [68] W.H. LOISELL, *Coupled mode and parametric electronics*, Wiley, New York, 1960.
- [69] J. VOGÉ, *Les tubes aux hyperfréquences*, Eyrolles, Paris, 1973.
- [70] R. KOMPFFNER, Backward-wave oscillator, *Bell Labs. Record*, vol. 31, Août 1953, pp. 281-285.
- [71] J.R. PIERCE, *Traveling wave tubes*, Van Nostrand, New York, 1950.
- [72] J.M. OSEPCCHUK, Life begins at forty: microwave tubes, *Microwave Journal*, vol. 21, Novembre 1978, pp. 51-60.
- [73] R.S. ELLIOTT, Some limitations on the maximum frequency of coherent oscillations, *Journal Applied Physics*, vol. 23, Août 1952, pp. 812-818.
- [74] J.L. HIRSCHFELD, V.L. GRANATSTEIN, The electron cyclotron maser, an historical survey, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-25, Juin 1977, pp. 522-527.
- [75] V.A. FLYAGIN, A.V. GAPONOV, M.I. PETELIN, V.K. YULPATOV, The gyrotron, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-25, Juin 1977, pp. 514-521.
- [76] N.I. ZAYTSEV, T.B. PANKRATOWA, M.I. PETELIN, V.A. FLYAGIN, Millimeter and submillimeter gyrotrons, *Radio Engineering and Electronic Physics*, vol. 19, Mai 1974, pp. 103-106.
- [77] J.E. CARROLL, *Hot Electron Microwave Generators*, Arnold, Londres, 1970.
- [78] J.B. GUNN, Microwave oscillations of current in III-V semiconductors, *IBM Journal of Research and Development*, vol. 8, 1964, pp. 141-159.
- [79] F.K. MANASSE, J.A. EKISS, G.R. GRAY, *Modern Transistor Electronic Analysis and Design*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1967.
- [80] J.A. COPELAND, LSA oscillator diode theory, *Journal Applied Physics*, vol. 38, 1967, pp. 3096-3101.
- [81] P. JEPPESEN, *Gallium Arsenide Transferred Electron Devices*, Technical University, Lyngby, Danemark, 1978.
- [82] G. GIBBONS, *Avalanche Diode Microwave Oscillators*, Clarendon Press, Oxford, 1973.
- [83] W.T. READ, A proposed high frequency negative resistance diode, *Bell System Technical Journal*, vol. 37, 1958, pp. 401-446.
- [84] A.S. CLORFEINE, R.J. IKOLA, L.S. NAPOLI, A theory for the high-efficiency modes of operation in avalanche diodes, *RCA Review*, vol. 30, Septembre 1969, pp. 397-421.

- [85] D.J. COLEMAN, S.M. SZE, A low noise metal-semiconductor-metal (MSM) microwave oscillator, *Bell System Technical Journal*, vol. 50, Mai-Juin 1971, pp. 1695-1699.
- [86] E.J. COLUSSI, Internally matched RF power transistors, *Microwave Journal*, vol. 21, Avril 1978, pp. 81-84.
- [87] R.S. CARSON, *High frequency amplifiers*, Wiley Interscience, New York, 1975.
- [88] H.F. COOKE, Microwave transistors, theory and design, *Proceedings IEEE*, vol. 59, Août 1971, pp. 1163-1181.
- [89] W. BAECHTOLD, X and Ku-band amplifiers with GaAs Schottky barrier field-effect transistors, *IEEE Journal Solid-State Circuits*, vol. SC-8, Février 1973, pp. 54-58.
- [90] J. MILLMAN, C. HALKIAS, *Electronic devices and circuits*, McGraw-Hill, New York, 1967, pp. 384-417.
- [91] K. SEKIDO, J.A. ARDEN, Recent advances in FET devices performance and reliability, *Microwave Systems News*, vol. 6, Avril 1976, pp. 71-81.
- [92] G. BECHTEL, W. HOOPER, P. HOWER, Design and performance of the GaAs FET, *IEEE Journal of Solid State Circuits*, vol. SC-5, Décembre 1970, pp. 319-323.
- [93] L.O. CHUA, P.M. LIN, *Computer aided analysis of electronic circuits*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1975.
- [94] M. UENOHARA, J.W. GEWARTOWSKI, *Varactor applications, in Microwave semiconductors and their circuit applications*, H.A. Watson, éditeur, McGraw-Hill, New York, 1969, pp. 228-258.
- [95] C.H. PAGE, Frequency conversion with positive nonlinear resistors, *Journal Research National Bureau of Standards*, vol. 56, 1956.
- [96] J.M. MANLEY, H.E. ROWE, Some general properties of nonlinear elements, *Proceedings IRE*, vol. 44, Juillet 1956, pp. 904-913.
- [97] H.T. FRIIS, Analysis of harmonic generator circuits for step-recovery diodes, *Proceedings IEEE*, vol. 55, Juillet 1967, pp. 1192-1194.
- [98] J.C. DECROLY, L. LAURENT, J.C. LIENART, G. MARECHAL, J. VOROBETCHIK, *Parametric amplifiers*, Macmillan, Londres, 1973 (Philips Technical Library).
- [99] A.E. SIEGMAN, *Microwave solid-state masers*, McGraw-Hill, New York, 1964.
- [100] PACIFIC MEASUREMENTS INC., *Ultra-fast RF power meter model 1045*, Palo Alto CA USA, 1979.
- [101] R. BERINGER, *The measurement of wavelength, in Technique of waveguide measurement*, edited by C.G. Montgomery, McGraw-Hill, New York, 1947 (MIT Rad. Lab.).
- [102] R.V. POUND, *Microwave mixers*, McGraw-Hill, New York, 1948 (MIT Rad. Lab.).
- [103] P. KARTASCHOFF, *Frequency and time*, Academic Press, Londres, 1978.
- [104] A.B. CARLSON, *Communication Systems*, 2nd Edition, McGraw-Hill, New York, 1975.
- [105] L. FRENKEL, T. SULLIVAN, M.A. POLLACK, T.J. BRIDGES, Absolute Frequency Measurement of the 118.6- $\mu\text{m}$  Water-Vapor Laser Transition, *Applied Physics Letters*, vol. 11, Décembre 1967, pp. 344-345.
- [106] CGPM, *Comptes rendus des séances de la treizième Conférence Générale des Poids et Mesures* (Paris, Octobre 1967), Gauthier Villars, Paris, 1968.
- [107] M. ENGELSON, F. TELEWSKI, *Spectrum analyzer, theory and applications*, Artech, Dedham, MA USA, 1974.

- [108] A.L. CULLEN, A general method for the absolute measurement of microwave power, *Proceedings IEE*, vol. 99, part IV, 1952, pp. 112-120.
- [109] C.G. MONTGOMERY, *Technique of microwave measurement*, McGraw-Hill, New York 1947 (MIT Rad. Lab.).
- [110] J.A. LANE, *Microwave Power Measurement*, Peter Peregrinus, Stevenage, 1972.
- [111] M. SUCHER, J. FOX, *Handbook of Microwave Measurements*, Polytechnic Press Brooklyn, troisième édition, 1963.
- [112] W.H. JACKSON, A thin-film/semiconductor thermocouple for microwave power measurements, *Hewlett Packard Journal*, Septembre 1974, pp. 16-18.
- [113] E.L. GINZTON, *Microwave Measurements*, McGraw-Hill, New York, 1957.
- [114] A.L. LANCE, *Introduction to microwave theory and measurements*, McGraw-Hill, New York, 1964.
- [115] R.E. COLLIN, *Field Theory of Guided Waves*, McGraw-Hill, New York, 1960.
- [116] C.G. MONTGOMERY, R.H. DICKE, E.M. PURCELL, *Principles of Microwave Circuits*, McGraw-Hill, New York, 1948 (MIT Rad. Lab.).
- [117] Y. CHOW, E. CASSIGNOL, *Théorie et application des graphes de transfert*, Dunod, Paris, 1965.
- [118] G. BOUDOURIS, P. CHENEVIER, *Circuits pour ondes guidées*, Dunod, Paris, 1975.
- [119] W.P. ALLIS, S.J. BUCHSBAUM, A. BERS, *Waves in anisotropic plasmas*, The MIT Press, Cambridge, MA USA, 1963.
- [120] F.L. WARNER, *Microwave attenuation measurement*, Peter Peregrinus, Stevenage, 1977.
- [121] A.G. FOX, An adjustable waveguide phase changer, *Proceedings IRE*, vol. 35, Décembre 1947, pp. 1489-1498.
- [122] C.L. HOGAN, The ferromagnetic Faraday effect at microwave frequencies and its applications, *Bell System Technical Journal*, 1952, pp. 1-31.
- [123] G.L. MATTHAEI, L. YOUNG, E.M.T. JONES, *Microwave filters, impedance-matching networks, and coupling structures*, McGraw-Hill, New York, 1964.
- [124] R.A. JOHNSON, Understanding Microwave Power Splitters, *Microwave Journal*, Décembre 1975, pp. 49-56.
- [125] C. STAEGER, P. KARTASCHOFF, Measurement accuracy hinges on coupler design, *Microwaves*, vol. 16, Avril 1977, pp. 41-46.
- [126] F. ARNDT, High pass transmission line directional coupler, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-16, Mai 1968, pp. 310-311.
- [127] G. SCHALLER, Optimization of microstrip directional couplers with lumped capacitors, *Archiv Elektronik Übertragungstechnik*, vol. 31, Juillet 1977, pp. 301-307.
- [128] R.F. SOOHOO, *Theory and applications of ferrites*, Prentice Hall, New York, 1960.
- [129] E. SCHLÖMANN, Microwave behaviour of partially magnetized ferrites, *Journal Applied Physics*, vol. 41, Janvier 1970, pp. 204-214.
- [130] F. GARDIOL, A.S. VANDER VORST, Computer analysis of E-plane resonance isolators, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-19, Mars 1971, pp. 315-322.
- [131] F. GARDIOL, Computer analysis of latching phaseshifters in rectangular waveguide, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-21, Janvier 1973, pp. 57-61.
- [132] H. BOSMA, On the principle of waveguide circulation, *Proc. IEE*, vol. 109, part B, supplément No. 21, 1962.

- [133] C.E. FAY, R.L. COMSTOCK, Operation of the ferrite junction circulator, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-13, Janvier 1965, pp. 15-27.
- [134] M.E. HINES, Reciprocal and nonreciprocal modes of propagation in ferrite strip-line and microstrip devices, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-19, Mai 1971, pp. 442-451.
- [135] B. CHIRON, G. FORTERRE, Emploi des ondes de surface électromagnétiques pour la réalisation de dispositifs gyromagnétiques à très grande largeur de bande, *Premier séminaire international sur les dispositifs hyperfréquences à ferrite*, Toulouse, 27-30 Mars 1972.
- [136] P.S. CARTER, Magnetically tunable microwave filters using single crystal yttrium-iron garnet resonators, *IRE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-9, Mai 1961, pp. 252-260.
- [137] K.E. MORTENSON, J.M. BORREGO, *Design, performance and applications of microwave semiconductor control components*, Artech, Dedham, MA USA, 1972.
- [138] HEWLETT-PACKARD, *1977 Diode and Transistor Designer's Catalog*, Palo Alto, CA USA, 1977.
- [139] L. YOUNG, H. SOBOL, *Advances in Microwaves*, vol. 8, Academic Press, New York, 1974.
- [140] H.A. WATSON, *Microwave semiconductor diodes and their circuit applications*, McGraw-Hill, New York, 1969.
- [141] I. WEITMAN, Increase the range of crystal detectors, *Microwaves*, vol. 18, Janvier 1979, pp. 86-88.
- [142] B.M. OLIVER, J.M. CAGE, *Electronic Measurements and Instrumentation*, Inter-University Electronics Series, vol. 12, McGraw-Hill Book Company, 1971, pp. 654-661.
- [143] H. GROLL, *Mikrowellen Messtechnik*, Vieweg, Braunschweig, 1969.
- [144] R.L. THOMAS, *A practical introduction to impedance matching*, Artech, Dedham MA USA, 1976.
- [145] P.I. SOMLO, The locating reflectometer, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-20, Février 1972, pp. 105-112.
- [146] F.C. DE RONDE, A precise and sensitive reflecto-"meter" providing full band matching of reflection coefficient, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-11, Juillet 1965, pp. 435-440.
- [147] S.F. ADAM, Swept SWR Measurement in Coax, *HP Application note 84*, Février 1967.
- [148] D.E. DUNWOODIE, Verbesserte Reflexionsmessungen in der Mikrowellentechnik, *Mikrowellen Magazin*, 2/78, 1978, pp. 102-106.
- [149] G.F. ENGEN, R.W. BEATTY, Microwave reflectometer techniques, *IRE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-7, Juillet 1959, pp. 351-355.
- [150] R.W. ANDERSON, O.T. DENNISON, An advanced network analyzer for sweep measuring amplitude and phase from 0,1 to 12,4 GHz, *Hewlett Packard Journal*, vol. 18, Février 1967.
- [151] G.F. ENGEN, The six-port reflectometer: an alternative network analyzer, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-25, Décembre 1977, pp. 1075-1080.
- [152] A.M. NICHOLSON, C.L. BENNETT, D. LAMENSDORF, L. SUSMAN, Applications of time domain metrology to the automation of broad-band microwave measurements, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-20, Janvier 1972, pp. 3-9.

- [153] F.L. WARNER, New expression for mismatch uncertainty when measuring microwave attenuation, *IEE Proceedings*, vol. 127, part H, Avril 1980, pp. 66-69.
- [154] NHU BUI HAI, *Antennes microondes*, Masson, Paris, 1978.
- [155] G.A. DESCHAMPS, Determination of reflection coefficients and insertion loss of a waveguide junction, *Journal Applied Physics*, vol. 24, Août 1953.
- [156] P. DELOGNE, Compensation à l'aide d'un ordinateur des mesures des paramètres d'un quadripôle aux hyperfréquences, *Revue HF (Bruxelles)*, vol. 8, Juillet 1968.
- [157] R.C. AJMERA, Microwave measurements with active systems, *Proceedings IEEE*, vol. 62, Janvier 1974, pp. 118-127.
- [158] M. NEY, F. GARDIOL, Mesure automatique des cavités résonnantes en hyperfréquences, *Bulletin Assoc. Suisse Electriciens*, vol. 68, Janvier 2/1977, pp. 85-88.
- [159] J. ROSSEL, *Physique Générale*, Ed. du Griffon, Neuchâtel, 1970, pp. 275-279.
- [160] F.J. TISCHER, *Mikrowellen Messtechnik*, Springer, Berlin, 1958.
- [161] M. SKOLNIK, *Radar handbook*, McGraw-Hill, New York, 1970.
- [162] D.K. BARTON, *Radars*, Artech, Dedham, MA USA, 1975.
- [163] M. CARPENTIER, *Radars, concepts nouveaux*, Dunod, Paris, 1966.
- [164] H.L. VAN TREES, *Detection, Estimation, and Modulation Theory*, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1968.
- [165] F.V. SCHULTZ, R.C. BURGNER, S. KING, Measurement of the radar cross section of a man, *Proceedings IRE*, vol. 46, Février 1958, pp. 476-481.
- [166] B.L. DALTON, Microwave Non-Contact Measurement and Instrumentation in the Steel Industry, *Journal Microwave Power*, vol. 8, Novembre 1973, pp. 235-244.
- [167] D.W. GRIFFIN, Microwave interferometers for biological studies, *Microwave Journal*, vol. 21, Mai 1978, pp. 69-72.
- [168] R.M. GOLDSTEIN, G.A. MORRIS, Ganymede: observation by radar, *Science*, vol. 188, Juin 1975, pp. 1211-1212.
- [169] The International Countermeasures Handbook, *Electronic Warfare Magazine's*, edited by H.F. Eustace, Second Edition, 1976-77.
- [170] S. YONEZAWA, *Microwave communication*, Maruzen, Tokyo, 1970.
- [171] J.A. RATCLIFFE, *An introduction to the ionosphere and magnetosphere*, University Press, Cambridge, 1962.
- [172] A. BENOIT, Signal attenuation due to neutral oxygen and water vapour, rain and clouds, *Microwave Journal*, vol. 11, Novembre 1968, pp. 73-80.
- [173] URSI Commission F, *Comptes rendus du colloque ouvert*, La Baule, France, 28 avril-6 mai 1977.
- [174] F. ANANASSO, Coping with rain above 11 GHz, *Microwave Systems News*, vol. 10, Mars 1980, pp. 58-72.
- [175] H. BRODHAGE, W. HORMUTH, *Planning and engineering of radio relay links*, Siemens AG, Berlin, 7ième édition, 1968.
- [176] A.C. CLARKE, Extraterrestrial relays, *Wireless World*, Octobre 1945.
- [177] N. MOKHOFF, Technology'80: communications and microwaves, *IEEE Spectrum*, vol. 17, Janvier 1980, pp. 38-43.
- [178] A.J. BREJCHA, Microwave communication from outer planets: the Voyager project, *Microwave Journal*, vol. 23, Janvier 1980, pp. 25-44.
- [179] G. ELION, H.A. ELION, *Fiber optics in communication systems*, Marcel Dekker, New York and Basel, 1978.

- [180] M. KAWAHATA, The HI OVIS communication system (Highly Interactive Optical Visual Information System), *Proceedings 9th European Microwave Conference*, Brighton, GB, 17-20 Septembre 1979, pp. 83-98.
- [181] N.S. KAPANY, *Fiber optics, principles and applications*, Academic Press, New York, 1967.
- [182] D.A. HILL, *Fiber optics*, Business Book, Londres, 1977.
- [183] R.V. DECAREAU, The Amana Story, *Microwave Energy Applications Newsletter*, vol. 10, 1977.
- [184] H.J. VAN ZANTE, *The microwave oven*, Houghton Mifflin, Boston, 1973.
- [185] P.O. RISMAN, N.E. BENGTTSSON, Dielectric properties of foods at 3 GHz as determined by a cavity perturbation technique, *Journal of Microwave Power*, vol. 6, Juillet 1971, pp. 101-123.
- [186] E.C. OKRESS, *Microwave power engineering*, Academic Press, New York, 1968.
- [187] A.L. VAN KOUGHNETT, Fundamentals of microwave heating, *Trans. IMPI*, vol. 1, 1973, pp. 17-40.
- [188] R.G. BOSISIO, M. GIROUX, Automatic field measurements in microwave applicators, *Journal Microwave Power*, vol. 10, Septembre 1969, pp. 152-156.
- [189] D.R. MCCONNELL, Energy consumption: a comparison between the microwave oven and the conventional electric range, *Journal Microwave Power*, vol. 9, 1974, pp. 341-347.
- [190] S.O. NELSON, Potential insect control applications for microwaves, *Proceedings 3rd. European Microwave Conference*, Bruxelles, Septembre 1973, p.c. 14.5.
- [191] S. LICHT, *Therapeutic heat and cold*, Waverly Press, Baltimore, 1965.
- [192] J. DAELS, Microwave heating of the uterine wall during parturition, *Journal Microwave Power*, vol. 11, Juin 1976, pp. 166-168.
- [193] F. STERZER, R. PAGLIONE, M. NOWOGRODZI, E. BECK, J. MENDECKI, E. FRIEDENTHAL, C. BOTSTEIN, Microwave apparatus for the treatment of cancer, *Microwave Journal*, vol. 23, Janvier 1980, pp. 39-44.
- [194] S.M. MICHAELSON, Human exposure to nonionizing radiant energy, potential hazards and safety standards, *Proceedings IEEE*, vol. 60, Avril 1972, pp. 389-421.
- [195] A.W. GUY, J.C. LIN, P.O. KRAMAR, A.F. EMERY, Effect of 2450 MHz radiation on the rabbit eye, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-23, Juin 1975, pp. 492-498.
- [196] C.H. BONNEY, P.L. RUSTAN, G.E. FORD, Evaluation of effects of the microwave oven and radar electromagnetic radiation on noncompetitive cardiac pacemakers, *IEEE Trans. Biomedical Eng.*, vol. BME-20, 1975, pp. 357-364.
- [197] F. GARDIOL, Nomograms save time in determining permittivity, *Microwaves*, vol. 12, Novembre 1973, pp. 68-70.
- [198] A.R. VON HIPPEL, *Dielectric materials and applications*, Wiley, New York, 1954.
- [199] M.C. DECRETON, F. GARDIOL, Simple nondestructive method for the measurement of complex permittivity, *IEEE Trans. Instrumentation Measurement*, vol. IM-23, Décembre 1974, pp. 434-438.
- [200] M. GEX-FABRY, J.R. MOSIG, F.E. GARDIOL, Reflection and radiation of an open-ended circular waveguide: application to nondestructive measurement of materials, *Archiv für Elektronik und Übertragungstechnik*, vol. 33, Décembre 1979, pp. 473-478.

- [201] J.C.E BESSON, J.R. MOSIG, F.E. GARDIOL, Reflection of an open-ended coaxial line: application to nondestructive measurement of materials, *International URSI Symposium on Electromagnetic Waves*, Munich, 26-29 Août 1980.
- [202] M.S. RAMACHANDRAIAH, M.C. DECRETON, A resonant cavity approach for the nondestructive determination of complex permittivity at microwave frequencies, *IEEE Trans. Instrumentation Measurement*, vol. IM-24, Décembre 1975, pp. 287-291.
- [203] G. MUR, Field analysis and complex resonance frequency of the quasi-TE<sub>011</sub> mode in an inhomogeneously filled resonator with losses, *Applied Science Research*, vol. 29, Avril 1974, pp. 137-144.
- [204] W. GORDY, W. SMITH, R. TRAMBARULLO, *Microwave Spectroscopy*, Wiley, New York, 1953.
- [205] D.J.E. INGRAM, *Free radicals, as studied by electron spin resonance*, Butterworths, Londres, 1958.
- [206] C. TOWNES, A. SCHAWLOW, *Microwave Spectroscopy*, McGraw-Hill, New York, 1955.
- [207] G.A. PAKE, *Paramagnetic resonance*, W.A. Benjamin, New York, 1962.
- [208] J. EDRICH, C.J. SMYTH, Millimeter wave thermography as subcutaneous indicator of joint inflammation, *Proceedings, 7th. European Microwave Conference*, Copenhagen, 5-8 Septembre 1977, pp. 713-717.
- [209] P.E. GLASER, Satellite solar power station, *Solar energy*, vol. 12, Pergamon Press, 1969, pp. 353-361.
- [210] W.C. BROWN, Solar power satellites: microwaves deliver the power, *IEEE Spectrum*, vol. 16, Juin 1979, pp. 36-42.
- [211] K.W. BILLMAN, Radiation energy conversion in space, *Progress in Astronautics and Aeronautics*, vol. 61, American Institute of Aeronautics and Astronautics, New York, 1978.
- [212] I.T.T. *Reference data for radio engineers*, Howard W. Sams Inc., Indianapolis, 1970.
- [213] I. WOLFF, *Einführung in die Mikrostrip-Leitungstechnik*, I. Wolff, Aachen (non daté).



# INDEX ANALYTIQUE

Les références sont celles des pages

- Abaque de Smith, 295
- Accélérateurs, 374
- Acoustique (similitudes), 4, 393
- Adaptateur E-H, 256
- Adaptation sans réflexion
  - au sens des lignes, 219, 296
- Affaiblissement, 309
  - linéique, 15
- Affaiblisseur, 225
  - adapté en guides d'ondes, 225
  - adapté en ligne coaxiale, 226
  - en T, 226
  - à lame rotative, 227
  - réactif, 228
  - à diodes PIN, 278
- Amplificateur cascade, 144
- Amplitudes complexes
  - normalisées, 215
- Analyseur
  - de réseau, 304
  - de spectre, 193
- Anisotrope, 11
- Antennes (mesure), 312
- Applicateur (chauffage), 358
- Atmosphère
  - standard, 344
  - réelle, 346
- Avalanche, 165
  
- BARITT, 167
- Bessel
  - fonctions, 386
  - fonctions modifiées, 390
  - intégrale, 390, 393
- Bipôle, 222
- Biporte, 224
- Bolomètre, 200
- Boucle
  - de rétroaction, 217
  - inductive, 128
  
- Bras de réactance, 238
- Bruit, 5, 322
  - température, 323
  - facteur, 324
  - mesure, 326
  
- Calorimètre, 198
- Capacité en bout de ligne, 113
- Carcinotron, 155
- Cavité résonnante, 97
  - circulaire, 108
  - coaxiale, 111
  - mesure, 318
  - microruban, 113
  - rectangulaire, 104
  - souscouplée, 127
  - surcouplée, 127
- Cellule d'absorption, 370
- Cercle hybride, 257
- Changement de fréquence, 188
- Charge adaptée, 222
- Chauffage, 355
- Cœur (fibre optique), 71
- Circulateur, 241
  - à déphasage non réciproque, 268
  - à jonction, 269
  - Faraday, 273
  - mode d'arête, 275
- Commutateur
  - à diodes PIN, 279
  - à ferrite, 274
- Composants
  - concentrés, 284
  - discrets, 281
  - hyperfréquences, 214
- Compteur de fréquence, 187
- Conductivité, 396
- Conservation d'énergie, 219
- Constante
  - électrique, 11

- magnétique, 11
- Contremesures (radar), 343
- Couplage critique, 127
- Coupleur directif, 246
  - asymétrique, 249
  - à fente courte, 254
  - hybride, 252
  - interaction localisée en guide, 251
  - interaction localisée en microruban, 252
  - interaction répartie, 253
  - Riblet, 254
  - symétrique, 248
- Coupure
  - fréquence, 30, 75
  - longueur d'onde, 30
- Courant équivalent, 23
- Court-circuit mobile, 224
- Crête (puissance de), 207
- Cyclotron, 375
  - fréquence de, 135
- Dégénérescence spatiale, 42
- Del (opérateur différentiel), 380
- Déphasage linéique, 15
- Déphasseur, 229
  - commutable à rémanence, 269
  - à diode PIN, 279
  - non réciproque, 233, 267
  - rotatif de Fox, 229
  - à varactors, 280
- Désadaptation (rendement de), 202
- Deschamps (méthode de), 315
- Détecteur à diode, 288
- Diagramme de dispersion, 29
- Diffraction, 349
- Diode
  - échelon, 173
  - PIN, 277
- Directivité (coupleur), 251
  - mesure, 316
- Discriminateur, 186
- Dispersif (guide d'ondes), 31
- Dispersion (fibre optique), 77
- Distorsion de phase, 31
- Diviseur
  - de fréquence, 173
  - résistif adapté, 244
- Dualité, 39
- Duplexeur, 335
- Effets biologiques
  - thermiques, 361
  - non thermiques, 362
- Effet Gunn, 161
- EHF, 1
- Eléments électroniques (implantation), 281
- Equation
  - de Helmholtz, 33, 99
  - d'onde, 99
- Etalons, 183
  - atomique de fréquence, 191
- Exposant de propagation, 15
- Facteur
  - de couplage, 123
  - de surtension, 121
- Facteur de qualité
  - chargé, 125
  - externe, 124
  - non chargé, 102, 121, 124
- Faisceau
  - d'électrons, 150
  - hertzien, 343, 351
- Ferrites, 260
- Fonction de transfert, 216
- Fonctionnement en diode (magnétron), 136
- Fréquence
  - multiplication, 171
  - de résonance, 97
- Fréquencemètre à cavité, 184
- Fresnel (zones de), 347
- Gain en puissance (antennes), 313
- Gaine (fibre optique), 71
- Gradient d'indice (fibre optique), 78
- Graphes de fluence, 216
  - orientés, 216
- Green (identités), 386
- Grenaille (bruit de), 171
- Grenat Yttrium-Fer, YIG, 260
- Guide d'ondes, 15
  - circulaire, 42
  - elliptique, 51
  - à moulures, 51
  - rectangulaire, 33
- Gyrateur, 233
  - Faraday, 272
- Gyromagnétique (effet), 260
  - filtre, 276
- Gyrotron, 158

- Hankel (fonctions de), 390  
 Hartree (droite de), 138  
 Hétérodynage, 188  
 Hexapôle, 239  
 Hexaporte, 257  
 – à coupleurs, 258  
 – à quatre sondes, 258  
 – mesure, 305  
 Hyperfréquences, 1
- Identités vectorielles, 383  
 Idler (fréquence), 175  
 IMPATT, 166  
 Impédance caractéristique (vide), 11  
 – de guide, 29  
 – d'onde, 29  
 – microruban, 82  
 Impulsion (puissance), 207  
 Inhomogène (ligne ou guide), 13  
 Ionosphère, 347  
 Iris, 233  
 – capacitif (guide rectangulaire), 236  
 – inductif (guide rectangulaire), 234  
 – résonnant (guide rectangulaire), 237  
 – en guide circulaire, 238  
 Isolateur, 229  
 – cale, 271  
 – Faraday, 273  
 – en guide rectangulaire, 267  
 – mode d'arête, 275  
 Isolation (coupleur), 251  
 Isotrope, 11
- Jonction  
 – en T série, 243  
 – en T parallèle, 243  
 – en Y parallèle, 244  
 – en T hybride, 254  
 – de Purcell, 257
- Klystron, 142  
 – multicavité, 144  
 – réflex, 145
- Ligne  
 – coaxiale, 52  
 – à ruban, 53  
 – de transmission, 15  
 Ligne fendue  
 – guide d'ondes, 292  
 – coaxiale, 293  
 Ligne à fente, 87  
 – à ailettes, 91  
 – coplanaire, 89  
 – à substrat suspendu, 90  
 Limites (conditions aux), 9  
 Limiteur (varactor), 280  
 Longueur d'onde, 1  
 – ligne ou guide, 15, 31  
 Lumière (vitesse de), 11
- Magnétron, 135  
 Maser, 176  
 – à résonance de cyclotron, 158  
 Matériaux (mesures), 364  
 – en cavité, 368  
 – en guide d'ondes, 364  
 – en transmission, 369  
 Matrice  
 – d'impédance, 221  
 – de répartition, 216  
 Maxwell (équations de), 9  
 Médecine  
 – accélérateurs, 375  
 – diathermie, 360  
 – radar, 341  
 – thermographie, 373  
 Mélangeur, 192  
 – équilibré, 256  
 Mesure comparative, 287  
 Microondes, 2  
 Microruban (ligne), 80  
 Mode  
 – d'arête, 274  
 – dégénéré, 32, 107  
 – dominant, 32  
 – EH, 75  
 – étouffé (Gunn), 163  
 – évanescent, 30  
 – HE, 75  
 – hybrides, 16  
 – LSA (Gunn), 163  
 – LSE, 69  
 – LSM, 69  
 – d'oscillation (klystron), 148  
 – de propagation (guide), 16  
 – quasi-TEM, 63  
 – de résonance, 97  
 – retardé (Gunn), 162  
 – supérieur, 32  
 – supérieur (apparition), 214  
 – TE, 16

- TEM, 16, 20
- TM, 16
- de transit (Gunn), 162
- Modulateur à ferrite, 274
- Modulation
  - par ondes carrées, 290
  - de vitesse, 142
- Monoporte, 222
- Multimode (fibre optique), 77
  
- Nabla (opérateur différentiel), 280
- Niveau
  - de couplage, 250
  - de puissance, 201
- Niveau d'affaiblissement, 309
  - coupleur, 250
  - affaiblisseur, 225
- Nombre d'onde, 21
  - résonance, 99
  - transverse, 21
  
- Obstacle mince, 233
- Octopôle, 246
- Onde
  - centimétrique, 2
  - décimétrique, 2
  - électrocinétique, 152
  - lente, 151
  - millimétrique, 2
  - rapide, 151
- Ondemètre, 184
- Opérateur différentiel
  - Del, 380
  - Nabla, 380
  - transverse, 384
- Oscillateur de transfert, 189
- Oscilloscope, 209
- Ouverture
  - numérique, 72
  - rayonnante, 129
  
- Parabole de coupure (magnétron), 137
- Paramagnétique (amplificateur), 175
- Parois (pertes dans les), 56, 116
- Période, 1
- Perméabilité (tenseur de), 263
- Permittivité effective (microruban), 81
- Perturbation (méthode de), 55, 115
- Piston, 224
- Planaire (circuit), 79
  
- Plan de référence, 215
  - déplacement, 219
- Plaque diélectrique, 65
- Plasma simple, 346
- Pompage (signal), 175
- Pont interférométrique, 303
- Potentiels
  - de Hertz, 108
  - transverse, 24, 27
- Précession de Larmor, 261
- Précipitations (effets des), 350
- Profondeur de pénétration, 15
- Propagation, 344
  - trans-horizon, 350
- Pulsation
  - complexe (cavité), 100
  - de plasma, 151
  
- Quadripôle, 224
- Quadriporte, 246
  
- RADAR, 331
  - astronomie, 341
  - chirp, 338
  - détecteur, 341
  - Doppler, 340
  - à glissement de fréquence, 338
  - à impulsions, 335
  - surveillance, 337
- Radioastronomie, 373
- Radiométrie, 371
- Rapport d'onde stationnaire-ROS, 291
- Rayonnement
  - diagramme de (antennes), 313
  - microruban, 85
  - non ionisant, 6
- Réciprocité, 218
- Réfectométrie, 299
  - à un coupleur, 299
  - à deux coupleurs, 302
  - temporel (TDR), 307
- Réflexion
  - intrinsèque, 216
  - totale, 223
- Régime sinusoïdal, 8
- Relations
  - intégrales, 385
  - vectorielles, 379
- Relaxation (temps de), 101
- Rendement
  - électronique, 140

- global, 141
- partiel, 179
- puissance ajoutée, 180
- total, 179
- Résistivité, 396
- Résonance paramagnétique, 371
- Résonateur, 97
  - diélectrique, 115
- Rieke (diagramme de), 177
- ROS, 291
- Rotation de Faraday, 271
- Satellites (télécommunications), 352
- Saut d'indice (fibre optique), 72
- Schéma équivalent
  - guide d'ondes, 24, 26
  - cavité, 102
- Section
  - demi-onde, 229
  - quart d'onde, 229
- SHF, 1
- Snap back diode, 173
- Sonde capacitive, 129
- Spatial (communications), 353
- Spectre, 183
- Spectroscopie, 370
- Station solaire orbitale, 374
- Substitution (rendement), 205
- Substrats diélectriques
  - lignes planaires, 92
  - propriétés, 396, 397
- Suppresseur de mode, 185
- Surface réfléchissante effective, 332
- Symboles graphiques, 398
- Symétrie, 219
- Synchronisme, 153
- Synchrotron, 375
- Tension équivalente, 23
- Thermistance, 199
- Thermocouple, 202
- Transfert d'électron, 160
- Transit (temps de), 134
- Transistor
  - bipolaire, 168
  - MESFET, 171
- TRAPATT, 166
- Traveling wave tube, TWT, 156
- Triporte, 239
- Tube à onde progressive, TOP, 156
- UHF, 1
- Uniforme (ligne ou guide), 13
- Unimode (fibre optique), 77
- Vallées multiples, 159
- Varactor, 172
- Vecteur phaseur, 8
- Vis d'accord, 237
  - mobile, 238
- Vitesse
  - de groupe, 15, 31
  - de phase, 15, 31
- Zeeman (effet), 371
- Zone de dérive, 165

## INDEX DES TERMES ANGLAIS

- ALC, Automatic Level Control, 278
- attenuation, 309
- BARITT, BARRIER Injected Transit
  - Time, 167
- beam lead, 281
- beam voltage, 142
- bonding, 284
- branch-line coupler, 252
- BWO, Backward Wave Oscillator, 155
- cladding, 71
- chip, 281
- core, 71
- detuned short, 122
- dip, 320
- fading, 349
- fin line, 91
- graded index fibre, 78
- hybrid tee, 254
- idler, 175
- IMPATT IMPACT Avalanche Transit
  - Time, 166
- insertion loss, 309
- LID, Leadless Inverted Device, 281
- loaded waveguide, 17
- LSA, Limited Space charge
  - Accumulation, 163

- magic tee, 254
- MASER, Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation, 176
- MESFET, METal Semiconductor Field Effect Transistor, 170
- MIC, Microwave Integrated Circuit, 79
- microslot line, 87
- microstrip, 80
- microwaves, 2
- mixer, 192
- MOS, Metal Oxyde Semiconductor, 169
- numerical aperture, 73
- pinch-off, 171
- quenched mode, 163
- RADAR, RADio Detection And Ranging, 331
- radar chirp, 338
- rat race, 257
- rectenna, 374
- ridge waveguide, 51
- shot noise, 171
- short slot hybrid, 254
- slot line, 87
- snap back diode, 173
- step index fibre, 72
- step recovery diode, 173
- stripline, 52
- stub, 238
- TDR, Time Domain Reflectometer, 307
- thermistor, 199
- TRAPATT, TRApped Plasma Avalanche Triggered Transit, 166
- TWT, Travelling Wave Tube, 156
- VSWR, Voltage Standing Wave Ratio, 291
- VTM, Voltage Tuned Magnetron, 140
- YIG, Yttrium Iron Garnet, 260
- zero beat, 189

## GLOSSAIRE

Symbole	Unité	Description	Page	Paragraphe
$a_i$	$W^{1/2}$	Amplitude complexe normalisée	214	6.1.7
$A$	A/m	Densité de courant de surface	10	1.4.4
$A_e$	$m^2$	Surface de captation	332	8.1.2
$b_i$	$W^{1/2}$	Amplitude complexe normalisée	214	6.1.7
$\underline{B}$	T	Vecteur phaseur induction	9	1.4.2
$c_0$	m/s	Vitesse de la lumière dans le vide	11	1.4.5
$c_p$	J/kg·K	Chaleur spécifique	198	5.6.3
$\underline{D}$	As/m <sup>2</sup>	Vecteur phaseur déplacement	9	1.4.2
$\underline{E}$	V/m	Vecteur phaseur électrique	9	1.4.2
$f_B$	Hz	Fréquence de cyclotron	135	4.2.1
$f_c$	Hz	Fréquence de coupure	30	2.2.28
$f_D$	Hz	Fréquence Doppler	340	8.1.13
$f_t$	Hz	Fréquence de transition	168	4.8.2
$F$	1	Facteur de bruit	324	7.6.6
$F_m$	N	Force de Lorentz	135	4.2.1
$g$	1	Facteur de Landé	261	6.7.2
$G$	1	Gain en puissance	313	7.4.11
$\underline{H}$	A/m	Vecteur phaseur magnétique	9	1.4.2
$H_m$	1	Fonction de Hankel	390	9.3.7
$\underline{I}_e$	A	Courant sur une ligne équivalente	22	2.2.7
$\underline{I}_g$	A	Courant de guide	28	2.2.25
$\underline{J}$	A/m <sup>2</sup>	Vecteur phaseur densité de courant	9	1.4.2
$\underline{J}_e$	A/m <sup>2</sup>	Courant électrique perturbateur	56	2.7.3
$\underline{J}_m$	V/m <sup>2</sup>	Courant magnétique perturbateur	56	2.7.3
$J_m$	1	Fonction de Bessel de première espèce d'ordre $m$	386	9.3.1
$k$	$m^{-1}$	Nombre d'onde	21	2.2.4
$k_B$	J/K	Constante de Boltzmann	5	1.2.4
$k_p$	$m^{-1}$	Nombre d'onde de résonance	99	3.2.4
$K$	1	Facteur de couplage réparti	152	4.4.7
$K(u)$	1	Intégrale elliptique du premier ordre	54	2.6.3
$K_m$	1	Fonction de Bessel modifiée d'ordre $m$	390	9.4.1
$LA$	dB	Niveau d'affaiblissement	250	6.5.10
$LC$	dB	Niveau de couplage	250	6.5.11
$LD$	dB	Directivité	251	6.5.15
$m$	Am <sup>2</sup>	Moment magnétique de spin	261	6.7.2
$M$	A/m	Aimantation	262	6.7.3
$N$	W	Puissance moyenne de bruit	323	7.6.3

$NA$	1	Ouverture numérique	72	2.10.4
$N_m$	1	Fonction de Bessel de deuxième espèce d'ordre $m$	386	9.3.1
$p$	$m^{-1}$	Nombre d'onde transverse	21	2.2.4
$P_i$	W	Puissance d'impulsion	207	5.8.3
$Q_0$	1	Facteur de qualité non chargé	102	3.2.9
		Facteur de surtension	121	3.4.12
$Q_{0m}$	1	Facteur de qualité métallique	117	3.4.4
$Q_{0e}$	1	Facteur de qualité d'échantillon	119	3.4.9
$Q_c$	1	Facteur de qualité chargé	125	3.5.9
$Q_e$	1	Facteur de qualité externe	124	3.5.8
$s$	1	Rapport d'ondes stationnaires (R.O.S)	291	7.2.2
$(\underline{g})$	1	Matrice de répartition	216	6.1.12
$T_a$	K	Température de bruit d'antenne	323	7.6.4
$T_r$	K	Température de bruit de récepteur	323	7.6.5
$\underline{U}_e$	V	Tension sur une ligne équivalente	22	2.2.7
$v_g$	m/s	Vitesse de groupe	15	2.1.5
$v_\varphi$	m/s	Vitesse de phase	15	2.1.5
$\underline{Y}_f$	S	Admittance équivalente du faisceau	147	4.3.7
$Z_0$	$\Omega$	Impédance du vide	11	1.4.5
$Z_c$	$\Omega$	Impédance caractéristique du microruban	82	2.11.7
$\underline{Z}_e$	$\Omega$	Impédance d'onde	29	2.2.25
$\underline{Z}_m$	$\Omega$	Impédance caractéristique du métal	56	2.7.3
$Z_{UI}$	$\Omega$	Impédance du guide (tension-courant)	29	2.2.25
$Z_{PI}$	$\Omega$	Impédance du guide (puissance-courant)	29	2.2.25
$Z_{PU}$	$\Omega$	Impédance du guide (puissance-tension)	29	2.2.25
$\alpha$	Np/m	Affaiblissement linéique	15	2.1.5
$\beta$	rad/m	Déphasage linéique	15	2.1.5
$\beta_c$	1	Facteur de couplage	123	3.5.6
$\gamma$	$m^{-1}$	Exposant de propagation	15	2.1.5
$\gamma_g$	$(sT)^{-1}$	Rapport gyromagnétique	261	6.7.2
$\delta$	m	Profondeur de pénétration	15	2.1.5
$\delta_{jk}$	1	Symbole de Kronecker	219	6.1.23
$\underline{\epsilon}$	As/Vm	Permittivité complexe	9	1.4.2
$\epsilon_0$	As/Vm	Constante électrique	11	1.4.5
$\underline{\epsilon}_r$	1	Permittivité relative	9	1.4.2
$\eta_d$	1	Rendement de désadaptation	202	5.7.2
$\eta_e$	1	Rendement électronique	140	4.2.8
$\eta_p$	1	Rendement partiel	179	4.11.4
$\eta_{pa}$	1	Rendement de puissance ajoutée	180	4.11.4
$\eta_r$	1	Facteur de couplage	125	3.5.13
$\eta_s$	1	Rendement de substitution	205	5.7.8
$\eta_t$	1	Rendement total	179	4.11.4
$\lambda_c$	m	Longueur d'onde de coupure	30	2.2.28
$\lambda_g$	m	Longueur d'onde du guide	31	2.2.32
$\lambda_{ge}$	m	Longueur d'onde du guide chargé	366	8.5.5
$\Lambda_{mnl}$	Am	Potentiel de Hertz	108	3.3.8
$\underline{\mu}$	Vs/Am	Perméabilité complexe	9	1.4.2
$\underline{\mu}_0$	Vs/Am	Constante magnétique	11	1.4.5



$\mu_p$	1	Mobilité des porteurs	171	4.8.4
$\mu_r$	1	Perméabilité relative	9	1.4.2
$\underline{\underline{\mu}}$	Vs/Am	Tenseur de perméabilité	263	6.7.5
$\Pi_{mnl}$	Vm	Potentiel de Hertz	108	3.3.8
$\underline{\rho}$	1	Facteur de réflexion	222	6.2.1
$\underline{\underline{\rho}}$	C/m <sup>3</sup>	Phaseur de densité de charge	9	1.4.2
$\sigma$	S/m	Conductivité	9	1.4.2
$\sigma$	m <sup>2</sup>	Surface réfléchissante effective	332	8.1.4
$\phi$	1	Potentiel transverse du mode TM	27	2.2.21
$\psi$	1	Potentiel transverse du mode TE	24	2.2.13
$\omega_L$	rad/s	Pulsation de Larmor	263	6.7.4
$\omega_M$	rad/s	Pulsation d'aimantation	263	6.7.4
$\underline{\omega}_p$	s <sup>-1</sup>	Pulsation propre complexe	100	3.2.6
$\omega_{pr}$	rad/s	Pulsation propre de la cavité	101	3.2.8

## INDICES

a	Air
c	Caractéristique Chargé Coupure
d	Diélectrique Dissipé
e	Echantillon Effectif Electrique Equivalent Externe
g	Guide
H	Hartree
in	Entrée Incident
L	Charge
m	Magnétique Matériau Métal
r	Relatif
t	Composante transverse
T	Composante dépendante de la coordonnée transverse
v	Vide Volume



Le Traité d'Electricité est l'œuvre collective  
des membres du Département d'Electricité de l'EPFL,  
assistés par quelques collaborateurs externes.

A ce volume ont collaboré plus particulièrement :

- Ataollah Azizi* : critique du manuscrit  
*Alix Bernheim* : dactylographie du manuscrit  
*Laurent-Guy Bernier* : correction des épreuves  
*Jean-Claude Besson* : coordination de la production,  
critique du manuscrit, correction des épreuves  
*Hamid Birdjandi* : composition des formules  
*Renato Bosisio* : critique du manuscrit, correction des épreuves  
*Jean-Dominique Decotignie* : critique du manuscrit,  
élaboration des figures à l'ordinateur, correction des épreuves  
*Claire-Lise Delacrausaz* : secrétariat de rédaction PPR  
*Walter Dübler* : photographie  
*Daniel Dubois* : critique du manuscrit  
*Liselotte Fazan* : composition des textes et des formules  
*Pierre Feller* : dessins, photographie  
*Fred Gardiol* : rédaction de l'ouvrage,  
composition des textes et des formules  
*Marianne Gex-Fabry* : critique du manuscrit, correction des épreuves  
*Kurt Hofer* : dessins, photographie  
*Marc Ilegems* : critique du manuscrit  
*Roland Jaques* : matériel pour la composition des formules  
*Allen Kilner* : mise en page et montage  
*Samuel Mamane* : critique du manuscrit, correction des épreuves  
*Hubert Monbaron* : photographie  
*Juan Mosig* : critique du manuscrit, correction des épreuves  
*Jacques Neiryneck* : direction du Traité  
*Renée Pittet* : composition des textes et des formules  
*Léon Prost* : critique du manuscrit  
*Morad Saghafi* : composition des formules  
*Samir Salem* : critique du manuscrit  
*Thomas Sphicopoulos* : corrigé des exercices  
*Viron Teodoridis* : critique du manuscrit, responsable  
de la composition des formules, correction des épreuves  
*Pierre-Yves Tribolet* : critique du manuscrit  
*Ida Wegmüller* : montage des corrections et lettrage  
*Jean-François Zürcher* : critique du manuscrit,  
élaboration des figures, correction des épreuves





## Remerciements

L'auteur tient à remercier les personnes et institutions qui ont mis à sa disposition les originaux des figures :

*Dr. G. Grünberger*

Fig. 2.50

*N.V. Philips Gloeilampenfabrieken*

Fig. 4.7b, Fig. 4.10

*Massachusetts Institute of Technology,  
Research Laboratory of Electronics*

Fig 6.22, 6.23

*Radio Suisse S.A., Telecommunications  
et sécurité aérienne*

Fig. 8.8, 8.9

*NASA / Jet Propulsion Laboratory*

Fig. 8.24

---

Cet ouvrage a été traduit en anglais et a paru sous le titre *Introduction to Microwaves*, Editions Artech, Dedham, Massachusetts, USA, 1984.



*Aubin Imprimeur*  
LIGUGÉ, POITIERS

Achévé d'imprimer en mars 1987  
N° d'impression L 23015  
Dépôt légal, mars 1987  
Imprimé en France







