

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

Traité d'Électricité

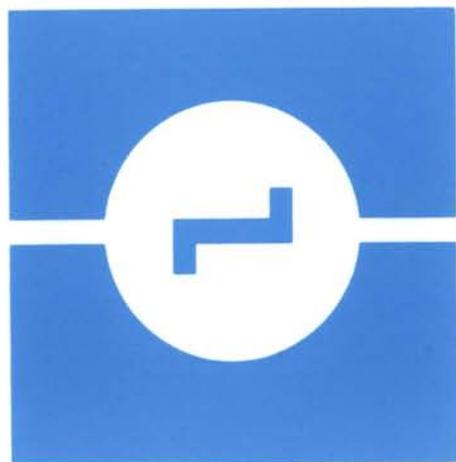
PUBLIÉ SOUS LA DIRECTION DE JACQUES NEIRYNCK

VOLUME IX

ÉLECTROMÉCANIQUE

Marcel Jufer

Nouvelle édition, revue et augmentée



PRESSES POLYTECHNIQUES ET UNIVERSITAIRES ROMANDES

TRAITÉ D'ÉLECTRICITÉ

Jusqu'à ce jour, les théories et les applications de l'électricité n'ont jamais fait l'objet d'un exposé systématique et unifié.

Les 22 volumes du Traité d'Electricité comblent cette lacune. Cet ouvrage rassemble de façon cohérente des connaissances jusqu'ici disparates et fragmentaires en fonction de la hiérarchie de modèles de plus en plus généraux, tels que les ingénieurs les ont conçus pour maîtriser des techniques de plus en plus complexes.

PRÉSENTATION DU VOLUME IX

ÉLECTROMÉCANIQUE

- Circuits électriques et magnétiques
- Conversion électromécanique
- Aimants permanents
- Lois de similitude
- Comportement dynamique
- Classification
- Systèmes réducteurs, électrodynamiques, électromagnétiques et réducteurs polarisés
- Moteurs pas à pas,
- Champ tournant et bobinage
- Moteurs synchrones
- Moteurs à courant continu
- Moteurs asynchrones.

L'électromécanique traite de l'ensemble des problèmes associés à la conversion électrique-mécanique ou mécanique-électrique. Cet ouvrage aborde principalement deux aspects : d'une part, la présentation des principales méthodes d'analyse de l'électromécanique fait l'objet des cinq premiers chapitres; d'autre part, la description des principaux transducteurs électromécaniques, de leurs particularités, de leur conception et de leur commande est traitée dans les chapitres 6 à 12. Les **transducteurs électromécaniques** assurent simultanément une conversion électromécanique d'énergie et d'information. Leur développement est relativement récent et s'effectue parallèlement à celui du traitement électronique de l'information. Le domaine de ces composants va du relais au moteur pas à pas.

Le chapitre 1 aborde l'étude des **circuits électriques et magnétiques**, de leur calcul et de leur représentation. Les différentes non-linéarités sont également prises en considération. Le chapitre 2 traite de la **conversion électromécanique** par le biais de deux méthodes : celle de la dérivée de l'énergie et celle du tenseur de Maxwell. L'**aimant permanent**, composant fréquent des transducteurs électromécaniques, est analysé dans le cadre du chapitre 3. Un modèle équivalent en est donné ainsi que les principaux critères de choix des dimensions.

TRAITE D'ÉLECTRICITE

IX
ÉLECTROMÉCANIQUE

TRAITÉ D'ÉLECTRICITÉ

DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE
PUBLIÉ SOUS LA DIRECTION DE JACQUES NEIRYNCK

VOLUME IX

ÉLECTROMÉCANIQUE

Nouvelle édition, revue et augmentée

par Marcel Jufer



PRESSES POLYTECHNIQUES ET UNIVERSITAIRES ROMANDES

Cet ouvrage fait partie d'une série de vingt-deux volumes
dont les titres sont les suivants :

- I INTRODUCTION À L'ÉLECTROTECHNIQUE
- II MATÉRIAUX DE L'ÉLECTROTECHNIQUE
- III ÉLECTROMAGNÉTISME
- IV THÉORIE DES RÉSEAUX DE KIRCHHOFF
- V ANALYSE ET SYNTHÈSE DES SYSTÈMES LOGIQUES
- VI THÉORIE ET TRAITEMENT DES SIGNAUX
- VII DISPOSITIFS À SEMICONDUCTEUR
- VIII ÉLECTRONIQUE
- IX ÉLECTROMÉCANIQUE
- X MACHINES ÉLECTRIQUES
- XI MACHINES SÉQUENTIELLES
- XII ÉNERGIE ÉLECTRIQUE
- XIII HYPERFRÉQUENCES
- XIV CALCULATRICES
- XV ÉLECTRONIQUE DE PUISSANCE
- XVI ÉLECTRONIQUE DE RÉGLAGE ET DE COMMANDE
- XVII SYSTÈMES DE MESURE
- XVIII SYSTÈMES DE TÉLÉCOMMUNICATIONS
- XIX FILTRES ÉLECTRIQUES
- XX TRAITEMENT NUMÉRIQUE DES SIGNAUX
- XXI ÉLECTROACOUSTIQUE
- XXII HAUTE TENSION



Le Traité d'Electricité est une publication des
Presses polytechniques et universitaires romandes, fondation scientifique
dont le but est principalement la diffusion des travaux de
l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne.

Le catalogue de ces publications peut être obtenu aux
Presses polytechniques et universitaires romandes, CH-1015 Lausanne.

Troisième édition, revue et augmentée
ISBN 2-88074-285-4
© 1995, 1998, 2004 réimpression, Presses polytechniques
et universitaires romandes
CH-1015 Lausanne

INTRODUCTION

Place du volume IX dans le *Traité d'Electricité*

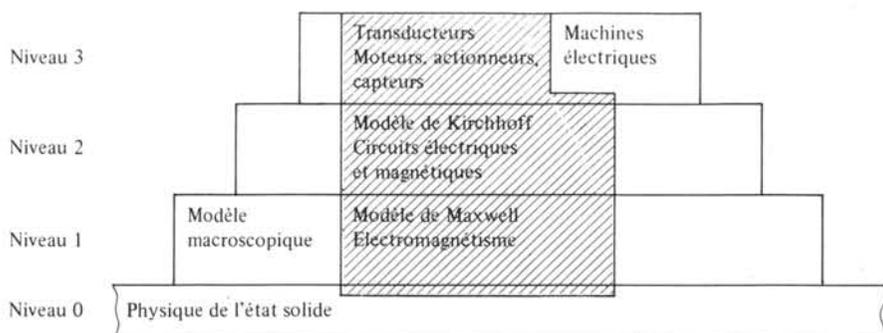
L'*électromécanique* traite de l'ensemble des problèmes associés à la conversion électrique-mécanique ou mécanique-électrique. Depuis la réalisation des premiers générateurs électriques (aux environs de 1830), la notion d'électromécanique a été principalement synonyme de *machines électriques*, donc de conversion d'énergie. Depuis vingt ans environ, une branche de l'électromécanique a subi un développement important provoqué par l'utilisation massive de systèmes électroniques de traitement de l'information. Il s'agit des dispositifs devant assurer simultanément une conversion électromécanique d'énergie et d'information. Ces dispositifs sont désignés par l'appellation de *transducteurs électromécaniques*. En régime moteur (conversion électromécanique), on parle d'*actionneurs*; en régime inverse (conversion mécanique-électrique), il s'agit d'une variété de *capteurs*.

Le présent volume poursuit les trois buts suivants.

- La présentation des principales méthodes d'analyse relatives aux systèmes électromécaniques. Il s'agit aussi bien de bases pour l'étude des transducteurs que pour celle des machines électriques. Ceci est traité dans les cinq premiers chapitres.
- La description des principaux transducteurs électromécaniques, de leurs particularités, de leur conception et de leur commande. Cette matière est abordée dans les chapitres 6 à 11.
- La description et l'analyse des caractéristiques des principales machines électriques, incluant certains éléments de leur alimentation et de leur commande. C'est l'objet des chapitres 12 à 15.

La matière de ce volume IX s'appuie principalement sur les notions générales de l'électrotechnique (vol. I), sur certaines propriétés des matériaux (vol. II), sur l'électromagnétisme en régime quasi statique (vol. III) et sur les propriétés des réseaux de Kirchhoff (vol. IV). Il est également fait appel à certaines notions d'électronique (vol. VII et VIII) et d'électronique industrielle (vol. XV).

En se référant à l'introduction du volume I du présent traité, il est possible de situer cet ouvrage sur le plan méthodologique. Un dispositif électromécanique peut être décrit par des modèles relevant du niveau 1 (voir figure) ou *modèle de Maxwell*. Il peut l'être également par des modèles du niveau 2 ou *modèles de Kirchhoff* (circuits électriques et circuits magnétiques), beaucoup plus efficaces mais contenant moins d'information. La démarche d'un ingénieur travaillant dans ce domaine consiste principalement à passer d'un niveau à l'autre, aussi bien dans une phase d'analyse que dans



une phase de choix des dimensions ou de conception. C'est principalement l'objet des cinq premiers chapitres. A un niveau supérieur, un tel dispositif peut être réduit à un *schéma fonctionnel* entre les grandeurs d'entrée (tension, courant) et les grandeurs de sortie (couple, vitesse, position). Il s'agit alors de transducteurs ou de machines électriques.

Organisation générale du volume IX

Le volume comprend principalement trois parties. La première est constituée par les chapitres 1 à 5. Ceux-ci décrivent les méthodes et les modèles spécifiques à l'électromécanique. La seconde comprend les chapitres 6 à 11, qui décrivent les principaux transducteurs électromécaniques et leurs propriétés. La troisième traite des aspects généraux et des spécificités des principales machines électriques, principalement dans le domaine des puissances faibles à moyennes ($1 \mu\text{W}$ à quelques kW).

Le chapitre 1 présente la méthodologie permettant de passer du modèle de Maxwell au modèle de Kirchhoff. Il s'agit de l'étude des circuits électriques et magnétiques, de leur calcul et de leur représentation. De plus, on trouvera l'analyse de quelques non-linéarités de ces circuits tels qu'effet pelliculaire (fonction de la fréquence), saturation et hystérésis. Le chapitre 2 aborde la conversion électromécanique par le biais de deux méthodes principales. Il s'agit d'une part de la technique de la dérivée de l'énergie, qui convient particulièrement bien à un calcul dans un modèle de Kirchhoff, et du tenseur de Maxwell qui ne peut s'appliquer qu'au modèle de Maxwell. Le chapitre 3 aborde la modélisation d'un composant fréquemment utilisé dans les transducteurs électromécaniques. Il s'agit des aimants permanents. Dans une première étape, un bilan énergétique et un modèle équivalent de Kirchhoff sont établis. Ensuite, les critères de choix des matériaux et des dimensions sont décrits.

Le chapitre 4 joue un rôle particulier en établissant le parallèle entre des transducteurs de petite taille et des machines électriques de grande taille. Il permet aux spécialistes d'un domaine de se familiariser rapidement avec l'autre. D'autre part, il permet également de préciser certains critères de choix des dimensions. Finalement, il définit le rôle des aimants permanents.

Le chapitre 5 présente les méthodes d'analyse des comportements électrique et mécanique en régime transitoire. Les différentes non-linéarités – saturation, effet du mouvement – sont prises en considération.

Pour chacun de ces cinq premiers chapitres, un exemple complet est traité. L'accent est porté sur le rôle et l'influence des hypothèses.

Le chapitre 6 a un rôle de charnière entre la première et la seconde partie. Il présente une classification des différents convertisseurs électromécaniques, basée sur leurs propriétés magnétiques.

Les chapitres 7, 8, 9 et 10 décrivent les propriétés et les particularités des principaux transducteurs. Il s'agit respectivement des systèmes réluctants, électrodynamiques, électromagnétiques et réluctants polarisés. Pour chaque système, un exemple caractéristique est présenté.

Le chapitre 11 traite d'un transducteur fréquemment utilisé et très évolué: le moteur pas à pas. Celui-ci est appliqué au domaine des périphériques du traitement de l'information, mais également à de nombreuses applications telles que l'horlogerie, les machines-outils, la robotique, etc. Ce chapitre traite également des interactions entre le moteur, sa charge, son alimentation et sa commande. Les cas poly- et monophasés sont présentés. Ce chapitre joue également un rôle de transition entre transducteurs et moteurs classiques.

Le chapitre 12 traite du bobinage et des circuits électriques des machines polyphasées. La création d'un champ magnétique tournant, les grandeurs caractéristiques des bobinages et les conditions de création d'un couple sont analysés. Dans la règle, seul le fondamental des grandeurs électriques et magnétiques est considéré.

Les chapitres 13 à 15 traitent des trois principales machines électriques: les machines synchrone, à courant continu et asynchrone. Pour chacune d'elles la structure, le principe, les équations caractéristiques, les performances externes et les principales applications sont décrites, principalement en fonctionnement moteur.

Le moteur synchrone fait l'objet du chapitre 13. Partant des équations à courant et à tension imposés, les fonctionnements en circuit ouvert et en régime auto-commuté sont étudiés, débouchant respectivement sur la machine synchrone classique à fréquence imposée et sur le moteur à courant continu sans collecteur.

Le moteur à courant continu est traité au chapitre 14. Les divers modes d'excitation, incluant le cas à aimants permanents, sont traités. L'extension au cas du moteur à collecteur ou moteur universel est également abordé.

Le moteur asynchrone fait l'objet du chapitre 15. Il est analysé dans son comportement à fréquence constante ainsi qu'à fréquence variable.

Conventions

Le *Traité d'Electricité* est composé de volumes (vol.) repérés par un chiffre romain (vol. V). Chaque volume est partagé en chapitres (chap.) repérés par un nombre arabe (chap. 2). Chaque chapitre est divisé en sections (sect.) repérées par deux nombres arabes séparés par un point (sect. 2.3). Chaque section est divisée en paragraphes (§) repérés par trois nombres arabes séparés par deux points (§ 2.3.11). Les références internes stipulent le volume, le chapitre, la section ou le paragraphe du *Traité* auquel on renvoie. Dans le cas de la référence à une partie du même volume, on omet le numéro de celui-ci.

Les références bibliographiques sont numérotées continûment par volume et repérées par un seul nombre arabe entre crochets; les pages concernées sont éventuellement précisées entre parenthèses : [33] (pp. 12-15).

Un terme apparaît en *italique maigre* la première fois qu'il est défini dans le texte. Un passage important est mis en évidence lorsqu'il est composé en *italique gras*.

Les équations hors texte sont numérotées continûment par chapitre et repérées par deux nombres arabes placés entre parenthèses et séparés par un point (3.14). Les figures et tableaux sont numérotés continûment par chapitre et repérés par deux nombres arabes précédés de Fig. (Fig. 4.12) ou Tableau (Tableau 4.13).

Nouvelle édition

La présente édition de ce volume IX se distingue des précédentes (1979 et 1985) par les réductions et adjonctions principales suivantes :

- contraction des anciens chapitres 11, *Moteurs pas à pas*, et 12, *Moteurs pas à pas monophasés* en un nouveau chapitre 11, *Moteurs pas à pas* sensiblement réduit;
- adjonction de quatre nouveaux chapitres: 12, *Champ tournant et bobinage*, 13, *Moteurs synchrones*, 14, *Moteurs à courant continu* et 15, *Moteurs asynchrones*.

L'objectif de cette importante adjonction est double :

- former un ensemble cohérent pour tout ingénieur intéressé par les aspects méthodologiques et par les applications de l'ensemble du domaine électromécanique, principalement centré sur les puissances faibles à moyennes (quelques kW);
- étayer l'enseignement de base du domaine.

En revanche, tous les aspects spécifiques aux machines de grande puissance, à leur interaction avec le réseau de distribution et à leur comportement dynamique détaillé n'est pas abordé. Ceci est fait dans le volume X du présent traité.

TABLE DES MATIÈRES

	INTRODUCTION	v
CHAPITRE 1	CIRCUITS ÉLECTRIQUES ET MAGNÉTIQUES	
	1.1 Hypothèses générales et domaines d'application	1
	1.2 Circuits électriques : rappels	4
	1.3 Circuits magnétiques	6
	1.4 Effet pelliculaire	19
	1.5 Constitution des circuits magnétiques	26
CHAPITRE 2	CONVERSION ÉLECTROMÉCANIQUE	
	2.1 Introduction.	31
	2.2 Système électromécanique	32
	2.3 Forme intermédiaire d'énergie	33
	2.4 Expression de la conservation d'énergie	34
	2.5 Expression de l'énergie magnétique.	36
	2.6 Coénergie magnétique	37
	2.7 Formes locales de l'énergie et de la coénergie	38
	2.8 Forces généralisées	40
	2.9 Tenseur de Maxwell	41
	2.10 Système électrostatique	48
	2.11 Domaines d'application et limites des systèmes électromagnétiques	52
CHAPITRE 3	AIMANTS PERMANENTS	
	3.1 Introduction.	55
	3.2 Modèle macroscopique	56
	3.3 Bilan énergétique.	59
	3.4 Flux de fuite	64
	3.5 Caractéristiques statiques	67
	3.6 Caractéristiques dynamiques	72
	3.7 Aimant permanent soumis à une excitation démagnétisante	80
	3.8 Magnétisation des aimants permanents.	83
CHAPITRE 4	LOIS DE SIMILITUDE	
	4.1 Buts et définitions.	89
	4.2 Pertes relatives	91
	4.3 Caractéristiques des systèmes réductants	92

	4.4	Caractéristiques des systèmes polarisés	96
	4.5	Constantes de temps	98
	4.6	Exemple	100
	4.7	Circuits électriques massifs	102
	4.8	Conclusions	103
CHAPITRE 5		COMPORTEMENT DYNAMIQUE	
	5.1	Généralités	105
	5.2	Equations dynamiques	105
	5.3	Méthodes de résolution	108
	5.4	Exemple	109
	5.5	Système saturable	116
	5.6	Variante	121
CHAPITRE 6		CLASSIFICATION	
	6.1	But d'une classification	123
	6.2	Actionneurs et capteurs	123
	6.3	Classification selon le rôle de l'aimant	124
	6.4	Introduction à la description des principaux transducteurs	128
CHAPITRE 7		SYSTÈMES RÉLUCTANTS	
	7.1	Généralités	131
	7.2	Electro-aimants	132
	7.3	Circuit magnétique	135
	7.4	Caractéristiques dynamiques	139
	7.5	Applications	143
	7.6	Exemple de dimensionnement	149
CHAPITRE 8		SYSTÈMES ÉLECTRODYNAMIQUES	
	8.1	Généralités	155
	8.2	Haut-parleur	156
	8.3	Equations générales	158
	8.4	Autres applications	165
CHAPITRE 9		SYSTÈMES ÉLECTROMAGNÉTIQUES	
	9.1	Généralités	169
	9.2	Détermination des perméances	170
	9.3	Exemple	172
	9.4	Applications	174
CHAPITRE 10		SYSTÈMES RÉLUCTANTS POLARISÉS	
	10.1	Généralités	177
	10.2	Structures possibles	178
	10.3	Exemple : moteur oscillant	179
	10.4	Applications	186

CHAPITRE 11	MOTEURS PAS À PAS	
11.1	Définition et caractères généraux	191
11.2	Types de moteurs	194
11.3	Domaines de fonctionnement	204
11.4	Alimentation	215
11.5	Améliorations à basse fréquence	221
11.6	Amélioration des performances au démarrage	226
11.7	Accélération et décélération	227
11.8	Amélioration de la fréquence limite absolue	228
11.9	Stabilité dynamique	234
11.10	Améliorations par auto-asservissement en courant	237
11.11	Exemple numérique	243
11.12	Modélisation	251
11.13	Moteurs linéaires pas à pas	253
11.14	Applications des moteurs pas à pas	259
11.15	Moteurs pas à pas monophasés: principe	262
11.16	Moteur pas à pas monophasé: variantes unipolaire et bipolaire	267
11.17	Moteurs pas à pas monophasés: exemples et applications	270
11.18	Moteurs pas à pas monophasés: comportement dynamique	274
11.19	Annexes	281
CHAPITRE 12	CHAMP TOURNANT ET BOBINAGE	
12.1	Introduction: rôle du champ tournant	283
12.2	Génération d'un champ tournant	283
12.3	Polarité	285
12.4	Grandeurs électriques associées à un bobinage	290
12.5	Condition d'obtention d'un couple électro- magnétique	295
12.6	Démarche analytique	297
CHAPITRE 13	MOTEURS SYNCHRONES	
13.1	Généralités: structures	299
13.2	Equations caractéristiques	301
13.3	Alimentation en courant	303
13.4	Alimentation en tension	304
13.5	Moteur synchrone auto-commuté: caractéristiques	307
13.6	Réalisation de l'auto-commutation	311
13.7	Générateurs synchrones	319
13.8	Moteurs synchrones réductants	321
13.9	Annexe	322
CHAPITRE 14	MOTEURS À COURANT CONTINU	
14.1	Généralités: structure	323
14.2	Principe de fonctionnement	325

14.3	Equations de tension induite et couple: cas à aimants permanents	326
14.4	Modes d'excitation	329
14.5	Moteur à excitation séparée: caractéristiques	330
14.6	Caractéristique à excitation parallèle	335
14.7	Moteur à excitation série	337
14.8	Bilan énergétique au démarrage	338
14.9	Variante de structures	340
14.10	Moteur à collecteur ou universel	342

CHAPITRE 15 MOTEURS ASYNCHRONES

15.1	Généralités: structure	343
15.2	Equations caractéristiques	344
15.3	Schéma équivalent transformé: caractéristiques principales	349
15.4	Analyse du couple	350
15.5	Analyse du courant	353
15.6	Marche à vide	356
15.7	Marche à rotor bloqué	358
15.8	Rotor à cage	358
15.9	Limites des moteurs à cage	360
15.10	Moteur asynchrone à rotor bobiné	363
15.11	Alimentation à fréquence variable	365

BIBLIOGRAPHIE	369
-------------------------	-----

INDEX ANALYTIQUE	373
----------------------------	-----

GLOSSAIRE	377
---------------------	-----

CIRCUITS ÉLECTRIQUES ET MAGNÉTIQUES

1.1 HYPOTHÈSES GÉNÉRALES ET DOMAINES D'APPLICATION

1.1.1 Hypothèse : domaine macroscopique

L'étude des systèmes électromécaniques fait appel principalement à l'analyse des circuits électriques et magnétiques et à celle de la conversion électromécanique. D'emblée, ces aspects seront traités dans un domaine macroscopique que l'on peut caractériser par l'ensemble des équations de Maxwell (sect. III.1.2). En conséquence, il est fait abstraction de la structure atomique et moléculaire des matériaux. Seuls les effets de cette structure sont pris en considération.

1.1.2 Rappel : équations de Maxwell

Les équations de Maxwell définissent les propriétés macroscopiques locales associées aux grandeurs électriques et magnétiques vectorielles. Il s'agit du champ électrique E , du champ magnétique H , du déplacement électrique D et de l'induction magnétique B . Ces équations prennent la forme suivante dans un référentiel associé au milieu étudié :

$$\operatorname{rot} H = J + \frac{\partial D}{\partial t} \quad (1.1)$$

$$\operatorname{rot} E = - \frac{\partial B}{\partial t} \quad (1.2)$$

$$\operatorname{div} B = 0 \quad (1.3)$$

$$\operatorname{div} D = \rho_q \quad (1.4)$$

Elles sont complétées par des relations spécifiques aux matériaux :

$$B = \mu_0 \mu_r H \quad (1.5)$$

$$D = \epsilon_0 \epsilon_r E \quad (1.6)$$

$$E = \rho J \quad (1.7)$$

1.1.3 Hypothèse : domaine quasi statique

Dans le cadre de l'étude des phénomènes associés à la conversion électromécanique, les relations de Maxwell peuvent être simplifiées. Les fréquences en jeu sont relativement faibles. Elles ne dépassent pratiquement jamais quelques dizaines de kHz. Dans ces conditions, la dérivée du vecteur déplacement électrique $\partial D/\partial t$, de l'équation (1.1), est

négligeable eu égard à la densité de courant J . Cette équation devient alors :

$$\text{rot } H = J \quad (1.8)$$

De plus, les équations (1.4) et (1.6) ne présentent plus d'intérêt. Dans ces conditions, on parlera de *régime quasi statique* des équations de Maxwell (chap. III.4).

1.1.4 Développement : forme intégrale

Les relations (1.2) et (1.8) peuvent être transformées par le théorème de Stokes, appliqué à une surface S délimitée par un contour C . La relation (1.8) devient ainsi :

$$\oint_C H \cdot ds = \int_S J \cdot dA \quad (1.9)$$

La relation (1.2) s'écrit de même :

$$\oint_C E \cdot ds = - \int_S \frac{\partial B}{\partial t} \cdot dA \quad (1.10)$$

Le théorème de la divergence, appliqué à la relation (1.3) permet d'écrire :

$$\oint_S B \cdot dA = 0 \quad (1.11)$$

Les relations (1.9) à (1.11) sont l'expression intégrale des relations de Maxwell en régime quasi statique.

1.1.5 Rappel : potentiel vecteur

Le potentiel vecteur A (§ III.1.2.3) est caractérisé par les deux équations suivantes :

$$B = \text{rot } A \quad (1.12)$$

$$\text{div } A = 0 \quad (1.13)$$

Cette grandeur est intéressante sur le plan analytique. Tous les autres vecteurs peuvent en effet être obtenus par dérivation du potentiel vecteur.

1.1.6 Développement : milieu à perméabilité constante

Dans un milieu à perméabilité et résistivité constantes, l'équation (1.8) devient :

$$\text{rot } \frac{1}{\mu} B = \frac{E}{\rho} \quad (1.14)$$

$$\text{rot rot } A = \frac{\mu}{\rho} E \quad (1.15)$$

Par les propriétés de l'analyse vectorielle, il vient :

$$-\Delta A = \frac{\mu}{\rho} E \quad (1.16)$$

La relation (1.2) peut se transformer comme suit :

$$\text{rot } E = - \frac{\partial}{\partial t} \text{rot } A \quad (1.17)$$

$$E = - \frac{\partial A}{\partial t} \quad (1.18)$$

Par substitution dans l'équation (1.16), on obtient :

$$\Delta A = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial A}{\partial t} \quad (1.19)$$

Par dérivation, on obtient de même :

$$\Delta H = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial H}{\partial t} \quad (1.20)$$

$$\Delta E = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial E}{\partial t} \quad (1.21)$$

Les équations (1.19) à (1.21) caractérisent la répartition électromagnétique vectorielle dans un milieu conducteur à perméabilité constante. Il s'agit d'équations de Poisson (§ III.4.5.1). Dans un milieu non conducteur (résistivité infinie), ces relations deviennent :

$$\Delta A = \Delta H = \Delta E = 0 \quad (1.22)$$

Il s'agit d'équations de Laplace (sect. III.4.3).

1.1.7 Définitions : composants d'un système électromécanique

Un système électromécanique se compose obligatoirement d'un circuit électrique et d'un circuit magnétique (chap. 2). Ces deux circuits sont toujours imbriqués (fig. 1.1).

Par définition, un *circuit électrique* est le siège d'un courant. Un *circuit magnétique* est parcouru par un flux d'induction magnétique.

Il existe une certaine analogie entre ces deux notions. Elle sera explicitée au paragraphe 1.3.15.

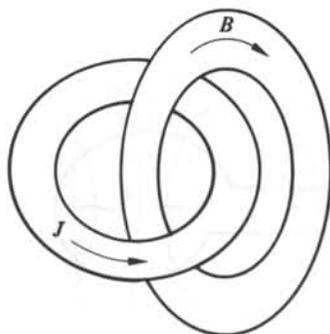


Fig. 1.1

1.1.8 Démarche analytique

L'étude de tout système électromécanique peut se rattacher à deux modèles situés à des niveaux différents :

- le **modèle de Maxwell**, caractérisé par des équations locales. Il permet principalement l'analyse de la distribution des lignes d'induction associées à un circuit magnétique. Le recours à ce modèle est parfois nécessaire pour déterminer la distribution de la densité de courant dans des milieux conducteurs;
- le **modèle de Kirchhoff**, caractérisé par la notion de circuit et les équations qui lui sont associées. Le recours à un tel modèle – lorsqu'il est possible – simplifie l'analyse et en accroît l'efficacité.

La démarche analytique spécifique à l'électromécanique consiste à passer du modèle de Maxwell au modèle de Kirchhoff. De plus, sur un plan plus pratique, l'aspect technologique joue également un rôle important.

1.2 CIRCUITS ÉLECTRIQUES : RAPPELS

1.2.1 Lois locales spécifiques

De la première équation de Maxwell (1.8), on peut tirer :

$$\operatorname{div} \mathbf{J} = \operatorname{div} \operatorname{rot} \mathbf{H} = 0 \quad (1.23)$$

Par le théorème de la divergence, la densité de courant est conservative de flux :

$$\oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{A} = 0 \quad (1.24)$$

Dans un milieu de perméabilité constante, la distribution de la densité de courant peut se déduire de l'équation (1.21) :

$$\Delta \mathbf{J} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} \quad (1.25)$$

1.2.2 Loi de la tension induite

La loi de la tension induite (§ I.2.4.17) caractérise la relation entre tension et courant associés à un circuit électrique (fig. 1.2). Elle se déduit de la relation (1.10).

$$u = R i + \frac{d(N \Phi)}{dt} \quad (1.26)$$

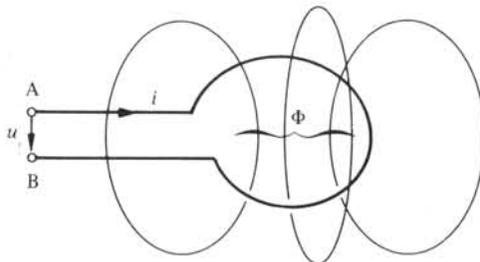


Fig. 1.2

Le flux d'induction magnétique Φ est défini comme suit :

$$\Phi = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} \quad \text{Vs} \quad (1.27)$$

Le contour de la surface A est défini, dans le cas particulier, par le circuit électrique lui-même, donc par le conducteur qui lui est associé.

1.2.3 Définition : flux totalisé

Dans le cas d'un circuit magnétique associé à un circuit électrique (fig. 1.3), deux notions distinctes de flux d'induction magnétique peuvent être mises en évidence :

- le flux traversant le circuit magnétique ou une spire concentrique à celui-ci :

$$\Phi = \int_{S_m} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} \quad (1.28)$$

La section S_m est celle du circuit magnétique;

- le flux traversant le circuit électrique, formé de N spires :

$$\Psi = \int_{S_e} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} \quad (1.29)$$

La surface S_e est celle définie par le circuit électrique (fig. 1.4). Elle est délimitée par le conducteur correspondant.

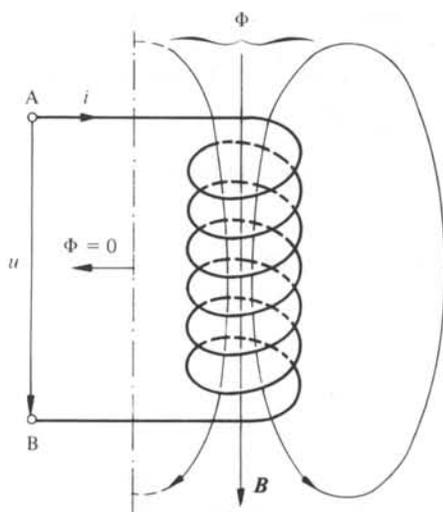


Fig. 1.3

Le *flux totalisé* est le flux d'induction magnétique associé à un circuit électrique et délimité par celui-ci.

Pour un circuit électrique formé de N spires concentriques au circuit magnétique, le flux totalisé est lié au flux d'induction magnétique par la relation suivante :

$$\Psi = N\Phi \quad (1.30)$$

L'équation de la tension induite (1.26) s'écrit alors :

$$u = R i + \frac{d\Psi}{dt} \quad (1.31)$$

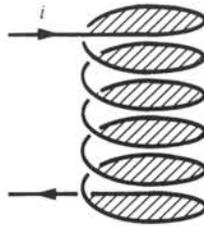


Fig. 1.4

1.3 CIRCUITS MAGNÉTIQUES

1.3.1 Définition : tube d'induction magnétique

Le théorème de la divergence appliqué à la relation (1.3) conduit à la relation suivante :

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0 \quad (1.32)$$

Cette équation exprime la propriété de conservation de flux du vecteur induction magnétique.

Un *tube d'induction magnétique* est défini par l'ensemble des lignes d'induction qui s'appuient sur un contour fermé C (fig. 1.5). Par la propriété de conservation de flux, un tel tube est fermé sur lui-même. Il est caractérisé par la propriété suivante :

$$\int_{S_t} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = \Phi = \text{constante} \quad (1.33)$$

La surface S_t est une section quelconque du tube.

1.3.2 Définitions : potentiel magnétique scalaire

L'équation (1.9) peut être appliquée à un tube d'induction fermé sur lui-même. L'intégrale résultante est le *potentiel magnétique scalaire* Θ correspondant.

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{A} = \Theta \quad \text{A} \quad (1.34)$$

Le potentiel magnétique ou *solénation* est donc le courant résultant créant le champ magnétique.

L'intégrale partielle entre deux sections extérieures d'un tube d'induction correspond à une *différence de potentiel magnétique* Θ_{AB} :

$$\Theta_{AB} = \int_A^B \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} \quad (1.35)$$

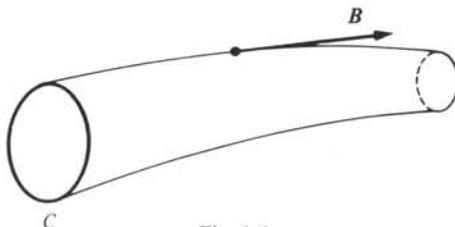


Fig. 1.5

De façon tout à fait générale, elle dépend du parcours d'intégration.

Dans le cas de la figure 1.3, correspondant à un bobinage de N spires concentriques au circuit magnétique, le potentiel magnétique prend la forme suivante :

$$\Theta = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{A} = N \int_{S_c} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{A} = N i \quad (1.36)$$

La section S_c est celle d'un conducteur.

1.3.3 Définition : réluctance magnétique

La relation (1.9), appliquée à un tube d'induction partiel, peut être développée comme suit, par (1.5) :

$$\int_A^B \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = \int_A^B \frac{\mathbf{B}}{\mu} \cdot d\mathbf{s} \quad (1.37)$$

Les vecteurs $d\mathbf{s}$, $d\mathbf{A}$ et \mathbf{A} (fig. 1.6) sont parallèles. On peut donc écrire :

$$\int_A^B \frac{\mathbf{B}}{\mu} \cdot d\mathbf{s} = \int_A^B \frac{\mathbf{B} \cdot \mathbf{A}}{\mu A} ds = \int_A^B \frac{\Phi ds}{\mu A} \quad (1.38)$$

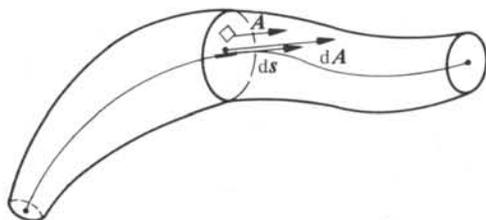


Fig. 1.6

Par le caractère conservatif du flux, on a la relation :

$$\Theta_{AB} = \Phi \int_A^B \frac{ds}{\mu A} \quad (1.39)$$

On pose :

$$R_m = \int_A^B \frac{ds}{\mu A} \quad \text{A/Vs ou H}^{-1} \quad (1.40)$$

La grandeur R_m , définie par la relation (1.40), est la *réluctance magnétique* associée au tube d'induction.

1.3.4 Propriété de la réluctance magnétique

Par les relations (1.39) et (1.40), on peut écrire :

$$\Theta_{AB} = R_m \Phi \quad (1.41)$$

Cette équation établit une relation de proportionnalité entre le flux d'induction et la différence de potentiel magnétique scalaire associée à la réluctance du tube correspondant. Il y a une analogie, qui sera exploitée au paragraphe 1.3.15, entre cette relation et la loi d'Ohm.

1.3.5 Définition : perméance magnétique

La *perméance magnétique* est l'inverse de la réluctance magnétique. Elle est caractérisée par le symbole Λ :

$$\Lambda = 1/R_m \quad \text{Vs/A ou H} \quad (1.42)$$

$$\Phi = \Lambda \Theta \quad (1.43)$$

1.3.6 Propriétés de la réluctance et de la perméance

Deux réluctances partielles sont en série lorsqu'elles sont traversées par le même flux. Par (1.41), on peut écrire (fig. 1.7) :

$$\Theta_1 = R_{m1} \Phi \quad (1.44)$$

$$\Theta_2 = R_{m2} \Phi \quad (1.45)$$

$$\Theta_3 = \Theta_1 + \Theta_2 = (R_{m1} + R_{m2}) \Phi = R_{meq} \Phi \quad (1.46)$$

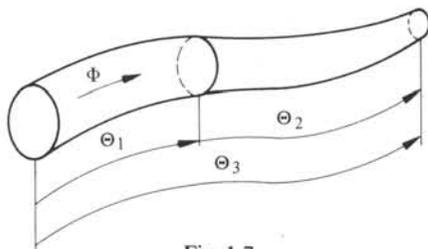


Fig. 1.7

La réluctance équivalente à plusieurs réluctances en série est la somme des réluctances partielles :

$$R_{meq} = \sum_k R_{mk} \quad (1.47)$$

Deux perméances sont en parallèle (fig. 1.8) lorsqu'elles sont associées au même potentiel magnétique, d'où :

$$\Phi_1 = \Lambda_1 \Theta \quad (1.48)$$

$$\Phi_2 = \Lambda_2 \Theta \quad (1.49)$$

$$\Phi = (\Lambda_1 + \Lambda_2) \Theta \quad (1.50)$$

La perméance équivalente à plusieurs perméances en parallèle est la somme des perméances partielles :

$$\Lambda_{eq} = \sum_k \Lambda_k \quad (1.51)$$

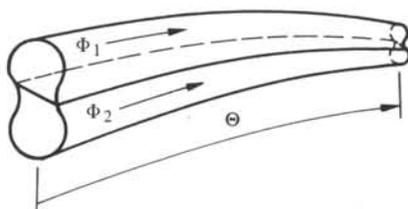


Fig. 1.8

Par (1.42), on peut également écrire, pour des perméances placées en série :

$$\Lambda_{\text{eq}} = \frac{1}{\sum_k 1/\Lambda_k} \quad (1.52)$$

De même, pour des réluctances mises en parallèle :

$$R_{\text{m eq}} = \frac{1}{\sum_k 1/R_{mk}} \quad (1.53)$$

1.3.7 Forme intégrale de la perméance

Si une perméance est formée de tubes d'induction élémentaires de section constante dA et de longueur l placés en parallèle, l'inductance résultante est la somme des inductances partielles. Par (1.40), il vient :

$$d\Lambda = \frac{\mu dA}{l} \quad (1.54)$$

$$\Lambda = \int_S \frac{\mu dA}{l} \quad (1.55)$$

Les relations (1.40) ou (1.55) seront utilisées selon qu'un tube d'induction peut être décomposé en éléments placés respectivement en série ou en parallèle.

1.3.8 Définition : inductance propre

Soit un circuit électrique associé à un circuit magnétique (fig. 1.3). Par (1.30), (1.36) et (1.43), on peut écrire :

$$\Phi = \Lambda \Theta = \Lambda Ni \quad (1.56)$$

$$\Psi = N^2 \Lambda i \quad (1.57)$$

Par définition, l'*inductance propre* est le quotient du flux totalisé traversant un circuit électrique par le courant correspondant.

$$L = \Psi/i = N^2 \Lambda \quad \text{H} \quad (1.58)$$

$$\Psi = L i \quad (1.59)$$

1.3.9 Définitions : inductance mutuelle

Soient deux circuits électriques 1 et 2 caractérisés par une partie commune du flux généré par leurs courants. On parle dans un tel cas de *couplage magnétique* des bobinages correspondants. Soit Φ_{21} le flux traversant le bobinage 2 créé par le bobinage 1 (fig. 1.9). Par (1.43), on peut poser :

$$\Phi_{21} = \Lambda_{21} \Theta_1 = \Lambda_{21} N_1 i_1 \quad (1.60)$$

$$\Psi_{21} = N_2 \Phi_{21} = N_1 N_2 \Lambda_{21} i_1 \quad (1.61)$$

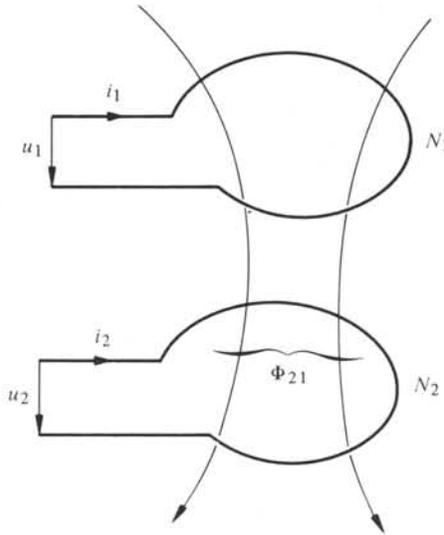


Fig. 1.9

Par symétrie avec le cas de l'inductance propre (§ 1.3.8), l'*inductance mutuelle* L_{21} entre le circuit 1 et le circuit 2 est définie par le quotient du flux totalisé commun Ψ_{21} généré par le circuit 1, par le courant i_1 :

$$L_{21} = \Psi_{21}/i_1 = N_1 N_2 \Lambda_{21} \quad (1.62)$$

Par l'unicité des lignes de champ magnétique, l'inductance mutuelle est réciproque :

$$\Lambda_{21} = \Lambda_{12} \quad (1.63)$$

$$L_{21} = L_{12} \quad (1.64)$$

La perméance commune $\Lambda_{12} = \Lambda_{21}$ est dite *perméance mutuelle*.

De façon générale, le flux totalisé associé à un circuit électrique j couplé magnétiquement avec k circuits s'écrit :

$$\Psi_j = N_j \sum_{p=1}^k N_p \Lambda_{jp} i_p = \sum_{p=1}^k L_{jp} i_p \quad (1.65)$$

Conventionnellement, la perméance Λ_{jj} (ou Λ_j) est la perméance mutuelle du circuit sur lui-même. Il s'agit donc de la perméance propre.

1.3.10 Relations généralisées : tension induite

Compte tenu des relations (1.31) et (1.65), l'équation de la tension induite dans un circuit j couplé avec k circuits électriques devient :

$$u_j = R_j i_j + d\Psi_j/dt \quad (1.66)$$

$$u_j = R_j i_j + \frac{d}{dt} \sum_{p=1}^k L_{jp} i_p \quad (1.67)$$

$$u_j = R_j i_j + \sum_{p=1}^k \left(\frac{dL_{jp}}{dt} i_p + L_{jp} \frac{di_p}{dt} \right) \quad (1.68)$$

Il s'agit de la forme la plus générale de l'équation de la tension induite.

1.3.11 Définitions : flux de champ principal et flux de fuite

Deux circuits électriques couplés magnétiquement définissent trois tubes d'induction (fig. 1.10) :

- le tube d'induction commun aux deux circuits. Le flux qui le traverse est le *flux de champ principal* ou flux commun. Il est caractérisé par l'indice h ;
- les deux tubes d'induction appartenant à un seul des circuits. Les flux associés sont les *flux de fuite* respectifs des deux circuits. Ils sont caractérisés par l'indice σ .

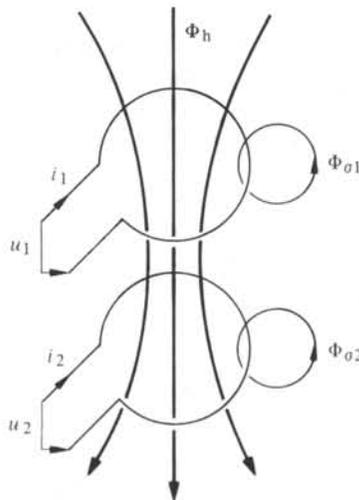


Fig. 1.10

On a les relations :

$$\Phi_1 = \Phi_h + \Phi_{\sigma 1} \quad (1.69)$$

$$\Phi_2 = \Phi_h + \Phi_{\sigma 2} \quad (1.70)$$

A chacun de ces flux, on peut associer une perméance.

Par extension, la notion de flux de fuite prend parfois un aspect qualitatif, en relation avec la fonction magnétique principale. Dans le cas d'un transducteur électromécanique réluctant, par exemple (sect. 7.2), on appelle flux de champ principal celui qui traverse le circuit magnétique mobile. Le flux qui n'est pas couplé avec ce circuit est alors dit flux de fuite. La même distinction est également faite en ce qui concerne les aimants permanents (chap. 3).

1.3.12 Développement : circuits couplés

Deux circuits électriques couplés magnétiquement sont caractérisés par les équations suivantes, résultant de (1.65) :

$$\Psi_1 = L_{11} i_1 + L_{12} i_2 = (L_{h1} + L_{\sigma 1}) i_1 + L_{12} i_2 \quad (1.71)$$

avec :

$$L_{12} = N_1 N_2 \Lambda_h \quad (1.72)$$

$$L_{h1} = N_1^2 \Lambda_h \quad (1.73)$$

$$L_{\sigma 1} = N_1^2 \Lambda_{\sigma 1} \quad (1.74)$$

$$\Psi_1 = N_1 [\Lambda_h (N_1 i_1 + N_2 i_2) + \Lambda_{\sigma 1} N_1 i_1] \quad (1.75)$$

De même pour le circuit 2 :

$$\Psi_2 = N_2 [\Lambda_h (N_1 i_1 + N_2 i_2) + \Lambda_{\sigma 2} N_2 i_2] \quad (1.76)$$

Cette distinction entre flux commun et flux de fuite permet de faire apparaître des termes communs dans les équations des flux totalisés. Ceci est particulièrement pratique pour l'étude des machines électriques classiques. Il est en effet possible de définir des modèles équivalents simplifiés (vol. X).

1.3.13 Définitions : coefficient de couplage et coefficient de dispersion

Dans le cas d'un système caractérisé par un flux de fuite nul, on peut poser :

$$\Lambda_{\sigma 1} = \Lambda_{\sigma 2} = 0 \quad (1.77)$$

$$L_{11} = N_1^2 \Lambda_h \quad (1.78)$$

$$L_{12} = N_1 N_2 \Lambda_h \quad (1.79)$$

$$L_{22} = N_2^2 \Lambda_h \quad (1.80)$$

On peut en déduire la relation suivante :

$$L_{12} = \sqrt{L_{11} L_{22}} \quad (1.81)$$

Dans le cas général, on peut poser :

$$L_{12} \leq \sqrt{L_{11} L_{22}} \quad (1.82)$$

Le *coefficient de couplage* est le quotient de l'inductance mutuelle par l'inductance

correspondant à un couplage parfait :

$$k = \frac{L_{12}}{\sqrt{L_{11} L_{22}}} \leq 1 \quad (1.83)$$

Le *coefficient de dispersion* est défini par la relation suivante :

$$\sigma = 1 - k^2 = 1 - \frac{L_{12}^2}{L_{11} L_{22}} \leq 1 \quad (1.84)$$

1.3.14 Exemple : flux de fuite

Dans les systèmes électromagnétiques, les flux principaux circulent essentiellement dans les circuits ferromagnétiques (sect. 1.5). En revanche, les flux de fuite apparaissent principalement dans l'air. Dans ce dernier cas, la distribution des lignes de champ est souvent difficile à déterminer. Le cas d'une encoche (fig. 1.11) découpée dans du fer et contenant un bobinage parcouru par un courant est très fréquent. Il s'agit de déterminer l'inductance de fuite correspondante.

Les hypothèses suivantes sont admises :

- le vecteur densité de courant est distribué uniformément dans le milieu conducteur et dirigé selon z ;
- les lignes de champ dans l'air et dans le milieu conducteur sont dirigées selon l'axe y ;
- la perméabilité du fer est supposée infinie. Il en résulte que le champ magnétique dans le fer est nul.

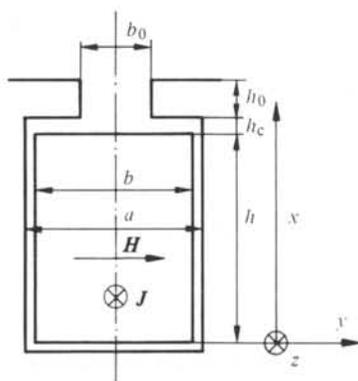


Fig. 1.11

Par la relation (1.9), on peut poser :

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{A} \quad (1.85)$$

$$H(x) a = \int_{x=0}^x J b dx \quad (1.86)$$

Pour $0 \leq x \leq h$, on a :

$$H = \frac{J b x}{a} \quad (1.87)$$

Pour $h \leq x \leq h + h_c$, on a :

$$H = \frac{J b h}{a} \quad (1.88)$$

Pour $h + h_c \leq x \leq h + h_c + h_0$, on a :

$$H = \frac{J b h}{b_0} \quad (1.89)$$

Par (1.30), l'élément de flux totalisé associé à un niveau x sur une hauteur dx peut s'écrire, pour une profondeur l :

$$d\Psi = N(x) d\Phi = N(x) B(x) l dx = N(x) H(x) \mu_0 l dx \quad (1.90)$$

Pour $0 \leq x \leq h$, le nombre de spires en fonction de la position a pour expression :

$$N(x) = N \frac{x}{h} \quad (1.91)$$

La grandeur N est le nombre total de conducteurs dans l'encoche.

On en déduit l'expression du flux totalisé :

$$\begin{aligned} \Psi &= \int_0^h N \frac{x}{h} \mu_0 J \frac{b x}{a} l dx + \int_h^{h+h_c} N \mu_0 J \frac{b h}{a} l dx \\ &\quad + \int_{h+h_c}^{h+h_c+h_0} N \mu_0 J \frac{b h}{b_0} l dx \\ &= \mu_0 N J b h l \left[\frac{h}{3a} + \frac{h_c}{a} + \frac{h_0}{b_0} \right] \end{aligned} \quad (1.92)$$

Le produit Jbh correspond au potentiel magnétique total des conducteurs. Par (1.36), on peut poser :

$$Jbh = Ni \quad (1.93)$$

Par (1.58), on peut exprimer l'inductance de fuite associée à la barre et son encoche :

$$L_{\sigma b} = \Psi / i = N^2 \mu_0 l \left[\frac{h}{3a} + \frac{h_c}{a} + \frac{h_0}{b_0} \right] \quad (1.94)$$

Cette inductance est dite inductance de fuite d'encoche.

1.3.15 Analogies entre circuits électriques et magnétiques

Par la similitude de certaines équations, des analogies peuvent être tirées entre les grandeurs associées aux circuits électriques et celles liées aux circuits magnétiques. Ces

analogies sont principalement basées sur la corrélation entre la loi d'Ohm et la relation (1.41). Cette dernière établit la proportionnalité entre le flux d'induction et le potentiel magnétique.

L'analogie, ainsi établie et résumée sous forme du tableau 1.12, facilite la compréhension de certains phénomènes et permet une transposition de méthodes de simulation. Ceci est particulièrement fréquent pour l'étude des réseaux magnétiques.

Tableau 1.12

Relation, grandeur	Circuit électrique	Circuit magnétique
Champ	E	H
Vecteur caractéristique	J	B
Relation spécifique des matériaux	$J = E/\rho = \sigma E$	$B = \mu H$
Principe de conservation de flux	$\operatorname{div} J = 0$	$\operatorname{div} B = 0$
Flux caractéristique	$i = \int_S J \, dA$	$\Phi = \int_S B \, dA$
Potentiel	$u = \oint E \, ds$	$\Theta = \oint H \, ds$ $= \int_S J \, dA = Ni$
Loi d'Ohm	$u = Ri$	$\Theta = R_m \Phi$
Résistance	$R = \int_C \frac{ds}{\sigma A}$	$R_m = \int_C \frac{ds}{\mu A}$ $\Lambda = \int_S \frac{\mu \, dA}{l} = \frac{1}{R_m}$
Éléments en série	$R_{eq} = \sum_k R_k$	$R_{meq} = \sum_k R_{mk}$
Éléments en parallèle	$R_{eq} = \frac{1}{\sum_k 1/R_k}$	$\Lambda_{eq} = \sum_k \Lambda_k$
Inductance généralisée		$L_{jp} = N_j N_p \Lambda_{jp}$
Relations de liaison		
Flux totalisé		$\sum_p L_{jp} i_p = \Psi_j = N_j \Phi_j$
Loi de la tension induite		$u_j = R_j i_j + d\Psi_j/dt$

1.3.16 Représentation équivalente : schéma magnétique

Il est usuel d'associer une représentation schématique à tout circuit électrique. On peut procéder de même avec les grandeurs magnétiques, en respectant l'analogie définie au paragraphe précédent. Les principales grandeurs caractéristiques d'un schéma magnétique équivalent sont la source de potentiel magnétique (fig. 1.13), la liaison de réluctance nulle (fig. 1.14), la réluctance ou perméance (fig. 1.15) et le flux (fig. 1.16). L'exemple traité aux paragraphes suivants illustre l'emploi du schéma associé à un circuit magnétique.

Un circuit magnétique étant linéaire, les principes de Thévenin et de Norton (sect. IV.5.4) sont applicables sans autre.

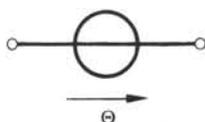


Fig. 1.13



Fig. 1.14

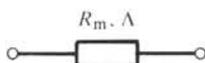


Fig. 1.15



Fig. 1.16

1.3.17 Exemple : donnée

Un électro-aimant présentant deux *entrefers* (fig. 1.17) est excité par un bobinage concentrique à la colonne centrale. Le fer présente une perméabilité relative μ_r égale à 500.

Il s'agit de déterminer l'induction dans chacun des entrefers pour un courant de 10 A circulant dans le bobinage de 120 spires.

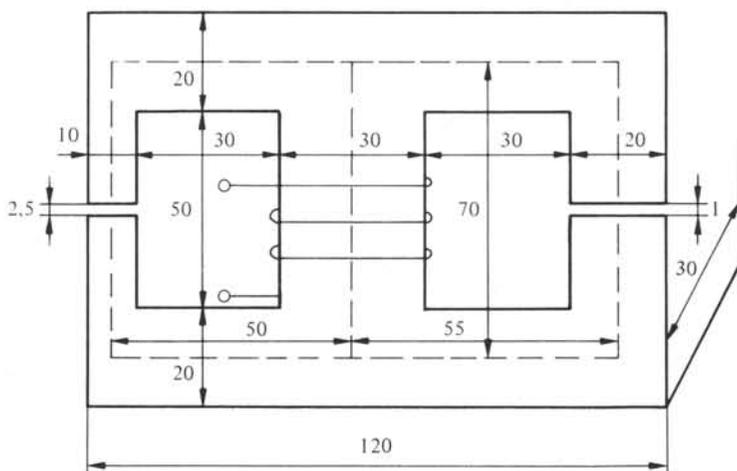


Fig. 1.17

1.3.18 Exemple : hypothèses et marche à suivre

En première approximation, les hypothèses suivantes peuvent être admises :

- la distribution de l'induction est uniforme dans chacune des sections perpendiculaires aux lignes de champ;
- la longueur des lignes de champ est définie par un trajet moyen;
- les lignes de champ forment des angles droits dans les coudes du circuit magnétique.

La marche à suivre consiste à remplacer le système par un circuit magnétique équi-

valent. Pour cela, les réluctances relatives à chaque tronçon de section constante sont déterminées. Il est ensuite possible de calculer les différents flux intervenant dans le schéma et d'en déduire les inductions correspondantes.

1.3.19 Exemple : schéma magnétique équivalent

Les figures 1.18 et 1.19 donnent la représentation du schéma magnétique équivalent. A la figure 1.18, il est superposé au circuit magnétique réel. Il est toujours avantageux de représenter le schéma équivalent selon une disposition correspondant à la géométrie du système. Les risques d'erreur sont ainsi limités.

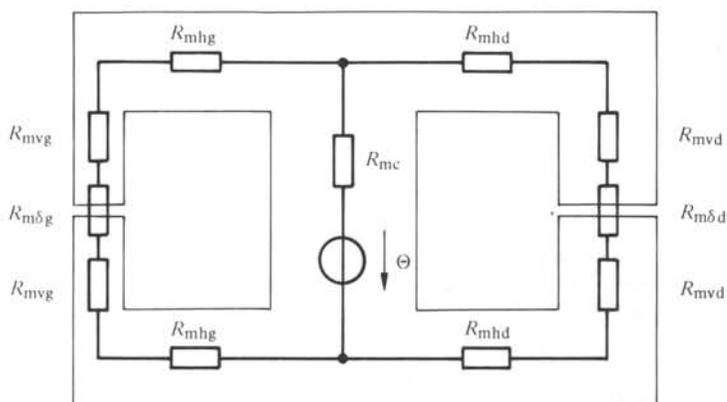


Fig. 1.18

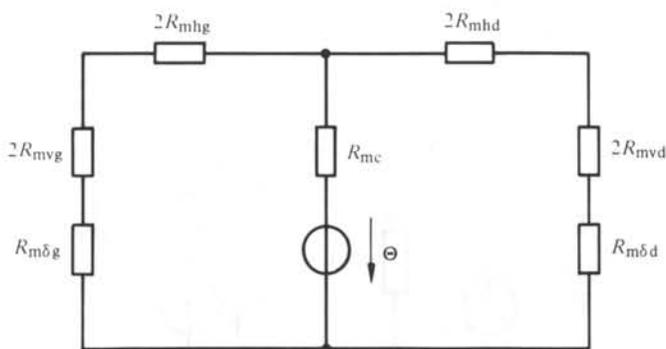


Fig. 1.19

1.3.20 Exemple : calcul des perméances

Il est a priori indifférent de recourir à des réluctances ou à des perméances. Dans le cas particulier, les éléments en série sont plus nombreux que ceux en parallèle. Il est donc plus avantageux de passer par les réluctances magnétiques. Celles-ci peuvent être déterminées en appliquant la relation (1.40). Pour une distribution uniforme de l'induc-

tion, il vient :

$$R_m = \frac{l}{\mu A}$$

Il vient ainsi :

$$R_{mc} = \frac{0,07}{500\mu_0 \cdot 0,03 \cdot 0,03} = 1,238 \cdot 10^5 \text{ H}^{-1}$$

$$R_{mhd} = \frac{0,055}{500\mu_0 \cdot 0,03 \cdot 0,02} = 1,459 \cdot 10^5$$

$$R_{mhg} = \frac{0,05}{500\mu_0 \cdot 0,03 \cdot 0,02} = 1,326 \cdot 10^5$$

$$R_{mvd} = \frac{0,0345}{500\mu_0 \cdot 0,03 \cdot 0,02} = 0,915 \cdot 10^5$$

$$R_{mvg} = \frac{0,03375}{500\mu_0 \cdot 0,03 \cdot 0,01} = 1,790 \cdot 10^5$$

$$R_{m\delta d} = \frac{0,001}{\mu_0 \cdot 0,03 \cdot 0,02} = 13,263 \cdot 10^5$$

$$R_{m\delta g} = \frac{0,0025}{\mu_0 \cdot 0,03 \cdot 0,01} = 66,315 \cdot 10^5$$

Le schéma magnétique peut se transformer en un schéma simplifié selon la figure 1.20.

$$R_{md} = 2R_{mhd} + 2R_{mvd} + R_{m\delta d} = 18,011 \cdot 10^5$$

$$R_{mg} = 2R_{mhg} + 2R_{mvg} + R_{m\delta g} = 72,548 \cdot 10^5$$

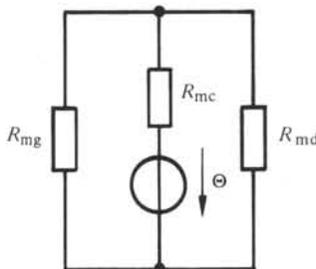


Fig. 1.20

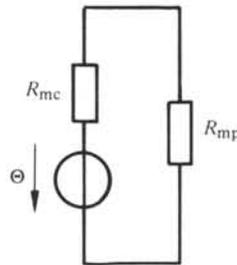


Fig. 1.21

Les réluctances R_{md} et R_{mg} sont en parallèle. On peut ainsi déterminer une réluctance équivalente R_{mp} (fig. 1.21).

$$R_{mp} = \frac{1}{1/R_{md} + 1/R_{mg}} = 14,429 \cdot 10^5$$

Les réluctances R_{mp} et R_{mc} sont en série, d'où la réluctance équivalente R_{meq} :

$$R_{meq} = R_{mc} + R_{mp} = 15,667 \cdot 10^5$$

1.3.21 Exemple : flux et inductions

Par la relation (1.41) on peut écrire :

$$\Theta = R_{meq} \Phi_c$$

$$\Phi_c = \Theta / R_{meq} = 120 \cdot 10 / 15,667 \cdot 10^5 = 7,660 \cdot 10^{-4} \text{ Vs}$$

La chute de potentiel magnétique dans la réluctance R_{mc} vaut :

$$\Theta_c = R_{mc} \cdot \Phi_c = 1,238 \cdot 10^5 \cdot 7,660 \cdot 10^{-4} = 94,82 \text{ A}$$

D'où le potentiel Θ_{gd} :

$$\Theta_{gd} = \Theta - \Theta_c = 1105,18$$

Toujours par (1.41), on peut déterminer les flux Φ_g et Φ_d :

$$\Phi_d = \Theta_{gd} / R_{md} = 1105,18 / 18,011 \cdot 10^5 = 6,136 \cdot 10^{-4}$$

$$\Phi_g = \Theta_{gd} / R_{mg} = 1105,18 / 72,548 \cdot 10^5 = 1,523 \cdot 10^{-4}$$

On peut vérifier la loi de Kirchhoff pour les flux :

$$\Phi_g + \Phi_d = \Phi_c$$

Il est maintenant possible de déterminer les inductions :

$$B_d = \Phi_d / A_d = 6,136 \cdot 10^{-4} / (0,02 \cdot 0,03) = 1,023 \text{ T}$$

$$B_g = \Phi_g / A_g = 1,523 \cdot 10^{-4} / (0,01 \cdot 0,03) = 0,508 \text{ T}$$

1.4 EFFET PELLICULAIRE

1.4.1 Définition du problème

Un circuit électrique homogène présente une distribution uniforme de la densité de courant dans une section perpendiculaire à celui-ci si le courant est continu. Ce n'est généralement pas le cas pour un courant alternatif. Pour mettre en évidence ce fait, on considérera deux cas particuliers.

Le premier s'applique à un milieu conducteur d'épaisseur e (fig. 1.22), de résistivité ρ et de perméabilité μ uniformes et constantes. Ce milieu est infini selon les directions x et y . Un courant circule dans la direction x . Il présente les caractéristiques suivantes :

- il est sinusoïdal de pulsation ω ;
- son amplitude par unité de longueur selon y est \hat{I}' .

Il s'agit de déterminer la distribution de la densité de courant selon la direction z .

1.4.2 Développement

Par hypothèse, l'équation (1.25) est applicable. De plus, seule la composante de la densité de courant selon x existe. Cette équation s'écrit alors :

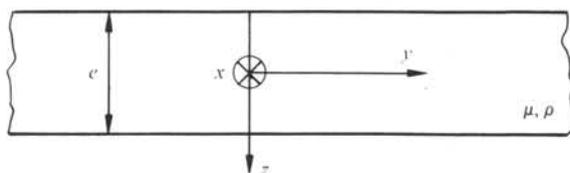


Fig. 1.22

$$\frac{\partial^2 J}{\partial z^2} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial J}{\partial t} \quad (1.95)$$

Par séparation des variables espace et temps (hypothèse à vérifier après résolution), on pose :

$$J = J(z) J(t) \quad (1.96)$$

Le courant est sinusoïdal. Par la forme de l'équation (1.95), la densité de courant l'est également. On peut appliquer le calcul complexe à la résolution de cette équation en associant un phaseur à la densité du courant :

$$\underline{J} = J(z) \exp[j\omega t + \varphi(z)] = \underline{J}(z) \exp j\omega t \quad (1.97)$$

L'équation (1.95) devient :

$$\frac{\partial^2 \underline{J}(z)}{\partial z^2} - j\omega \frac{\mu}{\rho} \underline{J}(z) = 0 \quad (1.98)$$

On en déduit la solution pour la fonction de z :

$$\underline{J}(z) = \underline{A} \exp \beta z + \underline{B} \exp (-\beta z) \quad (1.99)$$

$$\beta = \sqrt{\frac{j\omega \mu}{\rho}} = (1 + j) \sqrt{\frac{\omega \mu}{2 \rho}} = (1 + j) \alpha \quad (1.100)$$

1.4.3 Conditions aux limites

Par symétrie, on peut écrire :

$$\underline{J}(z) = \underline{J}(-z) \quad (1.101)$$

Il en résulte que :

$$\underline{A} = \underline{B} = \underline{C}/2 \quad (1.102)$$

$$\underline{J}(z) = \underline{C} \cosh \beta z \quad (1.103)$$

Le courant par unité de longueur est imposé. On a donc :

$$\left| \int_{-c/2}^{c/2} \underline{J}(z) dz \right| = \hat{I}' \quad (1.104)$$

$$2 \frac{C}{\beta} \sinh \beta \frac{e}{2} = \hat{I}' \quad (1.105)$$

$$C = \frac{\beta \hat{I}'}{2 \sinh \beta e/2} \quad (1.106)$$

La distribution de la densité de courant est ainsi donnée par la relation suivante :

$$\underline{J} = \frac{\beta \hat{I}'}{2 \sinh \beta e/2} \cosh \beta z \exp j\omega t \quad (1.107)$$

1.4.4 Répartition de la densité de courant

La figure 1.23 illustre la distribution de la densité de courant (valeur de crête) selon z pour diverses épaisseurs. L'exemple traité correspond aux données suivantes :

- milieu en cuivre;
- fréquence du courant de 50 Hz; $\hat{I}' = 1 \text{ A/m}$;
- résistivité de $20 \text{ n}\Omega\text{m}$;
- perméabilité du milieu égale à μ_0 .

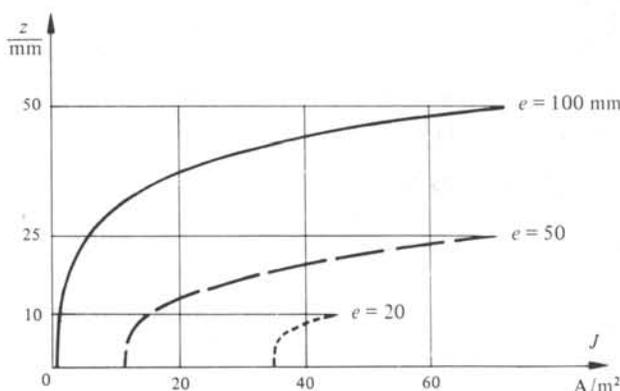


Fig. 1.23

On constate une concentration de la densité de courant en surface du milieu, d'autant plus marquée que l'épaisseur du matériau est importante ou que la fréquence est élevée (1.100). Ce phénomène est connu sous le nom d'*effet pelliculaire*. Il est avant tout caractérisé par la constante d'espace de l'exponentielle caractéristique de la relation (1.100). On définit la *profondeur de pénétration* comme l'inverse de cette constante d'espace :

$$\vartheta = 1/\alpha = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu}} \quad (1.108)$$

Cette grandeur caractérise en première approximation l'épaisseur de la couche dans laquelle se trouve concentrée la plus grande partie de la densité de courant. Pour un courant à une fréquence de 50 Hz dans le cuivre, cette profondeur est d'environ 1 cm.

1.4.5 Détermination des pertes

Il s'agit de calculer la valeur de la résistance par unité de longueur et de largeur, compte tenu de l'effet pelliculaire. Les pertes correspondantes peuvent être obtenues par l'intégration des pertes spécifiques ou par le biais du vecteur de Poynting (§ III, 5.1.1). Ce dernier vaut :

$$\underline{S} = \underline{E} \times \underline{H} \quad (1.109)$$

Le vecteur \underline{E} est déterminé par la relation (1.7). La relation (1.8) permet de déterminer le champ magnétique. On a en effet dans le cas particulier, compte tenu du sens de \underline{J} :

$$\underline{J}_x = -\partial H_y / \partial z \quad (1.110)$$

D'où l'expression du phaseur associé à \underline{H}_y :

$$\underline{H}_y = \frac{-\hat{I}'}{2 \sinh \beta e/2} \sinh \beta z \exp j\omega t \quad (1.111)$$

Le vecteur de Poynting associé à ces grandeurs vaut :

$$\underline{S} = i \underline{E}_x \times j \underline{H}_y = k \underline{S}_z \quad (1.112)$$

Le phaseur associé au vecteur de Poynting est donné par la relation (5.35) (§ III.5.2.8) :

$$\underline{S}_z = \frac{1}{2} \underline{E}_x \underline{H}_y^* \quad (1.113)$$

A la surface du milieu, pour $z = e/2$, la relation (1.113) prend la valeur suivante, compte tenu de (1.7), (1.107) et (1.111) :

$$\underline{S}_s = -\frac{1}{8} \rho \hat{I}'^2 \beta \coth \beta e/2 \quad (1.114)$$

Par symétrie, on a la relation suivante :

$$\underline{S}(z = e/2) = \underline{S}_s = -\underline{S}(z = -e/2) \quad (1.115)$$

Il en résulte pour les pertes totales dans le milieu (fig. 1.24), pour une longueur l et une largeur b :

$$\underline{P} = -2 \underline{S}_s l b \quad (1.116)$$

$$\underline{P} = \frac{1}{4} \rho \hat{I}'^2 \beta l b \coth \beta e/2 \quad (1.117)$$

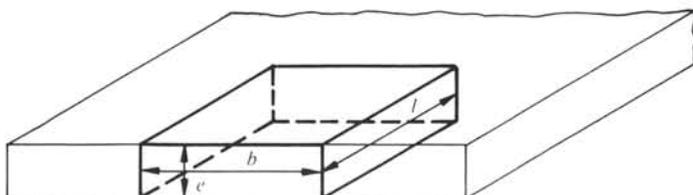


Fig. 1.24

Les pertes Joule correspondent à la partie réelle de P .

$$P_J = \operatorname{Re}(\underline{P}) \quad (1.118)$$

1.4.6 Majoration de la résistance

La résistance équivalente à un volume de longueur l et de largeur b (fig. 1.24) vaut :

$$R_{\sim} = P_J/I^2 = 2 P_J/(\hat{I}'b)^2 \quad (1.119)$$

Par les relations (1.117) et (1.118) :

$$R_{\sim} = \frac{1}{2} \frac{\rho l}{b} \operatorname{Re}(\underline{\beta} \coth \underline{\beta} e/2) \quad (1.120)$$

Pour un courant continu et une densité de courant à distribution uniforme, la résistance vaut :

$$R_- = \frac{\rho l}{be} \quad (1.121)$$

On peut définir un coefficient de majoration de la résistance k_R tel que :

$$k_R = R_{\sim}/R_- \quad (1.122)$$

Par les relations (1.120) et (1.121), ce coefficient prend la forme suivante :

$$k_R = \frac{e}{2} \operatorname{Re}(\underline{\beta} \coth \underline{\beta} e/2) \quad (1.123)$$

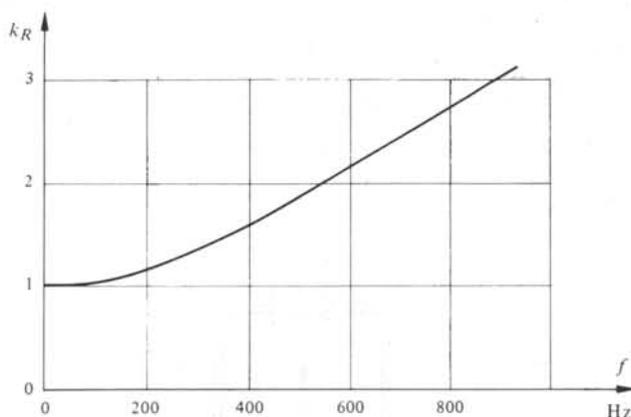


Fig. 1.25

La figure 1.25 présente l'évolution du coefficient de majoration de la résistance k_R en fonction de la fréquence, pour une épaisseur de la plaque de cuivre de 10 mm.

La figure 1.26 montre l'évolution du coefficient de majoration de la résistance k_R en fonction de l'épaisseur d'une plaque de cuivre, pour une fréquence de 50 Hz (1.123).

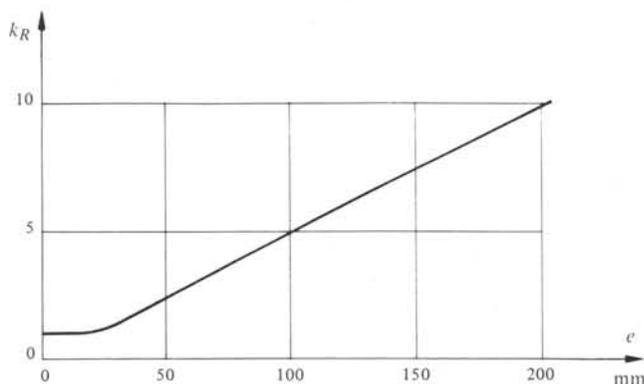


Fig. 1.26

1.4.7 Cas particulier : conducteur dans une encoche

Le second exemple traité correspond au cas d'un conducteur rectangulaire homogène, placé dans une encoche découpée dans un empilage de tôles (fig. 1.27). Le conducteur est parcouru par un courant i sinusoïdal.

$$i = \hat{I} \sin \omega t \quad (1.124)$$

On admettra les hypothèses suivantes :

- la densité de courant est fonction de z uniquement;
- la structure est infiniment longue selon x ;
- la perméabilité du fer peut être considérée comme infinie.

1.4.8 Cas particulier : développement

On peut à nouveau associer le calcul complexe aux grandeurs sinusoïdales. Les relations (1.97), (1.98), (1.99) et (1.100) restent valables. Les conditions aux limites sont différentes. Leur détermination est simplifiée par le recours au champ magnétique.

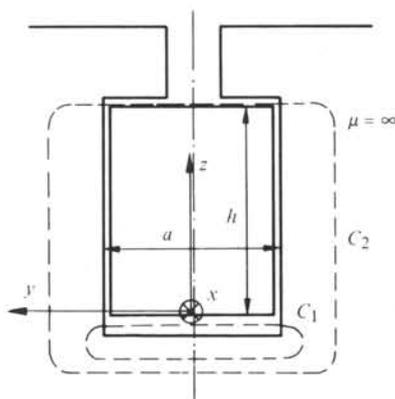


Fig. 1.27

Par la relation (1.110), on obtient :

$$\underline{H}_y(z) = - \int \underline{J}_x dz \quad (1.125)$$

$$\underline{H}_y(z) = \frac{1}{\beta} [\underline{B} \exp(-\beta z) - \underline{A} \exp \beta z] \quad (1.126)$$

Par (1.9), l'intégrale du champ magnétique le long du contour fermé C_1 (fig. 1.27) conduit à l'expression suivante :

$$\oint_{C_1} \underline{H}_y \cdot ds = \int_{S_1} \underline{J}_x \cdot dA = 0 \quad (1.127)$$

$$\underline{H}_y(z=0) = 0 \quad (1.128)$$

De même pour le contour C_2 (fig. 1.27), compte tenu des hypothèses :

$$\oint_{C_2} \underline{H}_y \cdot ds = \int_{S_2} \underline{J}_x \cdot dA = \hat{I} = H_y(z=h) a \quad (1.129)$$

$$\underline{H}_y(z=h) = \hat{I}/a \quad (1.130)$$

Il en résulte les deux relations suivantes :

$$\underline{B} - \underline{A} = 0 \quad (1.131)$$

$$\frac{1}{\beta} [\underline{B} \exp(-\beta h) - \underline{A} \exp \beta h] = \hat{I}/a \quad (1.132)$$

$$\underline{A} = \frac{-\beta \hat{I}}{2a \sinh \beta h} \quad (1.133)$$

On a ainsi :

$$\underline{J}(z) = - \frac{\beta \hat{I}}{a \sinh \beta h} \cosh \beta z \quad (1.134)$$

$$\underline{H}(z) = \frac{\hat{I}}{a \sinh \beta h} \sinh \beta z \quad (1.135)$$

Le vecteur de Poynting peut être déterminé au haut et au bas de la barre. Par (1.113), on obtient :

$$\underline{S}(z=0) = 0 \quad (1.136)$$

$$\underline{S}(z=h) = \frac{1}{2} \rho \underline{J}(h) \underline{H}^*(h) \quad (1.137)$$

La puissance dans la barre est égale au produit scalaire du vecteur de Poynting et du vecteur surface à l'abscisse $z=h$:

$$\underline{P} = \underline{S}(z=h) a l \quad (1.138)$$

La barre est caractérisée par une longueur l .

$$\underline{P} = \frac{1}{2} \rho \beta l \frac{\hat{I}^2}{a} \coth \beta h = \rho \beta l \frac{I^2}{a} \coth \beta h \quad (1.139)$$

La partie réelle de cette expression correspond aux pertes Joule dans la barre. Après développement, ce terme prend la forme suivante :

$$P_J = \frac{\rho l}{a h} I^2 \xi \frac{\cosh \xi \sinh \xi + \sin \xi \cos \xi}{\cosh^2 \xi - \cos^2 \xi} \quad (1.140)$$

La grandeur ξ , appelée *hauteur virtuelle du conducteur*, est donnée par l'expression suivante (1.100) :

$$\xi = \alpha h \quad (1.141)$$

De façon analogue au milieu conducteur de la figure 1.22, on peut définir un coefficient de majoration de la résistance k_R par la relation (1.122). Les pertes Joule pour un courant continu égal à I ont pour expression :

$$P_{J-} = \frac{\rho l}{a h} I^2 \quad (1.142)$$

D'où l'expression de k_R après développement :

$$k_R = \xi \frac{\sinh 2\xi + \sin 2\xi}{\cosh 2\xi - \cos 2\xi} \quad (1.143)$$

La figure 1.28 montre l'évolution de ce coefficient en fonction de la hauteur virtuelle ξ .

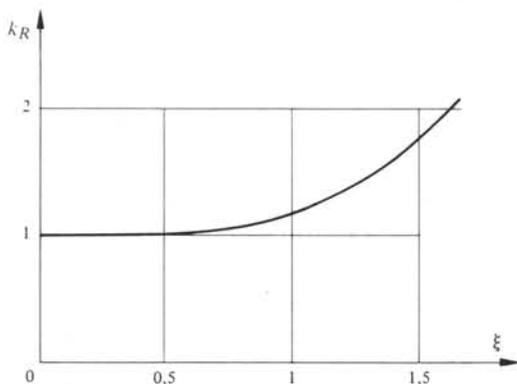


Fig. 1.28

1.5 CONSTITUTION DES CIRCUITS MAGNÉTIQUES

1.5.1 Rôle des matériaux ferromagnétiques

Par les relations (1.40) et (1.41), le flux d'induction magnétique (conséquence) est lié au potentiel magnétique (cause) et au matériau magnétique (support) :

$$\Theta = \int \frac{ds}{\mu A} \Phi \quad (1.144)$$

Pour un flux imposé, la différence de potentiel magnétique entre deux points est

d'autant plus faible que la perméabilité du circuit est élevée. Les matériaux ferromagnétiques (sect. II.3.9) tels que le fer, le nickel, le cobalt et leurs alliages, présentent des perméabilités relatives de 100 à 12000 pour de faibles inductions, alors que tous les autres matériaux ont une perméabilité relative proche de l'unité.

On a donc intérêt à recourir à ces matériaux ferromagnétiques pour la réalisation des circuits magnétiques, donc comme supports des flux. Il s'agira en général d'alliages de fer, pour des raisons économiques.

1.5.2 Rappel : non-linéarité

Les matériaux magnétiques présentent deux types de non linéarités de la caractéristique magnétique liant l'induction B au champ magnétique H (fig. 1.29) :

- la saturation;
- l'hystérésis.

Outre les difficultés de calcul inhérentes à de telles non linéarités, ces deux phénomènes limitent les possibilités d'emploi de ces matériaux.

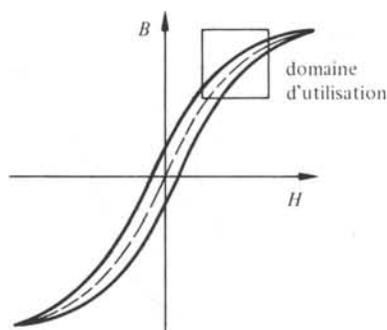


Fig. 1.29

1.5.3 Choix techniques et économiques

Lors du choix des dimensions d'un circuit magnétique, il s'agit de fixer un niveau d'induction réalisant un compromis entre les contraintes techniques et les aspects économiques. Sur le plan technique, il paraît souhaitable de travailler à un niveau d'induction inférieur à la limite de saturation située à la partie extrême du domaine linéaire de la courbe d'induction. Sur le plan économique, un niveau d'induction plus élevé entraîne une réduction du volume du fer. En contrepartie, un accroissement de potentiel magnétique est nécessaire pour compenser les chutes de potentiel supplémentaires. Un optimum apparaît donc entre les contraintes techniques (rendement) et les contraintes économiques (volume).

Pratiquement, les niveaux d'induction couramment imposés dans les circuits magnétiques sont les suivants :

- environ 1 T pour de longs trajets dans le fer;
- environ 1,2 T pour des zones telles que les pôles;
- environ 1,6 T pour les zones les plus saturées et de longueur faible telles que les dents.

1.5.4 Flux alternatif

Un flux alternatif circulant dans un milieu ferromagnétique y génère des pertes qui se traduisent par un échauffement. Ces pertes sont imputables à deux causes :

- le phénomène d'hystérésis;
- les courants induits dits *courants de Foucault*.

1.5.5 Pertes par hystérésis

Lorsque l'induction oscille alternativement entre deux valeurs maximales ($\pm \hat{B}$), la caractéristique magnétique dans le plan B - H parcourt un cycle fermé (fig. 1.30).

L'énergie par unité de volume dissipée lors de chaque cycle a pour expression (2.47) :

$$w_h = \int H dB \quad \text{J/m}^3 \quad (1.145)$$

Cette énergie spécifique correspond à la surface du cycle d'hystérésis.

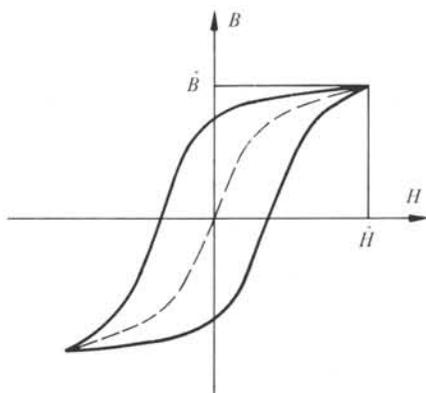


Fig. 1.30

Pour une fréquence d'alimentation f , les pertes par unité de masse ont pour valeur :

$$P'_h = w_h f / \rho \quad \text{W/kg} \quad (1.146)$$

Dans cette expression, ρ est la masse spécifique du matériau. De plus, on constate expérimentalement que ces pertes sont approximativement proportionnelles au carré de l'induction de crête :

$$P'_h \approx C'_h f \hat{B}^2 \quad \text{W/kg} \quad (1.147)$$

Le coefficient C'_h est caractéristique des pertes par hystérésis pour un matériau donné. Il s'exprime en $\text{J}/(\text{T}^2 \text{kg})$.

1.5.6 Pertes par courants de Foucault

Les matériaux ferromagnétiques sont généralement conducteurs. Cette propriété peut être caractérisée par la résistivité ρ .

Les relations (1.2) et (1.7) permettent d'écrire :

$$\operatorname{rot} J = \frac{-1}{\rho} \frac{\partial B}{\partial t} \quad (1.148)$$

Cette équation établit une relation entre un phénomène d'induction variable dans le temps et une densité de courant de circulation dans un milieu conducteur. La figure 1.31 illustre la distribution respective des lignes d'induction et des lignes du vecteur densité de courant induites.

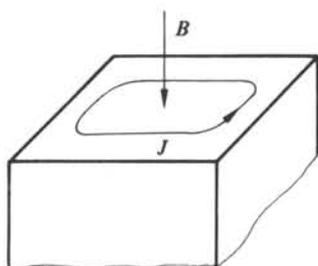


Fig. 1.31

Il résulte de cet effet des pertes Joule dont l'expression est la suivante :

$$P_J = \int_V \rho J^2 dV \quad (1.149)$$

1.5.7 Réduction des pertes par courants de Foucault

Une diminution des pertes par courants de Foucault peut être obtenue, pour une induction et une fréquence données, par une augmentation de la résistivité ρ (1.148) ou de la résistance du circuit associé au courant induit.

Deux moyens permettent de réaliser cette réduction des pertes :

- l'augmentation de la résistivité par un alliage de fer et de silicium (jusqu'à 4,8% de Si);
- l'augmentation de la résistance du circuit électrique par un fractionnement du circuit magnétique. En recourant à un empilage de tôles disposées parallèlement aux lignes d'induction (fig. 1.32), on crée un accroissement important de la résistance offerte aux lignes de courant.

Ces tôles doivent être isolées entre elles. Elles ont généralement une épaisseur de 0,25 mm à 1 mm, mais plus fréquemment de 0,5 mm. L'isolation est assurée par un vernis ou par un dépôt de silice.

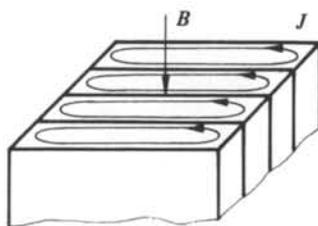


Fig. 1.32

Cette alternance de tôles, d'isolant et de jeux entraîne une réduction de la section utile de passage du flux d'induction. On la caractérise par le *coefficient de foisonnement* k_f qui exprime le quotient des sections nette et brute :

$$k_f = A_f/A_m = 0,9 \div 0,94 \quad (1.150)$$

La section A_f est la section nette de fer, alors que la section A_m est la section brute du circuit magnétique.

1.5.8 Expression des pertes par courants de Foucault

En première approximation, les pertes par courants de Foucault sont proportionnelles au carré de l'induction de crête, au carré de l'épaisseur des tôles et au carré de la fréquence. On obtient ainsi l'expression empirique suivante :

$$P'_W \approx C'_W f^2 \hat{B}^2 e^2 \quad \text{W/kg} \quad (1.151)$$

Le coefficient C'_W est spécifique du matériau. La grandeur e est l'épaisseur des tôles.

1.5.9 Expression des pertes totales dans le fer

Par les relations (1.147) et (1.151), on peut exprimer les pertes spécifiques totales dans le fer :

$$P'_{h+W} = (C'_h + C'_W e^2 f) f \hat{B}^2 \quad \text{W/kg} \quad (1.152)$$

En pratique, pour une qualité et une épaisseur de tôle données, l'expression approchée suivante, regroupant les deux effets, est utilisée :

$$P_{Fe} \approx C_p \left(\frac{f}{50} \right)^k \left(\frac{\hat{B}}{1} \right)^2 m \quad \text{W} \quad (1.153)$$

Dans cette expression, le coefficient C_p est le *chiffre de pertes*. Il est généralement compris entre 0,7 et 2,3 W/kg pour des tôles de 0,5 mm, une fréquence de 50 Hz et une induction de 1 T. L'exposant k est compris entre 1 et 2, en général de 1,5 à 1,6. La grandeur m est la masse.

CONVERSION ÉLECTROMÉCANIQUE

2.1 INTRODUCTION

2.1.1 Rôle de l'énergie électrique

L'énergie électrique est une forme secondaire d'énergie, qui ne présente que peu d'utilisations directes. En revanche, elle est une forme intermédiaire très intéressante par sa facilité de transport, sa souplesse et ses possibilités de conversion. Parmi toutes les possibilités de transformation, la forme électromécanique joue un rôle particulièrement important (fig. 2.1). D'une part, plus de 99% de la production d'énergie électrique résulte d'une conversion mécanique-électrique. D'autre part, la conversion électromécanique joue un rôle important dans des domaines aussi variés que la traction ferroviaire ou urbaine, les machines-outils, les appareils électroménagers, etc. Ce sont principalement les qualités de rendement de conversion, de souplesse et l'absence de pollution qui en font un produit technique très répandu.

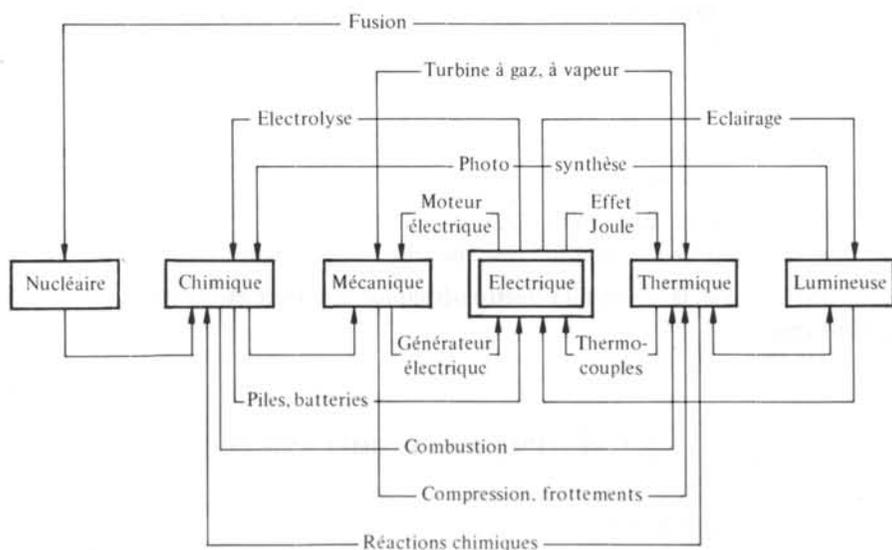


Fig. 2.1

2.1.2 Propriétés générales de la conversion électromécanique

La conversion électromécanique présente des caractères communs à la plupart de ses applications. Parmi celles-ci, on peut relever :

- le rendement énergétique généralement élevé;
- la réversibilité. Le même système permet aussi bien une conversion électromécanique qu'une transformation en sens inverse;
- l'absence de nuisances;
- la fiabilité et la durée de vie;
- la gamme étendue des puissances allant de quelques μW à plus d'un GW ;
- la possibilité d'assurer, en plus d'une conversion d'énergie, une conversion d'information (chap. 6).

Certaines contraintes limitent cependant l'emploi de ce mode de conversion. On peut citer :

- la dépendance d'un réseau d'alimentation. Il n'est que rarement possible de transporter la source d'énergie électrique (générateur, batterie d'accumulateurs, etc.) de façon indépendante, pour des systèmes de puissance importante;
- la puissance par unité de volume ou de masse est moins élevée que pour certains systèmes hydro-pneumatiques, mécaniques ou thermiques (sect. 2.11);
- les systèmes électriques présentent un danger d'électrocution pour l'homme.

2.1.3 Caractères de la conversion électromécanique

L'étude de la conversion électromécanique est basée sur le principe de conservation de l'énergie. Celui-ci fait appel à une forme intermédiaire d'énergie. Il s'agit de l'énergie électromagnétique ou de sa forme homologue, la coénergie magnétique (sect. 2.3). Une force électromécanique résulte de trois formes possibles d'interaction :

- l'interaction entre deux courants;
- l'interaction entre un courant et un circuit ferromagnétique;
- l'interaction entre un aimant permanent et un courant ou un circuit ferromagnétique.

Les diverses grandeurs associées aux systèmes électromécaniques peuvent être exprimées dans deux modèles différents :

- le tenseur de Maxwell (sect. 2.9) au niveau local;
- la dérivée de l'énergie au niveau des circuits électriques.

Par analogie, la conversion électromécanique de nature électrostatique sera également abordée.

2.2 SYSTÈME ÉLECTROMÉCANIQUE

2.2.1 Définition du système

Un système électromécanique est caractérisé par k circuits électriques repérés par l'indice j ($j = 1$ à k). On peut associer à ceux-ci autant de courants (i_j), de tensions (u_j) et de flux totalisés (Ψ_j). Ces diverses grandeurs sont liées entre elles par la relation (1.66).

Un tel système – un moteur, un relais, un dispositif de mesure – est géométriquement déformable. Il possède n degrés de liberté, caractérisés par n coordonnées généralisées x_m . Il peut s'agir d'un angle ou d'une abscisse. Ces coordonnées sont repérées par l'indice m ($m = 1$ à n).

2.2.2 Dépendance des flux totalisés et des courants

Le flux totalisé est lié aux courants par la relation (1.65) :

$$\Psi_j = \sum_{p=1}^k L_{jp} i_p = \sum_{p=1}^k N_j N_p \Lambda_{jp} i_p \quad (2.1)$$

$$\Lambda_{jp} = \int_S \frac{\mu \, dA}{l} \quad (2.2)$$

Les grandeurs l et A peuvent être des constantes du système ou des fonctions des paramètres x_m . Il en résulte la dépendance paramétrique suivante du flux totalisé :

$$\Psi_j = \Psi_j (i_1 \dots i_k, x_1 \dots x_n) \quad (2.3)$$

Réciproquement, on peut écrire pour les courants :

$$i_j = i_j (\Psi_1 \dots \Psi_k, x_1 \dots x_n) \quad (2.4)$$

2.2.3 Postulat relatif aux forces généralisées liées au système

Le système décrit est le siège de forces généralisées d'origine électromagnétique F_m . Celles-ci peuvent être des forces (F_m dans la direction x_m) ou des couples (M_m relatif à l'angle α_m).

Par analogie avec les propriétés des flux totalisés, on postulera que les forces d'origine électromagnétique sont des fonctions des courants et des coordonnées :

$$F_m = F_m (i_1 \dots i_k, x_1 \dots x_n) \quad (2.5)$$

Par (2.3), on peut également poser :

$$F_m = F_m (\Psi_1 \dots \Psi_k, x_1 \dots x_n) \quad (2.6)$$

2.3 FORME INTERMÉDIAIRE D'ÉNERGIE

2.3.1 Conversion électromécanique

Dans une transformation d'énergie électrique en énergie mécanique, il apparaît également une conversion d'énergie électrique en énergie thermique par effet Joule. Cette dernière présente un caractère irréversible. Le bilan énergétique faisant intervenir les formes électrique, mécanique et thermique n'est généralement pas équilibré, en particulier lors d'un régime transitoire. On établit plus loin (sect. 2.4 et 2.5) l'existence d'une quatrième forme d'énergie associée à la conversion électromécanique. Il s'agit de l'énergie magnétique. La figure 2.2 illustre le principe d'une conversion électromécanique, alors que la figure 2.3 présente le principe de la conversion inverse.

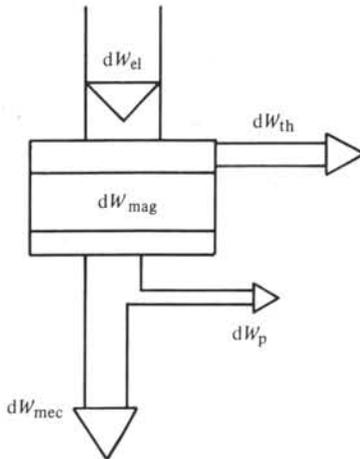


Fig. 2.2

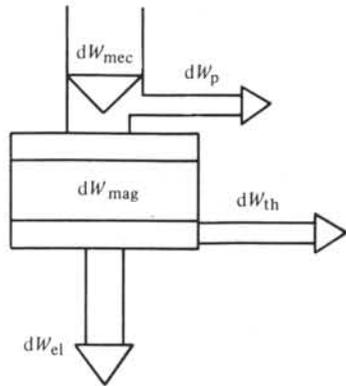


Fig. 2.3

2.3.2 Justification intuitive

On peut pressentir l'existence de cette forme intermédiaire d'énergie. En effet, de nombreuses machines électriques sont composées d'une partie fixe appelée *stator* et d'une partie tournante appelée *rotor*. Il n'existe ni liaison mécanique directe – à l'exception des paliers – ni liaison électrique entre ces deux éléments. Ils sont séparés électriquement par un espace d'air, appelé *entrefer*. Pour assurer une interaction électromécanique entre le stator et le rotor, une forme intermédiaire d'énergie est indispensable. Elle se situera essentiellement dans l'entrefer.

2.4 EXPRESSION DE LA CONSERVATION D'ÉNERGIE

2.4.1 Bilan énergétique

Compte tenu de l'existence de l'énergie magnétique, le bilan énergétique associé à la conversion électromécanique peut être explicité. Sous forme d'accroissements, il s'écrit :

$$dW_{el} = dW_{mec} + dW_{th} + dW_{mag} \quad (2.7)$$

Ces divers termes peuvent être définis et explicités comme suit :

- la variation d'énergie électrique dW_{el} avec :

$$dW_{el} = \sum_{j=1}^k u_j i_j dt \quad (2.8)$$

- la variation d'énergie mécanique dW_{mec} avec :

$$dW_{mec} = \sum_{m=1}^n F_m dx_m \quad (2.9)$$

- la variation d'énergie thermique dW_{th} avec :

$$dW_{th} = \sum_{j=1}^k R_j i_j^2 dt \quad (2.10)$$

- la variation d'énergie magnétique dW_{mag} .

2.4.2 Développement

Par la loi de la tension induite (1.66), l'expression (2.8) devient :

$$dW_{el} = \sum_{j=1}^k (R_j i_j^2 dt + d\Psi_j i_j) \quad (2.11)$$

En substituant (2.9), (2.10) et (2.11) dans (2.7), il vient :

$$\sum_{j=1}^k d\Psi_j i_j = \sum_{m=1}^n F_m dx_m + dW_{mag} \quad (2.12)$$

L'énergie magnétique peut alors s'écrire :

$$dW_{mag} = \sum_{j=1}^k d\Psi_j i_j - \sum_{m=1}^n F_m dx_m \quad (2.13)$$

La relation (2.4) permet d'exprimer le courant i_j en fonction des variables Ψ_j et x_m .
Sous forme différentielle, on obtient :

$$dW_{mag} = \sum_{j=1}^k \frac{\partial W_{mag}}{\partial \Psi_j} d\Psi_j + \sum_{m=1}^n \frac{\partial W_{mag}}{\partial x_m} dx_m \quad (2.14)$$

En substituant dans l'équation (2.13), on trouve :

$$\sum_{j=1}^k \left(\frac{\partial W_{mag}}{\partial \Psi_j} - i_j \right) d\Psi_j + \sum_{m=1}^n \left(\frac{\partial W_{mag}}{\partial x_m} + F_m \right) dx_m = 0 \quad (2.15)$$

2.4.3 Propriétés de l'énergie magnétique

Les variables Ψ_j et x_m sont indépendantes. En conséquence, les coefficients des accroissements $d\Psi_j$ et dx_m de l'expression (2.15) doivent être nuls séparément, d'où les relations :

$$\frac{\partial W_{mag}}{\partial \Psi_j} = i_j \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial W_{mag}}{\partial x_m} = -F_m \quad (2.17)$$

$$W_{mag} = W_{mag}(\Psi_1 \dots \Psi_k, x_1 \dots x_n) \quad (2.18)$$

Les relations (2.14) et (2.18) permettent de confirmer l'existence de cette forme intermédiaire d'énergie et d'en préciser certaines propriétés.

2.5 EXPRESSION DE L'ÉNERGIE MAGNÉTIQUE

2.5.1 Système au repos

Pour un système au repos (x_m constantes), les accroissements des coordonnées dx_m deviennent nuls. L'accroissement d'énergie magnétique s'écrit alors, par (2.13) :

$$dW_{\text{mag}} = \sum_{j=1}^k i_j d\Psi_j \quad (2.19)$$

On obtient ainsi l'expression de l'énergie magnétique :

$$W_{\text{mag}} = \sum_{j=1}^k \int_0^{\Psi_j} i_j d\Psi_j \quad (2.20)$$

Par (2.1), l'accroissement de flux totalisé a pour expression :

$$d\Psi_j = \sum_{p=1}^k (dL_{jp} i_p + L_{jp} di_p) \quad (2.21)$$

Pour un système au repos, l'inductance mutuelle L_{jp} ne peut varier que par la saturation ou l'hystérésis liée aux divers circuits magnétiques.

2.5.2 Hypothèse et développement : système linéaire

Pour un système non saturable, caractérisé par des perméabilités constantes, les expressions précédentes se simplifient comme suit, toujours pour un système au repos :

$$dL_{jp} = 0 \quad (2.22)$$

$$d\Psi_j = \sum_{p=1}^k L_{jp} di_p \quad (2.23)$$

En substituant dans l'équation (2.19), on obtient :

$$dW_{\text{mag}} = \sum_{j=1}^k \sum_{p=1}^k i_j L_{jp} di_p \quad (2.24)$$

Par le caractère réciproque de l'inductance mutuelle (1.64), on a :

$$dW_{\text{mag}} = \sum_{p=1}^k \sum_{j=1}^k i_p L_{pj} di_j = \frac{1}{2} d \left(\sum_{j=1}^k \sum_{p=1}^k L_{jp} i_j i_p \right) \quad (2.25)$$

$$W_{\text{mag}} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \sum_{p=1}^k L_{jp} i_j i_p \quad (2.26)$$

$$W_{\text{mag}} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \Psi_j i_j \quad (2.27)$$

Selon qu'un système électromagnétique est saturable ou non, l'énergie magnétique prend la forme de l'expression (2.20) ou (2.27). Ces deux relations permettent de définir cette énergie et d'en justifier l'existence présentée au paragraphe 2.3.1.

2.6 COÉNERGIE MAGNÉTIQUE

2.6.1 Définition : système au repos

Par symétrie de relation avec la notion d'énergie magnétique, on peut définir la *coénergie magnétique*, qui n'a pas de sens physique, mais qui présente des propriétés intéressantes. On pose, pour un système au repos :

$$dW'_{\text{mag}} = \sum_{j=1}^k \Psi_j di_j \quad (2.28)$$

D'où, pour la coénergie :

$$W'_{\text{mag}} = \sum_{j=1}^k \int_0^{i_j} \Psi_j di_j \quad (2.29)$$

2.6.2 Milieu linéaire

Dans un milieu à perméabilité constante, l'expression (2.29) peut être intégrée :

$$W'_{\text{mag}} = \sum_{j=1}^k \sum_{p=1}^k L_{jp} \int_0^{i_j} i_p di_j \quad (2.30)$$

$$W'_{\text{mag}} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \sum_{p=1}^k L_{jp} i_j i_p = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \Psi_j i_j \quad (2.31)$$

On a alors égalité de l'énergie magnétique et de la coénergie :

$$W_{\text{mag}} = W'_{\text{mag}} \quad (2.32)$$

2.6.3 Relation énergie-coénergie

Partant des relations (2.19) et (2.28), on peut écrire :

$$dW_{\text{mag}} + dW'_{\text{mag}} = \sum_{j=1}^k i_j d\Psi_j + \sum_{j=1}^k \Psi_j di_j \quad (2.33)$$

$$= \sum_{j=1}^k d(\Psi_j i_j) \quad (2.34)$$

Il en résulte pour la somme de ces deux termes :

$$W_{\text{mag}} + W'_{\text{mag}} = \sum_{j=1}^k \Psi_j i_j \quad (2.35)$$

Pour un système quelconque saturable, cette relation reste valable. La figure 2.4 illustre la répartition de ces deux grandeurs dans un plan $\Psi - i$, pour un cas saturé.

2.6.4 Développement : système en mouvement

En introduisant l'équation (2.33) dans (2.12), on peut exprimer l'accroissement de coénergie magnétique en fonction des grandeurs électriques et mécaniques pour un système en mouvement :

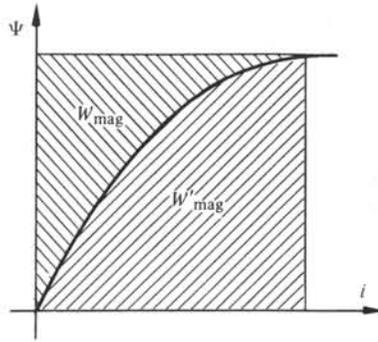


Fig. 2.4

$$dW'_{\text{mag}} = \sum_{m=1}^n F_m dx_m + \sum_{j=1}^k \Psi_j di_j \quad (2.36)$$

Sur la base des relations (2.3) et (2.29), on peut exprimer la coénergie en fonction de ses variables :

$$W'_{\text{mag}} = W'_{\text{mag}}(i_1 \dots i_k, x_1 \dots x_n) \quad (2.37)$$

$$dW'_{\text{mag}} = \sum_{j=1}^k \frac{\partial W'_{\text{mag}}}{\partial i_j} di_j + \sum_{m=1}^n \frac{\partial W'_{\text{mag}}}{\partial x_m} dx_m \quad (2.38)$$

Par substitution dans l'expression (2.36), on obtient :

$$\sum_{j=1}^k \left(\frac{\partial W'_{\text{mag}}}{\partial i_j} - \Psi_j \right) di_j + \sum_{m=1}^n \left(\frac{\partial W'_{\text{mag}}}{\partial x_m} - F_m \right) dx_m = 0 \quad (2.39)$$

2.6.5 Propriétés de la coénergie magnétique

Les variables i_j et x_m étant indépendantes, les coefficients des accroissements di_j et dx_m doivent être nuls indépendamment, d'où :

$$\frac{\partial W'_{\text{mag}}}{\partial i_j} = \Psi_j \quad (2.40)$$

$$\frac{\partial W'_{\text{mag}}}{\partial x_m} = F_m \quad (2.41)$$

Ces deux relations permettent d'exprimer le flux totalisé et la force en fonction de la coénergie magnétique.

2.7 FORMES LOCALES DE L'ÉNERGIE ET DE LA COÉNERGIE

2.7.1 Remarque

Les expressions des paragraphes précédents sont établies pour des circuits électriques, dans le modèle de Kirchhoff. C'est généralement le niveau le plus pratique et le plus efficace pour l'étude d'un système de conversion électromécanique. Il est cependant parfois plus simple de déterminer l'énergie ou la coénergie en passant par une forme locale (modèle de Maxwell), intégrée sur le volume intéressé.

2.7.2 Forme locale de l'énergie magnétique

Soit un système électromagnétique associé à un circuit électrique. On a, par (2.19), l'expression d'accroissement d'énergie magnétique associée à un circuit électrique :

$$dW_{\text{mag}} = i d\Psi = Ni d\Phi = \Theta d\Phi \quad (2.42)$$

Par les relations (1.33) et (1.34), on peut exprimer le potentiel magnétique et le flux d'induction en fonction de grandeurs vectorielles :

$$\Theta = \int_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} \quad (2.43)$$

$$d\Phi = \int_S d\mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} \quad (2.44)$$

L'expression (2.42) devient alors :

$$dW_{\text{mag}} = \int_V \mathbf{H} \cdot d\mathbf{B} \, dA \cdot ds = \int_V \mathbf{H} \cdot d\mathbf{B} \, dV \quad (2.45)$$

La figure 2.5 précise l'orientation respective des divers vecteurs.

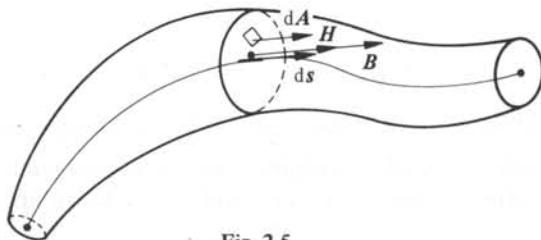


Fig. 2.5

2.7.3 Définition : énergie magnétique spécifique

La relation (2.45) permet de définir l'énergie magnétique spécifique, ou énergie magnétique par unité de volume, ainsi que son accroissement :

$$dw_{\text{mag}} = H dB \quad (2.46)$$

$$w_{\text{mag}} = \int_0^B H dB \quad (2.47)$$

2.7.4 Milieu à perméabilité constante

Pour un milieu à perméabilité constante, les relations se simplifient comme suit :

$$dB = \mu dH \quad (2.48)$$

$$dw_{\text{mag}} = \mu H dH \quad (2.49)$$

$$w_{\text{mag}} = \frac{1}{2} \mu H^2 = \frac{1}{2} B^2 / \mu = \frac{1}{2} BH \quad (2.50)$$

2.7.5 Coénergie magnétique spécifique

Les divers développements effectués pour aboutir à l'énergie magnétique spécifique peuvent être transposés au cas de la coénergie. On obtient ainsi les expressions suivantes :

$$dW'_{\text{mag}} = \int_V B \, dH \, dV \quad (2.51)$$

$$d w'_{\text{mag}} = B \, dH \quad (2.52)$$

$$w'_{\text{mag}} = \int_0^H B \, dH \quad (2.53)$$

Pour un milieu non saturable, on obtient à nouveau l'égalité de l'énergie et de la coénergie spécifiques :

$$w'_{\text{mag}} = \frac{1}{2} BH = w_{\text{mag}} \quad (2.54)$$

2.8. FORCES GÉNÉRALISÉES

2.8.1 Rappel

Les relations (2.17) et (2.41) donnent deux expressions des forces généralisées (force ou couple) créées par un système électromagnétique :

$$F_m = - \partial W_{\text{mag}} (\Psi, x) / \partial x_m = \partial W'_{\text{mag}} (i, x) / \partial x_m \quad (2.55)$$

On peut remplacer les dérivées partielles par des dérivées totales en fixant les autres variables :

$$F_m = - dW_{\text{mag}} / dx_m |_{\Psi_j = \text{constante}} = dW'_{\text{mag}} / dx_m |_{i_j = \text{constante}} \quad (2.56)$$

L'expression relative à la coénergie est généralement d'un usage plus pratique. En effet, il est plus simple de maintenir un courant constant dans un circuit que d'y imposer un flux.

2.8.2 Développement : force généralisée

Par les relations (2.56) et (2.29), on a :

$$F_m = \sum_{j=1}^k \int_0^{i_j} \frac{\partial \Psi_j}{\partial x_m} \, di_j \quad (2.57)$$

$$F_m = \sum_{j=1}^k \sum_{p=1}^k \int_0^{i_j} \frac{\partial L_{jp}}{\partial x_m} \, i_p \, di_j \quad (2.58)$$

C'est l'expression de la *force généralisée* dans le cas d'un milieu quelconque.

2.8.3 Force généralisée dans un système linéaire

Pour un système linéaire (milieu non saturable), les expressions se simplifient comme suit :

$$W'_{\text{mag}} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \Psi_j \, i_j \quad (2.59)$$

$$F_m = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \frac{\partial \Psi_j}{\partial x_m} \, i_j \quad (2.60)$$

$$F_m = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \sum_{p=1}^k \frac{dL_{jp}}{dx_m} i_j i_p \quad (2.61)$$

Pour un système tournant, le couple correspondant s'écrit :

$$M_m = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \sum_{p=1}^k \frac{dL_{jp}}{d\alpha_m} i_j i_p \quad (2.62)$$

2.8.4 Variante

L'inductance mutuelle peut être décomposée en ses termes constituants, soit :

$$L_{jp} = N_j N_p \Lambda_{jp} \quad (2.63)$$

$$F_m = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \sum_{p=1}^k \frac{d\Lambda_{jp}}{dx_m} N_j i_j N_p i_p \quad (2.64)$$

$$F_m = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \sum_{p=1}^k \frac{d\Lambda_{jp}}{dx_m} \Theta_j \Theta_p \quad (2.65)$$

2.8.5 Commentaire

Les relations (2.61) et (2.65) montrent qu'il apparaît une force généralisée d'origine électromagnétique dès qu'un système est le siège de courants et qu'une déformation (réelle ou virtuelle) produit une variation de la perméance de l'un des circuits magnétiques.

2.8.6 Définition : système réluctant

Lorsqu'un système ne comporte qu'un seul circuit électrique ou un ensemble de circuits non couplés, on est conduit à l'expression :

$$F_m = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \frac{dL_j}{dx_m} i_j^2 \quad (2.66)$$

Un tel convertisseur électromécanique est alors qualifié de *système réluctant* ou à *réluctance variable*. De nombreux systèmes – tels qu'électro-aimants, relais, pousseurs, etc. – sont de ce type (chap. 7).

2.9 TENSEUR DE MAXWELL

2.9.1 Introduction

Les relations (2.61) et (2.65) permettent de déterminer les forces généralisées agissant sur un système électromagnétique, en partant des perméances ou inductances des divers circuits électriques.

Elles présentent cependant un inconvénient pour des structures géométriques complexes. En effet, la nécessité de dériver les perméances des divers circuits rend cette opération très peu précise lors d'un calcul numérique. Par ailleurs, ces relations ne sont pas utilisables sans autre pour des milieux saturables.

Le tenseur de Maxwell permet de détourner ces difficultés.

2.9.2 Forme locale de l'équation de Laplace

L'équation de Laplace (sect. III.2.1) découle des équations de Maxwell. Elle donne l'expression de la force s'exerçant sur un conducteur idéal placé dans un champ d'induction magnétique (fig. 2.6) :

$$d\mathbf{F} = i d\mathbf{l} \times \mathbf{B} \quad (2.67)$$

Cette équation peut être exprimée sous forme locale. Soit f la force par unité de volume :

$$f = d\mathbf{F}/dV \quad (2.68)$$

$$f = \frac{i d\mathbf{l} \times \mathbf{B}}{A dl} = J \frac{d\mathbf{l}}{dl} \times \mathbf{B} \quad (2.69)$$

Les vecteurs $d\mathbf{l}$ et J étant parallèles, on peut poser :

$$f = J \times \mathbf{B} \quad (2.70)$$

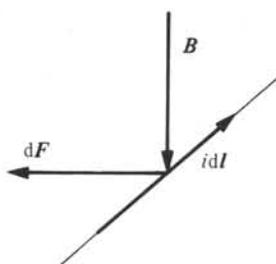


Fig. 2.6

2.9.3 Développement

En partant de la relation (2.70), on peut effectuer les changements d'écriture suivants :

$$f = J \times \mu H = \mu J \times H \quad (2.71)$$

$$f = \mu \text{rot } H \times H \quad (2.72)$$

En recourant à la notation faisant appel au symbole nabla ∇ (§ III.1.2.1), on peut écrire :

$$f = \mu (\nabla \times H) \times H \quad (2.73)$$

$$f = \mu (H \cdot \nabla) H - \frac{1}{2} \mu \nabla (H \cdot H) \quad (2.74)$$

L'équivalence entre ces deux dernières relations est démontrée dans la référence [6].

Pour la coordonnée x , la relation (2.74) devient :

$$f_x = \mu \left[H_x \frac{\partial H_x}{\partial x} + H_y \frac{\partial H_x}{\partial y} + H_z \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (H_x^2 + H_y^2 + H_z^2) \right] \quad (2.75)$$

Afin de condenser l'écriture, le changement de notation suivant est proposé :

$$x_1 = x ; \quad x_2 = y ; \quad x_3 = z \quad (2.76)$$

$$f_1 = f_x ; \quad f_2 = f_y ; \quad f_3 = f_z \quad (2.77)$$

Dans ces conditions, la relation (2.75) peut s'étendre aux trois coordonnées et devient :

$$f_m = \mu \left(\sum_{n=1}^3 H_n \frac{\partial H_m}{\partial x_n} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_m} H^2 \right) \quad (2.78)$$

Dans cette dernière expression, la grandeur H^2 est donnée par la relation :

$$H^2 = H_1^2 + H_2^2 + H_3^2 \quad (2.79)$$

On définit le coefficient δ_{mn} tel que :

$$\delta_{mn} = \begin{cases} 1 & \text{si } m = n \\ 0 & \text{si } m \neq n \end{cases} \quad (2.80)$$

On peut alors écrire :

$$f_m = \mu \sum_{n=1}^3 \left[\frac{\partial}{\partial x_n} \left(H_n H_m - \frac{1}{2} \delta_{mn} H^2 \right) - H_m \frac{\partial H_n}{\partial x_n} \right] \quad (2.81)$$

2.9.4 Hypothèse : milieu non saturable

Pour un milieu non saturable, le dernier terme de l'équation (2.81) peut s'écrire :

$$\mu \sum_{n=1}^3 H_m \frac{\partial H_n}{\partial x_n} = \sum_{n=1}^3 H_m \frac{\partial (\mu H_n)}{\partial x_n} = H_m \operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \quad (2.82)$$

L'expression de la composante de force spécifique se simplifie alors comme suit :

$$f_m = \mu \sum_{n=1}^3 \left[\frac{\partial}{\partial x_n} \left(H_n H_m - \frac{1}{2} \delta_{mn} H^2 \right) \right] \quad (2.83)$$

2.9.5 Définition : tenseur de Maxwell

Le *tenseur de Maxwell* est défini par le biais de ses composantes τ_{mn} . Celles-ci sont caractérisées comme suit :

$$\tau_{mn} = \mu \left(H_n H_m - \frac{1}{2} \delta_{mn} H^2 \right) \quad \text{N/m}^2 \quad (2.84)$$

En remplaçant dans (2.83), on obtient :

$$f_m = \sum_{n=1}^3 \frac{\partial \tau_{mn}}{\partial x_n} = \operatorname{div} \mathbf{T}_m \quad (2.85)$$

Le vecteur \mathbf{T}_m est constitué de 3 composantes du tenseur de Maxwell :

$$\mathbf{T}_m = i\tau_{m1} + j\tau_{m2} + k\tau_{m3} \quad (2.86)$$

Le tenseur de Maxwell peut alors prendre la forme suivante :

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \tau_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i \\ j \\ k \end{pmatrix} \quad (2.87)$$

2.9.6 Analogie avec le tenseur des contraintes

En résistance des matériaux, on définit un tenseur des contraintes. Une analogie existe entre celui-ci et le tenseur de Maxwell. Dans les deux cas, les composantes ont pour dimension des pressions (N/m^2). Les termes τ_{mm} sont comparables aux contraintes normales. Les termes τ_{mn} ($m \neq n$) sont assimilables aux contraintes de cisaillement [30]. Ainsi qu'il en est fait mention au paragraphe 2.9.9, la différence réside dans le fait que le tenseur de Maxwell est défini en surface d'un volume, alors que le tenseur des contraintes est défini en tout point d'un volume.

2.9.7 Détermination des forces par le tenseur de Maxwell

Les forces s'exerçant sur un volume sont déterminées par les relations suivantes, résultant de l'expression (2.85) :

$$F_m = \int_V f_m \, dV = \int_V \text{div } T_m \, dV \quad (2.88)$$

Par le théorème de la divergence, on obtient :

$$F_m = \oint_S T_m \cdot dA \quad (2.89)$$

Les forces électromagnétiques s'exerçant sur un volume peuvent être déterminées à partir des composantes du tenseur de Maxwell. Ces dernières font intervenir le champ magnétique et la perméabilité en surface (à l'extérieur du volume) du milieu considéré. Le fait de recourir à une intégrale de surface est un avantage dans le cas d'un calcul numérique. Néanmoins, certaines précautions sont à prendre quant aux hypothèses relatives à la distribution du champ magnétique. Celles-ci seront décrites au paragraphe 2.9.13.

2.9.8 Mobile placé dans un milieu saturable

Pour un système électromécanique comprenant une partie mobile placée dans un milieu saturable – cas très rare de certains liquides comprenant de la limaille de fer en suspension – l'expression du tenseur de Maxwell est modifiée comme suit, en remplacement de la relation (2.84) [25] :

$$\tau_{mn} = \mu H_n H_m - \delta_{mn} \int_0^H B \, dH \quad (2.90)$$

La relation (2.89) reste valable.

2.9.9 Rôle des hypothèses et limites d'utilisation

Pour mettre en évidence certaines précautions à prendre dans l'utilisation de la technique du tenseur de Maxwell, on recourra à l'exemple d'un élément à réluctance variable à deux degrés de liberté. Le système est défini par la figure 2.7. Il permet d'exercer simultanément une force d'attraction verticale et une force de centrage latérale. Un tel système est envisagé pour la sustentation magnétique et le guidage de certains trains à très grande vitesse (fig. 2.8).

L'étude des forces s'exerçant sur un tel système implique la connaissance de la distribution des lignes de champ dans l'entrefer. Devant la difficulté de la détermination exacte de celles-ci, on recourt fréquemment à des hypothèses simplificatrices.

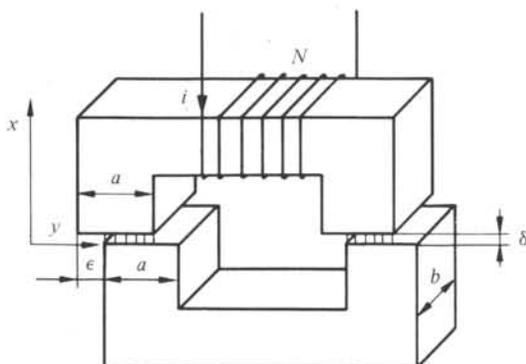


Fig. 2.7

2.9.10 Hypothèses

Pour le cas particulier de la figure 2.7, les hypothèses suivantes seront admises :

- les lignes de champ n'apparaissent que dans la zone d'entrefer minimum et sont dirigées selon x ;
- la perméabilité du fer est infinie.

2.9.11 Détermination des forces par la dérivée de l'énergie

Par la relation (1.55), la perméance d'entrefer s'écrit, compte tenu des hypothèses :

$$\Lambda = \frac{\mu_0 b (a - \epsilon)}{2 \delta} \quad (2.91)$$

Par la relation (2.65), on en déduit les forces dans les directions x et y :

$$F_x = \frac{1}{2} \frac{d\Lambda}{d\delta} (Ni)^2 = -\frac{1}{4} \frac{\mu_0 b (a - \epsilon)}{\delta^2} (Ni)^2 \quad (2.92)$$

$$F_y = \frac{1}{2} \frac{d\Lambda}{d\epsilon} (Ni)^2 = -\frac{\mu_0 b}{4 \delta} (Ni)^2 \quad (2.93)$$

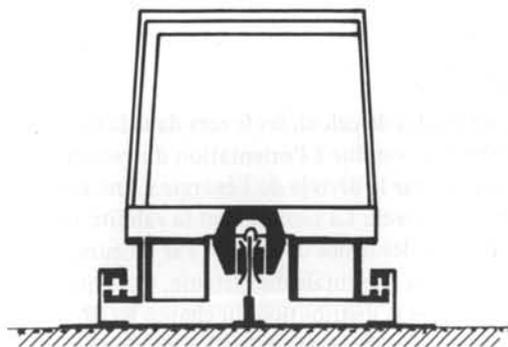


Fig. 2.8

2.9.12 Détermination des forces par le tenseur de Maxwell

Compte tenu du caractère unidirectionnel des lignes de champ, le tenseur de Maxwell ne présente que trois composantes, par les relations (2.84) et (2.86) :

$$H_y = H_z = 0 \quad (2.94)$$

$$T_x = i\tau_{xx} = i\frac{1}{2}\mu_0 H_x^2 \quad (2.95)$$

$$T_y = j\tau_{yy} = -j\frac{1}{2}\mu_0 H_x^2 \quad (2.96)$$

$$T_z = k\tau_{zz} = -k\frac{1}{2}\mu_0 H_x^2 \quad (2.97)$$

Par la relation (1.9), le champ magnétique H_x peut être déterminé :

$$H_x = \frac{N i}{2 \delta} \quad (2.98)$$

La composante de la force selon la direction x , qui s'exerce sur la partie inférieure, devient par (2.89) :

$$F_x = \frac{1}{2}\mu_0 H_x^2 A \quad (2.99)$$

$$A = 2 b (a - \epsilon) \quad (2.100)$$

$$F_x = \frac{1}{4}\mu_0 \frac{b (a - \epsilon)}{\delta^2} (N i)^2 \quad (2.101)$$

De même, la force dans la direction y s'écrit :

$$F_y = \oint_S j \tau_{yy} \cdot dA \quad (2.102)$$

Dans les zones où le champ magnétique n'est pas nul, les vecteurs j et dA sont perpendiculaires. En conséquence, leur produit scalaire est nul. On obtient ainsi pour la force correspondante :

$$F_y = 0 \quad (2.103)$$

2.9.13 Discussion

Par les deux méthodes de calcul, les forces dans la direction x sont identiques, au signe près. Cette différence est due à l'orientation du vecteur surface. En revanche, si la force latérale déterminée par la dérivée de l'énergie a une valeur bien précise, elle est nulle par le tenseur de Maxwell. La cause en est la validité très limitée de l'hypothèse concernant la distribution des lignes de champ. Par ailleurs, la méthode de la dérivée de l'énergie fait intervenir l'énergie totale du système, alors que le tenseur de Maxwell ne prend en considération que la distribution du champ au niveau d'une surface.

L'utilisation du tenseur de Maxwell implique donc une connaissance précise, compatible avec les équations de Maxwell, de la distribution des lignes de champ.

2.9.14 Développement

Soit un élément de surface dA sur lequel un champ magnétique H aboutit. Ce champ forme un angle α avec la normale à l'élément de surface (fig. 2.9). Le champ magnétique peut être décomposé en deux termes, H_n normal à la surface et H_t tangentiel.

$$H = H_n + H_t \quad (2.104)$$

La direction normale coïncide avec l'axe z d'un système de coordonnées cartésien.

Par (2.84) et (2.89), il vient :

$$dF_z = \mu \left[H_z^2 - \frac{1}{2} (H_x^2 + H_y^2 + H_z^2) \right] dA \quad (2.105)$$

$$= \frac{1}{2} \mu (H_z^2 - H_x^2 - H_y^2) dA \quad (2.106)$$

$$dF_x = \mu H_x H_z dA \quad (2.107)$$

$$dF_y = \mu H_y H_z dA \quad (2.108)$$

Il en résulte une formulation beaucoup plus pratique que celle des relations (2.84), (2.87) et (2.89) :

$$dF_n = \frac{1}{2} \mu (H_n^2 - H_t^2) dA \quad (2.109)$$

$$dF_t = \sqrt{dF_x^2 + dF_y^2} = \mu H_n H_t dA \quad (2.110)$$

L'angle α est caractérisé par la relation :

$$\tan \alpha = H_t / H_n \quad (2.111)$$

L'angle β entre la normale à la surface et la force dF résultante (fig. 2.10) est défini par la relation :

$$\tan \beta = dF_t / dF_n \quad (2.112)$$

$$\tan \beta = \frac{2 H_n H_t}{H_n^2 - H_t^2} = \frac{2 H_t / H_n}{1 - (H_t / H_n)^2} = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \tan 2\alpha \quad (2.113)$$

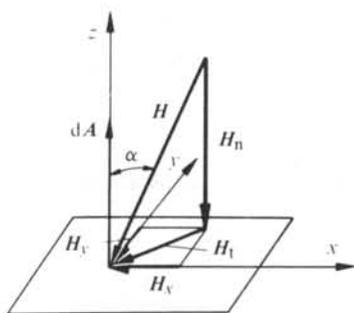


Fig. 2.9

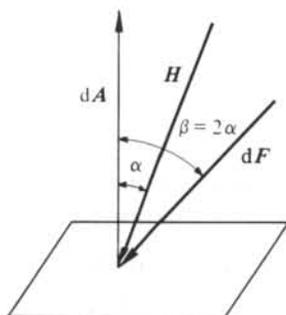


Fig. 2.10

2.9.15 Propriété

La force s'exerçant sur un élément de surface séparant deux milieux forme, avec la normale à cette surface, un angle double de celui que forme le champ magnétique avec cette même normale.

2.10 SYSTÈME ÉLECTROSTATIQUE

2.10.1 Définition du système

Un système électrostatique de conversion d'énergie électromécanique est formé d'un ensemble de sources de tension alimentant un ensemble de circuits électriques capacitifs déformables. Un exemple simple peut être donné par un condensateur plan dont une des plaques est mobile (fig. 2.11).

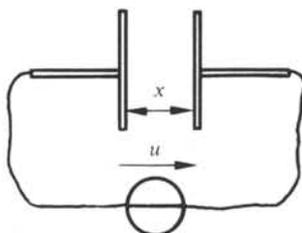


Fig. 2.11

De façon générale, les systèmes électromécaniques de caractère électrostatique présentent moins d'intérêt que les systèmes électromagnétiques, par suite d'une puissance spécifique très faible (sect. 2.11). En conséquence, seules les principales relations spécifiques à ce mode de conversion seront données.

2.10.2 Dépendance des charges et des tensions

Les charges électriques et les tensions associées à un ensemble de circuits capacitifs sont liées par la relation suivante (sect. I.2.2) :

$$Q_j = \sum_{p=1}^k C_{jp} u_p \quad (2.114)$$

La grandeur C_{jp} est la capacité généralisée ou mutuelle entre le circuit j et le circuit p .

On peut donc écrire :

$$Q_j = Q_j(u_1 \dots u_k, x_1 \dots x_n) \quad (2.115)$$

$$u_j = u_j(Q_1 \dots Q_k, x_1 \dots x_n) \quad (2.116)$$

On peut donc postuler que les forces d'origine électrostatique F_{es} sont également des fonctions des mêmes variables :

$$F_{es} = F_{es}(u_1 \dots u_k, x_1 \dots x_n) \quad (2.117)$$

$$F_{es} = F_{es}(Q_1 \dots Q_k, x_1 \dots x_n) \quad (2.118)$$

2.10.3 Énergie électrostatique

De façon analogue au cas de la conversion électromagnétique, on suppose l'existence d'une forme intermédiaire d'énergie, l'énergie électrostatique. Celle-ci se situe dans l'espace situé entre les plaques d'un condensateur. Elle prend la forme paramétrique

suivante :

$$W_{es} = W_{es}(u_1 \dots u_k, x_1 \dots x_n) \quad (2.119)$$

$$W_{es} = W_{es}(Q_1 \dots Q_k, x_1 \dots x_n) \quad (2.120)$$

2.10.4 Bilan énergétique

Le principe de conservation de l'énergie permet d'écrire :

$$dW_{el} = dW_{mec} + dW_{es} + dW_{th} \quad (2.121)$$

Ces divers termes peuvent être définis et explicités comme suit :

- la variation d'énergie électrique dW_{el} avec :

$$dW_{el} = \sum_{j=1}^k u_j i_j dt \quad (2.122)$$

- la variation d'énergie mécanique dW_{mec} avec :

$$dW_{mec} = \sum_{m=1}^n F_m dx_m \quad (2.123)$$

- la variation d'énergie thermique avec :

$$dW_{th} = \sum_{j=1}^k \frac{u_j^2}{R_j} dt \quad (2.124)$$

- la variation d'énergie électrostatique dW_{es} .

Le circuit électrique associé à une source de tension peut être décomposé en une résistance en parallèle avec celle-ci et en un ensemble de capacités généralisées. On obtient ainsi :

$$dW_{el} = \sum_{j=1}^k \left(\frac{u_j^2}{R_j} dt + u_j dQ_j \right) \quad (2.125)$$

Le bilan de la relation (2.121) devient ainsi :

$$\sum_{j=1}^k u_j dQ_j = dW_{es} + \sum_{m=1}^n F_m dx_m \quad (2.126)$$

Par la relation (2.120), on peut exprimer l'énergie électrostatique en termes d'accroissement :

$$dW_{es} = \sum_{j=1}^k \frac{\partial W_{es}}{\partial Q_j} dQ_j + \sum_{m=1}^n \frac{\partial W_{es}}{\partial x_m} dx_m \quad (2.127)$$

En introduisant cette expression dans la relation (2.126), on obtient :

$$\frac{\partial W_{es}}{\partial Q_j} = u_j \quad (2.128)$$

$$\frac{\partial W_{es}}{\partial x_m} = -F_m \quad (2.129)$$

Ces deux relations permettent de définir tensions et forces à partir de l'énergie électrostatique et de confirmer l'existence de cette dernière.

2.10.5 Système au repos

Pour un système au repos ($dx_m = 0$), on peut écrire :

$$dW_{es} = \sum_{j=1}^k u_j dQ_j \quad (2.130)$$

$$W_{es} = \sum_{j=1}^k \int_0^{Q_j} u_j dQ_j \quad (2.131)$$

Pour un système linéaire — à permittivités constantes — on peut poser par (2.114) :

$$dW_{es} = \sum_{j=1}^k u_j \sum_{p=1}^k C_{jp} du_p \quad (2.132)$$

$$W_{es} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \sum_{p=1}^k C_{jp} u_j u_p \quad (2.133)$$

2.10.6 Coénergie électrostatique

Toujours par analogie avec un système électromagnétique, on peut définir la *co-énergie électrostatique* comme suit :

$$dW'_{es} = \sum_{j=1}^k Q_j du_j \quad (2.134)$$

$$W'_{es} = \sum_{j=1}^k \int_0^{u_j} Q_j du_j \quad (2.135)$$

$$W'_{es} = \sum_{j=1}^k u_j Q_j - W_{es} \quad (2.136)$$

Pour un système linéaire, on obtient :

$$W'_{es} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k u_j Q_j = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \sum_{p=1}^k C_{jp} u_j u_p = W_{es} \quad (2.137)$$

On peut également dégager les deux propriétés suivantes :

$$\partial W'_{es} / \partial u_j = Q_j \quad (2.138)$$

$$\partial W'_{es} / \partial x_m = F_m \quad (2.139)$$

Cette dernière relation est d'un emploi plus pratique que la relation (2.129).

2.10.7 Forces généralisées

Par (2.135) et (2.139), on a :

$$F_m = \sum_{j=1}^k \int_0^{u_j} \frac{\partial Q_j}{\partial x_m} du_j \quad (2.140)$$

Par (2.114), il vient :

$$F_m = \sum_{j=1}^k \sum_{p=1}^k \int_0^{u_j} \frac{\partial C_{jp}}{\partial x_m} u_p \, du_j \quad (2.141)$$

Cette expression permet de déterminer pratiquement une force (ou un couple) d'origine électrostatique. Dans le cas d'un système linéaire, on obtient :

$$F_m = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \sum_{p=1}^k \frac{\partial C_{jp}}{\partial x_m} u_j u_p \quad (2.142)$$

2.10.8 Forme locale de l'énergie électrostatique

Par un processus semblable à celui utilisé pour l'énergie électromagnétique, on peut exprimer l'énergie électrostatique spécifique (par unité de volume) sous forme locale. On peut écrire (§ 1.2.2.9) :

$$u_j = \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \quad (2.143)$$

Sous sa forme générale, l'équation (1.4) peut s'écrire :

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = dQ/dV \quad (2.144)$$

Par le théorème de la divergence, il vient :

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} = \int_V \frac{dQ}{dV} dV = Q \quad (2.145)$$

$$dQ = \oint_S d\mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} \quad (2.146)$$

L'équation (2.130) devient alors :

$$dW_{es} = \int_V \mathbf{E} \cdot d\mathbf{D} dV \quad (2.147)$$

Sous forme spécifique (par unité de volume), il vient :

$$dw_{es} = \mathbf{E} \cdot d\mathbf{D} = E dD \quad (2.148)$$

$$w_{es} = \int_0^D E dD \quad (2.149)$$

De même, on obtient pour la coénergie électrostatique :

$$dw'_{es} = D dE \quad (2.150)$$

$$w'_{es} = \int_0^E D dE \quad (2.151)$$

Pour un système à permittivités constantes, on obtient :

$$w_{es} = w'_{es} = \frac{1}{2} \epsilon E^2 = \frac{1}{2} D^2/\epsilon = \frac{1}{2} ED \quad (2.152)$$

2.10.9 Tenseur électrostatique

Par analogie au cas d'un système électromagnétique, il est possible de définir un *tenseur électrostatique*. Le développement relatif à sa détermination est semblable à celui décrit au paragraphe 2.9.3. On obtient alors pour les divers termes de ce tenseur, par analogie avec (2.84), pour un cas linéaire :

$$\tau_{emn} = \epsilon \left(E_n E_m - \frac{1}{2} \delta_{mn} E^2 \right) \quad (2.153)$$

Par (2.86) :

$$T_{em} = i \tau_{em1} + j \tau_{em2} + k \tau_{em3} \quad (2.154)$$

La force dans la direction m s'obtient par la relation (2.89) :

$$F_{em} = \oint_S T_{em} \cdot dA \quad (2.155)$$

2.11 DOMAINES D'APPLICATION ET LIMITES DES SYSTÈMES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

2.11.1 Éléments de comparaison

Pour mieux définir les limites et les domaines d'application des convertisseurs électromagnétiques, on procédera à une comparaison entre trois systèmes de génération d'énergie mécanique, soit les systèmes :

- hydropneumatiques (fig. 2.12);
- électrostatiques (fig. 2.13);
- électromagnétiques (fig. 2.14).

On peut définir pour chacun des cas un convertisseur élémentaire permettant de générer une force de translation.

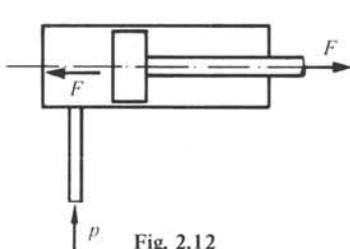


Fig. 2.12

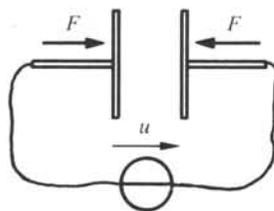


Fig. 2.13

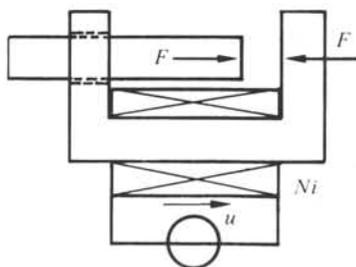


Fig. 2.14

2.11.2 Grandeur caractéristique : énergie spécifique

Pour chacun des systèmes définis, les performances peuvent être caractérisées par l'énergie par unité de volume dans la partie active du convertisseur.

$$w = W/V_a \quad \text{J/m}^3 \text{ ou N/m}^2 \quad (2.156)$$

La grandeur V_a représente le volume actif du système. Il s'agit du domaine dans lequel on trouve respectivement les énergies potentielle de pression, électrostatique ou électromagnétique.

2.11.3 Expression de l'énergie spécifique

Pour un système hydropneumatique, l'énergie spécifique est la pression interne du système :

$$w_p = p \quad (2.157)$$

Pour un condensateur dans l'air, on a par (2.152) :

$$w_{es} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \quad (2.158)$$

Pour un système électromagnétique dans l'air, on a par (2.50) :

$$w_{mag} = \frac{1}{2} B^2/\mu_0 \quad (2.159)$$

Pour chacun de ces cas, une valeur limite est imposée par les caractéristiques des matériaux utilisés, que ce soit au niveau de l'espace déformable ou de la structure du système.

Pour la pression p , on peut admettre une valeur limite de l'ordre de 400 bar, compatible avec les matériaux utilisés :

$$\hat{w}_p = 4 \cdot 10^7 \text{ J/m}^3 \quad (2.160)$$

Pour un système électrostatique, c'est le champ électrique disruptif de l'air qui caractérise l'énergie maximale. On peut admettre une valeur \hat{E}_{air} de $3 \cdot 10^6$ V/m, soit :

$$\hat{w}_{es} = 4 \cdot 10^1 \text{ J/m}^3 \quad (2.161)$$

Pour un système électromagnétique, c'est le niveau de saturation du fer du circuit magnétique qui impose une induction de l'ordre de 1 T, d'où :

$$\hat{w}_{mag} = 4 \cdot 10^5 \text{ J/m}^3 \quad (2.162)$$

2.11.4 Comparaison et discussion

En comparant les valeurs limites précédentes, on obtient les rapports suivants :

$$w_p = 10^2 w_{mag} = 10^6 w_{es} \quad (2.163)$$

$$w_{mag} = 10^4 w_{es} \quad (2.164)$$

Ces résultats mettent en évidence le peu d'intérêt de la solution électrostatique relativement aux deux autres solutions. Hormis la conversion d'énergie électrique à très haute tension pour des essais ou des emplois spéciaux (reproduction, peinture), cette forme de conversion n'est pratiquement pas utilisée.

Les performances énergétiques des systèmes électromagnétiques paraissent faibles en comparaison de celles des systèmes hydropneumatiques (2.163). Il ne s'agit en fait que d'un seul élément de comparaison ou de choix. On peut relever, en contrepartie, les avantages suivants en faveur des systèmes électromagnétiques :

- la souplesse beaucoup plus grande de l'énergie électrique qui peut être facilement transportée, transformée et réglée;
- les fréquences nettement plus élevées pouvant être atteintes par des convertisseurs électromécaniques. Il s'agit alors de comparer des puissances par unité de volume et non plus des énergies spécifiques. Des ordres de grandeurs comparables peuvent alors être obtenus;
- des mouvements de rotation ou de translation continus peuvent être réalisés facilement en conversion électromécanique, mais seulement avec des courses limitées en variante hydropneumatique;
- la production d'une pression hydropneumatique nécessite un convertisseur électromécanique ou un moteur à combustion interne entraînant un compresseur. Ceci est un handicap fréquent;
- une induction limite de 1T est pratiquement réalisée localement dans la majorité des systèmes électromagnétiques. En revanche, une pression de 400 bar est une valeur limite exceptionnellement atteinte en pratique.

En conséquence, les avantages énumérés ci-dessus entraînent fréquemment une préférence pour un convertisseur électromagnétique. Ce sont les applications pour lesquelles une force élevée sous un volume faible est une exigence déterminante, qui font appel aux systèmes hydropneumatiques.

AIMANTS PERMANENTS

3.1 INTRODUCTION

3.1.1 Rappel : propriétés spécifiques des aimants permanents

Un aimant permanent est constitué d'un matériau de type ferromagnétique. Outre cette qualité caractérisée par l'apparition de zones formées de moments magnétiques de même direction, il apparaît un phénomène de rémanence très marqué. Cette propriété assure la qualité permanente de la magnétisation dans une direction privilégiée.

Les caractéristiques principales de l'aimant permanent sont :

- l'induction élevée à champ magnétique résultant nul,
- le champ coercitif important à induction nulle.

En d'autres termes, un aimant permanent est constitué d'un matériau ferromagnétique à large cycle d'hystérésis. Si tous les alliages de fer, de cobalt et de nickel de type ferromagnétique présentent un cycle d'hystérésis, les matériaux à large cycle sont beaucoup plus rares (sect. II.3.8). Outre cette qualité, un aimant permanent doit être stable (insensibilité aux chocs et aux cycles thermiques) et présenter de bonnes caractéristiques mécaniques.

3.1.2 Caractéristiques microscopiques

La physique des matériaux permet de lier les phénomènes spécifiques aux aimants permanents et les phénomènes corpusculaires et atomiques (sect. II.3.7).

La notion de dipôle magnétique est associée au spin de l'électron. Celle de ferromagnétisme est liée à la création de domaines magnétiques d'un seul tenant, dans lesquels les moments magnétiques atomiques sont alignés parallèlement les uns aux autres. Il s'agit des domaines de Weiss. Ces domaines sont séparés entre eux par des zones de transition, dites parois de Bloch. C'est le comportement de celles-ci qui définit la notion de rémanence.

Les régions de frontière jouent un rôle important eu égard au phénomène de démagnétisation.

Certains modèles sont basés sur la connaissance de l'un ou l'autre de ces phénomènes microscopiques. Les notions de polarisation magnétique et de moment magnétique [4,8] relèvent de cette démarche.

3.1.3 Caractéristiques macroscopiques

Au contraire d'une démarche basée sur le phénomène microscopique, ce chapitre traite d'un modèle macroscopique de l'aimant permanent. Il est basé exclusivement sur

les caractéristiques de l'induction et du champ magnétiques associés au milieu. En conséquence, les relations de Maxwell restent valables. Elles sont associées aux connaissances expérimentales de la caractéristique de magnétisation de l'aimant. Comme pour tout circuit magnétique, le but premier est de permettre le passage d'un modèle local (équations de Maxwell) à un modèle intégral (circuit magnétique). A un dernier stade, il s'agira d'associer un circuit magnétique équivalent à l'aimant permanent.

En conséquence, on peut définir trois niveaux de connaissances de l'aimant permanent :

- le niveau microscopique, propre à la physique des matériaux;
- le niveau local, caractérisé par le plan $B-H$ et associé aux équations de Maxwell;
- le niveau intégral correspondant aux circuits magnétiques ou électriques.

La démarche qui suit est associée aux deux derniers points cités.

3.2 MODÈLE MACROSCOPIQUE

3.2.1 Nécessité d'un modèle

Bien que l'aimant permanent soit constitué de domaines formant un ensemble hétérogène, il est important de pouvoir le représenter globalement par une caractéristique équivalente. Par ailleurs, il est souhaitable qu'un tel modèle puisse être exprimé à deux niveaux différents.

Dans le modèle de Maxwell, il doit permettre la description locale de l'espace magnétique correspondant.

Dans le modèle de Kirchhoff, il doit permettre le remplacement de l'aimant par des éléments localisés constituant un schéma équivalent.

3.2.2 Définitions : caractéristique magnétique

Un aimant permanent est défini par sa caractéristique magnétique moyenne et sa géométrie.

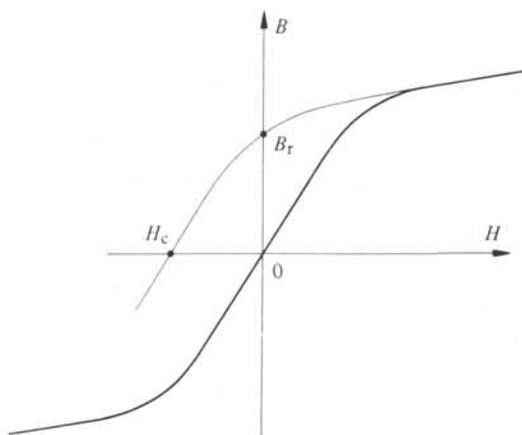


Fig. 3.1

La *caractéristique magnétique* est représentée dans un plan $B-H$ (fig. 3.1). Par suite du phénomène d'hystérésis, le cycle magnétique est caractérisé par deux valeurs limites :

- l'*induction rémanente* B_r ($H = 0$),
- le *champ coercitif* H_c ($B = 0$); ce dernier est en fait négatif.

On constate expérimentalement que le cycle le plus grand, seul intéressant, n'est obtenu qu'après magnétisation complète du matériau. Celui-ci est atteint lorsque la perméabilité différentielle est pratiquement égale à celle du vide. Dans le quadrant où B est positif et H négatif, la *caractéristique* sera dite *principale* ou de *désexcitation*.

3.2.3 Définition : droite de retour

Partant d'un point de la caractéristique principale, on constate qu'on quitte celle-ci dès que l'induction augmente. La courbe correspondante peut être approchée de façon suffisante (pour des études électromécaniques) par une droite (2). Celle-ci est définie entre la caractéristique de désexcitation (1) et l'axe des ordonnées (fig. 3.2). Cette droite est approximativement parallèle à la tangente de la caractéristique de désexcitation au point $(0; B_r)$. Cette droite est également parcourue lors d'une diminution de l'induction, jusqu'à ce que le point de fonctionnement rejoigne la courbe principale. Une *droite de retour* est définie par le point le plus bas atteint sur la caractéristique de désexcitation (B_{\min}).

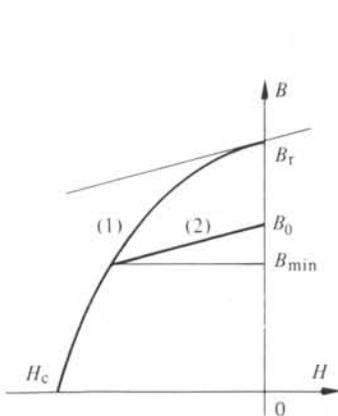


Fig. 3.2

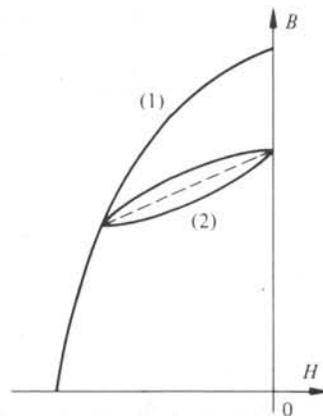


Fig. 3.3

On constate donc que l'évolution du comportement d'un aimant permanent dépend de deux premières conditions :

- le point le plus bas atteint sur la caractéristique principale,
- le signe de la variation de l'induction.

Il s'agit encore de déterminer le point de fonctionnement de l'aimant compte tenu du contexte magnétique dans lequel il est placé.

En réalité, la droite de retour présente également un phénomène d'hystérésis (fig. 3.3). Pour de hautes fréquences, ce phénomène doit être pris en considération.

3.2.4 Hypothèses générales

Pour la suite de l'étude, plusieurs hypothèses générales seront adoptées. Elles ont essentiellement pour but l'établissement d'un modèle magnétique au niveau des circuits :

- tous les points géométriques d'un aimant présentent les mêmes caractéristiques $B-H$ pour un état de fonctionnement quelconque; cette hypothèse restrictive peut être tournée par la suite en remplaçant un aimant par plusieurs aimants placés en parallèle;
- l'ensemble du circuit magnétique externe à l'aimant peut être caractérisé par une perméance équivalente Λ_e .

3.2.5 Développement : caractéristique externe

Soient un aimant et son circuit magnétique externe, caractérisé par une zone équivalente de longueur l_e , de section A_e et de perméabilité μ_e (fig. 3.4). L'aimant présente une longueur l_a et une section A_a . La perméabilité du fer est supposée infinie.

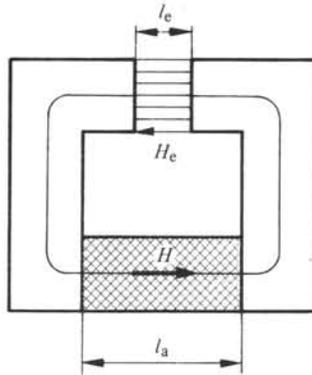


Fig. 3.4

Par la relation de Maxwell liant champ magnétique et densité de courant sous forme intégrale (1.9), on peut écrire :

$$H l_a + H_e l_e = 0 \quad (3.1)$$

$$H_e = -H l_a / l_e \quad (3.2)$$

Par conservation du flux (1.3), on peut poser :

$$B A_a = B_e A_e = \mu_e H_e A_e \quad (3.3)$$

Par (3.2) et (3.3), on obtient :

$$\frac{B}{H} = -\mu_e \frac{A_e l_a}{A_a l_e} \quad (3.4)$$

De façon plus générale, on peut écrire :

$$\frac{B}{H} = -\frac{l_a}{A_a} \int_S \frac{\mu_e dA_e}{l_e} = -\Lambda_e \frac{l_a}{A_a} \quad (3.5)$$

Il s'agit du lieu des points de fonctionnement correspondant au circuit externe de perméance Λ_e , exprimé dans le plan B - H de l'aimant. C'est une droite passant par le centre du système de coordonnées, dénommée *caractéristique externe* ou *droite de charge*.

3.2.6 Domaine de fonctionnement

L'intersection de la caractéristique externe et de la caractéristique de l'aimant ((1) ou (2), fig. 3.5) définit le point de fonctionnement résultant.

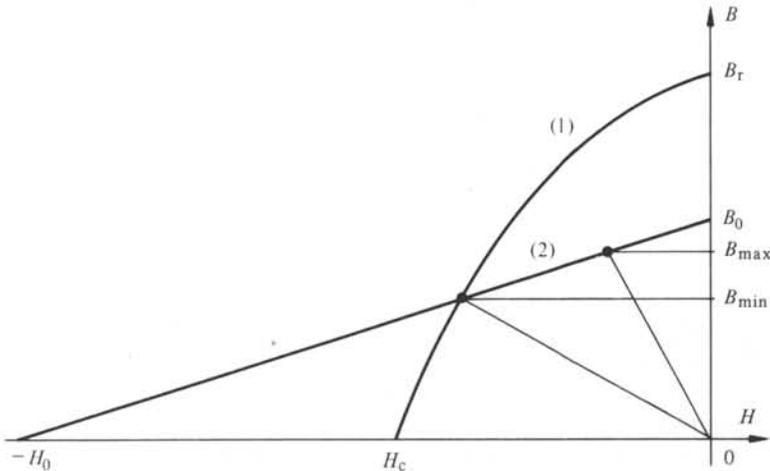


Fig. 3.5

En pratique, un transducteur électromécanique offrira à l'aimant une perméance externe variant entre deux limites, $\Lambda_{e \min}$ et $\Lambda_{e \max}$. Le point B_{\min} (fig. 3.5) sera défini par l'intersection de la caractéristique de désexcitation et de la droite de charge. La droite de retour (2) passe par ce point. Le point de fonctionnement se déplacera alors entre le point d'induction B_{\min} et le point d'intersection de la droite de retour et de la caractéristique externe pour $\Lambda_{e \max}$, d'induction B_{\max} .

3.2.7 Remarque

Certains aimants, de type ferrite, platine-cobalt ou samarium-cobalt (fig. 3.6) présentent une caractéristique principale linéaire. Elle est alors confondue avec l'ensemble des droites de retour.

La figure 3.6 donne un certain nombre de courbes caractéristiques des principaux aimants.

3.3 BILAN ÉNERGÉTIQUE

3.3.1 Equations de la droite de retour

Dans les conditions de fonctionnement définies au paragraphe 3.2.6, la droite de retour est caractérisée par une abscisse à l'origine $-H_0$ et une ordonnée à l'origine B_0 .

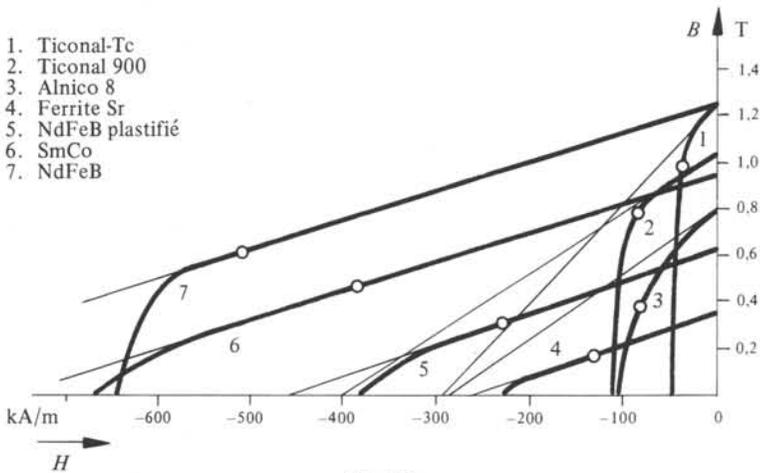


Fig. 3.6

Sa pente est μ_d . Son équation devient :

$$B = B_0 + \mu_d H \quad (3.6)$$

$$\mu_d = B_0/H_0 = dB/dH \quad (3.7)$$

3.3.2 Point de fonctionnement

Le point de fonctionnement est défini par l'intersection des droites d'équation (3.5) et (3.6). Ses coordonnées sont :

$$B = B_0 \frac{\Lambda_e}{\Lambda_e + \mu_d A_a / l_a} \quad (3.8)$$

$$H = -H_0 \frac{\mu_d A_a / l_a}{\Lambda_e + \mu_d A_a / l_a} \quad (3.9)$$

3.3.3 Définition : perméance interne de l'aimant

On définit la *perméance interne de l'aimant* comme suit :

$$\Lambda_i = \mu_d A_a / l_a \quad (3.10)$$

De façon plus générale :

$$\Lambda_i = \int_S \frac{\mu_d}{l_a} dA_a \quad (3.11)$$

Une justification de cette dénomination sera donnée au paragraphe 3.3.9.

Les coordonnées du point de fonctionnement deviennent ainsi :

$$B = B_0 \Lambda_e / (\Lambda_e + \Lambda_i) \quad (3.12)$$

$$H = -H_0 \frac{\Lambda_i}{\Lambda_e + \Lambda_i} = -\frac{B_0}{\mu_d} \frac{\Lambda_i}{\Lambda_e + \Lambda_i} \quad (3.13)$$

Par la suite, on condensera l'écriture en posant :

$$\Lambda_{ei} = \Lambda_e + \Lambda_i \quad (3.14)$$

3.3.4 Variation d'énergie de l'aimant

Par (2.45), la variation d'énergie magnétique de l'aimant vaut :

$$dW_a = \int_{V_a} H dB dV_a \quad (3.15)$$

Le volume V_a est celui de l'aimant.

Le point de fonctionnement ne dépendant que de la perméance externe, on peut écrire par (3.12) et (3.14) :

$$dB = B_0 \Lambda_i \frac{d\Lambda_e}{\Lambda_{ei}^2} \quad (3.16)$$

$$dW_a = H dB l_a A_a \quad (3.17)$$

Par substitution de (3.13) et (3.16) dans (3.17), on obtient :

$$dW_a = - \frac{B_0^2 A_a^2 \Lambda_i d\Lambda_e}{\Lambda_{ei}^3} \quad (3.18)$$

On peut définir un flux de référence Φ_0 tel que :

$$\Phi_0 = B_0 A_a \quad (3.19)$$

$$dW_a = - \Phi_0^2 \frac{\Lambda_i}{\Lambda_{ei}^3} d\Lambda_e \quad (3.20)$$

Il s'agit de la variation totale d'énergie magnétique interne de l'aimant.

3.3.5 Variation d'énergie externe de l'aimant

Par le principe de conservation de l'énergie, le bilan global peut s'écrire comme suit, dans le cas d'une variation de perméance externe :

$$dW_a + dW_e = 0 \quad (3.21)$$

avec dW_e la variation totale d'énergie externe.

$$dW_e = - dW_a = \Phi_0^2 \frac{\Lambda_i}{\Lambda_{ei}^3} d\Lambda_e \quad (3.22)$$

3.3.6 Décomposition de l'énergie interne de l'aimant

Formellement, la variation d'énergie de l'aimant peut être décomposée en deux termes comme suit :

$$dW_a = \int_{V_a} [(H + H_0) dB - H_0 dB] dV_a \quad (3.23)$$

On pose :

$$dW_i = (H + H_0) dB V_a \quad (3.24)$$

$$dW_s = -H_0 dB V_a \quad (3.25)$$

3.3.7 Définitions : énergies interne et de source de l'aimant

Soit dW_i la variation d'énergie magnétique interne de l'aimant; par (3.13), (3.16) et (3.24), il vient :

$$dW_i = \Phi_0^2 \frac{\Lambda_e}{\Lambda_{ei}^3} d\Lambda_e \quad (3.26)$$

Soit dW_s la variation d'énergie de source de potentiel magnétique équivalente à l'aimant :

$$dW_s = -\Phi_0^2 \frac{1}{\Lambda_{ei}^2} d\Lambda_e \quad (3.27)$$

Par (3.26), (3.27) et (3.20), on a bien l'égalité suivante :

$$dW_s + dW_i = dW_a \quad (3.28)$$

Une justification de la dénomination de ces accroissements sera donnée au paragraphe 3.3.9.

3.3.8 Décomposition de l'énergie externe

Compte tenu de la cause des variations d'énergie (variation de la perméance), la variation d'énergie externe peut se décomposer comme suit :

$$dW_e = dW_{\text{mag}} + dW_{\text{mec}} \quad (3.29)$$

Selon la section 2.8, une variation de perméance associée à un potentiel magnétique ou à un flux d'induction entraîne une variation d'énergie mécanique.

Par (2.45), on peut écrire :

$$dW_{\text{mag}} = \int_{V_e} H_e dB_e dV_e + \int_{B_e} H_e dV_e dB_e \quad (3.30)$$

Pour un cas à perméabilité constante, les expressions prennent la forme suivante :

$$dW_{\text{mag}} = H_e dB_e V_e + \frac{1}{2} B_e H_e dV_e \quad (3.31)$$

$$d\Lambda_e = d\left(\frac{\mu_e A_e}{l_e}\right) = -\frac{\mu_e A_e}{l_e^2} dl_e \quad (3.32)$$

$$dV_e = A_e dl_e \quad (3.33)$$

$$dV_e = -(l_e^2/\mu_e) d\Lambda_e \quad (3.34)$$

Par (3.12), (3.13), (3.16), (3.31) et (3.34), on obtient :

$$dW_{\text{mag}} = \Phi_0^2 \frac{\Lambda_i}{\Lambda_{ei}^3} d\Lambda_e - \frac{1}{2} \Phi_0^2 \frac{1}{\Lambda_{ei}^2} d\Lambda_e \quad (3.35)$$

$$dW_{\text{mag}} = \frac{1}{2} \Phi_0^2 \frac{\Lambda_i - \Lambda_e}{\Lambda_{ei}^3} d\Lambda_e \quad (3.36)$$

Par (3.29), l'expression de la variation d'énergie mécanique devient :

$$dW_{\text{mec}} = \frac{1}{2} \Phi_0^2 \frac{d\Lambda_e}{\Lambda_{ei}^2} \quad (3.37)$$

Par (3.27), on a :

$$dW_{\text{mec}} = -\frac{1}{2} dW_s \quad (3.38)$$

3.3.9 Schéma magnétique équivalent

Le schéma magnétique équivalent de la figure 3.7 conduit aux mêmes résultats que les relations (3.26), (3.27) et (3.36) en posant :

$$\Theta_a = H_0 l_a = B_0 l_a / \mu_d = \Phi_0 / \Lambda_i \quad (3.39)$$

On vérifie l'équivalence de la manière suivante :

$$\Phi = \Lambda_i \Lambda_e \Theta_a / \Lambda_{ei} = \Lambda_e \Phi_0 / \Lambda_{ei} \quad (3.40)$$

Par (2.42), on a pour l'accroissement d'énergie dW_{Θ_a} de la source de potentiel :

$$dW_{\Theta_a} = -\Theta_a d\Phi \quad (3.41)$$

$$d\Phi = \frac{\Lambda_i \Phi_0}{\Lambda_{ei}^2} d\Lambda_e \quad (3.42)$$

$$dW_{\Theta_a} = -\Phi_0^2 \frac{d\Lambda_e}{\Lambda_{ei}^2} = dW_s \quad (3.43)$$

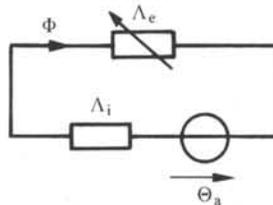


Fig. 3.7

Par (2.27), on peut déterminer les variations d'énergie magnétique associées aux perméances Λ_i et Λ_e :

$$dW_{\Lambda_i} = \frac{1}{2} d(\Phi \Theta_{\Lambda_i}) = \frac{1}{2} d(\Phi^2 / \Lambda_i) = \Phi d\Phi / \Lambda_i \quad (3.44)$$

$$dW_{\Lambda_i} = \Phi_0^2 \frac{\Lambda_e}{\Lambda_{ei}^3} d\Lambda_e = dW_i \quad (3.45)$$

$$dW_{\Lambda_e} = \frac{1}{2} d(\Phi^2 / \Lambda_e) = \Phi d\Phi / \Lambda_e - \frac{1}{2} \Phi^2 d\Lambda_e / \Lambda_e^2 \quad (3.46)$$

$$dW_{\Lambda_e} = -\frac{1}{2} \Phi_0^2 \frac{\Lambda_e - \Lambda_i}{\Lambda_{ei}^3} d\Lambda_e = dW_{\text{mag}} \quad (3.47)$$

Par la relation (2.65), l'expression de l'énergie mécanique devient :

$$dW_{\text{mec}} = \frac{1}{2} d\Lambda_e \Theta_e^2 \quad (3.48)$$

$$\Theta_e = \Phi / \Lambda_e = \Phi_0 / \Lambda_{ei} \quad (3.49)$$

$$dW_{\text{mec}} = \frac{1}{2} \Phi_0^2 \frac{d\Lambda_e}{\Lambda_{ei}^2} \quad (3.50)$$

Le schéma équivalent proposé à la figure 3.7 représente bien l'ensemble du comportement magnétique d'un aimant et de son circuit externe. Il permet de déterminer la variation de l'énergie mécanique.

3.3.10 Commentaires

En se référant au schéma équivalent et aux équations (3.26), (3.27), (3.36) et (3.37), on peut constater que l'aimant permanent peut fournir de l'énergie mécanique lors d'un accroissement de la perméance externe. Inversement, on accroît l'énergie totale de l'aimant lorsqu'on diminue la perméance externe; on doit alors fournir de l'énergie mécanique. Si l'on rapporte toutes les variations d'énergie à la variation d'énergie mécanique, on obtient :

$$dW_s = -2 dW_{\text{mec}} \quad (3.51)$$

$$dW_i = \frac{2 \Lambda_e}{\Lambda_{ei}} dW_{\text{mec}} \quad (3.52)$$

$$dW_{\text{mag}} = -\frac{\Lambda_e - \Lambda_i}{\Lambda_{ei}} dW_{\text{mec}} \quad (3.53)$$

$$dW_a = -dW_e = -\frac{2 \Lambda_i}{\Lambda_{ei}} dW_{\text{mec}} \quad (3.54)$$

$$dW_{\text{mag}} + dW_i = dW_{\text{mec}} \quad (3.55)$$

3.4 FLUX DE FUITE

3.4.1 Circuit réel associé à un aimant

Soit le circuit magnétique de la figure 3.8 associé à un aimant permanent. Il présente un certain nombre d'imperfections propres à sa structure.

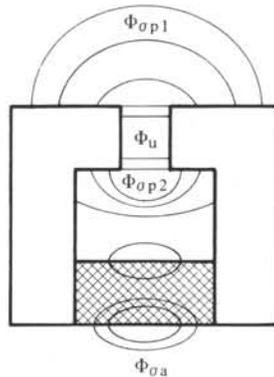


Fig. 3.8

Le but de l'aimant est de créer une énergie magnétique dans une zone de travail, généralement de l'air. Soit Φ_u le flux utile traversant cette zone. Il apparaît simultanément divers tubes de flux ne traversant pas le domaine utile. On peut distinguer principalement :

- les flux de fuite associés aux pièces ferromagnétiques adjacentes à l'entrefer, $\Phi_{\sigma p1}$ et $\Phi_{\sigma p2}$;
- les flux de fuite associés directement à l'aimant $\Phi_{\sigma a}$;
- l'ensemble des flux de fuite Φ_σ avec :

$$\Phi_\sigma = \Phi_{\sigma a} + \sum_i \Phi_{\sigma p i} \quad (3.56)$$

Par ailleurs, les tubes de flux associés à la zone utile doivent traverser les pièces polaires dont la perméabilité n'est pas infinie, ainsi que des zones d'entrefer au niveau du raccord de certaines pièces. Il en résulte une chute de potentiel.

3.4.2 Définition : facteur de potentiel

On peut associer au circuit de la figure 3.8 le schéma magnétique équivalent de la figure 3.9.

On définit le *facteur de potentiel* k comme suit :

$$k = 1 + \Theta_p / \Theta_\delta = \Theta_e / \Theta_\delta \quad (3.57)$$

La grandeur Θ_p correspond à la chute de potentiel magnétique du circuit ferromagnétique (y compris d'éventuels jeux), à l'exclusion de l'aimant. Le potentiel Θ_δ est associé à l'entrefer. Le facteur de potentiel est caractéristique de la qualité du circuit ferromagnétique. Il est généralement compris entre 1,05 et 1,5.

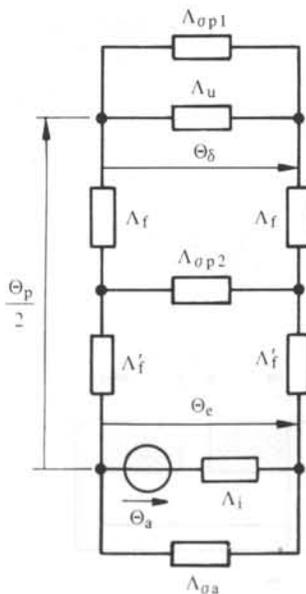


Fig. 3.9

3.4.3 Définition : facteur de fuite

Ainsi que cela a été vu au paragraphe 3.4.1, une part importante du flux peut circuler en dehors de la zone utile. On définit le *coefficient de fuite* σ tel que :

$$\sigma = 1 + \Phi_{\sigma} / \Phi_u = \Phi_a / \Phi_u \geq 1 \quad (3.58)$$

Ce coefficient peut varier dans une plage importante, de 1,1 jusqu'au-delà de 3.

Il est à remarquer que les coefficients σ et k permettent de caractériser le circuit associé à un aimant dès que l'on connaît la perméance utile Λ_u .

3.4.4 Détermination des flux de fuite

Il est relativement facile de déterminer les flux de fuite associés aux pôles. En effet, compte tenu des propriétés des milieux ferromagnétiques, on peut approcher sans trop de difficultés la distribution des lignes d'induction y relatives. Partant de celle-ci, les perméances de fuite $\Lambda_{\sigma p1}$ et $\Lambda_{\sigma p2}$ peuvent être déterminées. En revanche, les flux de fuite directement associés à l'aimant sont plus délicats à évaluer. En effet, la distribution locale des domaines de Weiss (sect. II.3.7) sur les bords des aimants est déterminante quant à la répartition spatiale des lignes de fuite. Les modèles macroscopiques définis jusqu'ici ne permettent pas d'en donner une image réaliste.

En conséquence, on recourra pratiquement à une combinaison de méthodes analytiques approchées ($\Phi_{\sigma p}$) et expérimentales ($\Phi_{\sigma a}$) pour déterminer le flux de fuite résultant effectif. On peut également recourir à l'une des méthodes décrites à la section III.2.6.

Les relations données au paragraphe suivant découlent de mesures expérimentales.

3.4.5 Relations approchées

Les expressions du facteur de fuite qui suivent sont connues sous le nom de *relations de Maynard et Tenzer* [9]. Elles concordent avec une précision de $\pm 10\%$ avec les valeurs réelles dans la plupart des cas pratiques. Les divers paramètres intervenant dans les expressions sont définis par les figures 3.10 à 3.14. Les grandeurs p_a , p_b et p_c désignent les périmètres des sections de longueur a , b , c . Pour une disposition selon la figure 3.10, on a :

$$\sigma = 1 + \frac{\delta}{A_{\delta}} \left(1,1 p_a \frac{0,67 a}{0,67 a + \delta} \right) \left(1 + \frac{\delta}{a} \right) \quad (3.59)$$

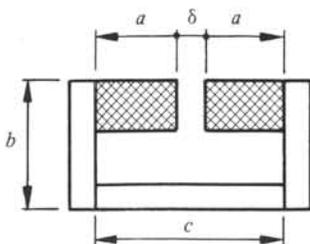


Fig. 3.10

Pour la figure 3.11 :

$$\sigma = 1 + \frac{\delta}{A_{\delta}} \left(1,7 p_a \frac{a}{a + \delta} + 0,64 b \sqrt{p_b/c + 0,25} + 0,33 p_b \right) \quad (3.60)$$

Pour la figure 3.12 :

$$\sigma = 1 + \frac{\delta}{A_{\delta}} \left(1,7 p_a \frac{a}{a + \delta} + 1,4 b \sqrt{p_b/c + 0,25} + 0,33 p_c \right) \quad (3.61)$$

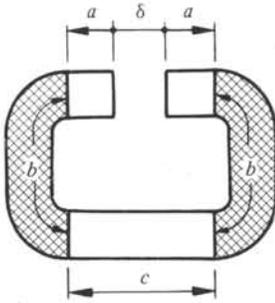


Fig. 3.11

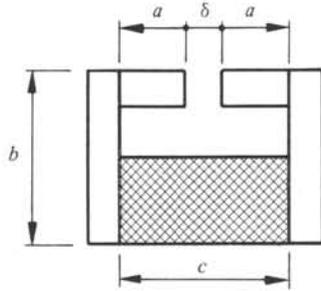


Fig. 3.12

Pour la figure 3.13 :

$$\sigma = 1 + 1,7 \frac{\delta p_a}{A_{\delta}} \left[\frac{e}{e + \delta} + 0,67 \frac{0,67 a}{0,67 a + \delta + 2 e} \left(1 + \frac{\delta + 2 e}{a} \right) \right] \quad (3.62)$$

Pour la figure 3.14 :

$$\sigma = 1 + \frac{\delta}{A_{\delta}} \left(1,7 p_a \frac{a}{a + \delta} + 1,4 h + 0,94 b \sqrt{\frac{p_b}{c} + 0,25} \right) \quad (3.63)$$

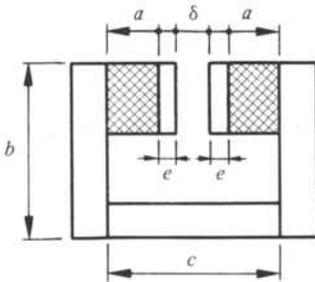


Fig. 3.13

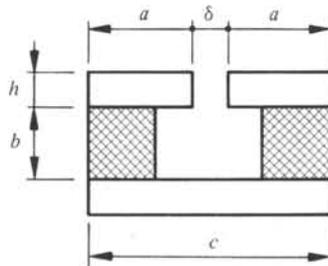


Fig. 3.14

3.5 CARACTÉRISTIQUES STATIQUES

3.5.1 Définition du problème

Pour de nombreuses applications, l'aimant permanent travaille en un point constant de sa caractéristique. Il a alors pour but de créer une excitation magnétique dans un espace de travail. Il s'agit de déterminer, pour un aimant d'un type donné, quelles

sont les dimensions optimales à choisir et le point de fonctionnement sur sa caractéristique. Compte tenu d'une énergie magnétique utile souhaitée, l'optimum économique sera atteint pour un volume d'aimant minimum. Le circuit externe sera généralement une combinaison de matériaux ferromagnétiques et d'air.

3.5.2 Cas sans flux de fuite

L'énergie magnétique externe est donnée par les relations (3.2), (3.3) et (2.45) :

$$W_{\text{mag}} = \frac{1}{2} B_e H_e V_e = -\frac{1}{2} B H V_a \quad (3.64)$$

$$V_a = -\frac{2 W_{\text{mag}}}{B H} \quad (3.65)$$

Pour une énergie magnétique externe donnée, le volume de l'aimant sera minimum lorsque la valeur BH sera maximale ($B = B_m, H = H_m$). La figure 3.15 illustre ce cas et précise le lieu des points à produit BH constant.

Par (3.64), l'énergie externe est proportionnelle à la surface du triangle hachuré.

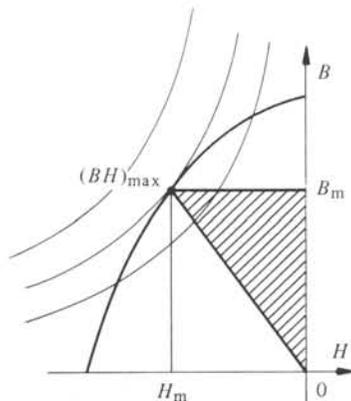


Fig. 3.15

Les dimensions de l'aimant optimum sont alors définies par les relations (3.3) et (3.5).

$$\frac{l_a}{A_a} = -\frac{B_m}{\Lambda_e H_m} \quad (3.66)$$

$$A_a = B_e A_e / B_m \quad (3.67)$$

Les relations (3.66) et (3.67) permettent de définir la section et la longueur de l'aimant.

3.5.3 Cas avec fuites

En présence de fuites, la perméance externe peut être décomposée en deux termes :

$$\Lambda_e = \Lambda_u + \Lambda_\sigma = \sigma \Lambda_u \quad (3.68)$$

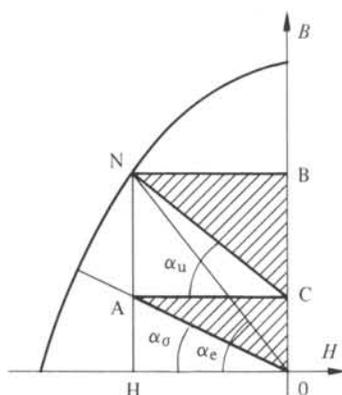


Fig. 3.16

Par (2.26), on a pour les énergies magnétiques externe et utile :

$$W_e = \frac{1}{2} \Lambda_e \Theta_e^2 = \frac{1}{2} \sigma \Lambda_u \Theta_e^2 \quad (3.69)$$

$$W_e = \sigma W_u \quad (3.70)$$

L'énergie magnétique utile (indice u) est proportionnelle à l'énergie magnétique externe (indice e). Les propriétés établies au paragraphe 3.5.2 restent donc valables.

La figure 3.16 illustre la distribution des énergies dans un cas avec flux de fuite.

On a les relations suivantes :

$$\tan \alpha_e = -\Lambda_e I_a / A_a \quad (3.71)$$

$$\tan \alpha_u = -\Lambda_u I_a / A_a \quad (3.72)$$

$$\tan \alpha_\sigma = -\Lambda_\sigma I_a / A_a \quad (3.73)$$

La surface NBC est proportionnelle à l'énergie magnétique utile. La surface AOC est proportionnelle à l'énergie magnétique de fuite. On a de plus :

$$\overline{OB} / \overline{BC} = \sigma \quad (3.74)$$

3.5.4 Remarque

Pratiquement, on a intérêt à adopter un point de fonctionnement dont l'induction est légèrement plus élevée que celle du point $(BH)_{\max}$. Deux raisons nécessitent cette correction :

- la distribution de l'induction n'est pas homogène en tout point de l'aimant;
- le coefficient de fuite σ diminue lorsque le niveau d'induction augmente (diminution de $\Phi_{\sigma a}$).

3.5.5 Aimant prémagnétisé

Il est fréquent de devoir magnétiser un aimant permanent avant qu'il soit placé dans sa structure magnétique externe définitive. Il en résulte un point de fonctionnement défini par la droite de retour associée au point le plus bas atteint sur la caracté-

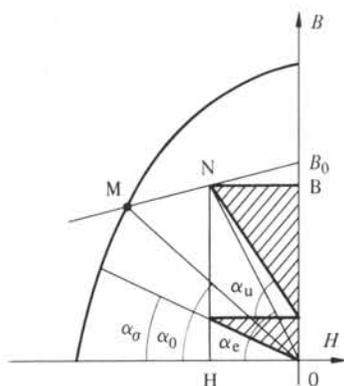


Fig. 3.17

ristique de désexcitation. Cet état est caractérisé par la figure 3.17, sur laquelle on peut définir les propriétés suivantes :

$$\tan \alpha_0 = -\Lambda_0 l_a / A_a \quad (3.75)$$

La grandeur Λ_0 est la perméance externe de l'aimant placé dans l'air.

Deux cas limites sont à considérer pour le point de fonctionnement nominal (point N) :

- le flux de fuite peut devenir nul ($\sigma = 1$); il s'agit du cas théorique d'un circuit magnétique de perméance utile infinie;
- la perméance de fuite reste inchangée, quelle que soit la perméance utile; il s'agit d'un cas théorique correspondant à une très faible perméance utile.

Tout cas pratique est compris entre ces deux limites qui seront définies dans les deux paragraphes suivants.

3.5.6 Aimant prémagnétisé, avec flux de fuite nul

Le point pour lequel la perméance utile est égale à la perméance à vide correspond au cas d'énergie externe maximale, à condition que la relation ci-après soit satisfaite :

$$\Lambda_0 l_a / A_a > \mu_d \quad (3.76)$$

En effet, si cette condition est remplie, on a l'expression suivante (fig. 3.18), pour l'énergie magnétique externe W_e au point M :

$$W_e = -\frac{1}{2} B_M H_M V_a \quad (3.77)$$

Pour tout autre point D de la droite de retour, on peut écrire, par (3.6) :

$$B = B_M - \mu_d (H_M - H) \quad (3.78)$$

Par les relations (2.45) et (3.77), la différence d'énergie magnétique externe entre les points D et M s'écrit :

$$W_D - W_M = -\frac{1}{2} (BH - B_M H_M) V_a \quad (3.79)$$

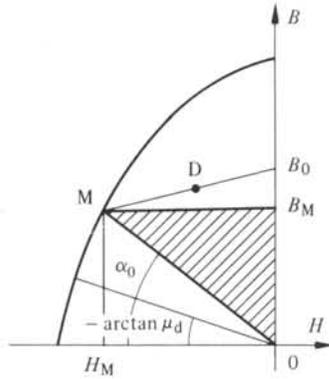


Fig. 3.18

Par (3.78), il vient :

$$W_D - W_M = -\frac{1}{2}(H - H_M)(B_M + \mu_d H) V_a \quad (3.80)$$

Le terme $(H - H_M)$ est toujours positif. Le terme $(B_M + \mu_d H)$ est positif, si la condition (3.76) est remplie. On a donc pour tout point D de la droite de retour :

$$W_D < W_M \quad (3.81)$$

Si la condition (3.76) n'est pas remplie, les divers termes de la relation (3.80) évoluent comme suit :

- $(H - H_M)$ est toujours positif;
- $(B_M + \mu_d H)$ est tantôt positif, tantôt négatif.

On peut alors déterminer un maximum du produit des termes ci-dessus :

$$d(W_D - W_M)/dH = 0 \quad (3.82)$$

On en tire la valeur optimum de H :

$$H = \frac{1}{2}(\mu_d H_M - B_M)/\mu_d \quad (3.83)$$

En ce point, la pente de la caractéristique externe vaut :

$$B/H = -\mu_d \quad (3.84)$$

Lorsque la relation (3.76) n'est pas satisfaite, le lieu des points à énergie maximale est la droite de pente $-\mu_d$ (fig. 3.20).

3.5.7 Aimant prémagnétisé, avec flux de fuite constant

La figure 3.19 illustre la distribution des principales grandeurs dans le plan $B-H$, pour le cas d'un aimant prémagnétisé, à flux de fuite invariable. La surface NBC , proportionnelle à l'énergie magnétique utile (§ 3.5.3), est maximale lorsque la relation ci-après est satisfaite :

$$\overline{NB_0} = \overline{MN} \quad (3.85)$$

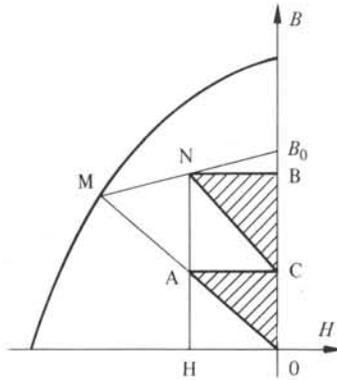


Fig. 3.19

3.5.8 Aimant prémagnétisé : cas général

Compte tenu des résultats des cas limites traités aux paragraphes 3.5.6 et 3.5.7, l'ensemble des points, pour lesquels l'énergie externe utile est maximale, est compris dans le triangle curviligne de la figure 3.20. Il est à remarquer que la détermination de la perméance de fuite Λ_{σ} est généralement très délicate.

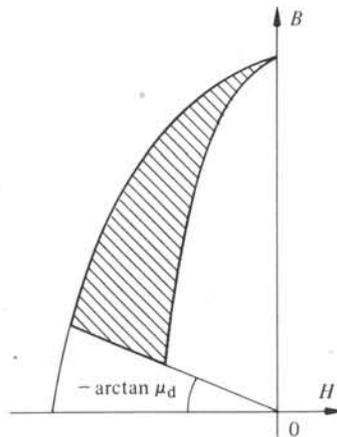


Fig. 3.20

3.6 CARACTÉRISTIQUES DYNAMIQUES

3.6.1 Définition du problème

Pour certaines applications, l'aimant permanent travaille avec un circuit magnétique externe déformable. Celui-ci varie généralement de façon cyclique. On peut citer par exemple les dispositifs de fermeture de portes, les moteurs pas à pas, etc. Il s'agit dans ce cas également de déterminer les dimensions optimales et le type d'aimant le plus approprié. La démarche consistera également à déterminer le domaine de fonctionnement de la caractéristique $B-H$.

3.6.2 Caractéristiques générales

Le fonctionnement dynamique d'un aimant peut être représenté par le diagramme de la figure 3.21, dans le cas le plus général.

Le point S correspond à la magnétisation avec un circuit externe différent du circuit de fonctionnement. Les points M et N correspondent aux perméances extrêmes atteintes en régime de fonctionnement.

On a pour les différents angles :

$$\tan \alpha_S = -\Lambda_S l_a / A_a \quad (3.86)$$

$$\tan \alpha_M = -\Lambda_M l_a / A_a = -\Lambda_{\min} l_a / A_a \quad (3.87)$$

$$\tan \alpha_N = -\Lambda_N l_a / A_a = -\Lambda_{\max} l_a / A_a \quad (3.88)$$

En se référant à la section 3.3, on peut exprimer les diverses énergies fournies par le système en intégrant les accroissements correspondants.

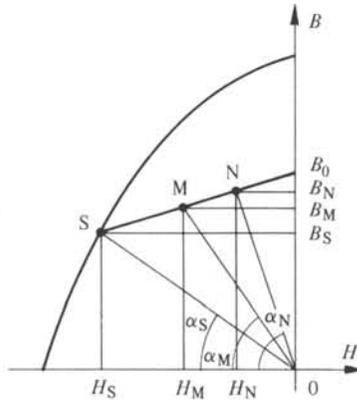


Fig. 3.21

3.6.3 Energie mécanique

Par (3.50), on a :

$$dW_{\text{mec}} = \frac{1}{2} \Phi_0^2 \frac{d\Lambda_e}{(\Lambda_i + \Lambda_e)^2} \quad (3.89)$$

$$W_{\text{mec MN}} = \int_{\Lambda_M}^{\Lambda_N} dW_{\text{mec}} = \frac{1}{2} \Phi_0^2 \left(\frac{1}{\Lambda_i + \Lambda_M} - \frac{1}{\Lambda_i + \Lambda_N} \right) \quad (3.90)$$

En se référant au paragraphe 3.3.6, cette même quantité peut s'exprimer en fonction des grandeurs locales, soit :

$$dW_{\text{mec}} = -\frac{1}{2} dW_s = \frac{1}{2} H_0 dB V_a \quad (3.91)$$

$$W_{\text{mec}} = \frac{1}{2} H_0 V_a \int_{B_M}^{B_N} dB = \frac{1}{2} H_0 (B_N - B_M) V_a \quad (3.92)$$

Pour de nombreuses applications, il s'agit de rendre minimum le volume de l'aimant pour une énergie mécanique donnée.

3.6.4 Énergie externe

L'énergie externe prend la forme suivante, par (3.22) :

$$dW_e = \Phi_0^2 \frac{\Lambda_i}{(\Lambda_e + \Lambda_i)^3} d\Lambda_e \quad (3.93)$$

$$W_e = \frac{1}{2} \Phi_0^2 \Lambda_i \left(\frac{1}{(\Lambda_M + \Lambda_i)^2} - \frac{1}{(\Lambda_N + \Lambda_i)^2} \right) \quad (3.94)$$

Sous forme locale, on a :

$$dW_e = -H dB V_a \quad (3.95)$$

Par (3.6) :

$$H = (B - B_0)/\mu_d \quad (3.96)$$

D'où :

$$W_e = \int_{B_M}^{B_N} - \frac{(B - B_0)}{\mu_d} dB V_a \quad (3.97)$$

$$W_e = \frac{B_N - B_M}{\mu_d} \left(B_0 - \frac{1}{2} B_N - \frac{1}{2} B_M \right) V_a \quad (3.98)$$

3.6.5 Énergie magnétique externe

Par (3.29), l'énergie magnétique externe peut être explicitée :

$$W_{\text{mag}} = W_e - W_{\text{mec}} \quad (3.99)$$

Sous forme intégrale, on obtient :

$$W_{\text{mag}} = \frac{1}{2} \Phi_0^2 \left(\frac{\Lambda_N}{(\Lambda_N + \Lambda_i)^2} - \frac{\Lambda_M}{(\Lambda_M + \Lambda_i)^2} \right) \quad (3.100)$$

Sous forme locale :

$$W_{\text{mag}} = \frac{B_N - B_M}{2 \mu_d} (B_0 - B_N - B_M) V_a \quad (3.101)$$

3.6.6 Cas particulier : circuit magnétique idéal

Soit un aimant permanent travaillant jusqu'au *collage*. On parlera de collage lorsque le flux de l'aimant se ferme entièrement dans un circuit ferromagnétique (entrefer nuls). Les points de fonctionnement extrêmes correspondent à une perméance externe utile nulle (point M confondu avec S) et une perméance utile infinie (point N confondu avec B_0) (fig. 3.22). Ce cas correspond, par exemple, à une fermeture magnétique de porte. Compte tenu des particularités du système, on obtient les divers points de fonctionnement de la figure 3.22.

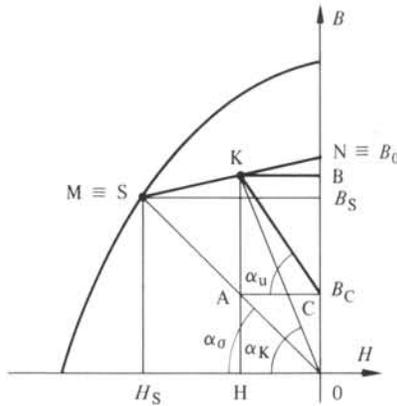


Fig. 3.22

Cette figure présente les propriétés suivantes :

$$\tan \alpha_{\sigma} = -\Lambda_{\sigma} l_a / A_a \quad (3.102)$$

$$\tan \alpha_u = -\Lambda_u l_a / A_a \quad (3.103)$$

$$\tan \alpha_K = -\Lambda_K l_a / A_a \quad (3.104)$$

$$\Lambda_K = \Lambda_u + \Lambda_{\sigma} \quad (3.105)$$

Les perméances Λ_u et Λ_{σ} sont respectivement les termes utile et de fuite associés à l'aimant (fig. 3.23).

Le coefficient de fuite σ est variable avec l'entrefer δ et vaut :

$$\sigma = \overline{KH} / \overline{KA} \quad (3.106)$$

3.6.7 Cas particulier : énergie magnétique externe

Dans le cas défini au paragraphe précédent, il est possible de déterminer un point K de perméance Λ_K tel que l'énergie magnétique externe utile soit maximale. Par (3.64), on peut poser (fig. 3.22) :

$$W_e = -\frac{1}{2} B H V_a \quad (3.107)$$

$$W_{eu} = -\frac{1}{2} (B - B_C) H V_a \quad (3.108)$$

Le maximum apparaît pour $\overline{KM} = \overline{KN}$. On a alors :

$$(W_{eu})_{\max} = -\frac{1}{8} B_0 H_S V_a = -\frac{B_S H_S - \mu_d H_S^2}{8} V_a \quad (3.109)$$

Le point correspondant à cette valeur est situé plus bas sur la caractéristique que le point $(BH)_{\max}$.

3.6.8 Cas particulier : énergie mécanique

Une variation de la perméance externe de Λ_M à Λ_N correspond à une variation de l'entrefer δ de l'infini à zéro. Par (3.92), l'énergie mécanique devient :

$$W_{\text{mec}} = \frac{1}{2} H_0 (B_N - B_M) V_a \quad (3.110)$$

Par ailleurs, on peut écrire :

$$B_0/H_0 = (B_N - B_M)/(H_N - H_M) = \mu_d \quad (3.111)$$

D'où :

$$W_{\text{mec}} = \frac{1}{2} B_0 (H_N - H_M) V_a \quad (3.112)$$

$$W_{\text{mec}} = -\frac{1}{2} B_0 H_S V_a = 4 (W_{\text{eu}})_{\text{max}} \quad (3.113)$$

L'énergie mécanique totale fournie lors du passage d'un entrefer infini à un entrefer nul est égale à quatre fois l'énergie magnétique utile maximale. En conséquence, pour que l'énergie mécanique soit la plus grande, il faut que le produit $B_0 H_S$ soit maximum.

3.6.9 Cas particulier : propriété

La force s'exerçant sur la partie mobile du dispositif de la figure 3.23 est définie par la relation (2.99). En admettant des lignes de champ verticales dans la zone utile, on a :

$$F = \frac{B_{\text{eu}}^2 A_{\text{eu}}}{2 \mu_0} \quad (3.114)$$

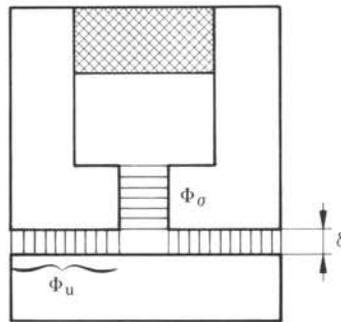


Fig. 3.23

On peut démontrer [9] que le produit de la force par l'entrefer présente un maximum pour le point K tel que $\overline{KM} = \overline{KN}$ également. De plus, ce maximum est égal à l'énergie magnétique externe utile.

$$F_K \delta_K = (W_{\text{eu}})_{\text{max}} = -\frac{B_0 H_S V_a}{8} \quad (3.115)$$

3.6.10 Exemple : fermeture de porte à aimant permanent

L'exemple traité dans les paragraphes suivants a pour but de décrire la méthodologie de choix d'un dispositif à aimant permanent travaillant en dynamique.

Il s'agit d'une fermeture de porte à aimant permanent caractérisée par les conditions suivantes :

- force d'attraction avec porte fermée de 20 N;
- énergie mécanique fournie par l'aimant la plus grande possible, pour un volume d'aimant donné;
- on envisagera les possibilités de réalisation en ferrite ou en Ticonal (fig. 3.6); ces deux matériaux sont en effet de coût faible.

On admettra les hypothèses et les conditions de fonctionnement des paragraphes 3.6.6 à 3.6.8.

3.6.11 Exemple : équations principales

Le comportement de l'aimant est caractérisé par les relations suivantes.

Par (3.5), pour la porte ouverte :

$$\tan \alpha_{\sigma} = -\Lambda_{\sigma} l_a / A_a = B_s / H_s \quad (3.116)$$

Par (2.99), on peut écrire pour la porte fermée :

$$F = \frac{1}{2} \frac{B_e^2 A_e}{\mu_0} \quad (3.117)$$

L'induction B_e apparaît dans l'espace d'air entre les pôles de l'aimant et la partie métallique de la porte; la surface A_e est celle de contact entre ces deux parties.

Par conservation du flux, on peut poser, sachant que les fuites sont nulles à porte fermée :

$$B_0 A_a = B_e \frac{1}{2} A_e \quad (3.118)$$

$$F = 2 \frac{B_0^2 A_a^2}{\mu_0 A_e} \quad (3.119)$$

Par ailleurs, le fer dans les zones de contact entre la porte et les pôles de l'aimant (fig. 3.24) ne doit pas être trop saturé. Si c'était le cas, la chute de potentiel dans ces zones serait trop élevée. On admettra un niveau limite d'induction B_{sat} . Par continuité, on peut écrire :

$$B_e = B_{\text{sat}} \quad (3.120)$$

On pose :

$$\gamma = B_0 / B_{\text{sat}} \quad (3.121)$$

L'expression (3.118) devient alors :

$$A_e = 2 \gamma A_a \quad (3.122)$$

$$F = \frac{B_0^2 A_a}{\mu_0 \gamma} \quad (3.123)$$

Les équations (3.116), (3.122) et (3.123) permettent de caractériser le système de fermeture de porte :

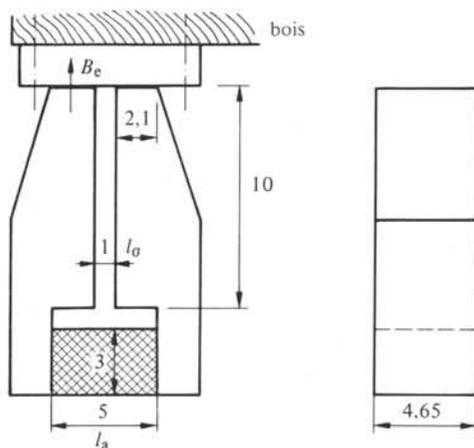


Fig. 3.24

$$\Lambda_{\sigma} l_a = -\tan \alpha_{\sigma} A_a \quad (3.124)$$

$$A_e = 2 \gamma A_a \quad (3.125)$$

$$A_a = \frac{\mu_0 F \gamma}{B_0^2} \quad (3.126)$$

La grandeur $\tan \alpha_{\sigma}$ est définie de telle façon que l'équation (3.109) corresponde à un maximum. Il en est de même pour B_0 .

Les inconnues sont les dimensions de la section de l'aimant, celles de la section de contact, la longueur de l'aimant et la géométrie associée à la perméance de fuite à porte ouverte (Λ_{σ}). Il y a plus d'inconnues que d'équations. Certaines dimensions devront être choisies de façon rationnelle, en prenant en considération les aspects constructifs.

3.6.12 Exemple : cas du Ticonal

Le matériau choisi est caractérisé par les valeurs optimales dynamiques suivantes :

- $B_s = 0,965$ T
- $H_s = 45750$ A/m
- $B_0 = 1.127$ T
- on adoptera une induction limite B_{sat} de 1,6 T;
- $\gamma = 0,704$

Les équations (3.124) à (3.126) permettent de déterminer les valeurs ci-après :

- $A_a = 1,39 \cdot 10^{-5}$ m²
- $A_e = 1,96 \cdot 10^{-5}$ m²
- $\Lambda_{\sigma} l_a = 2,92 \cdot 10^{-10}$ Vms/A

Après divers tâtonnements, on peut adopter les valeurs suivantes pour les diverses cotes (fig. 3.24) :

- $l_a = 5 \text{ mm}$
- $A_a = 4,65 \cdot 3 \text{ mm}^2$
- $V_a = 69,8 \text{ mm}^3$
- $l_\sigma = 1 \text{ mm}$
- $A_\sigma = 4,65 \cdot 10 \text{ mm}^2$
- $A_e = 2 (4,65 \cdot 2,1) \text{ mm}^2$

Le produit $\Lambda_\sigma l_a$ est relativement élevé. Une diminution de la longueur l_σ , favorisant la création d'un flux de fuite, est indispensable pour éviter une hauteur trop importante du dispositif (fig. 3.24).

3.6.13 Exemple : cas de la ferrite

Les valeurs optimales pour la caractéristique dynamique sont dans ce cas :

- $B_s = 0,125 \text{ T}$
- $H_s = 175000 \text{ A/m}$
- $B_0 = 0,37 \text{ T}$
- $B_{\text{sat}} = 1,6 \text{ T}$
- $\gamma = 0,231$

D'où les dimensions principales :

- $A_a = 4,25 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$
- $A_e = 1,96 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$
- $\Lambda_\sigma l_a = 3,03 \cdot 10^{-11} \text{ Vms/A}$

Les valeurs suivantes peuvent être admises pour les principales cotes (fig. 3.25) :

- $l_a = l_\sigma = 2,5 \text{ mm}$
- $A_a = 6 \cdot 7 \text{ mm}^2$
- $V_a = 105 \text{ mm}^3$
- $A_\sigma = 3,5 \cdot 7 \text{ mm}^2$
- $A_e = 2 (7 \cdot 1,4) \text{ mm}^2$

Dans ce cas, la perméance de fuite est suffisamment faible pour que les parties ferromagnétiques puissent être réalisées sans décrochement (fig. 3.25).

3.6.14 Exemple : conclusions

La solution recourant à du Ticonal conduit à un volume d'aimant plus faible ($69,8 \text{ mm}^3$ contre 105 mm^3). En revanche, la variante contenant de la ferrite est d'une géométrie beaucoup plus simple. Ce dernier aspect prendra généralement le pas sur l'avantage lié au volume.

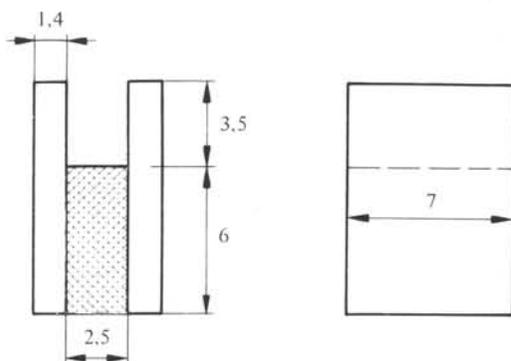


Fig. 3.25

3.7 AIMANT PERMANENT SOUMIS À UNE EXCITATION DÉMAGNÉTISANTE

3.7.1 Définition du problème

Dans de nombreuses applications, des aimants permanents contribuent à la création de forces électromécaniques par une interaction avec un bobinage. Ce dernier crée un potentiel magnétique qui se superpose à celui de l'aimant. Selon son signe, il aura un effet magnétisant ou démagnétisant. Dans ce dernier cas, on court le risque d'abaisser la droite de retour et de perdre une bonne part des qualités magnétisantes. Il s'agit de définir les limites à ne pas dépasser.

3.7.2 Cas particulier : circuit magnétique

Dans le cas général, une part importante des flux de la bobine et de l'aimant emprunte des circuits différents. Le cas d'un circuit magnétique commun à l'aimant et au bobinage sera examiné (fig. 3.26 et 3.27). Le principe du calcul et les conclusions peuvent être étendus sans autre au cas général. Dans le cas particulier de la figure 3.26, on a les relations suivantes :

$$\Phi = (\Theta_a - \Theta_b) \Lambda_i \Lambda_e / (\Lambda_i + \Lambda_e) \quad (3.127)$$

$$\Theta_e = \Phi / \Lambda_e = (\Theta_a - \Theta_b) \Lambda_i / (\Lambda_i + \Lambda_e) \quad (3.128)$$

L'indice a correspond à l'aimant et l'indice b à la bobine.

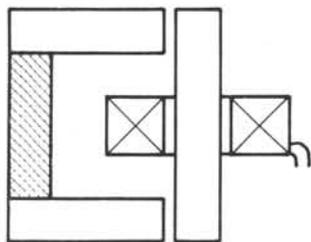


Fig. 3.26

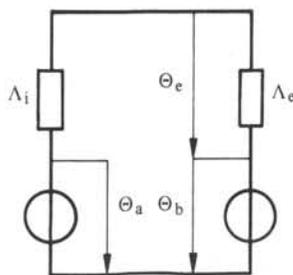


Fig. 3.27

3.7.3 Cas particulier : point de fonctionnement

Par la relation (1.9) appliquée au circuit de la figure 3.26, on a :

$$H l_a + H_e l_e = \Theta_b \tag{3.129}$$

Par (3.3), il vient :

$$H_e = \frac{B A_a}{\mu_e A_e} \tag{3.130}$$

Par substitution, on obtient :

$$H = \frac{\Theta_b}{l_a} - \frac{B A_a l_e}{l_a \mu_e A_e} = \frac{\Theta_b}{l_a} - \frac{B A_a}{l_a \Lambda_e} \tag{3.131}$$

L'intersection avec la droite de retour (3.6) conduit aux coordonnées du point de fonctionnement :

$$B = \frac{\Theta_b / l_a + B_0 / \mu_d}{A_a / \Lambda_e l_a + 1 / \mu_d} = \frac{\Theta_b / A_a + B_0 / \Lambda_i}{1 / \Lambda_e + 1 / \Lambda_i} \tag{3.132}$$

$$H = (B - B_0) / \mu_d \tag{3.133}$$

Ce point correspond à la construction de la figure 3.28. Il est situé sur une parallèle à la caractéristique externe passant par un point d'abscisse $(-\Theta_b / l_a)$.

Le point N' correspond à une démagnétisation. Le point N'' correspond à une magnétisation.

Le point K correspond à une démagnétisation excessive entraînant un abaissement permanent de la droite de retour. En conséquence, le potentiel de démagnétisation ne doit pas dépasser la valeur limite suivante :

$$\Theta_d = - H_S l_a - \frac{B_S A_a}{\Lambda_e} \tag{3.134}$$

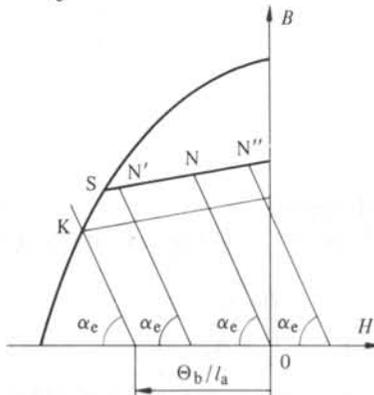


Fig. 3.28

3.7.4 Cas particulier : énergie mécanique

Par la relation (2.65), on peut poser pour l'accroissement d'énergie mécanique :

$$dW_{mec} = \frac{1}{2} \sum_{a,b} d\Lambda_{jP} \Theta_j \Theta_P \tag{3.135}$$

$$dW_{\text{mec}} = \frac{1}{2} d\Lambda_a \Theta_a^2 + \frac{1}{2} d\Lambda_b \Theta_b^2 + d\Lambda_{ab} \Theta_a \Theta_b \quad (3.136)$$

On a, dans le cas particulier, par suite d'un couplage total :

$$\Lambda_a = \Lambda_b = \Lambda_{ab} = \frac{\Lambda_i \Lambda_e}{\Lambda_i + \Lambda_e} = \Lambda_t \quad (3.137)$$

$$d\Lambda_t = \frac{\Lambda_i^2}{(\Lambda_i + \Lambda_e)^2} d\Lambda_e \quad (3.138)$$

$$dW_{\text{mec}} = \frac{1}{2} \frac{\Lambda_i^2}{(\Lambda_i + \Lambda_e)^2} d\Lambda_e (\Theta_a^2 + \Theta_b^2 + 2 \Theta_a \Theta_b) \quad (3.139)$$

La variation totale d'énergie mécanique se décompose en trois termes :

- le premier, proportionnel à Θ_a^2 , est dû à l'action de l'aimant seul;
- le deuxième, proportionnel à Θ_b^2 , est dû à l'action du bobinage seul;
- le dernier, proportionnel à $2 \Theta_a \Theta_b$, est dû à l'action mutuelle du bobinage et de l'aimant.

On retrouve ces trois termes avec des importances relatives différentes dans tout système faisant intervenir un bobinage et un aimant.

3.7.5 Cas particulier : choix des dimensions de l'aimant

Le choix des dimensions de l'aimant, plus particulièrement de son épaisseur, sera examiné par le biais de la structure décrite au paragraphe 3.7.2 (fig. 3.26 et 3.27). La méthodologie peut être étendue sans autre à un cas plus général, prenant en considération les flux de fuite.

La perméance externe est imposée par les caractéristiques mécaniques (entrefer), électromécaniques (couples, forces) ou magnétiques (induction de saturation) du système étudié. Il s'agit alors de déterminer les importances respectives des potentiels de l'aimant et de la bobine.

3.7.6 Cas particulier : développement

Par la relation (3.132), on peut écrire pour l'induction de l'aimant :

$$B = \frac{\Theta_b \Lambda_e}{(1 + \Lambda_e / \Lambda_i) A_a} + \frac{B_0 \Lambda_e / \Lambda_i}{1 + \Lambda_e / \Lambda_i} \quad (3.140)$$

La force associée à un tel système peut s'écrire par (2.99) :

$$F = \frac{1}{2\mu_0} B_e^2 A_e = \frac{1}{2\mu_0} B^2 A_a^2 / A_e \quad (3.141)$$

On pose :

$$x = \Lambda_e / \Lambda_i \quad (3.142)$$

Par substitution de (3.140) et (3.142) dans (3.141), on obtient :

$$F = \frac{1}{2 \mu_0} \frac{A_a^2}{A_e} \left[\frac{B_0^2 x^2}{(1+x)^2} + \frac{\Theta_b^2 \Lambda_e^2}{(1+x)^2 A_a^2} + \frac{2 B_0 \Theta_b \Lambda_e x}{(1+x)^2 A_a} \right] \quad (3.143)$$

La force mutuelle entre aimant et bobine vaut donc :

$$F_{ab} = \frac{B_0 \Theta_b A_a}{\mu_0 A_e} \Lambda_e \frac{x}{(1+x)^2} \quad (3.144)$$

Cette grandeur présente un maximum pour $x = 1$. Ce maximum coïncide avec l'égalité de la perméance interne et de la perméance externe à l'aimant.

Le quotient de la force mutuelle par la force due à l'aimant seul est généralement caractéristique des performances dynamiques d'un transducteur (chap. 11 et 12). On obtient :

$$\frac{F_{ab}}{F_a} = \frac{2 \Theta_b \Lambda_e}{B_0 A_a x} \quad (3.145)$$

Afin d'imposer un rapport de ces deux forces nettement supérieur à 1, on peut être appelé à choisir une valeur de x inférieure à 1.

Pour une section externe égale à celle de l'aimant, on a alors :

$$x = \frac{\Lambda_e}{\Lambda_i} = \frac{\mu_0 l_a}{l_e \mu_d} = \frac{l_a}{\mu_{dr} l_e} \leq 1 \quad (3.146)$$

Dans ces conditions, l'aimant est caractérisé par un point de fonctionnement situé en dessous du point correspondant au produit BH maximum.

3.8 MAGNÉTISATION DES AIMANTS PERMANENTS

3.8.1 Courbe de première magnétisation

Un aimant permanent sortant de fabrication est caractérisé par un champ et une induction magnétique nulles, par suite d'une orientation aléatoire des domaines magnétiques. Pour transformer ce matériau en un aimant permanent, il s'agit de le magnétiser dans sa structure définitive (Ticonal, Alnico) ou dans un circuit quelconque (ferrite, Sm Co). La *magnétisation* est obtenue par imposition d'un champ magnétique externe dans la direction d'orientation préférentielle des domaines de Weiss.

En soumettant un aimant à un champ magnétique croissant, la caractéristique $B-H$ présente trois zones distinctes :

- une première zone (1) (fig. 3.29), réversible, correspondant à une croissance des domaines de Weiss orientés selon la direction du champ externe;
- une deuxième zone (2), irréversible, correspondant à une orientation progressive des domaines dans une direction s'approchant de celle du champ;
- une troisième zone (3), correspondant à une saturation par alignement de l'ensemble des domaines dans la direction de magnétisation; la perméabilité différentielle est alors celle du vide.

La figure 3.29 présente une telle caractéristique correspondant à un matériau de type Ticonal (fig. 3.6). La courbe (4) est la caractéristique principale. Cette même

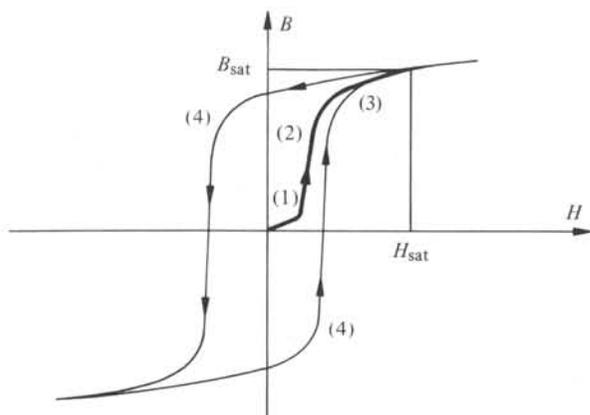


Fig. 3.29

figure permet de définir un niveau limite de saturation caractérisé par une *induction de saturation* B_{sat} et un *champ de saturation* H_{sat} . La magnétisation consiste donc à imposer un niveau de champ égal ou supérieur à H_{sat} .

3.8.2 Energie de magnétisation

Les niveaux de magnétisation sont généralement compris entre 1,35 T et 4 T (B_{sat}) ou entre 230 kA/m et 3200 kA/m (H_{sat}). Les valeurs les plus faibles correspondent au Ticonal ou à l'Alnico. Les valeurs les plus élevées sont valables pour le Sm Co.

Les énergies magnétiques correspondantes sont respectivement de 155 kJ/m³ et de 6400 kJ/m³. Il s'agit de l'énergie volumique à fournir à l'aimant lui-même pour le saturer. En pratique, un volume plus important doit être soumis à la même énergie spécifique (magnétisation dans l'air) ou à une énergie comparable (magnétisation dans une structure ferromagnétique). L'énergie nécessaire est généralement de deux à vingt fois celle de l'aimant seul. L'excédent est alors dissipé sous forme d'énergie thermique.

3.8.3 Structures de magnétisation

Selon des impératifs liés à la technique de magnétisation, à l'emploi ou à la nature de l'aimant, diverses structures peuvent être envisagées lors de la magnétisation. On peut citer :

- un circuit ferromagnétique définissant la géométrie des lignes de champ;
- le circuit magnétique définitif de l'aimant; l'aimantation est assurée par un bobinage ad hoc ou par une structure ferromagnétique supplémentaire;
- un circuit magnétique constitué par de l'air. La magnétisation est alors assurée par une bobine.

3.8.4 Techniques de magnétisation

Les techniques de magnétisation peuvent être très diverses. En pratique, elles se réduisent aux variantes suivantes.

- Magnétisation par un autre aimant permanent, de taille plus grande. Celui-ci est généralement associé à un circuit ferromagnétique permettant une concentration du flux. En pratique, on peut atteindre des champs de 100 à 200 kA/m et des inductions d'environ 2 T. Si, dans une première étape, l'énergie magnétique est bien fournie par l'aimant, celle-ci lui est restituée lors du retrait de l'échantillon, par conversion d'énergie mécanique. Ce retrait est délicat, car il peut perturber la direction de magnétisation par les champs de fuite (effets de franges).
- Magnétisation par un électro-aimant associé à un circuit ferromagnétique. Là également, la limitation des performances est donnée par la saturation du fer. Le retrait de l'échantillon s'effectue à courant coupé.
- Magnétisation par une bobine supraconductrice. Des inductions très élevées (5 T) dans des volumes importants peuvent être obtenues. L'échantillon peut être retiré sans perturbation dans l'axe de la bobine. De telles installations sont très coûteuses.
- Magnétisation par une bobine excitée par une impulsion de courant. Des champs jusqu'à 4 000 kA/m (5 T) peuvent être atteints durant des temps courts, de l'ordre de quelques millisecondes. L'excitation est assurée par la décharge d'un condensateur ou par une source d'énergie continue (redresseur, machine à courant continu, etc.).
- Magnétisation par une impulsion de courant au travers d'un transformateur (fig. 3.30). Le secondaire est généralement constitué d'une seule spire. Celle-ci est associée à une structure ferromagnétique permettant de générer des structures multipôles ou de répartition spatiale quelconque. Cette technique convient pour des champs relativement faibles, de 100 à 500 kA/m, et des volumes importants.

D'autres techniques peuvent être utilisées en laboratoire ou comme solution de secours.

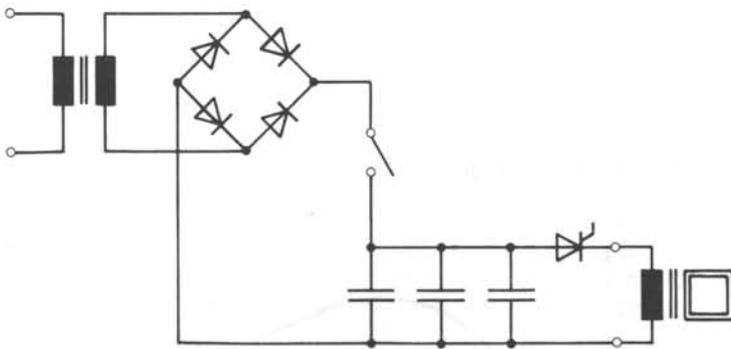


Fig. 3.30

3.8.5 Exemple : magnétisation par décharge d'un condensateur

On peut associer à cette technique le schéma électrique équivalent de la figure 3.31. Après charge du condensateur au travers d'un élément redresseur, la décharge est réalisée dans la bobine de magnétisation par fermeture de l'interrupteur (1). La

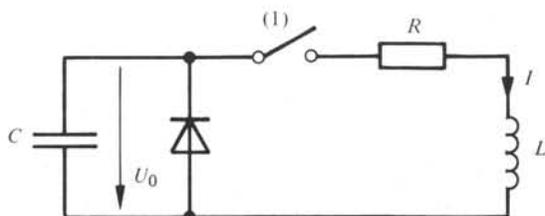


Fig. 3.31

fonction de l'interrupteur est généralement assurée par un thyristor ou par un ignitron. La diode permet d'éviter l'apparition d'un courant négatif risquant de provoquer une démagnétisation partielle. Les équations caractéristiques d'une décharge sont alors les suivantes :

$$I_{\max} = \frac{U_0}{\omega L} \sin \omega t_1 \exp(-R t_1 / 2L) \quad (3.147)$$

La tension initiale de la capacité est U_0 . Les grandeurs ω et t_1 (instant d'apparition du maximum de courant I_{\max}) sont données par les relations :

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \quad (3.148)$$

$$t_1 = \frac{1}{\omega} \arctan(2\omega L/R) \quad (3.149)$$

Dans la relation (3.148), si le terme sous le radical est négatif, ces relations deviennent :

$$I_{\max} = \frac{U_0}{\omega' L} \sinh \omega' t_1 \exp(-R t_1 / 2L) \quad (3.150)$$

$$\omega' = \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} \quad (3.151)$$

$$t_1 = \frac{1}{\omega'} \operatorname{artanh}(2\omega' L/R) \quad (3.152)$$

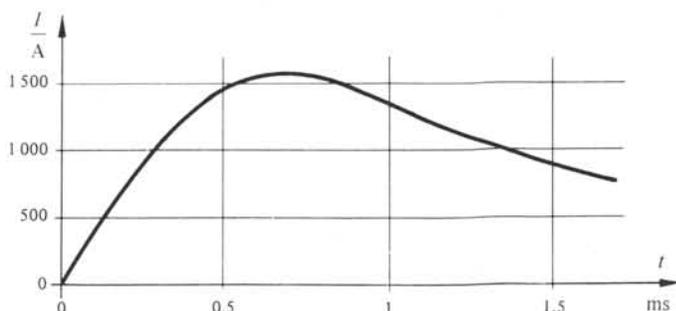


Fig. 3.32

Dès que la tension aux bornes de la capacité s'annule, la diode devient conductrice et assure une décroissance exponentielle du courant de la bobine.

A titre d'exemple, le cas particulier ci-après conduit aux valeurs numériques suivantes :

- tension de charge des condensateurs $U_0 = 1500 \text{ V}$;
- capacité des condensateurs $C = 600 \mu\text{F}$;
- bobine de diamètre intérieur de 23 mm, de diamètre extérieur de 200 mm et d'une longueur de 2,4 mm; l'inductance correspondante est de $330 \mu\text{H}$ et la résistance de $0,255 \Omega$ pour 80 spires.

Par les relations (3.150) à (3.152), il résulte un courant maximum de 1585 A après une durée t_1 de 0,632 ms. La pulsation ω est de 2214 s^{-1} . L'allure du courant est décrite par la figure 3.32.

LOIS DE SIMILITUDE

4.1 BUTS ET DÉFINITIONS

4.1.1 Circuits électriques et magnétiques

Les combinaisons possibles d'éléments constitutants de convertisseurs électromécaniques ou de machines électriques sont inépuisables. Il est en effet possible de recourir à un nombre varié de circuits électriques et magnétiques et d'en modifier les dispositions relatives.

Cependant, une contrainte spécifique aux systèmes électromagnétiques est limitative quant aux performances de tout transducteur électromécanique.

Elle découle de l'une des relations de Maxwell (1.9). Celle-ci implique l'imbrication des circuits électriques et magnétiques. On peut schématiser ces deux circuits par le dessin ci-dessous (fig. 4.1). Toute modification des dimensions d'un des circuits implique également une modification pour l'autre.

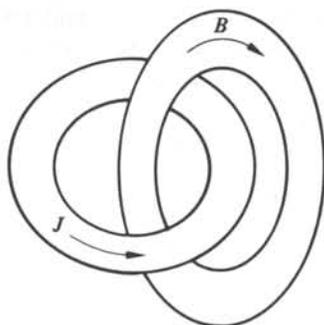


Fig. 4.1

4.1.2 But des lois de similitude

Le choix d'une solution pour un convertisseur électromécanique dépend en premier lieu de l'organe entraîné. Des concepts tels que le rendement, l'échauffement ou la puissance volumique sont également déterminants.

Avant la description de divers convertisseurs électromécaniques, ce chapitre a pour but de mettre en évidence l'évolution des principales caractéristiques (rendement, saturation, pertes, échauffement) des transducteurs en fonction de leur taille ou de leur puissance. Il doit permettre de justifier un certain nombre de choix ultérieurs. Parmi ceux-ci, des directives concernant les matériaux et les principaux composants pourront aisément être dégagées.

4.1.3 Méthodologie

La marche à suivre consiste à partir d'un transducteur dont les dimensions et les performances sont connues. Il s'agit alors de définir l'évolution des performances d'un système homothétique. Cette démarche permet de fixer des règles générales associées à un changement de taille. Elle permet également de définir les corrections à apporter à une variation homothétique pour améliorer les performances.

Les principales grandeurs étudiées seront la puissance mécanique et les pertes. Elles seront exprimées en fonction de paramètres tels que la densité de courant, l'induction ou l'échauffement.

4.1.4 Notations

La comparaison s'effectuera entre deux machines homothétiques. L'une, considérée comme machine de référence, sera caractérisée par des grandeurs sans indice. L'autre, considérée comme machine homothétique, sera caractérisée par des grandeurs affectées par un exposant '. Les valeurs relatives, correspondant au quotient de grandeurs homologues, seront repérées par un astérisque (*). Par exemple, la longueur de la machine de référence sera désignée par l . La longueur de la machine homothétique sera désignée par l' . Le quotient de ces deux grandeurs, l^* , s'écrit alors :

$$l^* = l'/l \quad (4.1)$$

4.1.5 Analogies

Afin d'illustrer la démarche entreprise dans ce chapitre, une analogie empruntée au règne animal sera analysée. Si on compare les plus grands animaux terrestres de tous les temps, les dinosaures, à l'un des plus petits mammifères, la souris, on constate des différences de morphologie évidentes. Des éléments homologues, tels que pattes ou queues se différencient fortement.

Le thyransosaure de la figure 4.2 n'est pas homothétique à la souris de la figure 4.3. Les mêmes différences caractéristiques peuvent être mises en évidence entre les animaux de grande taille et ceux nettement plus petits. La raison est à rechercher dans la nature qui, en obéissant aux lois de la biologie, de la physique et de l'évolution, permet l'adaptation de la morphologie du squelette et de la musculature à la taille de l'animal.

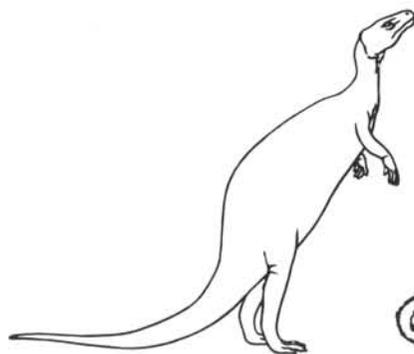


Fig. 4.2



Fig. 4.3

A titre d'exemple, si on considère deux animaux homothétiques de taille différente, leur masse est proportionnelle au cube de la longueur. La section des os serait alors proportionnelle au carré de la longueur. En conséquence, les contraintes de compression ou de traction, définies par le rapport du poids et de la section des os, évoluent proportionnellement à la taille.

On constate pratiquement que la nature apporte une correction à la loi de l'homothétie par un accroissement plus important de la section, afin de limiter la fragilité des gros animaux.

Dans une première étape, les principaux transducteurs électromécaniques seront comparés lors d'une réduction homothétique. Par analogie avec le monde animal, on tentera en seconde étape d'améliorer les performances des systèmes électromécaniques en corrigeant les lois d'homothétie.

4.2 PERTES RELATIVES

4.2.1 Rappel : sources de pertes

Une machine électrique sera principalement le siège de trois sources de pertes, soit :

- les pertes Joule dans les circuits électriques;
- les pertes dans le fer (§ 1.5.5 à 1.5.9), situées dans les circuits magnétiques parcourus par un flux alternatif. Elles se décomposent en pertes par courant de Foucault et en pertes par hystérésis;
- les pertes mécaniques liées aux frottements des paliers et au brassage de l'air par le rotor et le ventilateur éventuel.

4.2.2 Pertes Joule

Les pertes Joule sont liées à la densité de courant et au volume des conducteurs par la relation :

$$P_J = \int_V \rho J^2 dV \quad (4.2)$$

En conservant le même matériau quelles que soient les dimensions, on a l'évolution suivante pour une réduction homothétique :

$$\rho^* = \rho' / \rho = 1 \quad (4.3)$$

$$V^* = V' / V = l^{*3} \quad (4.4)$$

$$P_J^* = J^{*2} l^{*3} \quad (4.5)$$

4.2.3 Pertes par courants de Foucault

Les pertes par courants de Foucault sont approchées, pour des tôles, par la relation suivante, dérivée de (1.151) :

$$P_W = C_W (f/f_0)^2 (e/e_0)^2 (B/B_0)^2 m \quad (4.6)$$

L'indice 0 correspond à une grandeur de référence; les valeurs usuelles correspondent à une fréquence f_0 de 50 Hz, à une épaisseur e_0 de 0,5 mm et à une induction B_0 de 1 T.

En valeur relative, on obtient :

$$C_W^* = 1 \quad (4.7)$$

$$P_W^* = f^{*2} e^{*2} B^{*2} l^{*3} \quad (4.8)$$

Deux cas sont à considérer pour l'épaisseur des tôles :

- l'épaisseur e est constante (cas le plus fréquent) :

$$e^* = 1 \quad (4.9)$$

$$P_W^* = f^{*2} B^{*2} l^{*3} \quad (4.10)$$

- l'épaisseur de tôle varie proportionnellement aux dimensions :

$$e^* = l^* \quad (4.11)$$

$$P_W^* = f^{*2} B^{*2} l^{*5} \quad (4.12)$$

4.2.4 Pertes par hystérésis

Les pertes par hystérésis sont approchées par la relation suivante, dérivée de (1.147) :

$$P_h = C_h (f/f_0) (B/B_0)^2 m \quad (4.13)$$

En valeur relative, il vient :

$$C_h^* = 1 \quad (4.14)$$

$$P_h^* = f^* B^{*2} l^{*3} \quad (4.15)$$

4.2.5 Pertes mécaniques

Selon la nature des pertes mécaniques (ventilation, frottement de paliers, etc.), leur variation différera en fonction de la taille.

Bien qu'elles doivent intervenir dans le rendement du moteur, on ne les fera pas apparaître explicitement.

4.3 CARACTÉRISTIQUES DES SYSTÈMES RÉLUCTANTS

4.3.1 Caractères généraux

Un système réluctant est caractérisé par l'absence d'inductance mutuelle. La force résultante est donnée par la relation (2.66) :

$$F_m = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \frac{dL_j}{dx_m} i_j^2 \quad (4.16)$$

Les propriétés décrites par la suite peuvent être étendues à d'autres systèmes. Citons principalement :

- les transformateurs,
- les moteurs ou systèmes à induction.

Une justification sera donnée dans les chapitres correspondants (vol. X).

4.3.2 Puissance mécanique

Pour simplifier la suite des développements, on adoptera un système réluctant tournant, présentant un seul enroulement, soit :

$$M_{\alpha} = \frac{1}{2} dL/d\alpha i^2 \quad (4.17)$$

$$P_{\text{mec}} = M_{\alpha} \Omega \quad (4.18)$$

Dans un transducteur devant assurer une conversion d'information, il y a proportionnalité entre la vitesse de rotation angulaire Ω et la fréquence d'alimentation f (chap. 6 à 12). On peut alors poser :

$$\Omega = k f \quad (4.19)$$

$$P_{\text{mec}}^* = M_{\alpha}^* f^* \quad (4.20)$$

Par la relation (4.17), on a :

$$M_{\alpha}^* = L^* i^{*2} = \Lambda^* \Theta^{*2} \quad (4.21)$$

Par la relation (1.55), on obtient :

$$\mu^* = 1 \quad (4.22)$$

$$\Lambda^* = l^* \quad (4.23)$$

La relation (1.36) permet d'écrire :

$$\Theta = Ni = JA_e \quad (4.24)$$

La section A_e est la section nette du circuit électrique :

$$\Theta^* = J^* l^{*2} \quad (4.25)$$

On en déduit l'expression de la puissance mécanique en fonction de la densité de courant relative :

$$P_{\text{mec}}^* = J^{*2} l^{*5} f^* \quad (4.26)$$

4.3.3 Dépendance de l'induction et de la densité de courant

Les grandeurs magnétique B et électrique J sont liées par les relations suivantes, déduites de (1.43), (1.27) et (4.25) :

$$(BA_m)^* = \Lambda^* (Ni)^* \quad (4.27)$$

$$B^* l^{*2} = l^* J^* l^{*2} \quad (4.28)$$

$$B^* = J^* l^* \quad (4.29)$$

La grandeur A_m est la section nette du circuit magnétique.

Cette relation montre qu'il n'est pas possible de maintenir simultanément l'induction et la densité de courant constantes lors d'une réduction homothétique. Si l'induction est maintenue constante, la densité de courant est inversement proportionnelle à la longueur.

La puissance mécanique relative exprimée en fonction de l'induction devient

d'après (4.26) et (4.29) :

$$P_{\text{mec}}^* = B^{*2} l^{*3} f^* \quad (4.30)$$

4.3.4 Influence de l'échauffement

L'échauffement est déterminant dans le choix de la puissance volumique d'une machine électrique. Celui-ci est principalement limité par la tenue thermique des isolants. Toute réduction de l'échauffement nécessite une diminution des pertes, un accroissement de la capacité thermique ou de l'efficacité de refroidissement. Ces différentes mesures impliquent une augmentation de volume.

Pour déterminer une expression simplifiée de l'échauffement, on énoncera deux hypothèses, admissibles pour de petites puissances :

- la chute de température par conduction est négligeable; l'échauffement est alors déterminé essentiellement par la convection naturelle;
- seules les pertes Joule sont prises en considération.

L'échauffement est alors défini par la relation [28] :

$$\Delta T = \frac{\rho J^2 V}{\alpha A_\alpha} \quad (4.31)$$

La grandeur α est le coefficient de convection ($\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$) agissant sur la surface extérieure du système A_α .

On peut poser :

$$\Delta T^* = J^{*2} l^* \quad (4.32)$$

Pour maintenir l'échauffement constant lors d'une transformation homothétique, on a :

$$\Delta T^* = 1 \quad (4.33)$$

$$J^* = \sqrt{1/l^*} \quad (4.34)$$

La relation (4.26) devient :

$$P_{\text{mec}}^* = l^{*4} f^* \quad (\Delta T = \text{constante}) \quad (4.35)$$

A titre comparatif, on obtient :

$$P_{\text{mec}}^* = l^{*3} f^* \quad (B = \text{constante}) \quad (4.36)$$

$$P_{\text{mec}}^* = l^{*5} f^* \quad (J = \text{constante}) \quad (4.37)$$

Selon que l'on maintient l'échauffement, l'induction ou la densité de courant constants, la puissance mécanique varie dans des proportions importantes. En pratique, le maintien d'une induction constante conduit à un échauffement excessif. Le fait d'imposer une densité de courant inchangée conduit à une sous-utilisation du matériel. Ces deux faits donnent des indications quant à la correction des lois d'homothétie.

4.3.5 Pertes Joule relatives

Par (4.5) et (4.26), les pertes Joule rapportées à la puissance mécanique s'écrivent :

$$(P_J/P_{\text{mec}})^* = P_J^*/P_{\text{mec}}^* = 1/(f^* l^{*2}) \quad (4.38)$$

On constate que, dans tous les cas, les pertes évoluent de façon indépendante de la densité de courant. En conséquence, il est impossible d'agir sur le rendement lié aux pertes Joule d'un moteur réluctant ou à induction, lors d'une réduction homothétique. Ce rendement a pour expression :

$$\eta_J = \frac{P_{mec}}{P_{mec} + P_J} \quad (4.39)$$

Pour un système réluctant, on peut déduire le rendement η'_J du système de dimensions homothétiques à partir du rendement du système principal η_J par la relation (4.38) :

$$\eta'_J = \frac{1}{1 + (P_J/P_{mec})^* (1/\eta_J - 1)} \quad (4.40)$$

$$\eta'_J = \frac{1}{1 + \frac{1/\eta_J - 1}{f^* l^{*2}}} \quad (4.41)$$

Ce rendement diminue rapidement avec les dimensions (4.38).

4.3.6 Pertes dans le fer

Par (4.8) et (4.30), les pertes relatives par courants de Foucault s'écrivent :

$$(P_W/P_{mec})^* = f^* e^{*2} \quad (4.42)$$

De même par (4.15) et (4.30), on obtient pour les pertes relatives par hystérésis :

$$(P_h/P_{mec})^* = 1 \quad (4.43)$$

On constate donc que les pertes fer relatives sont inchangées avec les dimensions ou diminuent avec l'épaisseur des tôles.

Pour de faibles dimensions, ce sont donc bien les pertes Joule qui sont déterminantes quant au rendement.

4.3.7 Correction des lois de similitude

Les résultats obtenus aux paragraphes 4.3.4 à 4.3.6 montrent que les pertes relatives dans le fer tendent à rester constantes ou à diminuer avec les dimensions. En revanche, les pertes Joule relatives s'accroissent considérablement, puisqu'elles sont inversement proportionnelles au carré des dimensions. De plus, en maintenant un échauffement constant, l'induction diminue et la densité de courant s'accroît.

En conséquence, on a intérêt à diminuer la section relative de fer et à accroître celle de cuivre lors d'une réduction des dimensions. C'est l'inverse qui doit se produire pour un accroissement de taille.

A titre d'exemple, la figure 4.4. présente une coupe simplifiée d'un turbo-alternateur (vol. X) de 60 MVA. La figure 4.5 présente une coupe d'un micromoteur de montre de quelques μW . Dans les deux cas, les parties noires correspondent au cuivre et les parties blanches au fer. La section relative du cuivre de la machine de grande puissance est de loin la plus faible.

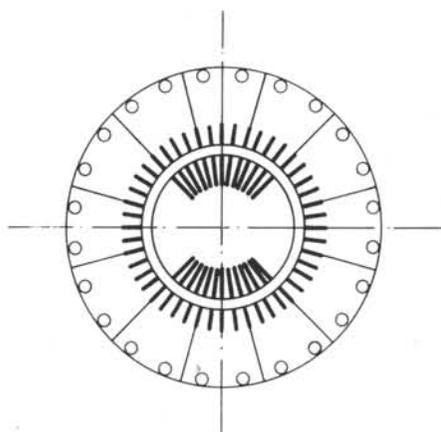


Fig. 4.4

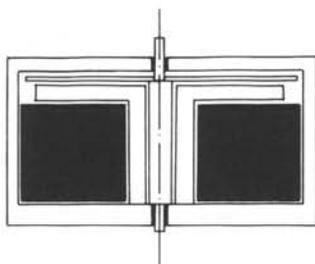


Fig. 4.5

4.4 CARACTÉRISTIQUES DES SYSTÈMES POLARISÉS

4.4.1 Propriétés générales

Les *transducteurs polarisés* (chap. 6) seront caractérisés par la présence d'un ou de plusieurs aimants permanents. En conséquence, il existera un ou plusieurs termes mutuels entre aimant et bobinage. Par simplification, on considérera un système formé d'un aimant (a) et d'une bobine (b). Le couple prend la forme suivante :

$$M_{\alpha} = \frac{1}{2} \frac{d\Lambda_b}{d\alpha} \Theta_b^2 + \frac{1}{2} \frac{d\Lambda_a}{d\alpha} \Theta_a^2 + \frac{d\Lambda_{ab}}{d\alpha} \Theta_a \Theta_b \quad (4.44)$$

Dans un transducteur bien conçu, le terme mutuel entre aimant et bobine est prépondérant. C'est lui qui définit le comportement principal du système. Les autres termes sont soit négligeables, soit présentent un effet parasite secondaire. Par la suite, on ne prendra en considération que ce terme mutuel.

4.4.2 Aimant permanent

Il s'agit en première étape de définir l'évolution du point de fonctionnement de l'aimant lors d'une réduction homothétique.

Dans le plan B - H , la droite de charge a pour pente, par (3.5) :

$$B/H = -\Lambda_e I_a / A_a \quad (4.45)$$

$$(B/H)^* = \Lambda_e^* / l^* = l^* / l^* = 1 \quad (4.46)$$

Le point de fonctionnement reste inchangé. Il en est donc de même pour la droite de retour. Le potentiel magnétique interne de l'aimant devient, par (3.39) :

$$\Theta_a = H_0 l_a \quad (4.47)$$

$$\Theta_a^* = l^* \quad (4.48)$$

4.4.3 Puissance mécanique

$$P_{\text{mec}} = M_\alpha \Omega = \frac{d\Lambda_{ab}}{d\alpha} \Theta_a \Theta_b \Omega \quad (4.49)$$

En valeur relative, on obtient par (4.23), (4.25) et (4.48) :

$$\Lambda_{ab}^* = l^* \quad (4.50)$$

$$\Theta_b^* = J^* l^{*2} \quad (4.51)$$

$$P_{\text{mec}}^* = J^* l^{*4} f^* \quad (4.52)$$

Par (4.29), on peut aussi écrire :

$$P_{\text{mec}}^* = B^* l^{*3} f^* \quad (4.53)$$

L'induction B est celle créée par le bobinage (B_b). L'induction créée par l'aimant est inchangée.

Pour un échauffement maintenu constant selon les hypothèses du paragraphe 4.3.4, la relation (4.52) devient par (4.34) :

$$P_{\text{mec}}^* = l^{*3,5} f^* \quad (\Delta T = \text{constante}) \quad (4.54)$$

De la même manière, on obtient :

$$P_{\text{mec}}^* = l^{*3} f^* \quad (B = \text{constante}) \quad (4.55)$$

$$P_{\text{mec}}^* = l^{*4} f^* \quad (J = \text{constante}) \quad (4.56)$$

4.4.4 Pertes Joule relatives

Par les relations (4.5) et (4.52), on a :

$$\left(\frac{P_J}{P_{\text{mec}}} \right)^* = \frac{J^*}{f^* l^*} = \frac{B^*}{f^* l^{*2}} \quad (4.57)$$

Contrairement au cas du système réductant, le système polarisé a des pertes Joule relatives fonction de la densité de courant. On peut en particulier imposer un rendement constant lors d'une réduction, soit :

$$\eta_J^* = P_{\text{mec}}^* / (P_J + P_{\text{mec}})^* = P_J^* / P_{\text{mec}}^* = 1 \quad (4.58)$$

$$J^* = f^* l^* \quad (4.59)$$

L'expression (4.52) devient :

$$P_{\text{mec}}^* = l^{*5} f^{*2} \quad (4.60)$$

Pour maintenir le rendement constant, il faut donc diminuer la densité de courant avec la longueur. Il y a simultanément diminution de l'échauffement.

4.4.5 Pertes fer relatives

Par les relations (4.8) et (4.53), les pertes relatives par courants de Foucault peuvent s'écrire :

$$(P_W/P_{\text{mec}})^* = f^* e^{*2} B_b^* \quad (4.61)$$

De même pour les pertes relatives par hystérésis, par (4.15) :

$$(P_h/P_{\text{mec}})^* = B_b^* \quad (4.62)$$

Lorsque le rendement Joule est maintenu constant, on a par (4.59) :

$$B_b^* = f^* l^{*2} \quad (4.63)$$

$$(P_W/P_{\text{mec}})^* = f^{*2} e^{*2} l^{*2} \quad (4.64)$$

$$(P_h/P_{\text{mec}})^* = l^{*2} f^* \quad (4.65)$$

Dans ce cas, les pertes dans le fer diminuent proportionnellement au carré de la longueur.

4.4.6 Correction des lois de similitude

De façon semblable au cas des systèmes réductants (§ 4.3.7), l'homothétie entre deux transducteurs de tailles différentes doit être corrigée pour prendre en considération l'évolution des pertes et des rendements. Dans ce cas également, un accroissement de la section relative des conducteurs doit être prévu lors d'une réduction des dimensions. Simultanément, une réduction de la section du circuit ferromagnétique doit être imposée.

4.5 CONSTANTES DE TEMPS

4.5.1 Fréquence limite

De nombreux systèmes électromécaniques sont alimentés par des impulsions de tension. Les performances dynamiques limites sont alors imposées par la constante de temps d'établissement du courant dans les circuits électriques. Les possibilités d'améliorer les performances par des astuces liées à l'alimentation seront examinées à la section 11.8.

L'influence de la taille sur cette constante de temps, ainsi que sur la constante de temps mécanique, sera examinée aux paragraphes suivants.

4.5.2 Constante de temps électrique

Un circuit électrique d'un système électromécanique peut généralement se réduire, à vitesse nulle (chap. 5), à un circuit R, L série (sect. IV.3.2). La constante de temps d'établissement du courant est alors donnée par la relation :

$$\tau_e = L/R \quad (4.66)$$

Par la relation (4.23) :

$$L^* = N^{*2} l^* \quad (4.67)$$

La résistance R peut s'écrire :

$$R = \frac{\rho N l_e}{A_e / N} = N^2 \rho l_e / A_e \quad (4.68)$$

La longueur l_e est la longueur moyenne d'une spire. La grandeur A_e est la section nette des spires du circuit électrique. On obtient donc :

$$R^* = N^{*2} / l^* \quad (4.69)$$

$$\tau_e^* = l^{*2} \quad (4.70)$$

La fréquence limite d'alimentation correspondante est inversement proportionnelle à cette constante de temps :

$$f^* = 1/\tau_e^* = 1/l^{*2} \quad (4.71)$$

Elle s'accroît lorsque les dimensions diminuent.

4.5.3 Constante de temps mécanique

Pour un système tournant, la constante de temps mécanique peut être définie par le temps nécessaire pour parcourir un angle caractéristique $\Delta\alpha$. Il peut s'agir par exemple du pas élémentaire d'un moteur pas à pas (chap. 11). Par l'équation de mouvement, on obtient :

$$I \frac{d^2\alpha}{dt^2} = M_m \quad (4.72)$$

La grandeur I est le *moment d'inertie dynamique*, défini par la relation suivante :

$$I = \int r^2 dm \quad (4.73)$$

En valeur relative, on a donc :

$$I^* = I^{*5} \quad (4.74)$$

La grandeur M_m est le couple accélérateur moyen. L'équation (4.72) peut s'écrire en termes d'accroissements :

$$I \frac{\Delta\alpha}{(\Delta t)^2} = M_m \quad (4.75)$$

Le temps Δt correspond à la constante de temps cherchée :

$$\tau_m = \sqrt{\frac{I \Delta \alpha}{M_m}} \quad (4.76)$$

Par la relation (4.74), on obtient :

$$\tau_m^* = \sqrt{\frac{l^{*5}}{M_m^*}} \quad (4.77)$$

Cette constante dépend du couple moyen, lui-même lié au type de convertisseur électromécanique et aux critères imposés (densité de courant, induction ou échauffement constants).

Pour un système réluctant à échauffement imposé constant lors d'une réduction homothétique, on a par (4.20) et (4.35) :

$$\tau_m^* = \sqrt{l^*} \quad (4.78)$$

Pour un système polarisé à échauffement constant, on a par la relation (4.54) :

$$\tau_m^* = l^{*0,75} \quad (4.79)$$

Toujours pour un système polarisé, on obtient à rendement constant, par (4.60) :

$$\tau_m^* = 1/\sqrt{f^*} \quad (4.80)$$

4.6 EXEMPLE

4.6.1 Donnée

L'exemple qui suit a pour but d'illustrer l'utilisation possible des lois de similitude. Il s'agit, dans le cas particulier, de mettre en évidence les conditions et les limites de réalisation de micromoteurs.

Le point de départ (moteur de référence) est un moteur rotatif présentant les caractéristiques suivantes :

- puissance mécanique de 1 kW;
- vitesse de rotation de 3 000 t/min (ou 50 Hz);
- longueur caractéristique du moteur de 100 mm;
- pertes Joule rapportées à la puissance mécanique $P_J/P_{mec} = 0,05$.

En conséquence, le rendement Joule vaut 95,2%.

Il s'agit d'étudier les caractéristiques d'un micromoteur homothétique, susceptible d'entraîner les aiguilles d'une montre à quartz :

- puissance mécanique de 1 μ W;
- fréquence de rotation de 1/6 Hz.

4.6.2 Système réluctant

En première étape, on étudiera un moteur à échauffement invariant. Par la relation (4.35), on a :

$$l^* = (P_{\text{mec}}^*/f^*)^{1/4} \quad (4.81)$$

$$f^* = 1/300$$

$$P_{\text{mec}}^* = 10^{-9}$$

$$l^* = 2,34 \cdot 10^{-2}$$

Ainsi, la longueur l' du moteur de 1 μW est de 2,34 mm.

Dans ces conditions, le rendement vaut, par la relation (4.41) :

$$\eta'_j = 3,65 \cdot 10^{-5}$$

Pour une induction inchangée ($B^* = 1$), ces mêmes grandeurs deviennent, par (4.36) :

$$l^* = 6,69 \cdot 10^{-3}$$

$$l' = 0,669 \text{ mm}$$

$$\eta'_j = 2,99 \cdot 10^{-6}$$

Pour une densité de courant constante ($J^* = 1$), on obtient par (4.37) :

$$l^* = 4,96 \cdot 10^{-2}$$

$$l' = 4,96 \text{ mm}$$

$$\eta'_j = 0,164 \cdot 10^{-3}$$

4.6.3 Système polarisé

Pour un rendement inchangé ($\eta'_j = 1$), la relation (4.60) permet de déterminer la longueur relative :

$$l^* = (P_{\text{mec}}^*/f^{*2})^{0,2} \quad (4.82)$$

$$l^* = 0,155$$

$$l' = 15,5 \text{ mm}$$

Ces dimensions sont trop grandes pour une montre. En conséquence, on admettra un rendement de 16,7 %, correspondant aux valeurs usuelles dans ce cas.

Par la relation (4.39), les pertes Joule relatives s'écrivent :

$$P'_j/P'_{\text{mec}} = 1/\eta'_j - 1 \quad (4.83)$$

$$P'_j/P'_{\text{mec}} = 4,99$$

$$P_j^*/P_{\text{mec}}^* = 99,8$$

En recourant aux relations (4.57) et (4.52), on obtient :

$$l^* = \left(\frac{P_{\text{mec}}^*}{(P_j/P_{\text{mec}})^* f^{*2}} \right)^{0,2} \quad (4.84)$$

$$l^* = 6,18 \cdot 10^{-2}$$

$$l' = 6,18 \text{ mm}$$

Cette dimension est comparable à celle de tels moteurs (diamètres courants de 4 à 6 mm).

4.6.4 Consommation d'énergie

La durée de vie d'une pile alimentant un micromoteur de montre est d'environ une année. On tend actuellement vers des durées de deux à cinq ans.

L'énergie consommée en une année vaut, pour un moteur polarisé de rendement égal à 0,167 :

$$W = (P'_{\text{mec}} + P'_J) t \quad (4.85)$$

$$P'_{\text{mec}} = 10^{-6} \text{ W}$$

$$P'_J = 4,99 \cdot 10^{-6} \text{ W}$$

$$t = 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 31,54 \cdot 10^6 \text{ s}$$

L'énergie fournie par la pile en une année vaut ainsi :

$$W = 188,8 \text{ J}$$

Pour la variante réluctante, les durées de vie de la pile deviendraient :

- pour un système à échauffement constant :
 $t = 6895 \text{ s}$ ou 1 h 55'
- pour un système à induction constante :
 $t = 564 \text{ s}$ ou 9' 24"
- pour un système à densité de courant constante :
 $t = 3,10 \cdot 10^4 \text{ s}$ ou 8 h 36'

4.6.5 Commentaire

Cet exemple démontre clairement l'impossibilité de réaliser un moteur réluctant de très petite puissance et de faibles dimensions présentant un rendement acceptable. Un tel système doit obligatoirement comprendre un aimant permanent.

4.7 CIRCUITS ÉLECTRIQUES MASSIFS

4.7.1 Définition du système

Certains moteurs ou certaines structures de machines électriques font appel à des milieux conducteurs massifs. On parlera de *milieu massif* dès que l'effet pelliculaire (sect. 1.4) introduit une distribution non uniforme de la densité de courant. La plupart des grandes machines électriques ainsi que certaines machines spéciales telles que moteurs linéaires, moteurs synchrones, moteurs à induit massif, etc., sont affectées par de tels phénomènes. Il peut être intéressant d'étudier de telles machines en laboratoire. Pour ce faire, la réalisation de modèles réduits est nécessaire. Il s'agira cependant de conserver les phénomènes associés à cet effet pelliculaire, ainsi que des effets tels que la saturation ou l'hystérésis.

Ce sont les lois spécifiques à cette modélisation qui seront étudiées dans cette section.

4.7.2 Induction constante

L'induction doit rester constante dans la mesure où certains phénomènes d'effet pelliculaire ont lieu dans de l'acier massif. Il en résulte par (4.29) :

$$J^* = B^*/l^* = 1/l^* \quad (4.86)$$

La densité de courant du modèle est inversement proportionnelle à sa longueur. L'échauffement s'accroît en réduisant les dimensions, ce qui implique des essais de durée limitée.

4.7.3 Maintien de l'effet pelliculaire

L'effet pelliculaire est principalement caractérisé par la hauteur virtuelle ξ définie au paragraphe 1.4.8. Pour obtenir une majoration de la résistance inchangée, cette hauteur virtuelle doit rester invariante.

$$\xi^* = \alpha^* l^* = 1 \quad (4.87)$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{\omega \mu}{2 \rho}} \quad (4.88)$$

$$\mu^* = \rho^* = 1 \quad (4.89)$$

$$\alpha^* = \sqrt{f^*} \quad (4.90)$$

Par la relation (4.87) :

$$f^* = 1/l^{*2} \quad (4.91)$$

Dans un modèle réduit, la fréquence s'accroît avec l'inverse du carré de la longueur.

4.7.4 Puissance

L'induction étant constante, on a aussi bien pour un système réductant (4.36) que pour un système polarisé (4.55) la relation suivante :

$$P_{\text{mec}}^* = l^{*3} f^* \quad (4.92)$$

D'où, en remplaçant la fréquence par son expression (4.91) :

$$P_{\text{mec}}^* = l^* \quad (4.93)$$

La puissance ne se réduit que proportionnellement aux dimensions. Il n'est pas très avantageux de réaliser un modèle réduit d'une machine en conservant les phénomènes de saturation et d'effet pelliculaire, par suite d'une réduction limitée de la puissance d'alimentation. De plus, des problèmes thermiques peuvent se présenter (§ 4.7.2).

4.8 CONCLUSIONS

On peut résumer les principaux résultats obtenus au moyen des lois de similitude sous forme du tableau 4.6. Les caractéristiques relatives des systèmes réductants et polarisés y sont décrites en fonction des conditions imposées sur l'échauffement, l'induction, la densité de courant ou le rendement.

Tableau 4.6

Conditions de similitude	Système réluctant		Système polarisé	
$\Delta T^* = 1$	$P_{\text{mec}}^* = f^* l^{*4}$	$\gamma^* = \frac{1}{f^* l^{*2}}$	$P_{\text{mec}}^* = f^* l^{*3,5}$	$\gamma^* = \frac{1}{f^* l^{*1,5}}$
$B^* = 1$	$P_{\text{mec}}^* = f^* l^{*3}$	$\gamma^* = \frac{1}{f^* l^{*2}}$	$P_{\text{mec}}^* = f^* l^{*3}$	$\gamma^* = \frac{1}{f^* l^{*2}}$
$J^* = 1$	$P_{\text{mec}}^* = f^* l^{*5}$	$\gamma^* = \frac{1}{f^* l^{*2}}$	$P_{\text{mec}}^* = f^* l^{*4}$	$\gamma^* = \frac{1}{f^* l^*}$
$\eta_J^* = 1$	—	—	$P_{\text{mec}}^* = f^{*2} l^{*5}$	$J^* = f^* l^*$

$$\gamma^* = P_J^*/P_{\text{mec}}^* \quad (4.94)$$

Pratiquement, cette technique permet, en premier lieu, de définir les critères de modification de l'homothétie en fonction de la taille de systèmes électromécaniques.

Elle permet également, à un spécialiste d'un domaine de l'électromécanique, tel que les machines de grande puissance, de se familiariser par déduction à un domaine différent, tel que les micromoteurs.

Il s'agit également, dans certains cas, de réaliser des modèles réduits ou agrandis d'un système projeté afin de permettre une réduction des coûts ou des mesures plus aisées. Dans un tel cas, les lois de similitude permettent le passage d'un système à l'autre.

La méthodologie décrite dans ce chapitre est de caractère synthétique. Elle ne présente véritablement un intérêt que lorsque certains systèmes électromécaniques sont bien connus. Néanmoins, à ce stade de l'analyse, elle permet de mettre en évidence certains caractères des systèmes électromécaniques, en particulier le rôle des aimants permanents.

COMPORTEMENT DYNAMIQUE

5.1. GÉNÉRALITÉS

5.1.1 Préambule : régime transitoire

Un transducteur électromécanique (chap. 6) assure une conversion d'énergie et d'information. Sa commande résulte généralement d'une impulsion de tension. Il en découle un mouvement de caractère incrémental. Il peut s'agir d'un mouvement unique (relais, électro-aimant) ou répétitif (moteur pas à pas, moteur oscillant). Le comportement dynamique d'un transducteur peut être assimilé à une réponse indicielle ou à une succession de régimes transitoires.

Ceci est fréquemment le cas pour des moteurs pas à pas.

Au contraire des machines électriques conventionnelles, caractérisées par un mouvement aussi continu que possible, la notion de régime permanent est pratiquement inexistante pour les transducteurs. Le caractère incrémental de l'alimentation et du mouvement en sont la cause. La simulation du régime transitoire prend ainsi une grande importance.

5.1.2 Démarche générale

Tout régime transitoire est la solution d'un système d'équations différentielles. Il s'agira donc, en première étape, de décrire un transducteur par un ensemble d'équations différentielles, liées d'une part au mouvement et d'autre part aux divers circuits électriques. Nous verrons que ces équations sont généralement non linéaires. On devra donc recourir à des méthodes d'intégration numériques, à des modèles simplifiés ou à une linéarisation.

5.2 ÉQUATIONS DYNAMIQUES

5.2.1 Equation de mouvement : système tournant

Pour un système en rotation dont la position angulaire est caractérisée par l'angle α , l'équation de mouvement s'écrit :

$$I \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = \sum_j M_j = M_{el} - M_f - \chi(\alpha - \alpha_0) - \beta \frac{d\alpha}{dt} = M_t - M_f \quad (5.1)$$

Dans cette équation, les termes suivants interviennent :

- le couple électromécanique M_{el} ;
- le couple de frottement sec M_f ;

- la caractéristique élastique d'un éventuel ressort de torsion χ (Nm);
- le coefficient de viscosité dynamique de torsion β (Nms);
- le moment d'inertie dynamique I (kgm^2).

5.2.2 Simulation : coefficient de frottement sec

La valeur du couple de frottement sec est fonction de la vitesse instantanée, selon les caractéristiques suivantes :

- pour une vitesse positive ($d\alpha/dt > 0$), on a la relation :

$$M_f = M_0 \quad (5.2)$$

La grandeur M_0 est le couple de frottement statique maximum;

- pour une vitesse négative, on obtient :

$$M_f = -M_0 \quad (5.3)$$

- pour une vitesse nulle, on a :

$$M_f = M_t \quad \text{si } |M_t| \leq M_0 \quad (5.4)$$

$$M_f = \text{signe}(M_t) M_0 \quad \text{si } |M_t| > M_0 \quad (5.5)$$

La grandeur M_t est définie par la relation (5.1).

Le cas où la vitesse est nulle est également à prendre en considération lorsque la vitesse instantanée passe par zéro. Ceci est particulièrement important lorsque la simulation du comportement dynamique est assurée par une méthode d'intégration numérique pas à pas (§ 5.3.2).

5.2.3 Equation de mouvement : système linéaire

Pour un système animé d'un mouvement linéaire, l'équation (5.1) devient :

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = \sum_j F_j = F_{el} - F_f - k(x - x_0) - \xi \frac{dx}{dt} \quad (5.6)$$

Les forces intervenant dans cette relation sont les suivantes :

- la force électromécanique F_{el} ;
- la force de frottement sec F_f ;
- la caractéristique élastique d'un éventuel ressort k (N/m);
- le coefficient de viscosité dynamique de translation ξ (Ns/m).

La fonction F_f obéit aux mêmes règles que le couple de frottement sec défini par les relations (5.2) à (5.5).

5.2.4 Equations de tension induite d'un système non saturé

Par les relations (1.66) à (1.68), chaque circuit électrique d'un transducteur peut être caractérisé par une équation de tension induite (système tournant) :

$$u_j = R_j i_j + d\Psi_j/dt \quad (5.7)$$

$$\Psi_j = \sum_{p=1}^k L_{jp} i_p \quad (5.8)$$

$$u_j = R_j i_j + \sum_{p=1}^k \left(L_{jp} \frac{di_p}{dt} + i_p \frac{dL_{jp}}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dt} \right) \quad (5.9)$$

La tension aux bornes du circuit électrique se décompose en trois termes caractéristiques :

- $R_j i_j$ est la chute de tension ohmique;
- $\sum_p L_{jp} di_p/dt$ est la tension induite associée à la variation de courant dans les différents circuits, ou *tension de transformation*;
- $\sum_p i_p \frac{dL_{jp}}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dt}$ est la *tension induite de mouvement*.

5.2.5 Propriété : tension induite de mouvement

La tension induite de mouvement est liée à la vitesse de rotation (ou de translation) du transducteur et au couple (ou à la force) associé au circuit électrique considéré.

En effet, le couple peut s'écrire par (2.62) :

$$M = \sum_{j=1}^k M_j \quad (5.10)$$

$$M_j = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^k \frac{dL_{jp}}{d\alpha} i_j i_p \quad (5.11)$$

La tension induite de mouvement associée au circuit j (u_{jm}) s'écrit :

$$u_{jm} = \sum_{p=1}^k i_p \frac{dL_{jp}}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dt} = 2 \frac{M_j}{i_j} \frac{d\alpha}{dt} = 2 \frac{M_j}{i_j} \Omega \quad (5.12)$$

En conséquence, il existe une tension induite de mouvement dans un circuit électrique j si celui-ci contribue au couple. Elle est alors proportionnelle au terme de couple correspondant et à la vitesse de rotation.

Pour un mouvement linéaire, il vient :

$$u_{jm} = \sum_{p=1}^k i_p \frac{dL_{jp}}{dx} \frac{dx}{dt} = 2 \frac{F_j}{i_j} v \quad (5.13)$$

Cette corrélation entre couple (ou force) et tension est souvent utilisée comme mesure indirecte de certaines composantes de ce couple.

5.2.6 Amortissement électromagnétique

Certains transducteurs sont sujets à un phénomène d'oscillation dynamique en régime nominal ou lors d'un arrêt. Il s'agit alors de le supprimer par un amortissement dynamique. Outre un système mécanique à frottement visqueux, on peut recourir à un

amortisseur électromagnétique constitué par un bobinage en court-circuit lié généralement à l'élément mobile à amortir.

L'équation de tension d'un tel bobinage (indice a) devient alors :

$$u_a = 0 = R_a i_a + \frac{d\Psi_a}{dt} = R_a i_a + \sum_p L_{ap} \frac{di_p}{dt} + \sum_p \frac{dL_{ap}}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dt} i_p \quad (5.14)$$

Un phénomène amortisseur parasite de même nature apparaît également fréquemment dans certains transducteurs. Le rôle de bobinage en court-circuit est souvent joué par le fer du circuit magnétique.

5.3 MÉTHODES DE RÉOLUTION

5.3.1 Variables d'état

Le système des équations (5.1) ou (5.6), (5.9) et (2.62) permet de décrire le comportement dynamique de tout système électromécanique. Ces relations peuvent s'écrire sous forme de variables d'état en explicitant les dérivées premières. On obtient ainsi le nouveau système :

$$d\alpha/dt = \Omega \quad (5.15)$$

$$d\Omega/dt = \frac{1}{I} (M_t - M_f) \quad (5.16)$$

$$\frac{di_j}{dt} = f_j(i_p, \Omega, \alpha, t) \quad (5.17)$$

Ce système est généralement non linéaire. Il ne peut donc pas être intégré par une méthode analytique. De façon synthétique, on peut l'écrire :

$$dy_m/dt = f_m(y_1 \dots y_n, t) \quad (5.18)$$

5.3.2 Intégration numérique

Par suite du caractère non linéaire du système (5.18), il doit être intégré numériquement. Certaines méthodes analytiques approchées peuvent être appliquées [13]. L'emploi d'ordinateurs permet cependant une résolution plus précise par des méthodes numériques. Parmi celles-ci, on peut citer [13] :

- méthode des isoclines,
- méthode d'Euler ou de la tangente,
- méthode des approximations polynomiales,
- méthode des séries de Taylor,
- méthode de Runge-Kutta,
- méthode des prédicteurs-correcteurs,
- méthode de Milne,
- méthode d'Adams.

Parmi toutes ces méthodes, celle de Runge-Kutta est particulièrement simple et universelle, tout en garantissant une bonne précision.

5.3.3 Rappel : méthode de Runge-Kutta

Soit le système différentiel, exprimé sous forme de variables d'état, de la relation (5.18). L'intégration numérique consiste à déterminer les valeurs de fonctions inconnues y_m à des intervalles de temps constants h .

La méthode de Runge-Kutta permet de passer des valeurs des fonctions $y_{m,p}$ à l'instant $t = ph$ aux valeurs $y_{m,p+1}$ à l'instant $(p + 1)h$ par les relations suivantes :

$$\left. \begin{aligned} k_{m1} &= h f_m(y_{1,p} \dots y_{n,p}, t) \\ k_{m2} &= h f_m\left(y_{1,p} + \frac{1}{2} k_{11}, \dots, y_{n,p} + \frac{1}{2} k_{n1}, t + \frac{1}{2} h\right) \\ k_{m3} &= h f_m\left(y_{1,p} + \frac{1}{2} k_{12}, \dots, y_{n,p} + \frac{1}{2} k_{n2}, t + \frac{1}{2} h\right) \\ k_{m4} &= h f_m(y_{1,p} + k_{13}, \dots, y_{n,p} + k_{n3}, t + h) \end{aligned} \right\} \quad (5.19)$$

$$y_{m,p+1} = y_{m,p} + \frac{1}{6} (k_{m1} + 2k_{m2} + 2k_{m3} + k_{m4}) \quad (5.20)$$

Pour assurer la convergence du système, un pas h inférieur à la plus petite constante de temps du système doit être adopté. Ce pas peut être constant ou variable, en fonction de l'état du système.

La méthode rappelée ci-dessus est la plus fréquemment utilisée parmi celles décrites sous le nom de Runge-Kutta.

5.3.4 Résolution analogique

La résolution analogique de systèmes différentiels explicites présente des avantages et des inconvénients par rapport à une résolution numérique. Parmi les avantages, on peut citer :

- la rapidité de résolution dans le cas d'une étude paramétrique,
- la facilité d'explicitement les résultats graphiquement.

Au nombre des inconvénients, on peut mentionner :

- la difficulté, voire dans certains cas l'impossibilité, de simuler des équations non linéaires,
- la mise en oeuvre parfois longue,
- la précision moindre que par le calcul numérique,
- le caractère moins universel du simulateur analogique par rapport au calculateur digital.

Dans le cas particulier de systèmes électromécaniques, les équations ne sont qu'exceptionnellement linéaires. En conséquence, la simulation analogique se prête, dans la règle, moins bien à ce cas que la résolution numérique.

5.4 EXEMPLE

5.4.1 Donnée

L'exemple consiste en un électro-aimant en forme de U, excité par une bobine alimentée par une source de tension continue. Cet électro-aimant agit verticalement sur une plaque d'acier. Les principales caractéristiques sont définies par la figure 5.1.

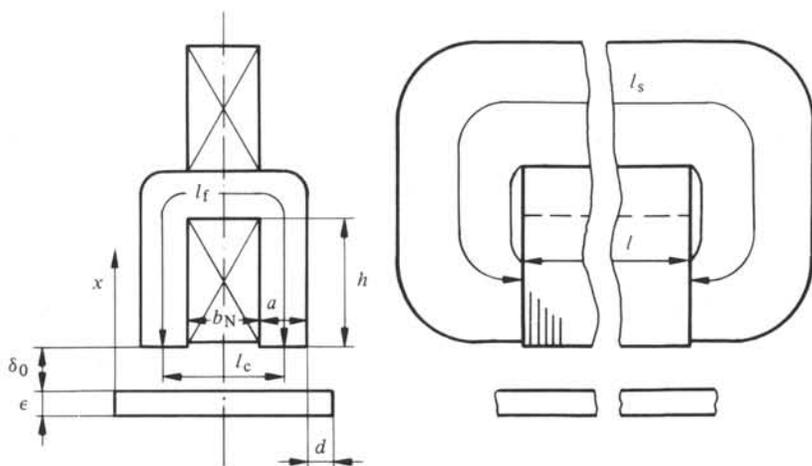


Fig. 5.1

Il s'agit de déterminer le comportement dynamique du système, consécutif à l'enclenchement sur une source de tension continue. Les grandeurs à déterminer sont la position de la plaque et le courant de l'alimentation.

5.4.2 Hypothèses et marche à suivre

Dans une première étape, le problème sera considérablement simplifié. Par la suite, les principales hypothèses seront levées, de façon à mettre en évidence leur influence.

Pour tous les cas, les hypothèses suivantes seront adoptées :

- la force électromagnétique créée par l'électro-aimant s'exerce au centre de gravité de la plaque et agit verticalement, dans la direction x ;
- la résistivité du fer (électro-aimant et plaque) est infinie;
- l'effet de l'hystérésis est négligeable;
- les caractéristiques magnétiques de l'électro-aimant et de la plaque sont admises identiques.

5.4.3 Cas simplifié

Aux hypothèses qui précèdent, on ajoutera, en première étape, les simplifications suivantes :

- les effets de frange sont négligés; en d'autres termes, on ne considère que les lignes de champ issues des faces horizontales des pôles de l'électro-aimant;
- la perméabilité du fer est infinie;
- les flux de fuite sont négligés.

Compte tenu de ces hypothèses, on obtient le schéma magnétique équivalent simplifié de la figure 5.2.

La perméance Λ_δ a pour expression, par la relation (1.55) :

$$\Lambda_\delta = \mu_0 a l / (\delta_0 - x) \quad (5.21)$$

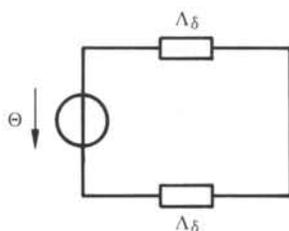


Fig. 5.2

La perméance équivalente Λ vaut alors par (1.52) :

$$\Lambda = \frac{\mu_0 a l}{2(\delta_0 - x)} \quad (5.22)$$

Les équations dynamiques peuvent s'écrire :

$$u = Ri + L \frac{di}{dt} + i \frac{dL}{dx} v \quad (5.23)$$

$$v = dx/dt \quad (5.24)$$

$$m dv/dt = F_{el} - mg \quad (5.25)$$

$$\frac{dL}{dx} = \frac{N^2 \mu_0 a l}{2(\delta_0 - x)^2} \quad (5.26)$$

$$F_{el} = \frac{1}{2} \frac{dL}{dx} i^2 = \frac{1}{2} N^2 \frac{\mu_0 a l}{2(\delta_0 - x)^2} i^2 \quad (5.27)$$

L'inductance L est celle du circuit associé à la bobine :

$$L = N^2 \Lambda \quad (5.28)$$

La masse m est celle de la plaque. La grandeur g est l'accélération terrestre. La force F_{el} est la force électromagnétique de caractère réductant créée par l'interaction entre l'électro-aimant et la plaque.

Sous forme de variables d'état, le système des équations (5.23) à (5.27) devient :

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{L} \left(u - Ri - i \frac{N^2 \mu_0 a l}{2(\delta_0 - x)^2} v \right) \quad (5.29)$$

$$\frac{dx}{dt} = v \quad (5.30)$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{4} \frac{N^2 \mu_0 a l i^2}{m(\delta_0 - x)^2} - g \quad (5.31)$$

Pour l'intégration, les conditions initiales correspondent à un courant nul, à une vitesse nulle, à une position de référence nulle (convention) et à une tension constante U .

Il est à remarquer que la force devient infinie lorsque la plaque est collée contre l'électro-aimant. Ceci est lié à la supposition d'une perméabilité du fer infinie. Pour ne pas aboutir à un paradoxe, on maintiendra un faible entrefer au collage. Lorsque cet entrefer limite est atteint, seule l'équation de tension induite subsiste :

$$u = Ri + L \frac{di}{dt} \quad (5.32)$$

La figure 5.3 établit la comparaison entre calcul et mesure pour ce cas simplifié. Si les allures des phénomènes sont semblables, les écarts numériques sont importants, en particulier en ce qui concerne les constantes de temps. La cause est à rechercher dans les hypothèses trop restrictives.

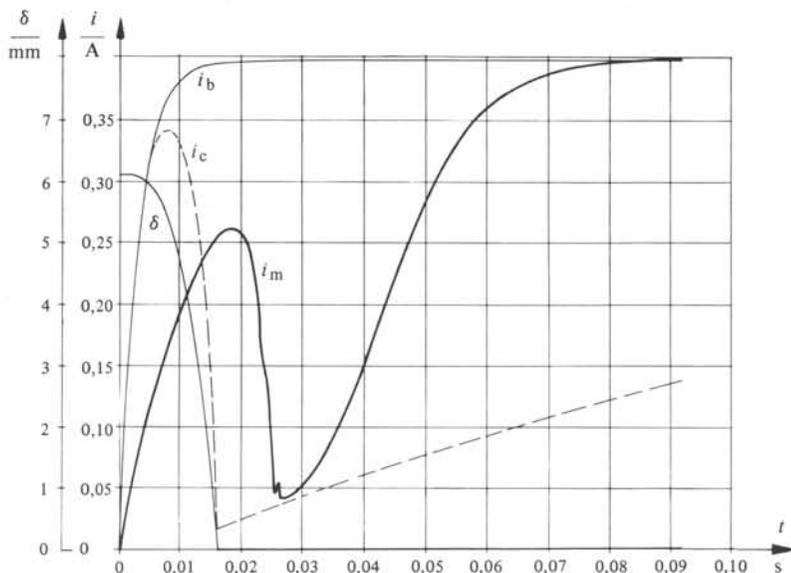


Fig. 5.3 i_c = courant dynamique calculé; i_b = courant avec plaque bloquée; i_m = courant dynamique mesuré.

5.4.4 Prise en considération de la chute de potentiel dans le fer

Les hypothèses du paragraphe 5.4.3 sont conservées, à l'exception de la supposition d'une perméabilité infinie du fer. Elle sera admise constante (μ_f).

Dans ces conditions, des perméances Λ_f et Λ_c peuvent être associées au circuit ferromagnétique. On obtient ainsi le schéma magnétique équivalent de la figure 5.4.

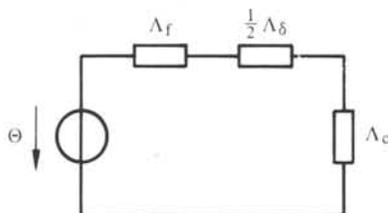


Fig. 5.4

Les deux perméances des circuits ferromagnétiques ont pour expression (1.55) :

$$\Lambda_f = \mu_f A_f / l_f \quad (5.33)$$

$$\Lambda_c = \mu_f A_c / l_c \quad (5.34)$$

La perméance équivalente résultante devient d'après (1.52) :

$$\Lambda = \frac{\Lambda_f \frac{1}{2} \Lambda_\delta \Lambda_c}{\frac{1}{2} \Lambda_\delta \Lambda_c + \Lambda_f \Lambda_c + \frac{1}{2} \Lambda_\delta \Lambda_f} \quad (5.35)$$

Les équations dynamiques (5.23) à (5.25) restent inchangées. La force électromagnétique a pour expression :

$$\begin{aligned} F_{el} &= \frac{1}{2} N^2 \frac{d\Lambda}{dx} i^2 \\ &= \frac{1}{2} N^2 \frac{(\Lambda_f \Lambda_c)^2}{\left(\frac{1}{2} \Lambda_\delta \Lambda_c + \Lambda_f \Lambda_c + \frac{1}{2} \Lambda_\delta \Lambda_f\right)^2} \frac{\mu_0 a l i^2}{2(\delta_0 - x)^2} \end{aligned} \quad (5.36)$$

Pour une valeur de δ_0 tendant vers zéro (collage), l'expression de la force devient :

$$F_0 = N^2 \left(\frac{\Lambda_f \Lambda_c}{\Lambda_f + \Lambda_c} \right)^2 \frac{i^2}{\mu_0 a l} \quad (5.37)$$

Contrairement au cas précédent (§ 5.4.3), la force est bornée. L'intégration numérique des équations dynamiques conduit aux résultats de la figure 5.5. Les écarts entre calcul et mesure se sont réduits, en particulier lorsque le collage est réalisé. Ils restent néanmoins importants.

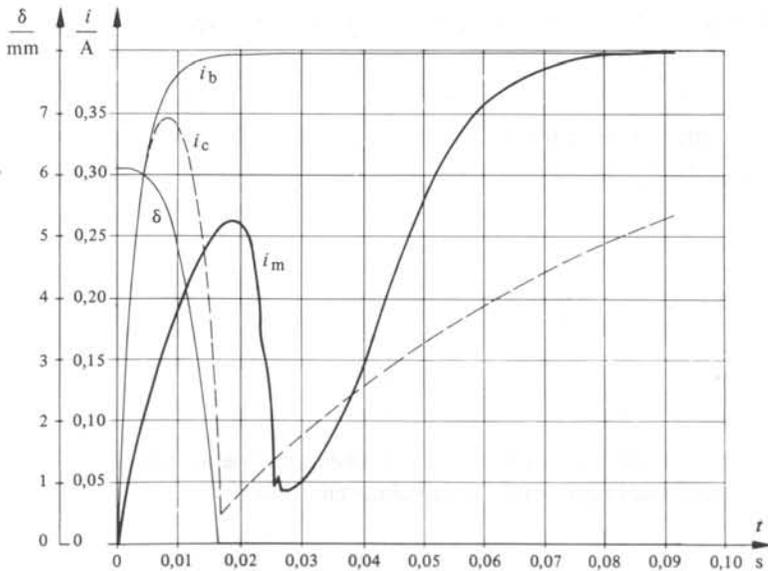


Fig. 5.5

5.4.5 Prise en considération des flux de fuite et des franges

La notion de flux de fuite se déduit de celle définie au paragraphe 1.3.11. Dans le cas d'un système réductant, on qualifiera de flux de fuite l'intégrale de surface des lignes d'induction créées par le bobinage qui ne traversent pas la partie mobile.

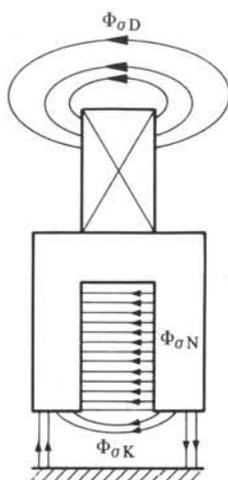


Fig. 5.6

Dans le cas particulier de l'électro-aimant de la figure 5.1, on peut définir trois termes de flux de fuite (fig. 5.6) :

- le flux de fuite d'encoche (§ 1.3.14), $\Phi_{\sigma N}$;
- le flux de fuite de développantes, $\Phi_{\sigma D}$;
- le flux de fuite de têtes de dents, $\Phi_{\sigma K}$.

Pour ces deux derniers termes, on peut démontrer, d'après les références [28] et [29] :

$$\Lambda_{\sigma D} = \mu_0 l_b 0,5 \quad (5.38)$$

La longueur l_b est la longueur moyenne de développantes. Le coefficient 0,5 correspond à une valeur expérimentale.

$$\Lambda_{\sigma K} = \mu_0 l \frac{5(\delta_0 - x)/b_N}{5 + 4(\delta_0 - x)/b_N} \quad (5.39)$$

La grandeur b_N est la largeur de l'encoche.

D'après la relation (1.94), la perméance de fuite d'encoche s'écrit :

$$\Lambda_{\sigma N} = \mu_0 l \frac{h}{3b_N} \quad (5.40)$$

De façon simplifiée, on est conduit au schéma magnétique équivalent de la figure 5.7. L'expression de la perméance de la bobine en résulte.

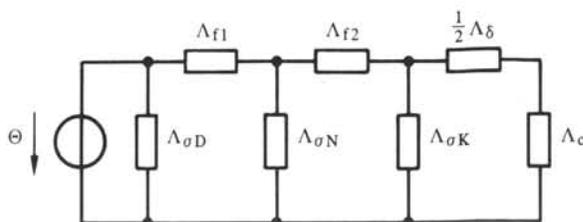


Fig. 5.7

Par la relation (2.65), l'expression de la force devient :

$$F_{el} = \frac{1}{2} \frac{d\Lambda_b}{dx} (Ni)^2 = \frac{1}{2} \frac{d\Lambda_b}{d\Lambda_\delta} \frac{d\Lambda_\delta}{dx} (Ni)^2 \quad (5.41)$$

Pour prendre en considération les franges, les lignes de champ correspondantes seront approchées par des segments de droite et des arcs de cercle (fig. 5.8). La largeur d_i sera définie de telle façon que la longueur de la ligne de champ correspondante soit égale à $b_N/2$. Elle est donc fonction de x . La largeur d_e est définie par la largeur de la plaque ou la hauteur de l'électro-aimant.

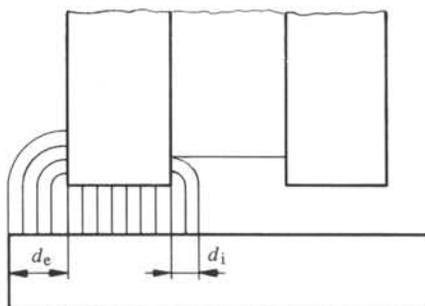


Fig. 5.8

L'intégration numérique des équations dynamiques conduit aux résultats de la figure 5.9. La concordance entre calcul et mesure est excellente dans la phase de collage. Dès qu'il y a contact, en plus de quelques perturbations dues au choc, on constate une divergence importante entre les courants. La cause en est imputable à la saturation. Le cas sera traité au paragraphe 5.5.6.

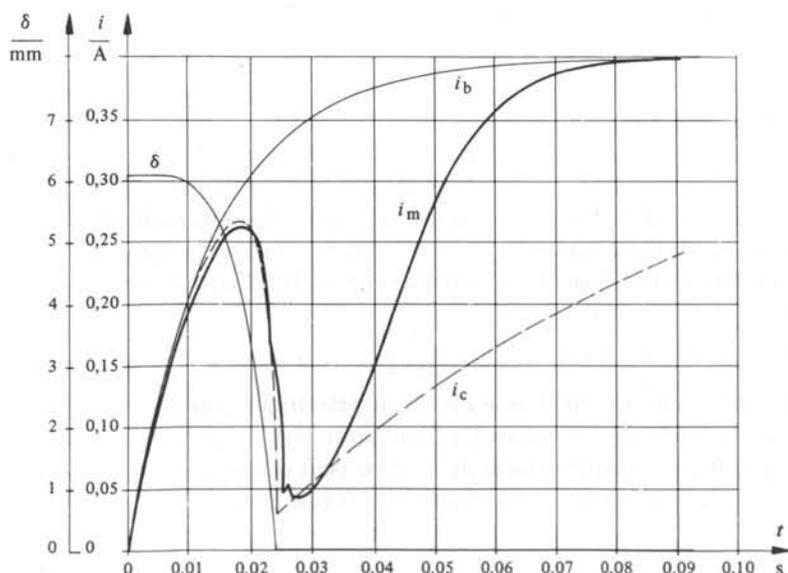


Fig. 5.9

5.5 SYSTÈME SATURABLE

5.5.1 Inductances

Lorsque le circuit magnétique d'un convertisseur électromécanique travaille dans un domaine saturable, les inductances sont à la fois fonction de la position du système et du flux traversant le circuit considéré.

$$L_{jp} = L_{jp}(\alpha, \Phi_j) \quad (5.42)$$

Par (2.3), on peut poser :

$$L_{jp} = L_{jp}(\alpha, i_1 \dots i_k) \quad (5.43)$$

5.5.2 Equations de tension induite

L'équation (5.9) devient, compte tenu de (5.43) :

$$u_j = R_j i_j + \sum_{p=1}^k \left(L_{jp} \frac{di_p}{dt} + i_p \frac{dL_{jp}}{dt} \right) \quad (5.44)$$

$$\frac{dL_{jp}}{dt} = \frac{\partial L_{jp}}{\partial \alpha} \frac{d\alpha}{dt} + \sum_{q=1}^k \frac{\partial L_{jp}}{\partial i_q} \frac{di_q}{dt} \quad (5.45)$$

D'où la forme résultante de l'équation de tension induite :

$$u_j = R_j i_j + \sum_{p=1}^k \left(L_{jp} \frac{di_p}{dt} + \frac{\partial L_{jp}}{\partial \alpha} \Omega i_p + i_p \sum_{q=1}^k \frac{\partial L_{jp}}{\partial i_q} \frac{di_q}{dt} \right) \quad (5.46)$$

Le dernier terme de la relation (5.46) est appelé *tension induite de saturation*. Les coefficients $\partial L_{jp}/\partial i_q$ sont particulièrement difficiles à déterminer. Ils sont souvent négligés en première approximation.

5.5.3 Introduction de la saturation

La saturation associée à un circuit magnétique est caractérisée par le champ magnétique ou la perméabilité locale. L'inductance étant une grandeur intégrale, il s'agit de passer du modèle de Maxwell au modèle de Kirchhoff. Pratiquement, ceci ne peut s'effectuer qu'en décomposant les zones ferromagnétiques en perméances partielles de niveau d'induction, donc de saturation, constant dans l'espace correspondant. On a ainsi :

$$L_{jp} = N_j N_p \Lambda(\Lambda_1 \dots \Lambda_f, \Lambda_{f+1} \dots \Lambda_h) \quad (5.47)$$

Le circuit magnétique associé aux circuits électriques j et p est subdivisé en h circuits partiels tels que les circuits 1 à f sont saturables et $f+1$ à h ne le sont pas.

Pour chacune des perméances de 1 à f , on peut définir une perméabilité μ_g fonction de l'amplitude du champ magnétique dans le circuit correspondant.

$$\mu_g = \mu_g(H_g) \quad (5.48)$$

La tension induite de saturation peut s'écrire d'après la relation (5.46) :

$$u_{js} = \sum_{p=1}^k i_p \sum_{q=1}^k \frac{\partial L_{jp}}{\partial i_q} \frac{di_q}{dt} \quad (5.49)$$

$$L_{jp} = \int_{S_{jp}} N_j N_p \frac{\mu dA}{l} \quad (5.50)$$

La section S_{jp} est associée au tube d'induction commun aux circuits j et p . Par la relation (5.48), on obtient :

$$\frac{\partial L_{jp}}{\partial i_q} = N_j N_p \left(\int_{S_{jp}} \frac{dA}{l} \frac{\partial \mu}{\partial H} \right) \frac{\partial H}{\partial i_q} \quad (5.51)$$

En termes de perméances de perméabilité uniforme, la relation (5.51) s'écrit :

$$\frac{\partial L_{jp}}{\partial i_q} = N_j N_p \sum_{g=1}^f \frac{\partial \Lambda_{jp}}{\partial \Lambda_g} \frac{\partial \Lambda_g}{\partial \mu_g} \frac{\partial \mu_g}{\partial H_g} \frac{\partial H_g}{\partial \Theta_g} \frac{\partial \Theta_g}{\partial i_q} \quad (5.52)$$

D'où l'expression résultante de la tension induite de saturation :

$$u_{js} = \sum_{p=1}^k i_p \sum_{q=1}^k N_j N_p \sum_{g=1}^f \left(\frac{\partial \Lambda_{jp}}{\partial \Lambda_g} \frac{\partial \Lambda_g}{\partial \mu_g} \frac{\partial \mu_g}{\partial H_g} \frac{\partial H_g}{\partial \Theta_g} \frac{\partial \Theta_g}{\partial \Theta_q} \right) \frac{d\Theta_q}{dt} \quad (5.53)$$

Les divers termes de dérivées partielles peuvent être déterminés comme suit :

- $\partial \Lambda_{jp} / \partial \Lambda_g$ résulte de l'expression de la perméance Λ_{jp} définie par le schéma magnétique équivalent ;
- $\partial \Lambda_g / \partial \mu_g$ n'est fonction que de la géométrie associée à la perméance

$$\partial \Lambda_g / \partial \mu_g = \int_{S_g} dA / l \quad (5.54)$$

- $\partial \mu_g / \partial H_g$ est défini par la courbe de saturation du milieu. Ce terme est nul pour un milieu non saturable ;
- $\partial H_g / \partial \Theta_q$ résulte de l'équation (1.35), transformée en accroissements adaptés à la configuration du circuit.

5.5.4 Remarques

La détermination de la tension induite de saturation présente un certain nombre de difficultés pratiques. On peut citer principalement :

- le choix d'un fractionnement des circuits magnétiques en perméances de perméabilité uniforme, en particulier à proximité d'un entrefer à géométrie variable ;
- la connaissance précise de la caractéristique de saturation des milieux ferromagnétiques ;
- le calcul souvent long et fastidieux des dérivées $\partial \Lambda_{jp} / \partial \Lambda_g$ et $\partial \Theta_g / \partial \Theta_q$;
- le calcul numérique très long, même par ordinateur.

Néanmoins, ce terme de tension est souvent loin d'être négligeable. Un exemple relativement simple permet de le mettre en évidence.

5.5.5 Exemple : hypothèses

L'exemple traité est celui de la section 5.4. Les hypothèses suivantes sont admises :

- le circuit ferromagnétique est décomposé en trois secteurs de perméabilité uniforme (Λ_{f1} , Λ_{f2} , Λ_c), conformément à la figure 5.7;
- l'hystérésis n'est pas prise en considération. Il peut en effet exister une certaine rémanence qui modifie alors les conditions initiales;
- la courbe de saturation est la même pour tous les secteurs. Elle est approchée comme suit (fig. 5.10) :

$$B = \mu_0 \mu_r H \quad |H| \leq H_s \quad (5.55)$$

$$B = H(a + b|H|) \quad H_s \leq |H| \leq H_1 \quad (5.56)$$

$$B = B_0 + \mu_0 H \quad |H| \geq H_1 \quad (5.57)$$

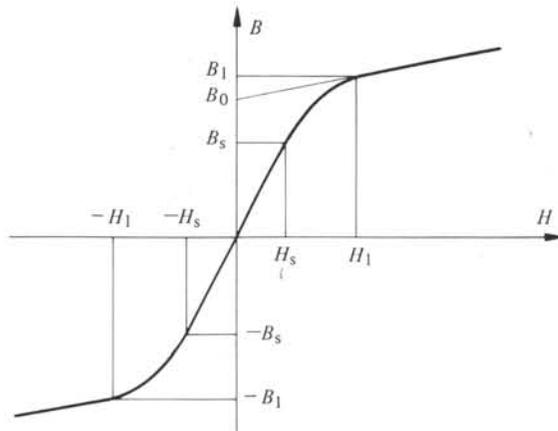


Fig. 5.10

5.5.6 Exemple : développement

La perméance équivalente de la bobine peut s'écrire :

$$\Lambda = \Lambda(\Lambda_{f1}, \Lambda_{f2}, \Lambda_c, \Lambda_{\sigma D}, \Lambda_{\sigma N}, \Lambda_{\sigma K}, \Lambda_{\delta}) \quad (5.58)$$

On pose :

$$\Lambda'_{\delta} = \frac{1}{2} \Lambda_{\delta} \quad (5.59)$$

$$A = \Lambda'_{\delta} \Lambda_c + \Lambda'_{\delta} \Lambda_{\sigma K} + \Lambda_c \Lambda_{\sigma K} \quad (5.60)$$

$$B = \Lambda_{\sigma N} \Lambda'_{\delta} + \Lambda_{\sigma N} \Lambda_c \quad (5.61)$$

On déduit de la figure 5.7 et des expressions (5.59) à (5.61) :

$$\Lambda = \frac{\Lambda_{f1} [\Lambda_{f2} (A + B) + \Lambda_{\sigma N} A]}{\Lambda_{f1} (\Lambda'_{\delta} \Lambda_{f2} + \Lambda_c \Lambda_{f2} + A) + \Lambda_{f2} (A + B) + \Lambda_{\sigma N} A} + \Lambda_{\sigma D} \quad (5.62)$$

D'autre part, la relation entre champ magnétique et potentiel peut se déduire de la figure 5.11 et de la relation (1.35). Les champs H_{f1} , H_{f2} et H_c s'expriment comme suit :

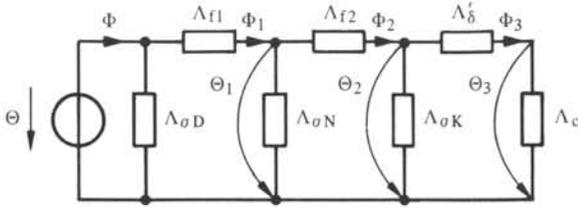


Fig. 5.11

$$H_{f1} = (\Theta - \Theta_1)/l_{f1} \quad (5.63)$$

$$H_{f2} = (\Theta_1 - \Theta_2)/l_{f2} \quad (5.64)$$

$$H_c = \Theta_3/l_c \quad (5.65)$$

Les grandeurs Θ_1 , Θ_2 et Θ_3 sont directement liées au potentiel de la bobine, Θ . Par les relations (1.43), (1.51) et (1.52), on obtient :

$$\Phi_1 = \Theta(\Lambda - \Lambda_{\sigma D}) \quad (5.66)$$

$$\Theta - \Theta_1 = \Phi_1/\Lambda_{f1} = \Theta(\Lambda - \Lambda_{\sigma D})/\Lambda_{f1} = K_1\Theta \quad (5.67)$$

$$\begin{aligned} \Theta_1 - \Theta_2 &= \Theta[\Lambda - \Lambda_{\sigma D} - \Lambda_{\sigma N} + \Lambda_{\sigma N}(\Lambda - \Lambda_{\sigma D})/\Lambda_{f1}]/\Lambda_{f2} \\ &= K_2\Theta \end{aligned} \quad (5.68)$$

$$\begin{aligned} \Theta_3 &= \Theta \frac{\Lambda'_\delta}{\Lambda'_\delta + \Lambda_c} \left(1 - \frac{\Lambda - \Lambda_{\sigma D}}{\Lambda_{f1}} - \frac{\Lambda - \Lambda_{\sigma D} - \Lambda_{\sigma N} + \Lambda_{\sigma N} \frac{\Lambda - \Lambda_{\sigma D}}{\Lambda_{f1}}}{\Lambda_{f2}} \right) \\ &= K_3\Theta \end{aligned} \quad (5.69)$$

Les champs magnétiques prennent ainsi la forme suivante :

$$H_{f1} = K_1\Theta/l_{f1} \quad (5.70)$$

$$H_{f2} = K_2\Theta/l_{f2} \quad (5.71)$$

$$H_c = K_3\Theta/l_c \quad (5.72)$$

D'où les dérivées correspondantes :

$$\partial H_{f1}/\partial \Theta = K_1/l_{f1} \quad (5.73)$$

$$\partial H_{f2}/\partial \Theta = K_2/l_{f2} \quad (5.74)$$

$$\partial H_c/\partial \Theta = K_3/l_c \quad (5.75)$$

Par la relation (5.53), on peut exprimer la tension induite de saturation :

$$\begin{aligned} u_s &= N\Theta \left(\frac{\partial \Lambda}{\partial \Lambda_{f1}} \frac{\partial \Lambda_{f1}}{\partial \mu_1} \frac{\partial \mu_1}{\partial H_1} \frac{K_1}{l_{f1}} + \frac{\partial \Lambda}{\partial \Lambda_{f2}} \frac{\partial \Lambda_{f2}}{\partial \mu_2} \frac{\partial \mu_2}{\partial H_{f2}} \frac{K_2}{l_{f2}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial \Lambda}{\partial \Lambda_c} \frac{\partial \Lambda_c}{\partial \mu_c} \frac{\partial \mu_c}{\partial H_c} \frac{K_3}{l_c} \right) \frac{d\Theta}{dt} \end{aligned} \quad (5.76)$$

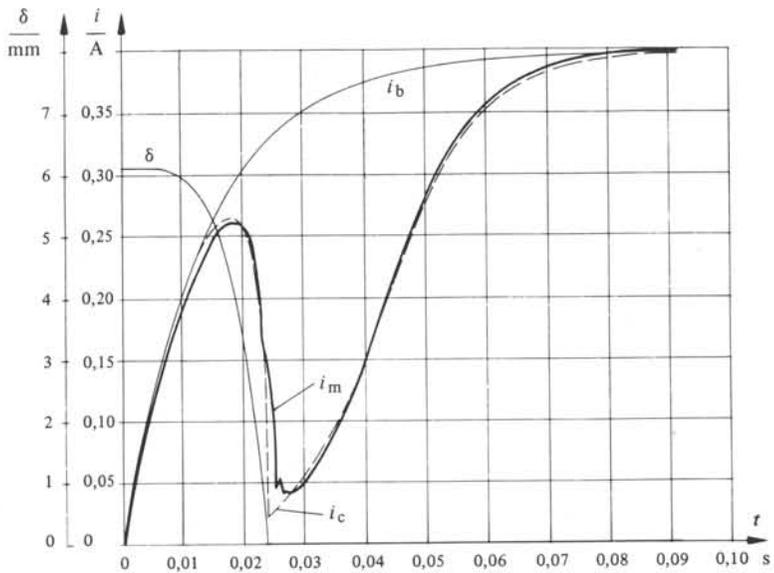


Fig. 5.12

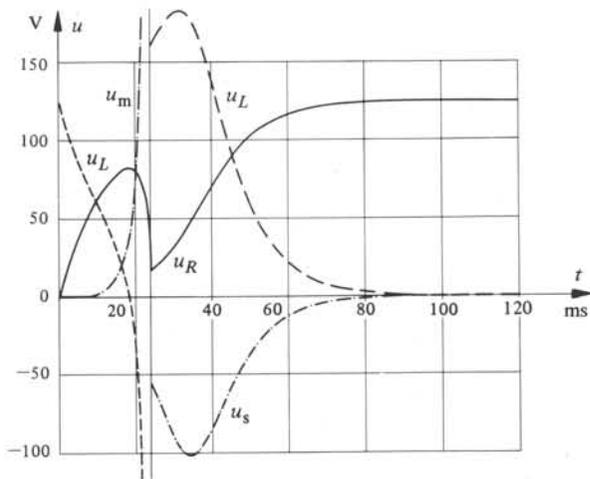


Fig. 5.13

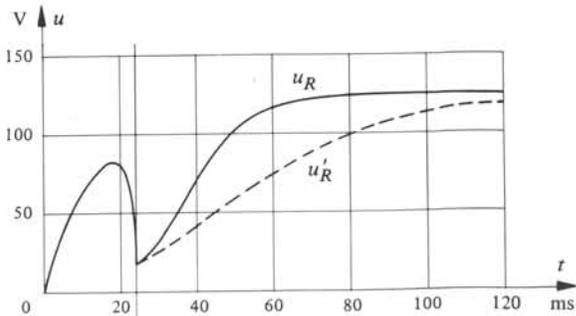


Fig. 5.14

5.5.7 Exemple : résultats

La figure 5.12 établit la comparaison entre calcul et mesure. On constate une bonne concordance, en particulier après qu'il y ait eu collage de la culasse et de l'électroaimant. Le modèle relatif à la saturation intervient, peu après le choc.

A la figure 5.13, les divers termes de tension induite sont explicités, avec les désignations suivantes :

$$u_L = L di/dt \quad (5.77)$$

$$u_R = Ri \quad (5.78)$$

$$u_s = i \frac{\partial L}{\partial i} \frac{di}{dt} \quad (5.79)$$

$$u_m = i v \partial L / \partial x \quad (5.80)$$

La tension induite de mouvement est très importante peu avant le choc, de même que celle liée à la dérivée du courant. A l'instant du choc, ces deux grandeurs atteignent 7 000 V environ.

Après le choc, on constate que la tension induite de saturation est relativement importante, puisqu'elle atteint au maximum 80 % de la tension d'alimentation. A titre de comparaison, la figure 5.14 présente les résultats du calcul effectué en négligeant la tension induite de saturation. En revanche, il est tenu compte de la saturation pour le calcul de l'inductance dans les expressions de la tension induite liée au courant et celle de mouvement. On constate un écart important, atteignant 35 %. Ce résultat est décrit, car cette hypothèse simplificatrice est fréquemment adoptée.

5.6 VARIANTE

5.6.1 Cas pratique

La méthodologie présentée dans les sections 5.2, 5.4 et 5.5 a essentiellement un objectif pédagogique. La décomposition en trois termes de tension induite permet de mettre en évidence les phénomènes correspondants, liés également à certains niveaux d'hypothèses. En revanche, cette approche est peu pratique pour la résolution numérique. Ceci est particulièrement évident en considérant la relation (5.53). La méthode des flux décrite au paragraphe suivant est à *utiliser dans tous les cas*, dès qu'il y a mouvement ou (et) saturation.

5.6.2 Méthode des flux

Cette méthode consiste à effectuer un changement de la fonction inconnue pour traiter le comportement dynamique d'un système électromécanique. En permutant le rôle des fonctions flux et courant, il est possible d'éliminer certaines dérivées partielles délicates à calculer.

Par la relation (2.4), on peut poser :

$$i_j = i_j(\Phi_1 \dots \Phi_k, x_1 \dots x_n) \quad (5.81)$$

Les grandeurs x_1 à x_n représentent les variables associées à certains degrés de liberté.

L'équation de la tension induite se transforme comme suit :

$$u_j = R_j i_j + N_j d\Phi_j/dt \quad (5.82)$$

$$u_j = R_j i_j (\Phi_1 \dots \Phi_k, x_1 \dots x_n) + N_j d\Phi_j/dt \quad (5.83)$$

Le système des k tensions peut être explicité par rapport aux dérivées premières des flux. On obtient :

$$\frac{d\Phi_j}{dt} = f_j (\Phi_1 \dots \Phi_k, x_1 \dots x_n, u_1 \dots u_k, t) \quad (5.84)$$

La résolution de ce système est notablement plus simple que celle des systèmes (5.46) et (5.53).

Néanmoins, pour des circuits complexes, il reste à déterminer l'expression (5.81) sur la base du circuit magnétique et à passer du système (5.83) au système (5.84). Ces deux calculs peuvent être relativement longs pour un transducteur comprenant plus de trois bobinages.

En revanche, pour un système comprenant trois bobinages ou moins, cette méthode est plus rapide que celle de la section 5.5.

5.6.3 Exemple

En reprenant l'exemple traité aux paragraphes 5.5.5 et suivants, cette méthode des flux conduit aux expressions ci-après. En se référant à la figure 5.11, la relation (5.81) s'écrit :

$$\Phi = \Lambda \Theta = \Lambda Ni \quad (5.85)$$

$$i = \frac{\Phi}{\Lambda N} \quad (5.86)$$

Les relations (5.83) et (5.84) prennent alors la forme suivante :

$$u = \frac{R\Phi}{\Lambda N} + N \frac{d\Phi}{dt} \quad (5.87)$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{u}{N} - \frac{R\Phi}{N^2 \Lambda} = \frac{u}{N} - \frac{R\Phi}{L} \quad (5.88)$$

L'équation de mouvement est inchangée. La saturation est introduite par le biais de l'inductance L , qui prend en considération les perméances partielles des zones saturées.

Cette méthode, appliquée au cas particulier de l'électro-aimant, conduit aux mêmes résultats que celle de la section 5.5 (fig. 5.12). Le volume de la programmation ainsi que le temps de calcul sont alors très nettement inférieurs.

CLASSIFICATION

6.1 BUT D'UNE CLASSIFICATION

6.1.1 Structure des chapitres suivants

Les chapitres précédents avaient pour but la description des méthodes générales relatives aux systèmes électromécaniques. Les chapitres suivants visent à la fois un inventaire des principaux transducteurs électromécaniques (§ 6.2.1) et une description de leurs propriétés et des méthodes de simulation spécifiques.

Une classification permet de mettre en évidence les caractères communs et les différences fondamentales relatifs aux diverses solutions. Elle permet également un choix plus aisé du type de convertisseur électromécanique convenant le mieux à une application.

6.1.2 Critères de classification

La technique des transducteurs électromécaniques étant en pleine évolution, elle ne bénéficie pas encore d'une normalisation comparable à celle des machines électriques classiques. En conséquence, la classification adoptée relève d'un certain arbitraire et peut être sujette à controverse. A la section 6.2, une différenciation très simple, selon le mode d'utilisation, est définie. A la section 6.3, elle prend en considération des critères de conception, dont l'élément déterminant est l'aimant permanent dont le rôle a été mis en évidence aux chapitres 3 et 4. Ces deux modes de classification permettent de caractériser la plupart des transducteurs.

6.2 ACTIONNEURS ET CAPTEURS

6.2.1 Définition : transducteur électromécanique

Un *transducteur électromécanique* est un dispositif électromécanique assurant une conversion ou un transfert de signaux. En conséquence, un transducteur électromécanique assure simultanément une conversion d'énergie et une conversion d'information.

Le développement important du traitement de l'information par l'analyse numérique a créé, depuis le début des années soixante, un besoin croissant de transducteurs de tous types.

6.2.2 Définition : actionneur électromécanique

Un *actionneur électromécanique* est un transducteur assurant une conversion d'énergie et d'information de la forme électrique à la forme mécanique. Un actionneur est aussi appelé *moteur*.

Selon les applications, l'aspect énergétique ou la qualité du signal prime. Le rendement énergétique est parfois déterminant. Dans d'autres cas, c'est le caractère linéaire de la transformation qui importe. Dans d'autres cas encore, c'est le temps de réaction ou la fréquence limite qui sont déterminants.

6.2.3 Définition : capteur électromécanique

Un *capteur électromécanique* est un transducteur qui transforme un mouvement en une information de nature électrique. Il y a, simultanément, une conversion d'énergie mécanique en énergie électrique. Afin de ne pas perturber le phénomène mesuré, cette énergie doit être la plus faible possible. Ce sont les équations dynamiques de tension qui sont caractéristiques du fonctionnement de ces systèmes. Dans la mesure où le dispositif d'analyse du signal capté présente une grande impédance d'entrée, le courant correspondant peut être négligé. L'équation (5.9) devient :

$$u_j = \sum_{p \neq j} \left(i_p \frac{dL_{jp}}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dt} + L_{jp} \frac{di_p}{dt} \right) \quad (6.1)$$

Les applications des capteurs sont nombreuses dans le domaine de la technique de mesure, le signal électrique étant particulièrement aisé à transmettre et à analyser. Leur emploi est également fréquent en télécommunication (microphone).

6.2.4 Réversibilité

La plupart des machines électriques présentent un caractère réversible entre le régime moteur et le régime générateur. Formellement, il en va de même entre moteurs et capteurs, à l'exception des systèmes réluctants (chap. 7). Pratiquement, cette réversibilité est rarement possible. Le moteur assure en effet une conversion d'énergie et d'information alors que le capteur réalise une conversion d'information en utilisant un minimum d'énergie.

En conséquence, si moteurs et capteurs sont théoriquement réversibles, ils le sont rarement en pratique.

6.3 CLASSIFICATION SELON LE RÔLE DE L'AIMANT

6.3.1 Lignes directrices

Le principe de la classification proposée est basé sur la disposition relative de l'aimant permanent et des enroulements. Cinq cas sont distingués :

- les systèmes *réluctants*, ne comprenant pas d'aimant permanent et ne présentant pas de terme de couple dû à l'interaction mutuelle entre partie fixe et partie mobile;
- les systèmes *électrodynamiques*, caractérisés par un aimant et un circuit ferromagnétique fixes, avec une (ou plusieurs) bobine mobile;

- les systèmes *électromagnétiques*, caractérisés par un circuit ferromagnétique et un bobinage fixes, avec un aimant permanent mobile. L'aimant est traversé par la partie principale du flux créé par la bobine;
- les systèmes *réductants polarisés*, caractérisés par un circuit électrique et un aimant fixes. La partie mobile est de type ferromagnétique. En variante, l'aimant peut être situé sur la partie mobile, mais entouré d'une partie ferromagnétique. L'essentiel du flux créé par la bobine se referme dans le fer, sans traverser l'aimant. Ces systèmes sont parfois qualifiés d'*hybrides*;
- les systèmes caractérisés par un couple résultant de l'interaction mutuelle de deux bobinages ou plus. C'est le cas de la plupart des machines électriques classiques (moteur asynchrone, machine synchrone, moteur à courant continu, etc.) (vol. X).

Dans les paragraphes suivants, les caractères généraux de chaque type seront évoqués. Pour mettre en évidence les particularités de ces divers systèmes, une application commune sera décrite, sous forme d'un moteur linéaire oscillant. Les chapitres ultérieurs présenteront l'analyse de ces divers systèmes, au travers d'exemples caractéristiques.

6.3.2 Systèmes réductants

Compte tenu de la définition du paragraphe 6.3.1, la force d'un système réductant peut s'écrire :

$$F_x = \frac{1}{2} \sum_j \frac{dL_j}{dx} i_j^2 \quad (6.2)$$

Le couple (ou la force) résulte de la variation des inductances propres seules. Il est donc associé à une déformation du circuit ferromagnétique associé aux bobinages.

L'exemple traité à la section 5.4 correspond à un système réductant le plus simple. La figure 6.1 montre un exemple d'un moteur réductant oscillant linéaire. Un ressort, assurant une position d'équilibre sans courant décalée, est indispensable dans ce cas.

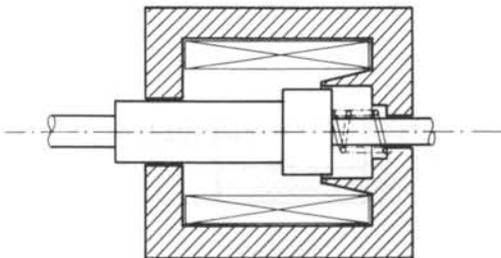


Fig. 6.1

Pour une alimentation alternative, la fréquence d'oscillation est double de celle de la source. Parmi les applications principales, on peut citer les relais, les contacteurs, les électro-aimants, les moteurs pas à pas, les moteurs réductants, etc.

Les avantages principaux sont la simplicité de la conception et l'absence d'aimant permanent, toujours d'un montage délicat.

Parmi les inconvénients, on peut signaler un rendement faible pour de petites dimensions (sect. 4.3) et un comportement non linéaire (couple proportionnel au carré du courant) renforcé par les phénomènes de saturation fréquents pour ce type de transducteur.

6.3.3 Systèmes électrodynamiques

On peut rappeler que les transducteurs électrodynamiques sont constitués d'un aimant permanent et d'un circuit ferromagnétique fixes. La bobine est mobile.

Dans le cas d'un système comportant un aimant et une bobine, la force résultante prend la forme :

$$F_x = \frac{1}{2} \left(\frac{d\Lambda_a}{dx} \Theta_a^2 + \frac{d\Lambda_b}{dx} \Theta_b^2 + 2 \frac{d\Lambda_{ab}}{dx} \Theta_a \Theta_b \right) \quad (6.3)$$

- l'indice a est relatif à l'aimant et l'indice b à la bobine;
- le terme $d\Lambda_a/dx$ est nul, le déplacement de la bobine ne créant pas de modification de la perméance externe à l'aimant;
- le terme $d\Lambda_b/dx$ est généralement négligeable;
- la force ne comporte ainsi plus qu'un terme :

$$F_x = \frac{d\Lambda_{ab}}{dx} \Theta_a \Theta_b \quad (6.4)$$

Elle est donc proportionnelle au courant dans la bobine.

La figure 6.2 donne un exemple de moteur oscillant électrodynamique. La fréquence d'oscillation est la même que celle de l'alimentation. Parmi les applications, on peut signaler les appareils de mesure électrique (à cadre mobile, à boucle, etc.), les moteurs de haut-parleur, certains moteurs de traceur, etc.

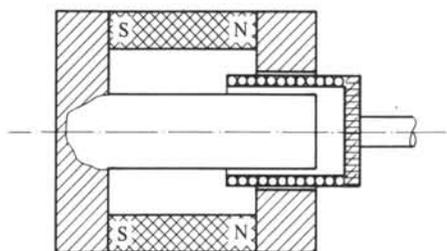


Fig. 6.2

Les avantages principaux sont la linéarité du couple ou de la force, la faible inertie de la partie mobile et la constante de temps électrique faible.

Les inconvénients sont essentiellement dus à la liaison électrique mobile. Pour un système tournant, un captage par balais ou charbons est nécessaire. De tels systèmes introduisent alors des non-linéarités ou des discontinuités de la relation entre courant et couple.

6.3.4 Systèmes électromagnétiques

Ils sont caractérisés par un aimant mobile. Celui-ci étant constitué par un matériau homogène de faible perméabilité équivalente, la force due à la bobine seule est indépendante de la position. La force résultante s'écrit donc :

$$F_x = \frac{1}{2} \frac{d\Lambda_a}{dx} \Theta_a^2 + \frac{d\Lambda_{ab}}{dx} \Theta_a \Theta_b \quad (6.5)$$

La figure 6.3 décrit un exemple de moteur oscillant électromagnétique. La fréquence d'oscillation est la même que celle d'alimentation.

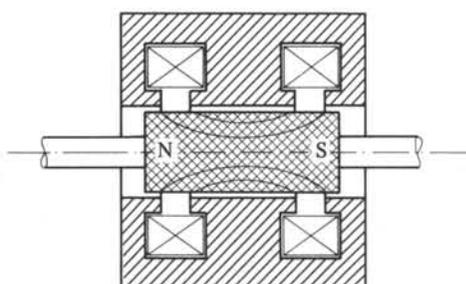


Fig. 6.3

Parmi les applications, on peut citer les moteurs pas à pas, les microphones, certains capteurs digitaux ou analogiques de position, de vitesse ou d'accélération.

Les avantages principaux sont l'existence d'une position d'équilibre sans courant et la constante de temps électrique faible.

Parmi les inconvénients, on peut citer la présence d'un aimant mobile, toujours délicat à réaliser et une inertie mécanique souvent élevée.

6.3.5 Systèmes réluctants polarisés

En variante de la définition du paragraphe 6.3.1, on peut caractériser un système réluctant polarisé par l'existence d'un terme de force mutuelle et d'un terme de force due à la bobine d'un ordre de grandeur comparable. La force résultante est caractérisée par l'équation (6.3).

La figure 6.4 donne un exemple de moteur oscillant réluctant polarisé. La figure 6.5 illustre la distribution respective des flux de l'aimant (trait plein) et de la bobine (trait pointillé) pour deux courants de signe opposé. On peut constater que la bobine assure un aiguillage du flux de l'aimant. Selon l'importance relative des potentiels magnétiques de la bobine et de l'aimant, la fréquence d'oscillation sera celle de l'alimentation ou le double. Pour un dispositif bien conçu, c'est la première variante qui est la bonne.

Parmi les applications, on peut mentionner les moteurs pas à pas, les moteurs synchrones, les électro-aimants polarisés, des moteurs de traceur, etc.

Au nombre des avantages, on peut citer un bon rendement, une partie mobile simple et des allures de couple ou de force souvent très favorables.

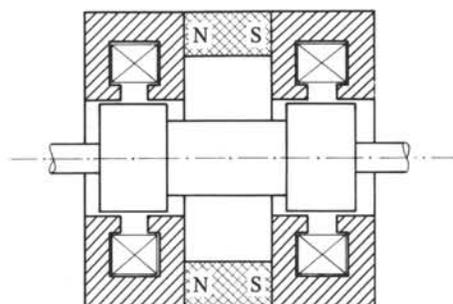


Fig. 6.4

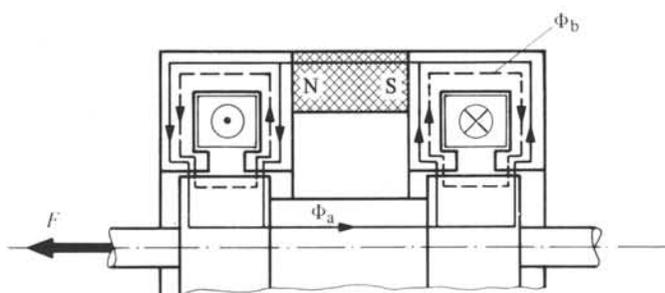


Fig. 6.5

Les inconvénients majeurs sont une constante de temps électrique élevée et la non linéarité du couple ou de la force.

6.3.6 Machines électriques usuelles

Le couple de ces machines résulte de l'interaction mutuelle de bobinages disposés, respectivement, au stator et au rotor. Ces bobinages peuvent être alimentés de façon indépendante (machine synchrone, machine à courant continu) ou par induction (moteur asynchrone). Ces machines sont décrites au volume X.

Il est à remarquer que, pour de petites machines électriques, un des bobinages alimenté en courant continu peut être remplacé par un aimant permanent. On pourrait alors qualifier les machines correspondantes d'électromagnétiques ou de réluctances polarisées.

6.4 INTRODUCTION À LA DESCRIPTION DES PRINCIPAUX TRANSDUCTEURS

6.4.1 Objectifs

Les chapitres suivants poursuivent plusieurs buts simultanés. On peut citer principalement :

- l'inventaire non exhaustif des principaux types de transducteurs et de leurs caractères spécifiques, selon la classification proposée;
- l'application des méthodes de simulation à des cas types;

- l'énumération des principaux critères de choix;
- la description des rudiments des méthodes de dimensionnement d'un système électromécanique.

Le dernier point sera essentiellement abordé au travers d'exemples. Il est en effet difficile de définir une démarche unique et absolue pour cette opération. Elle fait appel à la fois à des connaissances expérimentales et à des critères économiques.

6.4.2 Description

Les chapitres 7 à 10 décrivent les principales applications des quatre classes de transducteurs. Dans chacun de ces chapitres, on trouvera les sections suivantes :

- rappel et généralités;
- description des principaux composants;
- structures particulières;
- applications principales;
- exemples.

Parmi les applications, les moteurs pas à pas seront traités à part. En effet, par leur intérêt et les contraintes liées à l'alimentation et à la commande, ces moteurs feront l'objet de deux chapitres particuliers. Par ailleurs, ils possèdent un certain nombre de caractères communs, indépendants de leur structure.

Le chapitre 11 traite des moteurs pas à pas polyphasés et de leurs interactions avec l'alimentation et la commande. Dans le chapitre 12, le cas particulier des moteurs et des micromoteurs pas à pas monophasés sera développé. Ils présentent un intérêt spécifique par les performances limites exigées pour certaines applications.

SYSTÈMES RÉLUCTANTS

7.1 GÉNÉRALITÉS

7.1.1 Rappel

Par définition (§ 6.3.1 et 6.3.2), un système réductant ne comporte pas d'aimant et ne présente pas de composante de couple d'interaction mutuelle. En d'autres termes, il est caractérisé par des composantes de couple résultant de la variation de l'inductance propre des bobinages. Pour y parvenir, il y a obligatoirement une déformation des circuits magnétiques associés à ces inductances. On a, sans saturation, par (6.2) et par (5.9), les expressions suivantes pour le couple et la tension :

$$M = \frac{1}{2} \sum_j \frac{dL_j}{d\alpha} i_j^2 \quad (7.1)$$

$$u_j = R_j i_j + L_j \frac{di_j}{dt} + i_j \frac{dL_j}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dt} \quad (7.2)$$

7.1.2 Propriétés générales

En se basant sur la relation (7.1), un système réductant est caractérisé par les propriétés suivantes :

- le couple est proportionnel au carré du courant; le système n'étant pas linéaire dans sa conversion électromécanique, il se prête mal à des fonctions de réglage ou de transmission d'information analogique (comme le haut-parleur par exemple);
- pour obtenir un couple important, la variation d'inductance propre doit être la plus grande possible; il faudra recourir à des circuits ferromagnétiques présentant une grande perméabilité et à une géométrie des zones d'entrefer assurant une modulation importante des perméances;
- le caractère précédent a pour conséquence de fortes variations de flux. Il est alors fréquent de provoquer une saturation de certaines zones des circuits magnétiques : bien que de conception simple, le système réductant devient alors très difficile à simuler.

7.1.3 Système réductant à un seul bobinage

Le système le plus simple ne comporte qu'un seul bobinage. Ses équations caractéristiques deviennent, sans saturation :

$$M = \frac{1}{2} \frac{dL}{d\alpha} i^2 \quad (7.3)$$

$$u = Ri + L \frac{di}{dt} + i \frac{dL}{d\alpha} \Omega \quad (7.4)$$

Pour réaliser une fonction d'information, un tel système est combiné avec un ressort de rappel ou un dispositif mécanique auxiliaire.

7.1.4 Système réluctant à plusieurs bobinages

Un tel système est caractérisé par les équations (2.62) et (5.9). Les principales caractéristiques des systèmes réluctants sont conservées, si des mutuelles existent entre les bobinages, à condition que ceux-ci soient placés sur un même support indéformable.

La présence de plusieurs bobinages permet de réaliser des fonctions mécaniques d'information sans dispositif auxiliaire. Il peut s'agir aussi bien de mouvements de va-et-vient que de mouvements continus.

7.2 ÉLECTRO-AIMANTS

7.2.1 Définition et caractéristiques

L'*électro-aimant* peut être défini comme un système générateur d'un champ d'induction magnétique ou d'une force unilatérale d'attraction, créée par un bobinage fixe, associé à un circuit ferromagnétique. Dans le cas de la création d'une force, il s'agit d'un système réluctant.

L'électro-aimant est souvent un composant d'un système tel que relais, contacteur, électrovalve, etc. (sect. 7.5). Il peut se composer du seul système d'attraction (fig. 7.1) ou comprendre également l'élément ferromagnétique attiré (fig. 7.2). Les diverses applications seront évoquées à la section 7.5.

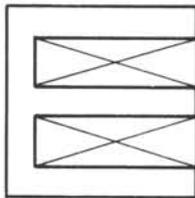


Fig. 7.1

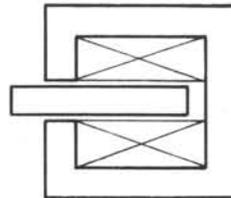


Fig. 7.2

7.2.2 Electro-aimants ouverts

Il s'agit d'électro-aimants ne comportant que le système d'attraction (fig. 7.1). L'élément sur lequel s'exerce la force fait alors partie intégrante du système dans lequel l'électro-aimant est utilisé. Il s'agit généralement d'une surface ferromagnétique plane.

Trois dispositions géométriques sont envisageables :

- un noyau en forme de U,
- un noyau en forme de E,
- un noyau cylindrique.

La dernière solution présente l'avantage d'une protection optimale des bobinages et d'un volume minimum de cuivre. En effet, il n'existe pas de développantes. En revanche, elle se prête mal à une alimentation alternative, une structure feuilletée étant très difficile à construire.

7.2.3 Electro-aimants en forme de U

Quatre dispositions de principe peuvent être adoptées :

- *armature plate* (fig. 7.3),
- *armature à clapet* (fig. 7.4),
- *armature plongeante* (fig. 7.5),
- *armature tournante* (fig. 7.6).

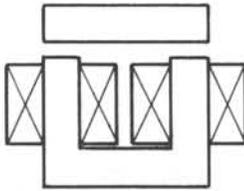


Fig. 7.3

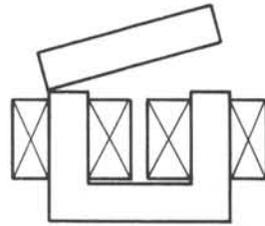


Fig. 7.4

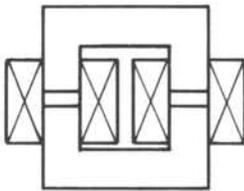


Fig. 7.5

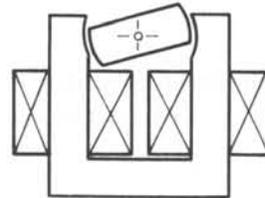


Fig. 7.6

Ce sont essentiellement des considérations d'intégration ou d'efficacité qui font adopter l'une ou l'autre de ces solutions. Dans cette conception, une structure feuilletée ne présente pas de difficulté.

7.2.4 Electro-aimants en forme de E

Quatre dispositions principales peuvent être définies :

- *armature plate* (fig. 7.7),
- *armature plongeante* (fig. 7.8),
- *noyau plongeant* (fig. 7.9),
- *armature tournante* (fig. 7.10).

Cette technique conduit à une meilleure protection mécanique et magnétique (flux de fuite) du bobinage. Elle peut également être réalisée en exécution feuilletée.

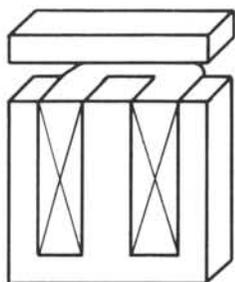


Fig. 7.7

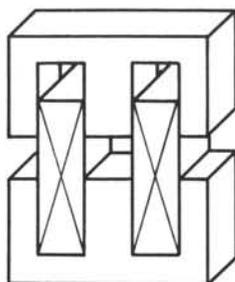


Fig. 7.8

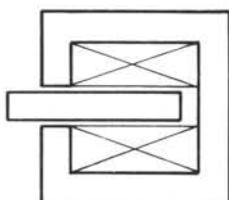


Fig. 7.9

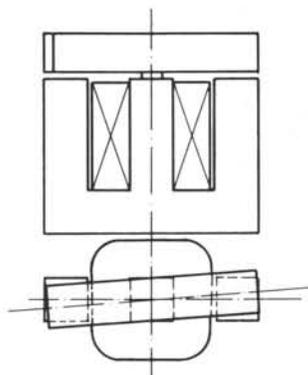


Fig. 7.10

7.2.5 Electro-aimants cylindriques

Deux dispositions sont généralement adoptées :

- armature plate (fig. 7.11),
- noyau plongeant (fig. 7.12).

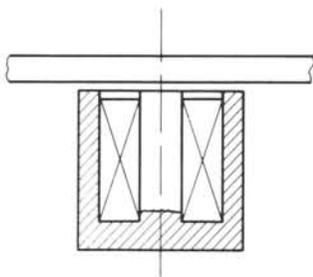


Fig. 7.11

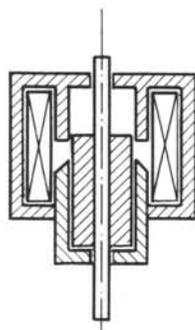


Fig. 7.12

Dans ce dernier cas, la protection de la bobine est optimale, aussi bien mécaniquement que magnétiquement (flux de fuite). Un fonctionnement en alternatif peut éventuellement être envisagé en recourant à un matériau ferromagnétique fritté (ferrite). Pour des raisons économiques, ceci n'est pratiquement possible que pour de grandes séries.

7.2.6 Electro-aimants à double effet et à effet réversible

Il s'agit de la duplication d'un électro-aimant à simple effet. Le système comporte deux bobines.

Dans la structure à double effet (fig. 7.13), une position médiane est assurée par une cause extérieure (un ressort par exemple). L'excitation de l'une des bobines provoque un déplacement.

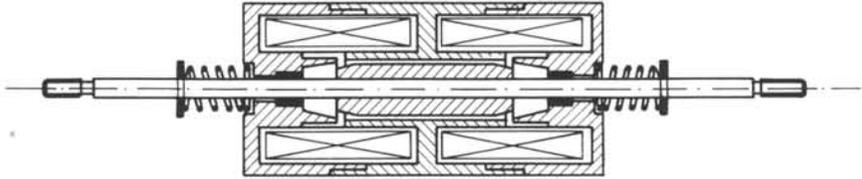


Fig. 7.13

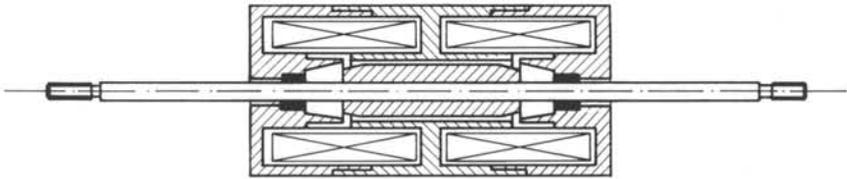


Fig. 7.14

Dans la structure réversible (fig. 7.14), l'électro-aimant comprend deux positions extrêmes définies par l'alimentation de l'une ou l'autre des bobines.

7.3 CIRCUIT MAGNÉTIQUE

7.3.1 Rôle de la géométrie

Pour les électro-aimants à noyau plongeant, on recourt fréquemment à des circuits magnétiques de géométrie très étudiée. Le but est de réaliser une caractéristique de force en fonction de la position adaptée à l'application. Il s'agit également d'accroître la force résultante dans un volume donné. On recourt fréquemment au phénomène de saturation, en créant des zones de faible section.

7.3.2 Exemple

L'électro-aimant cylindrique des figures 7.15 et 7.17 présente la même exécution dans les deux cas, à l'exception de la géométrie du noyau et de la contre-pièce correspondante. Dans le cas de la figure 7.15, on obtient les caractéristiques de force en fonction de la position de la figure 7.16. Pour la figure 7.17, ces mêmes caractéristiques sont données à la figure 7.18. On voit apparaître aussi bien des différences sur l'allure des caractéristiques que sur leur évolution en fonction du courant. La saturation est en effet plus marquée pour la structure conique.

Dans les paragraphes suivants, les principales dispositions relatives seront examinées ainsi que les caractéristiques de force qui en résultent.

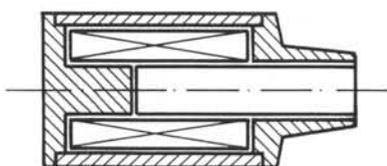


Fig. 7.15

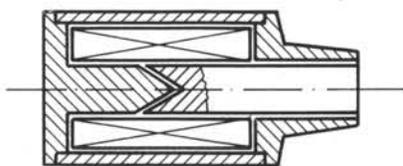


Fig. 7.17

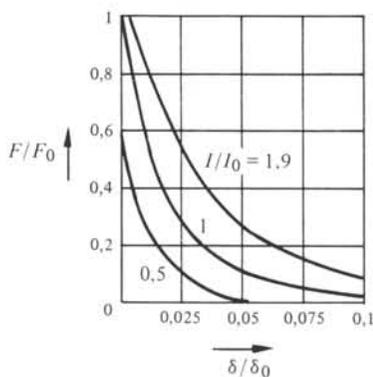


Fig. 7.16

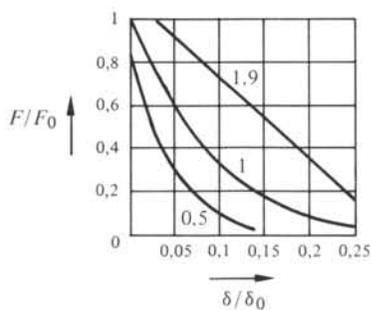


Fig. 7.18

7.3.3 Géométrie du noyau et de la contre-pièce

Les principales solutions adoptées sont représentées à la figure 7.19.

Les solutions a et b ne conduisent qu'à une modification de la force au voisinage de la position collée. On ne peut pratiquement pas agir sur la courbe d'attraction cor-

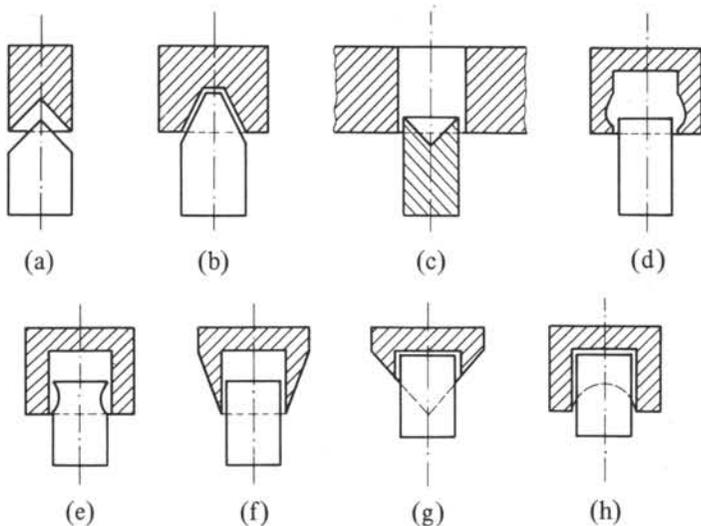


Fig. 7.19

respondant à des entrefers importants. On recourt à cette solution pour des applications nécessitant une force de maintien importante ou une consommation réduite d'énergie d'excitation au collage. L'exécution des pièces coniques est par ailleurs relativement délicate.

La solution c convient pour des systèmes devant atteindre la position d'équilibre finale sans choc.

Les solutions d et e conviennent pour de petits électro-aimants présentant une faible course.

Ce sont les solutions f, g et h qui conviennent le mieux à un ajustement de la caractéristique d'attraction, en jouant à la fois sur la géométrie et la saturation.

7.3.4 Influence de la saturation

Pour illustrer l'influence de la saturation, on considérera les trois géométries particulières d'un électro-aimant à noyau plongeur, représentées aux figures 7.20, 7.21 et 7.22.

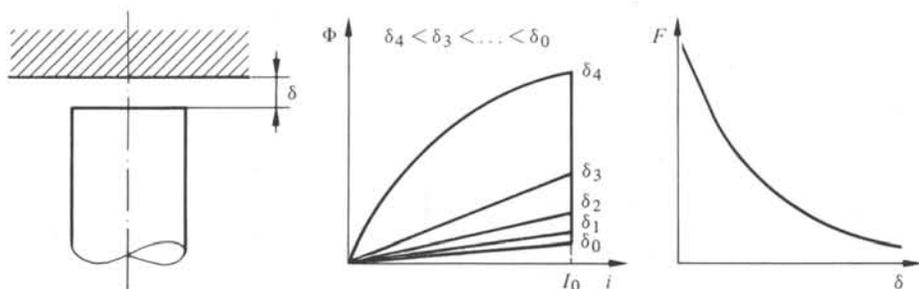


Fig. 7.20

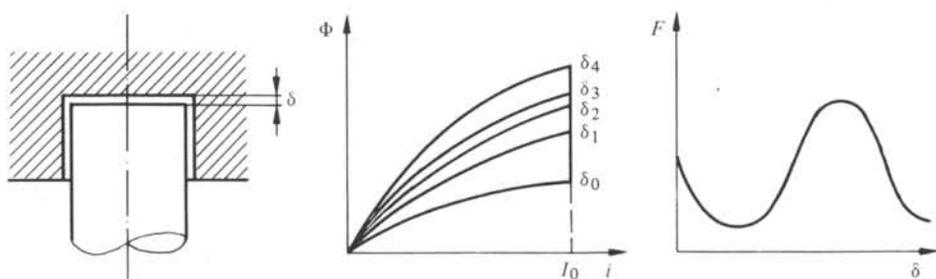


Fig. 7.21

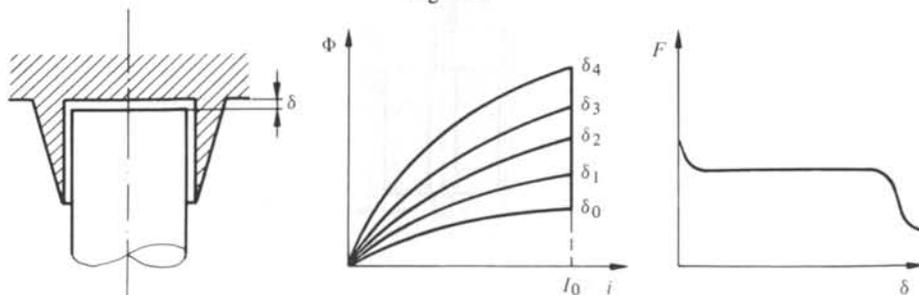


Fig. 7.22

Dans la solution de la figure 7.20, il n'y a pratiquement pas de saturation avant le collage. La caractéristique de flux est linéaire en fonction du courant, à l'exception du domaine de très faible entrefer. La caractéristique de force peut être approchée par la fonction suivante :

$$F = \frac{K}{(\delta + a)^2} \quad (7.5)$$

Les grandeurs K et a sont deux constantes spécifiques du système.

Dans la solution de la figure 7.21, on a un état de saturation qui se modifie avec la position. Il est très marqué lorsque le noyau atteint l'entrée de l'alésage et lorsque le fond de celui-ci est atteint. Ceci ressort des caractéristiques de force. La conséquence de cet effet est l'apparition d'un maximum de la caractéristique de force (entrée dans l'alésage), puis un nouvel accroissement de celle-ci en approchant du fond de l'alésage.

Dans la solution de la figure 7.22, le niveau de saturation de la partie conique est pratiquement indépendant de la position, dès que le noyau a pénétré dans l'alésage. Il est ainsi possible d'obtenir une caractéristique de force presque constante.

On peut associer le schéma magnétique équivalent de la figure 7.23 à la zone d'entrefer pour deux variantes.

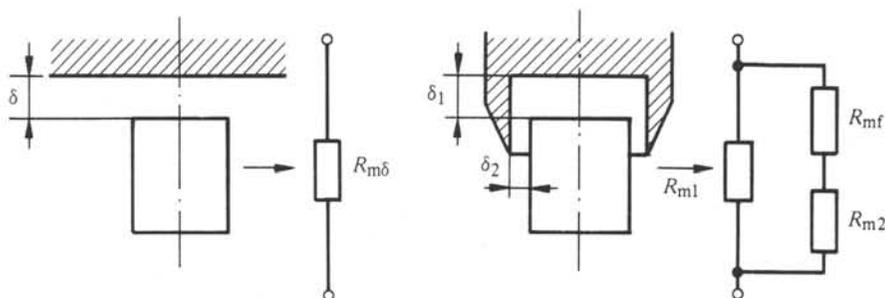


Fig. 7.23

7.3.5 Exemple

L'exemple de la figure 7.24, correspondant au cas de la figure 7.22, montre l'influence des paramètres géométriques sur la saturation. Cet effet est mis en évidence par les caractéristiques de force.

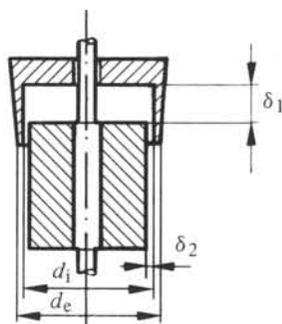


Fig. 7.24

La figure 7.25 donne les caractéristiques de force sous forme paramétrique. Apparemment, un ajustement de cette caractéristique peut être réalisé dans une plage importante. Cependant, il est à remarquer que, pour de faibles dimensions, les tolérances d'usinage peuvent créer une grande dispersion. Il en est de même en ce qui concerne la caractéristique magnétique du matériau.

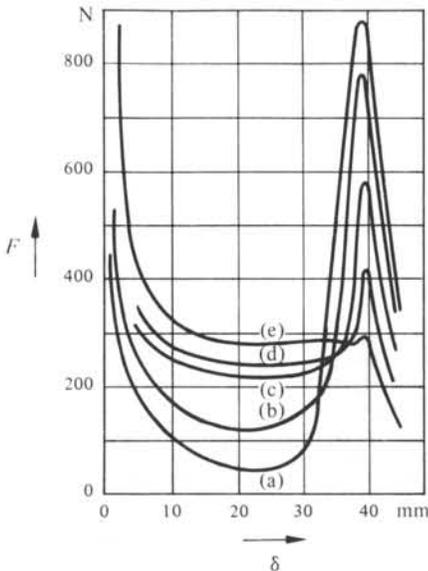


Fig. 7.25 (a) $d_e/d_i = 1,22$; (b) $d_e/d_i = 1,14$; (c) $d_e/d_i = 1,07$; (d) $d_e/d_i = 1,04$; (e) $d_e/d_i = 1,00$.

7.4 CARACTÉRISTIQUES DYNAMIQUES

7.4.1 Alimentation continue

Pour une alimentation en tension continue, le comportement d'un électro-aimant est caractérisé par les équations (7.3) et (7.4). L'exemple de la section 5.4 et du paragraphe 5.5.5 illustre le comportement dynamique et sa simulation dans le cas d'un électro-aimant en forme de U.

Il est à remarquer que pour une structure massive du circuit magnétique, il peut se produire une modification de la constante de temps à l'enclenchement par suite de l'apparition de courants induits. On recourt fréquemment à des structures feuilletées pour limiter l'importance de ce phénomène.

7.4.2 Modification du temps d'enclenchement

Lorsque la constante de temps mécanique est d'un ordre de grandeur comparable à la constante de temps électrique, ou inférieure, il peut être souhaitable d'abaisser la constante de temps électrique.

Deux solutions sont possibles :

- la mise en série d'une résistance R_a et l'augmentation de la tension d'alimentation, de façon à maintenir le courant nominal (fig. 7.26); on a la relation :

$$U_R = U_N (R + R_a) / R \quad (7.6)$$

La grandeur U_N est la tension nominale; la tension aux bornes de l'alimentation est U_R ; la résistance propre de la bobine d'excitation est R ; la constante de temps est ainsi abaissée dans le rapport $R / (R + R_a)$; simultanément, la puissance d'excitation est augmentée dans le rapport inverse;

- l'alimentation par deux sources de tension U_1 et U_N , avec $U_1 > U_N$ (fig. 7.27); l'enclenchement se fait au niveau le plus élevé, jusqu'à ce que le courant nominal soit atteint; on commute alors le système sur la tension nominale.

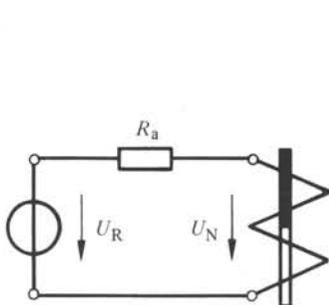


Fig. 7.26

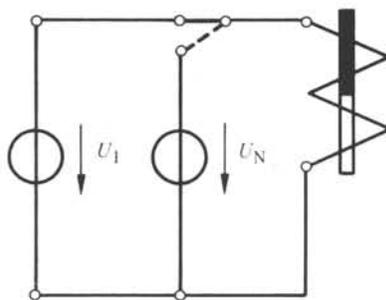


Fig. 7.27

7.4.3 Connexion d'une résistance économique

Dans un système réductant, la force d'attraction est généralement maximum au collage et minimum à l'enclenchement. En conséquence, un courant nettement inférieur à celui d'enclenchement suffit à assurer le maintien. Le passage de l'un à l'autre peut être assuré par l'insertion d'une résistance en série avec la bobine d'excitation, selon le schéma de la figure 7.28. L'ouverture de l'interrupteur (2) assurant le court-circuit de la résistance est généralement réalisé par un contact auxiliaire de l'interrupteur principal (1). L'ouverture du second intervient avec un certain retard sur l'enclenchement du premier.

Cette technique permet une réduction importante de l'énergie d'excitation de l'électro-aimant.

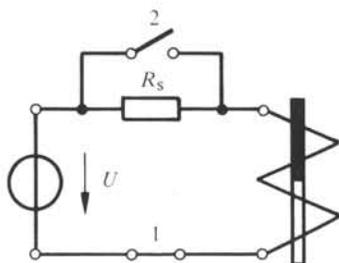


Fig. 7.28

7.4.4 Réglage du temps de déclenchement

Pour certaines applications, on peut être conduit à retarder l'instant de déclenchement d'un électro-aimant, par rapport à un ordre déterminé. Cet effet peut être obtenu en plaçant une résistance en parallèle avec la bobine d'excitation, puis en coupant l'alimentation principale (fig. 7.29).

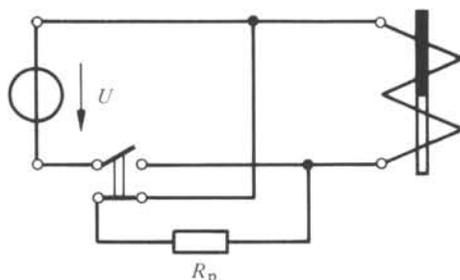


Fig. 7.29

La caractéristique de tension induite associée à l'extinction s'écrit :

$$0 = (R + R_p) i + L \frac{di}{dt} + i \frac{dL}{dx} v \quad (7.7)$$

La constante de temps d'extinction est une fonction de la résistance R_p .

7.4.5 Echauffement

Comme pour tout appareil électromécanique, l'effet Joule provoque un échauffement du bobinage. Il en résulte un accroissement de la résistance de ce dernier. L'augmentation peut atteindre 40%, sans altération de l'isolation. Ceci correspond au passage d'une température de 20 °C à une température de 120 °C. La conséquence en est une diminution correspondante du courant. La force étant proportionnelle au carré de celui-ci, il est indispensable de prendre une marge de sécurité tenant compte de cet effet thermique.

Par ailleurs, les conditions d'utilisation, et plus particulièrement la durée d'enclenchement, doivent être précisées afin d'éviter tout dommage affectant l'isolation. Inversement, la bobine d'excitation doit être dimensionnée de façon adaptée aux conditions de fonctionnement.

7.4.6 Durée d'enclenchement relative

La durée d'enclenchement T_e est l'intervalle de temps durant lequel l'électro-aimant est excité de façon continue. On définit par ailleurs la période T qui correspond à l'intervalle de temps séparant deux enclenchements consécutifs. La *durée relative d'enclenchement* est définie par le rapport suivant :

$$ED = T_e / T \quad (7.8)$$

Cette grandeur s'exprime fréquemment en %. La période T est normalisée à 5 minutes.

Un électro-aimant présentant une durée relative d'enclenchement de 40% ne doit pas rester enclenché plus de deux minutes de façon continue.

Les valeurs normalisées de cette grandeur sont de 5, 15, 25, 40 et 100%.

7.4.7 Alimentation par une tension alternative

Il est possible d'obtenir une force d'attraction unilatérale au moyen d'une source de tension alternative appliquée à un électro-aimant. En effet, pour un courant sinusoïdal, on peut poser par (7.3) :

$$i = \hat{I} \sin(\omega t + \beta) \quad (7.9)$$

$$F = \frac{1}{2} \frac{dL}{dx} i^2 = \frac{1}{2} \frac{dL}{dx} \hat{I}^2 \sin^2(\omega t + \beta) \quad (7.10)$$

$$F = \frac{1}{2} \frac{dL}{dx} \hat{I}^2 [1 - \cos 2(\omega t + \beta)] \quad (7.11)$$

Cette force présente une composante moyenne non nulle :

$$F = \frac{1}{2} \frac{dL}{dx} \hat{I}^2 \quad (7.12)$$

Une composante pulsant à une fréquence double de celle d'alimentation se superpose à ce terme.

7.4.8 Evolution du courant

Lors de l'enclenchement d'un électro-aimant, l'entrefer passe d'une valeur δ_0 à une valeur minimum δ_m . A chacune de ces positions, on peut faire correspondre une inductance, soit respectivement L_0 et L_m . Par (1.55), on peut poser :

$$L_m > L_0 \quad (7.13)$$

En l'absence de mouvement, le courant alternatif est lié à la tension d'alimentation correspondante par la loi d'Ohm en calcul complexe :

$$\underline{I} = \underline{U}/Z \quad (7.14)$$

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \quad (7.15)$$

Il s'ensuit une diminution du courant lorsque l'entrefer diminue. Ce phénomène agit favorablement, conformément au but décrit au paragraphe 7.4.3.

7.4.9 Dispositions constructives

L'alimentation par une source de tension alternative implique la circulation d'un flux alternatif également. Il est donc indispensable de recourir à un circuit magnétique feuilleté.

Au collage, la composante oscillante de force peut créer des phénomènes de vibration très bruyants. Il s'agit alors de les amortir. Ceci peut s'effectuer par l'adjonction de spires en court-circuit dans le circuit magnétique, au voisinage de l'entrefer. Ces spires présentent une ouverture partielle, par rapport à la section de fer (fig. 7.30). A l'enclenchement, les lignes d'induction se concentrent dans la zone sans spire. Au collage, l'accroissement du flux provoque la saturation de cette section. Une partie du flux alternatif traverse alors la spire en court-circuit. Celle-ci provoque un effet d'amortissement par diminution du flux.

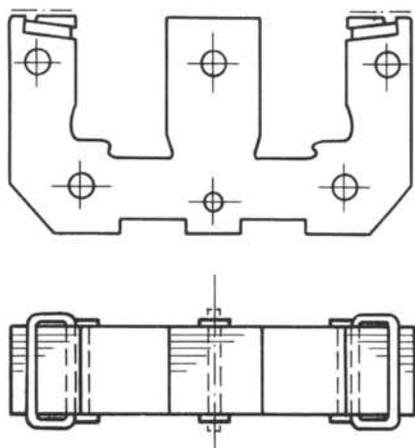


Fig. 7.30

7.5 APPLICATIONS

7.5.1 Exemples

Les applications choisies ne présentent pas un caractère exhaustif. Il s'agit de quelques exemples types. Les quatre premiers font appel à un électro-aimant intégré dans le système entraîné.

Les deux dernières sont relatives à des moteurs caractérisés par un mouvement continu ou alternatif, pour lesquels la notion de rendement peut être définie.

7.5.2 Relais

La figure 7.31 représente un relais de faibles dimensions. Il est actionné par un électro-aimant en forme de U, à armature tournante. La figure 7.32 illustre le principe de l'électro-aimant. Il est excité par une alimentation de tension continue. Le circuit magnétique peut donc être massif. Ce transducteur agit en combinaison avec des lames jouant le rôle de ressort de torsion. Ce système assure l'ouverture et la fermeture de quatre contacts. La figure 7.33 représente le schéma électrique associé. Dans le cas illustré, les caractéristiques principales sont :

- dimensions $25 \times 22 \times 10 \text{ mm}^3$;
- tension de bobine 12 V continu ;
- courant de bobine 48 mA ;
- tension maximale de coupure 30 V continu ;
- courant maximum de coupure 2 A continu ;
- exécution étanche.

7.5.3 Contacteur

Le contacteur représenté à la figure 7.34 assure la fermeture et la coupure de courants plus importants que ceux d'un relais. L'élément moteur est un électro-aimant à armature plongeante en E. La bobine est excitée par un courant alternatif. Le circuit

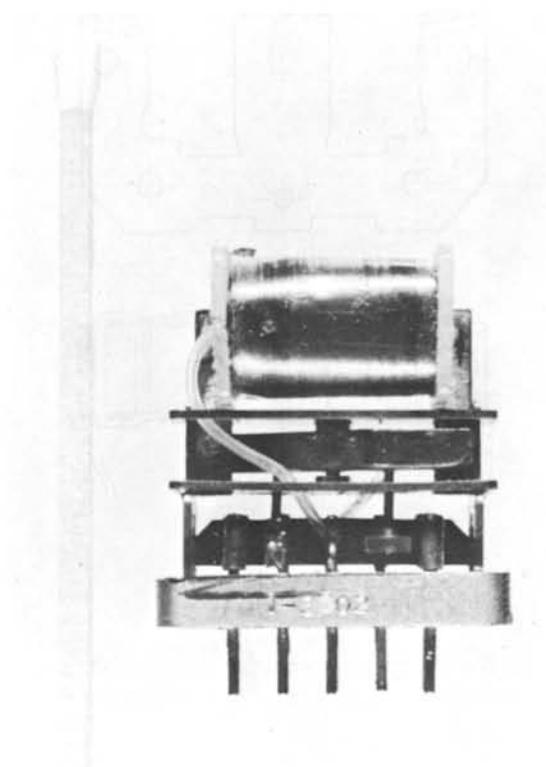


Fig. 7.31

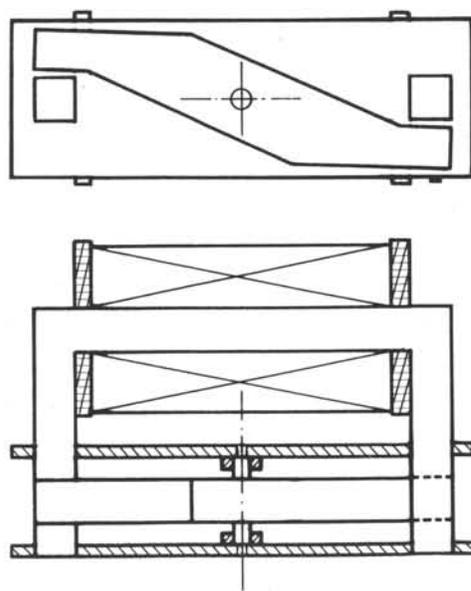


Fig. 7.32

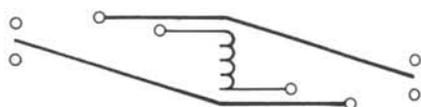


Fig. 7.33

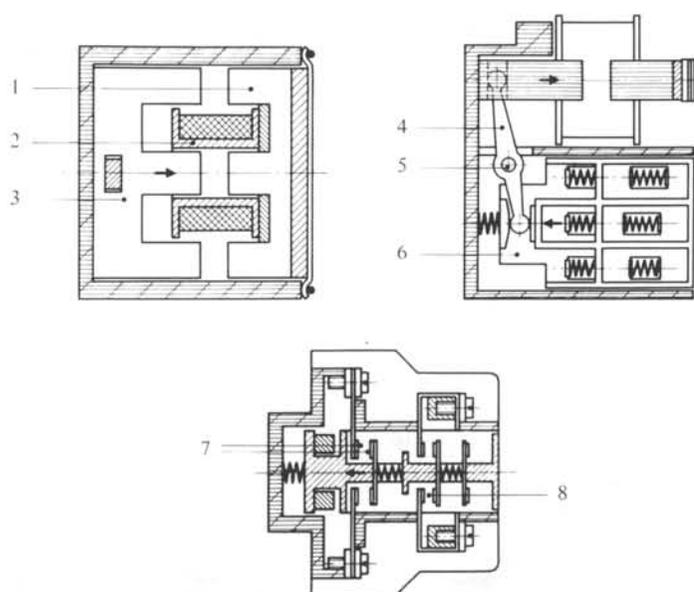


Fig. 7.34 Coupe d'un contacteur. (1) noyau de l'électro-aimant (fixe); (2) bobine; (3) armature de l'électro-aimant (mobile); (4) levier de transmission; (5) point fixe du levier de transmission; (6) support des contacts (mobile); (7) contact principal; (8) contact auxiliaire.

magnétique est donc formé de tôles. Il comprend également des spires d'amortissement en court-circuit pour supprimer les vibrations.

L'électro-aimant agit sur un ensemble de contacts. Leur pression est assurée par des ressorts. La position fermée du transducteur est maintenue par une excitation au travers d'une résistance économique.

La figure 7.35 montre une vue éclatée d'un tel contacteur.

7.5.4 Electrovalve

La figure 7.36 représente un exemple d'électrovalve mue par un électro-aimant à réluctance variable. Il est de type cylindrique à noyau plongeant. Ce dernier est solidaire du siège de la valve. L'alimentation se fait par une source de tension alternative redressée ou une tension continue. Dans ce cas également, une résistance économique est souvent insérée en série pour assurer le maintien en position ouverte. La figure 7.37 montre une variante d'un tel système.

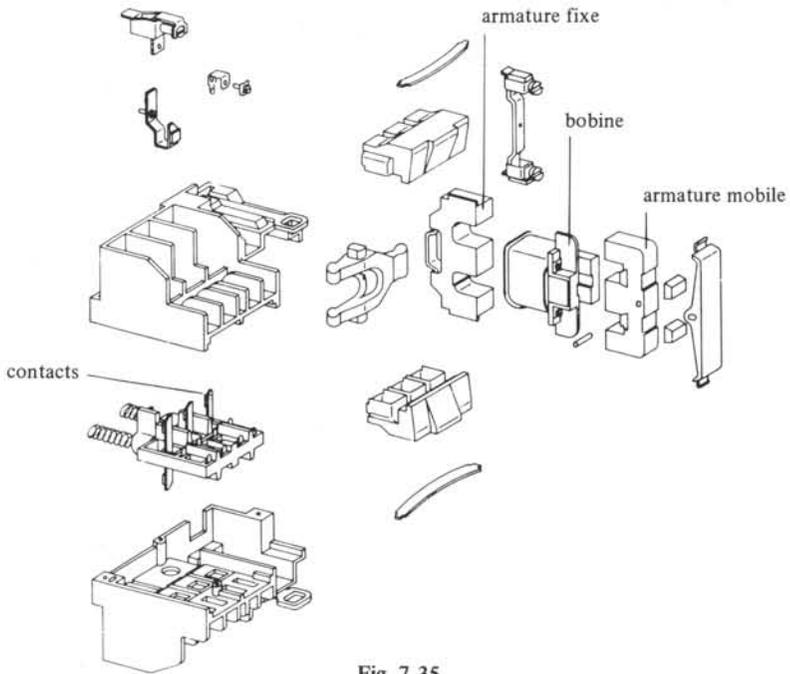


Fig. 7.35

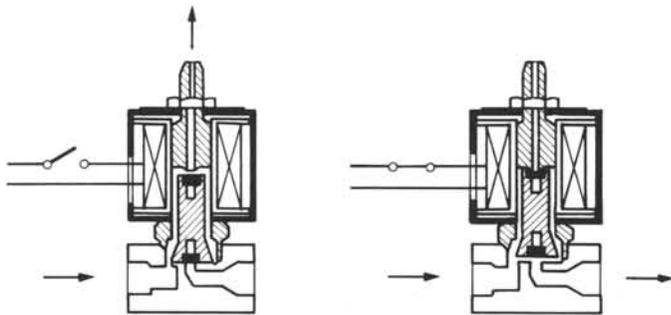


Fig. 7.36

7.5.5 Embrayage-frein

La figure 7.38 décrit le principe d'un embrayage-frein électromécanique à réluctance variable. Un tel système se compose d'un embrayage constitué d'une armature en forme de tore agissant sur un disque ferromagnétique. L'excitation de la bobine située à l'intérieur du tore provoque une attraction entre son armature et un disque. La face frontale de l'armature étant recouverte de matériau antifrottement, il se produit alors un frottement important. Selon que l'armature est fixe ou tournante, il se produit un effet de freinage ou d'embrayage. Le dispositif de la figure 7.38 réunit la combinaison d'un frein et d'un embrayage. La figure 7.39 représente une coupe du système réluctant d'embrayage. La figure 7.40 montre un exemple de l'évolution des courants et de la position au cours du temps. Il s'agit d'un mouvement incrémental assuré à partir d'un moteur tournant de façon continue.

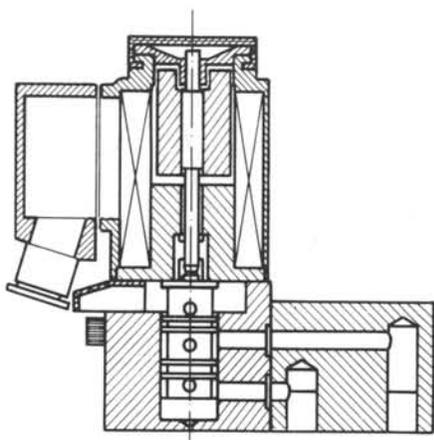


Fig. 7.37

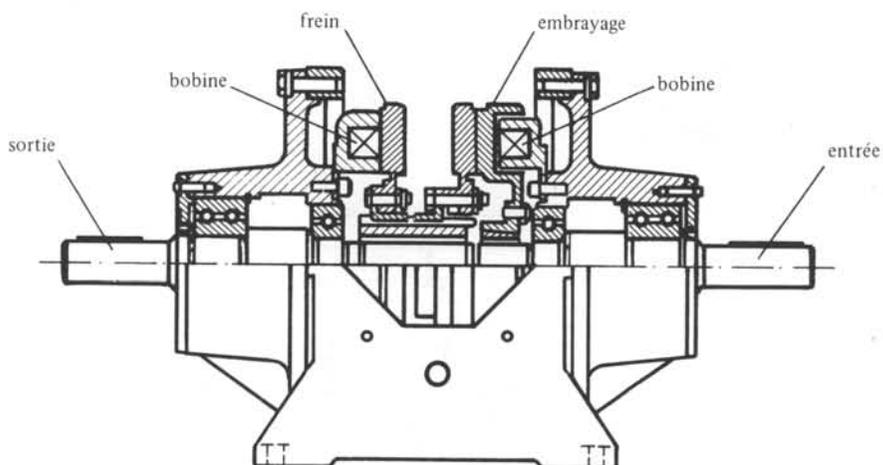


Fig. 7.38



Fig. 7.39

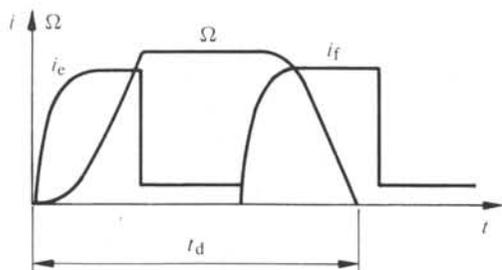


Fig. 7.40 i_e , courant de l'embrayage; i_f , courant du frein; Ω , vitesse angulaire de la charge; t_d , durée d'un pas.

7.5.6 Moteur oscillant réluctant

La figure 7.41 représente un moteur oscillant à mouvement angulaire. La position d'équilibre sans courant est définie par un système de ressorts. L'excitation du bobinage provoque un centrage de l'armature mobile. Pour que le système s'amorce, il faut que la fréquence propre mécanique soit proche du double de la fréquence d'excitation (force proportionnelle au carré du courant). L'application du moteur décrit est l'entraînement de la tête de coupe d'un rasoir.

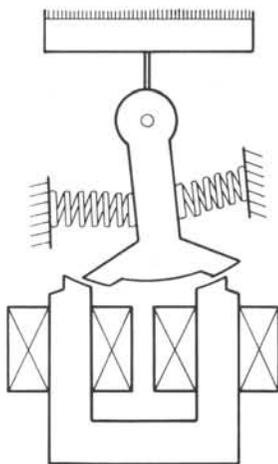


Fig. 7.41

7.5.7 Moteur pas à pas

Le moteur pas à pas décrit à la figure 7.42 est de type réluctant triphasé. L'alimentation d'une phase (A par exemple) provoque la mise en regard des dents statoriques et rotoriques. L'alimentation consécutive de la phase B provoque un décalage du rotor jusqu'à ce que les dents soient à nouveau en regard des dents correspondantes du stator. Il s'ensuit une rotation d'un 12^{ème} de tour. L'ordre d'alimentation des phases ABC assure une rotation dans le sens antihoraire. L'ordre inverse conduit au sens horaire. Les caractéristiques générales d'un tel moteur seront traitées au chapitre 11.

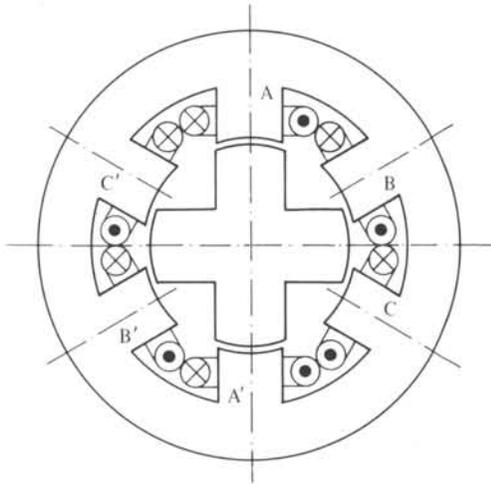


Fig. 7.42

7.6 EXEMPLE DE DIMENSIONNEMENT

7.6.1 But et contraintes

En pratique, le choix des dimensions d'un transducteur ou d'une machine électrique est une opération de synthèse des aspects techniques et économiques. Les données sont à la fois de nature électrique (tension, fréquence, etc.) et mécanique (puissance, couple, force).

La détermination des grandeurs géométriques des circuits magnétiques et électriques est caractérisée par les contraintes suivantes :

- pour les circuits ferromagnétiques, il s'agit de travailler au voisinage du coude de saturation, entre 1 T (domaines de retour du flux) et 1,9 T (zones actives proches de l'entrefer) selon la longueur des domaines considérés;
- pour les circuits électriques, il s'agit de ne pas dépasser certaines valeurs de la densité de courant, afin de maintenir un échauffement compatible avec la tenue thermique des isolants. La densité de courant acceptable est comprise pratiquement entre 3 et 6 A/mm², selon les dimensions et le mode de réfrigération. Ces valeurs correspondent à une alimentation permanente ($ED = 100\%$).

7.6.2 Marche à suivre

De façon générale, le dimensionnement fait appel à une démarche itérative. En cours de calcul, il est nécessaire de supposer certaines grandeurs telles que chutes de potentiels, flux de fuite ou perméabilité. Ces grandeurs ne peuvent être vérifiées que dans un stade ultérieur, ce qui peut nécessiter une correction en cas de supposition erronée.

Dans le cas d'un système réductant, on adopte un certain niveau d'induction dans la zone active. Ceci permet de déterminer la surface active en partant de la force ou du couple imposé. On en déduit ensuite le potentiel magnétique en supposant les chutes

de potentiel dans le fer. On détermine ainsi la section des bobinages, en partant d'une densité de courant. Il est alors possible de définir le circuit magnétique par des contraintes d'induction ou mécaniques. On peut vérifier à ce stade les chutes de potentiel dans le fer et corriger si nécessaire.

7.6.3 Données

Soit un électro-aimant de type cylindrique, ouvert. Il doit exercer une force d'attraction de 100 N pour un entrefer minimum de 0,25 mm.

La tension d'alimentation de la bobine est de 24 V.

Il s'agit de déterminer la géométrie des circuits électrique et magnétique, ainsi que le nombre de spires du bobinage.

La disposition géométrique est celle de la figure 7.11.

7.6.4 Développement : circuit magnétique

En première étape, les effets de frange seront négligés. La chute de potentiel magnétique dans le fer est supposée égale à 20% de celle dans l'air.

Par (2.99) l'expression de la force est :

$$F = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} 2 A_m \quad (7.16)$$

La section A_m est celle du circuit magnétique du noyau.

L'induction dans l'entrefer sera admise égale à 1,6 T, de façon à ne pas imposer une saturation trop grande du fer dans son voisinage.

$$A_m = \mu_0 F/B^2 = 4,91 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \hat{=} 49,1 \text{ mm}^2$$

Pour le noyau, le diamètre correspondant est de 7,9 mm. Le potentiel magnétique nécessaire à la circulation du flux vaut, par (1.35) et compte tenu de la supposition relative au fer :

$$\begin{aligned} \Theta &= 1,2 \Theta_{\text{air}} = 1,2 \cdot 2 \frac{B}{\mu_0} \delta \\ &= 1,2 \cdot 2 \frac{1,6}{\mu_0} 0,25 \cdot 10^{-3} = 764 \text{ A} \end{aligned}$$

En admettant une densité de courant de 4 A/mm², la section de cuivre A_{cu} prend la valeur suivante :

$$A_{\text{cu}} = 764/4 = 191 \text{ mm}^2$$

Il s'agit de la section nette du bobinage. En utilisant du fil rond émaillé, la section brute A_b est plus importante. On peut définir un *coefficient de remplissage* k_{cu} tel que :

$$k_{\text{cu}} = A_{\text{cu}}/A_b \quad (7.17)$$

On peut admettre un coefficient k_{cu} égal à 0,54.

$$A_b = A_{\text{cu}}/0,54 = 354 \text{ mm}^2$$

On choisit une section de 30 × 12 mm².

Le diamètre actif du noyau est de 7,9 mm. Pour diminuer les chutes de potentiel dans le fer, on réalisera un élargissement du noyau en forme de cône, de façon à atteindre une section présentant une induction de 1 T environ. Soit d_n le diamètre correspondant :

$$d_n = 7,9 \sqrt{1,6} \cong 10 \text{ mm}$$

Dans ces conditions, le diamètre intérieur d_i de l'enveloppe du circuit vaut :

$$d_i = 10 + 2 \cdot 12 = 34 \text{ mm}$$

D'où le diamètre extérieur d_e :

$$(d_e^2 - d_i^2) \frac{\pi}{4} = A_m \quad (7.18)$$

$$d_e = \sqrt{4 A_m / \pi + d_i^2} = 34,9 \text{ mm}$$

L'épaisseur de paroi est ainsi de 0,45 mm. Mécaniquement elle est insuffisante. On adoptera une épaisseur de 2,5 mm, soit un diamètre extérieur d_e de 39 mm. Le raccord entre la section active et la paroi sera effectué par un chanfrein conique (voir fig. 7.43) de 5 mm. L'épaisseur de la culasse de l'électro-aimant sera choisie égale à 4 mm, pour des raisons mécaniques.

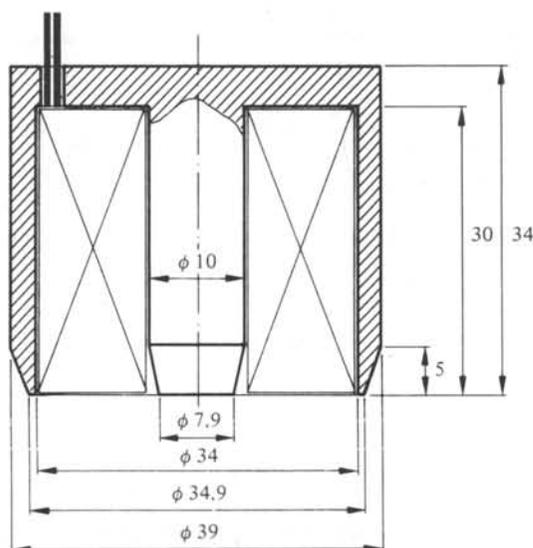


Fig. 7.43

La géométrie du circuit magnétique est ainsi définie. Il est possible de calculer la chute de potentiel magnétique dans le fer. On a le schéma magnétique associé représenté à la figure 7.44. Dans les zones d'induction inférieure à 1 T, on admettra une perméabilité relative du fer de 450. Dans les zones de forme conique, on adoptera la valeur de 250. Les différentes réluctances peuvent s'écrire :

$$R_{mn} = \frac{l_n}{\mu A_n} = 6,08 \cdot 10^5 \text{ A/Vs}$$

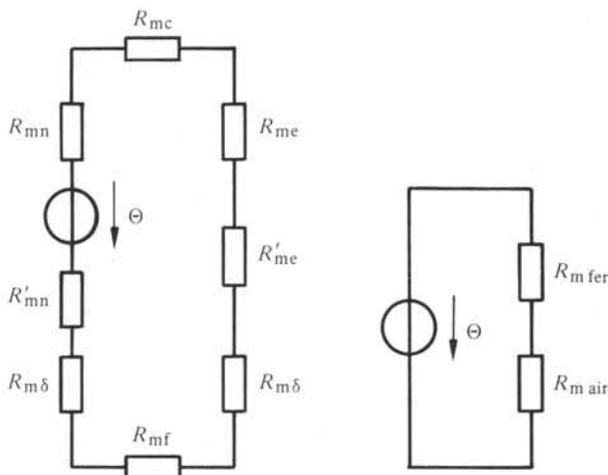


Fig. 7.44

$$R_{me} = \frac{l_e}{\mu A_e} = 1,67 \cdot 10^5$$

L'indice n correspond au noyau central et l'indice e au cylindre extérieur. Pour la culasse horizontale (indice c), on a :

$$R_{mc} = \int \frac{dr}{\mu A} = \int_{r_i}^{r_e} \frac{dr}{\mu e 2\pi r} = \frac{1}{2\pi \mu e} \ln \frac{r_e}{r_i} \quad (7.19)$$

La grandeur e est l'épaisseur de la culasse. Les rayons d'intégration r_i et r_e valent approximativement (valeurs correspondant à un trajet moyen des lignes de champ) 2,5 et 18,25 mm. Par (7.19), la réluctance R_{mc} vaut :

$$R_{mc} = 1,40 \cdot 10^5$$

On admettra une réluctance égale pour la partie métallique attirée :

$$R_{mf} = 1,40 \cdot 10^5$$

Pour les zones de forme conique, on adoptera une section moyenne constante :

$$R'_{mn} = 2,50 \cdot 10^5$$

$$R'_{me} = 0,95 \cdot 10^5$$

La réluctance totale pour le circuit fer vaut ainsi :

$$R_{m \text{ fer}} = R_{mn} + R_{me} + 2 R_{mc} + R'_{mn} + R'_{me} = 1,399 \cdot 10^6$$

La réluctance totale d'air vaut :

$$R_{m \text{ air}} = 2 R_{m\delta} = 2 \frac{\delta}{\mu_0 A_m} = 8,11 \cdot 10^6$$

Le facteur de majoration de la chute de potentiel dans l'air vaut ainsi :

$$k_{\Theta} = \frac{R_{m \text{ fer}} + R_{m \text{ air}}}{R_{m \text{ air}}} = 1,17$$

La valeur supposée était de 1,2. L'écart est favorable et faible. On conservera donc les dimensions obtenues qui se trouvent présentées à la figure 7.43.

7.6.5 Développement : circuit électrique

Le circuit électrique a donc une surface brute de $30 \times 12 \text{ mm}^2$ et une surface nette de 191 mm^2 .

La tension d'alimentation continue U est de 24 V. On peut écrire :

$$\Theta = Ni \quad (7.20)$$

$$U = Ri = \frac{\rho l_s N}{A_{\text{cu}}/N} i = N \frac{\rho l_s \Theta}{A_{\text{cu}}} \quad (7.21)$$

La grandeur l_s est la longueur d'une spire moyenne ($l_s = \pi d_m$) :

$$d_m = (d_n + d_i)/2 = 22 \text{ mm}$$

D'où le nombre de spires N :

$$N = \frac{UA_{\text{cu}}}{\rho l_s \Theta} \\ = \frac{24 \cdot 1,91 \cdot 10^{-4}}{22 \cdot 10^{-9} \cdot \pi \cdot 22 \cdot 10^{-3} \cdot 764} = 3946$$

La résistivité du cuivre a été définie à chaud, à une température de 75°C .

La section d'un conducteur vaut :

$$A_c = A_{\text{cu}}/N = 0,0484 \text{ mm}^2$$

Le diamètre du fil correspondant est de 0,25 mm.

La résistance vaut :

$$R = \frac{\rho N^2 l_s}{A_{\text{cu}}} = 124 \Omega$$

D'où le courant permanent :

$$i = U/R = 24/124 = 0,194 \text{ A}$$

La puissance dissipée par effet Joule vaut alors :

$$P_J = Ri^2 = 4,65 \text{ W}$$

L'échauffement peut être calculé par la relation (4.31), en négligeant la chute de température par conduction, dépendant de la nature et de l'épaisseur des isolants. Par convection, l'échauffement ΔT vaut :

$$\Delta T = \frac{P_J}{\alpha A_{\varrho}} \quad (7.22)$$

Le coefficient de convection naturelle de l'air vaut environ $12 \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-1}$. La surface A_q est la surface latérale de l'électro-aimant, en contact avec l'air :

$$A_q = 6,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$\Delta T = 59 \text{ }^\circ\text{C}$$

Pour une température ambiante maximum de $40 \text{ }^\circ\text{C}$, la température atteinte est de $99 \text{ }^\circ\text{C}$. La température maximale que peut supporter le bobinage (fil émaillé) est de $120 \text{ }^\circ\text{C}$. Une marge suffisante de $21 \text{ }^\circ\text{C}$ correspond à la chute de température interne par conduction.

SYSTÈMES ÉLECTRODYNAMIQUES

8.1. GÉNÉRALITÉS

8.1.1 Rappel

Par définition (§ 6.3.1 et 6.3.3), un système électrodynamique est caractérisé par un circuit ferromagnétique comprenant un aimant fixe et un bobinage mobile. Le couple ou la force résulte de la variation de l'inductance mutuelle entre aimant et bobine. L'absence de circuit ferromagnétique associé à la bobine entraîne la suppression du couple réductant dû à l'aimant seul. Le couple créé par la bobine seule est généralement négligeable. On a ainsi pour un couple :

$$M = \sum_{j=1}^m \sum_{p=m+1}^k \frac{d\Lambda_{jp}}{d\alpha} \Theta_j \Theta_p \quad (8.1)$$

L'indice p est relatif aux aimants. L'indice j se rapporte aux bobines.

De même, pour l'équation de tension :

$$u_j = R_j i_j + L_j \frac{di_j}{dt} + \sum_{p=m+1}^k N_j \frac{d\Lambda_{jp}}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dt} \Theta_p \quad (8.2)$$

Dans le cas le plus fréquent comprenant un aimant et une bobine, il vient :

$$M = \frac{d\Lambda_{ab}}{d\alpha} \Theta_a \Theta_b \quad (8.3)$$

$$u_b = R_b i + L_b \frac{di}{dt} + N \frac{d\Lambda_{ab}}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dt} \Theta_a \quad (8.4)$$

L'indice a est relatif à l'aimant. L'indice b est relatif à la bobine.

8.1.2 Propriétés générales

Un système électrodynamique est caractérisé par les principales propriétés suivantes :

- le couple (ou la force) est proportionnel au courant de la bobine; ce transducteur est donc linéaire dans sa conversion électromécanique; il se prête donc bien à des fonctions de mesure (capteur ou affichage), de réglage ou de transformation analogique;
- l'inductance propre de la bobine doit varier le moins possible en fonction de la position de celle-ci; si ce n'est le cas, ce phénomène introduit une non-linéarité de la caractéristique courant-force;
- la zone d'entrefer doit être caractérisée par une induction uniforme;

- seule la bobine étant mobile, les systèmes électrodynamiques sont caractérisés par une inertie très faible; il en est donc de même pour la constante de temps mécanique.

8.1.3 Comportement

Un système électrodynamique est généralement monophasé. Le couple ou la force étant proportionnel au courant, un changement de signe de ce dernier provoque un changement de sens du couple. Cette solution se prête donc bien à la génération d'un mouvement oscillant ou de va-et-vient.

Le principal inconvénient réside dans l'alimentation d'une bobine mobile, souvent difficile à réaliser pour un mouvement oscillant. Pour un mouvement continu de rotation ou de translation, le recours à des balais est indispensable.

8.2 HAUT-PARLEUR

8.2.1 Principe et caractéristiques générales

Le haut-parleur est un système assurant une conversion d'énergie électrique en énergie acoustique. L'actionneur du haut-parleur assure une conversion électromécanique. La membrane réalise la transformation mécanique-acoustique. Divers principes sont possibles. On ne retiendra que la solution la plus fréquente, de type électrodynamique. La figure 8.1 décrit le principe de cette technique. Le transducteur électromécanique (fig. 8.2) génère un mouvement de va-et-vient par l'intermédiaire de sa bobine.

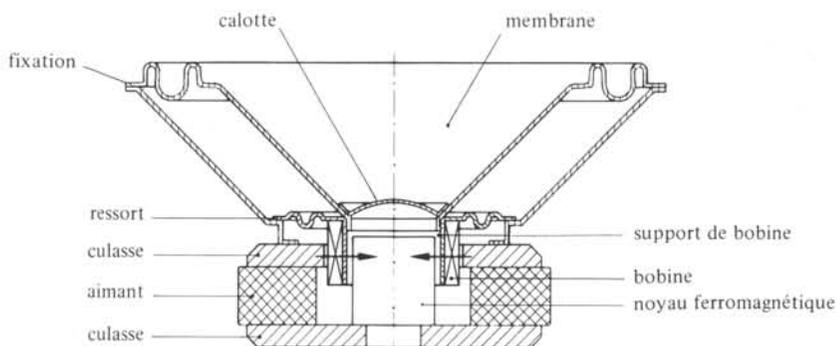


Fig. 8.1

8.2.2 Transducteur

Le transducteur électromécanique est de type électrodynamique. Il constitue un exemple particulièrement intéressant de l'emploi de ce principe. Il comprend un aimant et un circuit magnétique en forme de pot. Différentes variantes sont utilisées (fig. 8.3).

La bobine axiale est concentrique au noyau central. Elle est placée dans un champ d'induction magnétique créé par l'aimant au niveau de l'entrefer (fig. 8.4). Par la loi de Laplace (2.67), il en résulte une force axiale dont le sens est défini par le signe du courant dans le bobinage.

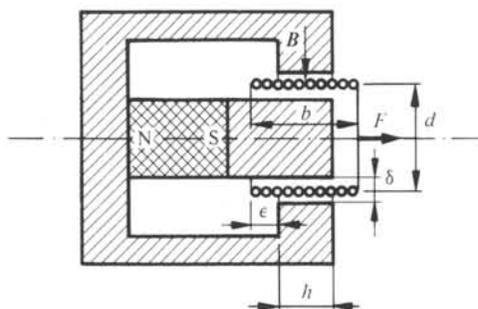


Fig. 8.2

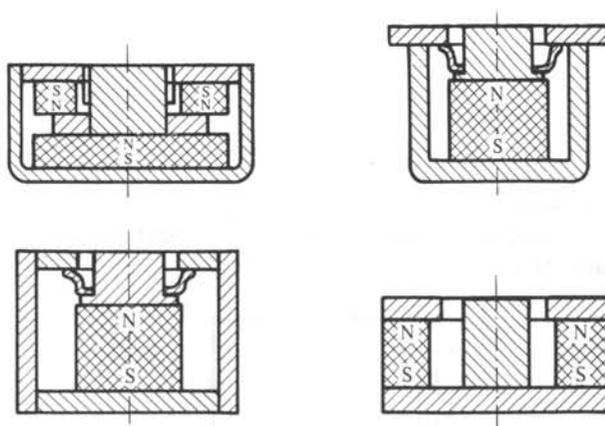


Fig. 8.3

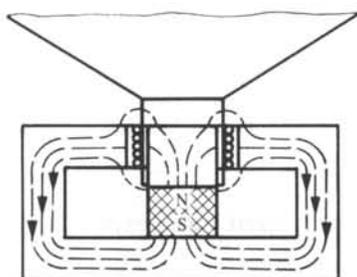


Fig. 8.4

L'excitation par un courant alternatif permet de générer un mouvement oscillant de même fréquence. Celui-ci permet de produire un son par l'intermédiaire de la membrane. L'amplitude résulte d'une combinaison de l'amplitude du courant et de la réponse mécanique de la membrane.

8.2.3 Prédétermination des caractéristiques

De façon générale, l'étude se divise entre la prédétermination du comportement statique et celle du comportement dynamique. Le calcul statique est relativement sim-

ple, compte tenu du caractère linéaire (absence de saturation et de réductance propre variable) du transducteur. Si son comportement dynamique propre ne pose pas de problème particulier, il n'a de sens que combiné à celui du système mécanico-acoustique. C'est donc l'étude de l'ensemble qui sera développée dans la section suivante.

8.3 ÉQUATIONS GÉNÉRALES

8.3.1 Hypothèses

Pour l'étude du transducteur, les hypothèses suivantes seront admises :

- les lignes de champ sont radiales dans l'entrefer;
- les effets de frange des lignes de champ sont négligés;
- l'inductance propre de la bobine n'est pas fonction de sa position;
- l'amplitude du mouvement d'oscillation est telle que les extrémités de la bobine ne pénètrent pas dans l'entrefer;
- l'ensemble du comportement de la membrane et de l'air peut être approché par des équations linéaires.

8.3.2 Circuit magnétique

Le schéma magnétique équivalent de la figure 8.5 peut être associé au circuit magnétique de la partie fixe.

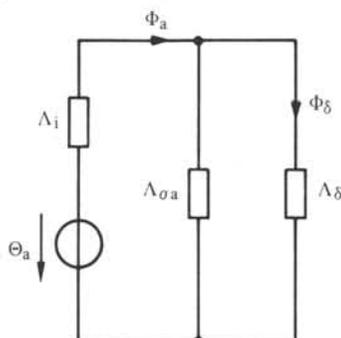


Fig. 8.5

Le flux total généré par l'aimant a pour expression :

$$\Phi_a = \Lambda_a \Theta_a \quad (8.5)$$

$$\Lambda_a = \frac{1}{1/\Lambda_i + 1/(\Lambda_{\sigma a} + \Lambda_{\delta})} \quad (8.6)$$

Dans cette expression, on a :

- Λ_i , la perméance interne de l'aimant;
- $\Lambda_{\sigma a}$, la perméance de fuite de l'aimant;
- Λ_{δ} , la perméance d'entrefer;
- Λ_a , la perméance totale associée à l'aimant.

$$\Phi_a = \frac{\Lambda_i (\Lambda_{\sigma a} + \Lambda_{\delta})}{\Lambda_i + \Lambda_{\sigma a} + \Lambda_{\delta}} \Theta_a \quad (8.7)$$

Le flux utile traversant l'entrefer, Φ_δ , vaut alors :

$$\Phi_\delta = \Phi_a \frac{\Lambda_\delta}{\Lambda_{\sigma a} + \Lambda_\delta} = \frac{\Lambda_i \Lambda_\delta}{\Lambda_i + \Lambda_{\sigma a} + \Lambda_\delta} \Theta_a \quad (8.8)$$

8.3.3 Inductance mutuelle aimant-bobine

De manière générale, l'inductance mutuelle entre un aimant et une bobine s'écrit :

$$L_{ab} = N \Lambda_{ab} = \Psi_{ab} / \Theta_a \quad (8.9)$$

avec Ψ_{ab} , le flux totalisé créé par l'aimant dans la bobine b.

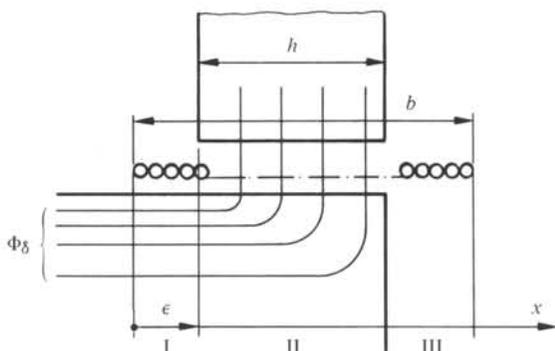


Fig. 8.6

La figure 8.6 illustre la distribution des lignes de champ dans l'entrefer du circuit magnétique. En négligeant les effets de frange, le flux totalisé s'écrit :

$$\Psi_{ab} = N \Phi_{ab} = \int_0^b \Phi(x) dN_x = \int_0^b \Phi(x) N \frac{dx}{b} \quad (8.10)$$

En décomposant l'intégrale en trois tronçons (I, II, III), on peut écrire :

$$\Psi_{ab} = \int_0^\epsilon \Phi_\delta N \frac{dx}{b} + \int_\epsilon^{\epsilon+h} \Phi_\delta \frac{\epsilon + h - x}{h} N \frac{dx}{b} + 0 = N \Phi_\delta \frac{\epsilon + h/2}{b} \quad (8.11)$$

D'où l'expression de l'inductance mutuelle :

$$L_{ab} = \frac{N \Phi_\delta}{\Theta_a b} \left(\epsilon + \frac{h}{2} \right) = \frac{\Lambda_i \Lambda_\delta}{\Lambda_i + \Lambda_{\sigma a} + \Lambda_\delta} \frac{N(\epsilon + h/2)}{b} \quad (8.12)$$

8.3.4 Force

Par (8.3) et (8.9), la force s'écrit :

$$F_x = \frac{d\Lambda_{ab}}{d\epsilon} \Theta_a \Theta_b = \frac{N}{b} \frac{\Lambda_i \Lambda_\delta}{\Lambda_i + \Lambda_{\sigma a} + \Lambda_\delta} \Theta_a i \quad (8.13)$$

$$F_x = \Phi_\delta \frac{N}{b} i = K_F i \quad (8.14)$$

La grandeur K_F est le *coefficient de force* du transducteur.

Dans la mesure où l'extrémité de la bobine s'approche des zones de frange du circuit magnétique, l'inductance mutuelle peut perdre son caractère linéaire. De même, l'inductance propre de la bobine peut varier de façon non négligeable. Ces deux effets peuvent créer une distorsion. Pour des haut-parleurs de bonne qualité, l'amplitude est telle que l'extrémité de la bobine n'approche pas de ces zones.

8.3.5 Equations dynamiques du transducteur

L'équation de tension du transducteur s'écrit, compte tenu des hypothèses et de la relation (8.4) :

$$u = Ri + L_b \frac{di}{dt} + \Theta_a N \frac{d\Lambda_{ab}}{d\epsilon} \frac{d\epsilon}{dt} \quad (8.15)$$

Par (8.13) et (8.14), on peut poser :

$$u = Ri + L_b di/dt + K_F v \quad (8.16)$$

avec $v = d\epsilon/dt$ la vitesse de la bobine.

8.3.6 Equations dynamiques de la membrane

L'équation de mouvement de la membrane et de la bobine peut s'écrire, selon [16] :

$$m_m \frac{d^2 \epsilon}{dt^2} = F_x - \xi_m v - k_m (\epsilon - \epsilon_0) - F_a \quad (8.17)$$

avec :

- ξ_m , le coefficient de viscosité dynamique de la membrane;
- k_m , le coefficient d'élasticité de la membrane;
- m_m , la masse de la membrane et de la bobine;
- F_a , la force de réaction de l'air sur la membrane.

En fonction de la vitesse, l'équation (8.17) peut s'écrire :

$$m_m \frac{dv}{dt} = K_F i - \xi_m v - k_m \int v dt - F_a \quad (8.18)$$

$$K_F i = m_m \frac{dv}{dt} + \xi_m v + k_m \int v dt + F_a \quad (8.19)$$

8.3.7 Equations dynamiques acoustiques

Toujours selon la référence [16], l'équation acoustique dynamique de l'air excité par une membrane peut être approchée par un ensemble de relations linéaires. Ces équations sont associées à un cylindre d'air infini, de diamètre d , excité par une membrane.

Ces équations peuvent s'écrire, pour les deux faces de la membrane :

$$\left. \begin{aligned} v &= \frac{1}{m_a} \int F_a dt + v_1 \\ v_1 &= \xi_1 F_1 + k_1 dF_1/dt \\ v_1 &= \xi_2 F_2 \\ F_a &= F_1 + F_2 \end{aligned} \right\} \quad (8.20)$$

avec, selon [16] :

- m_a , la masse d'air équivalente :

$$m_a = 0,2408 d^3 \rho_a \quad \text{kg} \quad (8.21)$$

où ρ_a est la masse spécifique de l'air;

- ξ_1 , le coefficient de viscosité équivalent air-membrane :

$$\xi_1 = 2,532/(d^2 \rho_a c_a) \quad \text{s/kg} \quad (8.22)$$

où c_a est la vitesse du son dans l'air;

- k_1 , le coefficient d'élasticité équivalent de l'air :

$$k_1 = 1,1/(d \rho_a c_a^2) \quad \text{s}^2/\text{kg} \quad (8.23)$$

- ξ_2 , le coefficient de viscosité équivalent de l'air :

$$\xi_2 = 4/(\pi d^2 \rho_a c_a) \quad \text{s/kg} \quad (8.24)$$

8.3.8 Transformateur idéal équivalent

La conversion électromécanique est essentiellement caractérisée par deux équations, d'après (8.14) et (8.16) :

$$F_x = K_F i \quad (8.25)$$

$$u_m = K_F v \quad (8.26)$$

La grandeur u_m est la tension induite de mouvement.

Par analogie avec les équations du transformateur idéal (§ IV.1.1.14), on peut définir un transformateur électromécanique idéal, défini comme suit :

- grandeurs primaires de nature électrique, la tension u_m et le courant i ;
- grandeurs secondaires de nature mécanique, la vitesse v (homologue de la tension) et la force F_x (homologue du courant);
- le rapport de transformation est la grandeur K_F .

La figure 8.7 définit le symbole représentatif d'un tel transformateur équivalent.

Celui-ci permet d'assurer la liaison entre deux schémas équivalents, l'un représentatif des grandeurs électriques, l'autre des grandeurs mécaniques (sect. IV.1.5).

8.3.9 Schéma équivalent électrique

L'équation linéaire (8.16) peut être représentée par le schéma équivalent de la figure 8.8. De façon plus générale, la source de tension peut être remplacée par une source idéale et des éléments linéaires internes tels que résistance ou inductance.

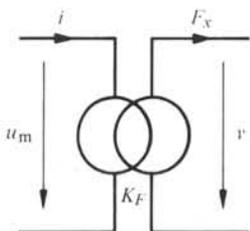


Fig. 8.7

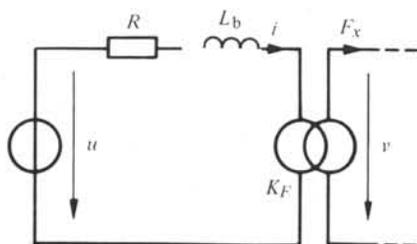


Fig. 8.8

8.3.10 Schéma équivalent mécanique de la membrane et de l'air

L'équation dynamique (8.19) de la membrane peut être représentée par des grandeurs électriques équivalentes conformément au principe défini à la section IV.1.5 (fig. 8.9).

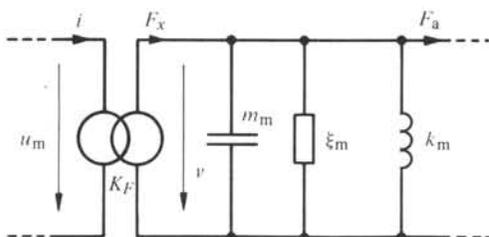


Fig. 8.9

De façon analogue, les équations (8.20) relatives à l'air conduisent au schéma équivalent de la figure 8.10.

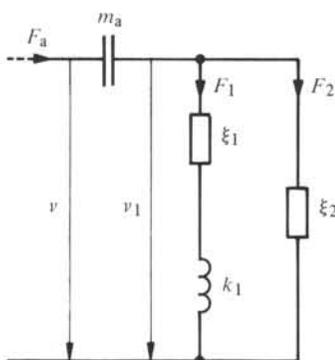


Fig. 8.10

8.3.11 Schéma équivalent global

Les trois schémas équivalents des figures 8.8, 8.9 et 8.10 peuvent être regroupés en un seul schéma global, représentatif de l'ensemble des équations. On obtient ainsi le schéma de la figure 8.11.

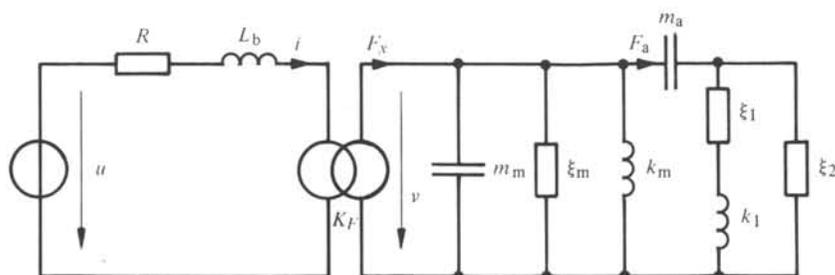


Fig. 8.11

8.3.12 Régime sinusoïdal

Pour une alimentation en tension sinusoïdale, on peut utiliser le calcul complexe. Dans ces conditions, les équations (8.16), (8.19) et (8.20) deviennent :

$$\begin{aligned}
 \underline{u} &= R \underline{i} + j\omega L_b \underline{i} + K_F \underline{v} \\
 K_F \underline{i} &= j\omega m_m \underline{v} + \xi_m \underline{v} - j \frac{k_m}{\omega} \underline{v} + \underline{F}_a \\
 \underline{v} &= -j \frac{1}{\omega m_a} \underline{F}_a + \underline{v}_1 \\
 \underline{v}_1 &= \xi_1 \underline{F}_1 + j\omega k_1 \underline{F}_1 \\
 \underline{v}_1 &= \xi_2 \underline{F}_2 \\
 \underline{F}_a &= \underline{F}_1 + \underline{F}_2
 \end{aligned}
 \tag{8.27}$$

Le schéma équivalent devient alors celui de la figure 8.12.

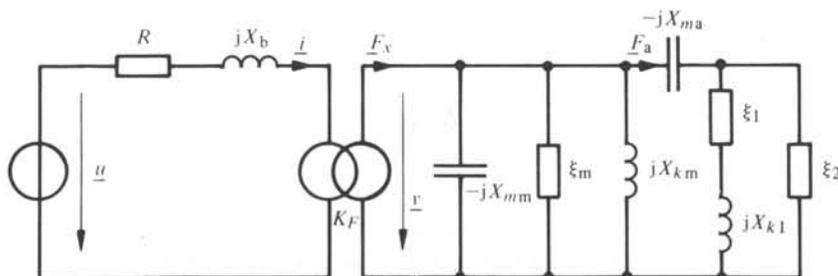


Fig. 8.12

8.3.13 Application numérique : données

Les équations (8.27) ont été appliquées à un haut-parleur caractérisé par les données principales suivantes :

- masse spécifique de l'air $\rho_a = 1,18 \text{ kg/m}^3$
- vitesse du son dans l'air $c_a = 344,8 \text{ m/s}$
- coefficient de force $K_F = 4,5 \text{ N/A}$
- inductance de la bobine $L_b = 0,7 \text{ mH}$

- résistance de la bobine et de la source $R = 10 \Omega$
- diamètre de la membrane $d = 0,26 \text{ m}$
- masse de la bobine et de la membrane $m_m = 0,011 \text{ kg}$
- coefficient de viscosité dynamique de la membrane $\xi_m = 2 \text{ kg/s}$
- coefficient d'élasticité de la membrane $k_m = 0,179 \cdot 10^{-3} \text{ kg/s}^2$

Les caractéristiques relatives à l'air sont données par les équations (8.21) à (8.24). L'étude a été réalisée pour une alimentation en tension sinusoïdale d'amplitude constante, égale à 1 V.

8.3.14 Application numérique : résultats

Les figures 8.13, 8.14 et 8.15 donnent les principaux résultats de la simulation numérique, en fonction de la fréquence d'excitation. La figure 8.13 décrit plus particulièrement l'évolution du courant (i), de l'amplitude du mouvement (a), du rendement du convertisseur électromécanique (η) et du rendement acoustique (η_a).

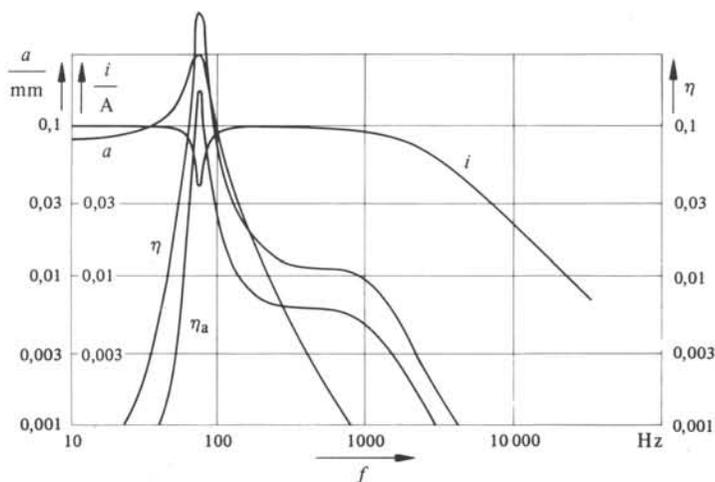


Fig. 8.13

Ces deux rendements sont définis comme suit :

- le rendement du transducteur est le quotient de la puissance mécanique transmise à la membrane par la puissance électrique fournie par la source;
- le rendement acoustique est le quotient de la puissance que transmet la membrane à l'air par la puissance électrique.

On constate l'apparition d'un phénomène de résonance pour une fréquence de 75 Hz.

La figure 8.14 correspond à l'évolution de l'impédance électrique résultante aux bornes de la source (Z) et des impédances mécaniques de la membrane (Z_m) et de l'air (Z_a). On constate que le phénomène de résonance est dû à la membrane.

La figure 8.15 représente les facteurs de puissance de ces trois impédances. Le facteur de puissance associé à l'air ($\cos \varphi_a$) passe d'une valeur pratiquement nulle à basse fréquence à l'unité pour des fréquences élevées.

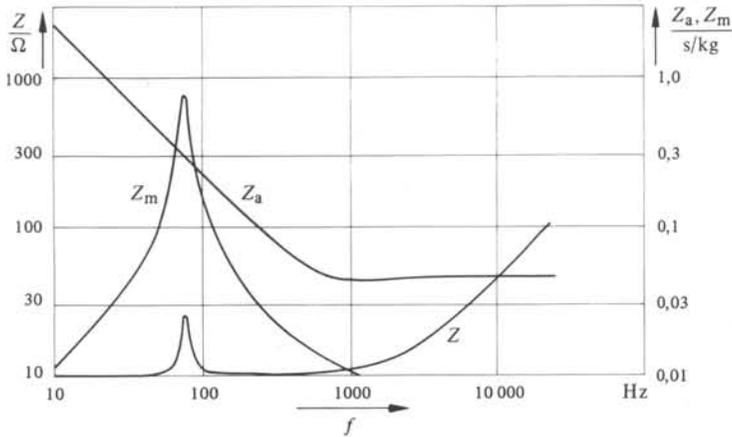


Fig. 8.14

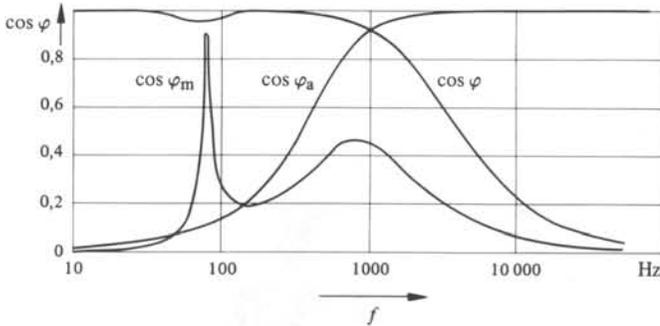


Fig. 8.15

8.4 AUTRES APPLICATIONS

8.4.1 Exemples

Les systèmes électrodynamiques sont toujours caractérisés par un mouvement oscillant, compte tenu des contraintes associées à la bobine mobile. Les principales qualités étant la linéarité et l'inertie faible, c'est dans les domaines de la mesure et du traçage que l'on trouve les autres applications. De façon générale, celles-ci sont moins nombreuses et variées que pour d'autres types de transducteurs.

8.4.2 Appareils de mesure à cadre mobile

De nombreux appareils de mesure analogiques sont basés sur le principe du galvanomètre de Deprez-d'Arsonval. Celui-ci se compose d'un aimant permanent et d'un noyau ferromagnétique fixes. Dans l'entrefer double ainsi créé (fig. 8.16), une bobine en forme de cadre est disposée. L'interaction entre champ d'induction magnétique et courant crée un couple proportionnel à ce dernier. Un ressort de torsion assure une



Fig. 8.16

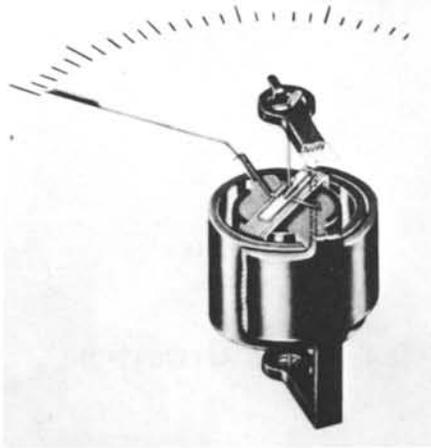


Fig. 8.17

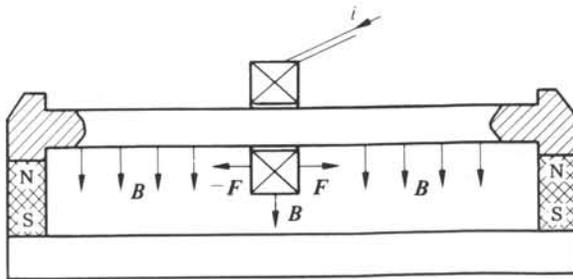


Fig. 8.18

déviations du cadre proportionnelles au couple. Il est ainsi possible de matérialiser la mesure d'un courant, ou indirectement d'une tension, au moyen d'une aiguille. La figure 8.17 présente une variante.

8.4.3 Traceur

Certains traceurs sont équipés d'un transducteur de type électrodynamique. La disposition de principe est celle de la figure 8.18. Deux aimants en opposition créent un flux entre une tige axiale et une culasse de fermeture du flux. Un champ d'induction magnétique est ainsi créé entre ces deux éléments. Une bobine concentrique à la tige principale est parcourue par un courant. L'interaction entre champ d'induction magnétique et courant crée une force axiale. La position de la bobine est asservie au moyen d'un capteur linéaire, de type analogique ou digital, selon le principe de la figure 8.19.

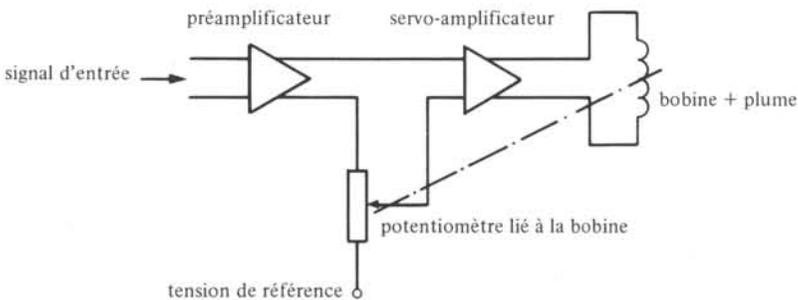


Fig. 8.19

8.4.4 Ecouteurs téléphoniques

De nombreux écouteurs téléphoniques présentent une structure proche de celle du haut-parleur. C'est principalement la dimension adaptée à la taille de l'oreille qui conduit à une disposition modifiée. La figure 8.20 en présente un exemple.

Une technique semblable est également utilisée dans certains microphones.

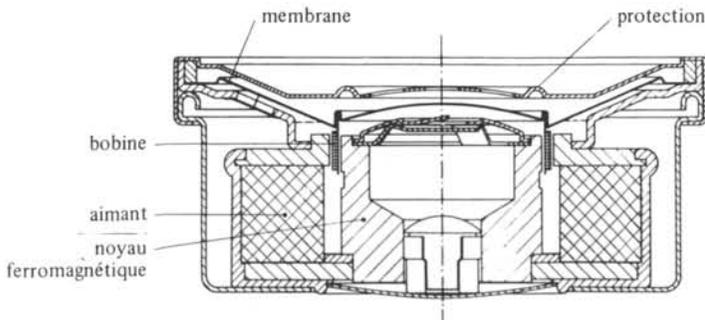


Fig. 8.20

SYSTÈMES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

9.1 GÉNÉRALITÉS

9.1.1 Rappel

Par définition (§ 6.3.1 et 6.3.4), un système électromagnétique est caractérisé par un circuit ferromagnétique et un bobinage fixes, avec un aimant permanent mobile. Compte tenu de la perméabilité réversible de l'aimant très proche de celle de l'air, le couple réductant associé est négligeable. On a ainsi pour le couple résultant :

$$M = \sum_{j=1}^m \sum_{p=m+1}^k \frac{d\Lambda_{jp}}{d\alpha} \Theta_j \Theta_p + \frac{1}{2} \sum_{p=m+1}^k \sum_{q=m+1}^k \frac{d\Lambda_{pq}}{d\alpha} \Theta_p \Theta_q \quad (9.1)$$

L'indice j se rapporte aux bobines ($j = 1$ à m). L'indice p est relatif aux aimants ($p = m + 1$ à k).

L'équation de tension de la bobine j s'écrit :

$$u_j = R_j i_j + \sum_{p=m+1}^k \frac{dL_{jp}}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dt} \Theta_p + \sum_{q=1}^m L_{jq} \frac{di_q}{dt} \quad (9.2)$$

9.1.2 Propriétés générales

Un système électromagnétique est caractérisé par les principales propriétés suivantes :

- il existe un couple (ou une force) de positionnement, sans courant; cette caractéristique est intéressante pour des dispositifs devant assurer un maintien, sans énergie d'excitation;
- le flux créé par une bobine traverse principalement l'aimant; ce dernier étant caractérisé par une perméabilité apparente très faible, l'inductance des bobines est également faible; la constante de temps qui en résulte est donc inférieure à celle de la plupart des autres variantes; les systèmes électromagnétiques se prêtent donc bien à des fonctionnements à fréquence élevée;
- les moteurs électromagnétiques sont généralement caractérisés par un rendement élevé, grâce à une tension induite de mouvement importante.

9.1.3 Difficultés de simulation

Le principal problème lié à l'étude des systèmes électromagnétiques est la difficulté de simulation de la distribution des lignes de champ associées à l'aimant mobile. En effet, l'aimant est placé dans une structure ferromagnétique à perméance variable.

Ceci signifie que tous les tubes d'induction associés à l'aimant ne présentent pas la même perméance externe (fig. 9.1). L'aimant ne peut plus être considéré comme un tout homogène du point de vue macroscopique.

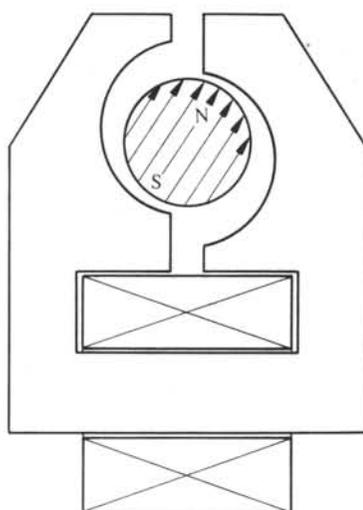


Fig. 9.1

9.2 DÉTERMINATION DES PERMÉANCES

9.2.1 Définition du problème

La figure 9.1 montre un exemple d'une structure active comprenant un rotor cylindrique, formé d'un aimant permanent, placé dans un entrefer variable. L'aimant est magnétisé transversalement. Quelle que soit la méthode utilisée pour le calcul des couples et des inductances, la connaissance de la distribution des lignes de champ est indispensable. Pour deux tubes de flux quelconques traversant l'aimant (fig. 9.1), aussi bien la perméance interne que la perméance externe sont différentes. En conséquence, l'aimant ne peut être considéré comme un milieu homogène. Plusieurs solutions sont possibles, mais en général elles conduisent à un volume de calcul considérable.

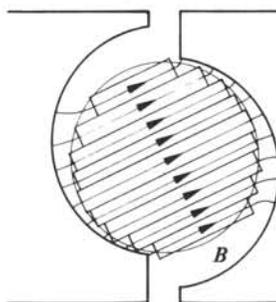


Fig. 9.2

9.2.2 Décomposition en aimants partiels

Un aimant massif peut être décomposé en un certain nombre d'aimants partiels, placés en parallèle. La figure 9.2 montre un fractionnement possible pour le cas de la figure 9.1. Le schéma magnétique équivalent de la figure 9.3 peut alors être associé à la structure du système. Deux difficultés lui sont inhérentes :

- le calcul des perméances d'entrefer présuppose la connaissance des lignes de champ; comme déjà mentionné, leur distribution peut être supposée; une certaine imprécision peut en résulter;
- le calcul des perméances doit s'effectuer pour une position quelconque; une forme analytique ne peut être trouvée dans le cas général; il faudra donc recourir à un calcul numérique pour des positions bien déterminées. La dérivation des perméances ne peut être qu'imprécise dans de telles conditions; on recourra de préférence au tenseur de Maxwell.

De plus, un tel calcul est long et peut difficilement être automatisé.

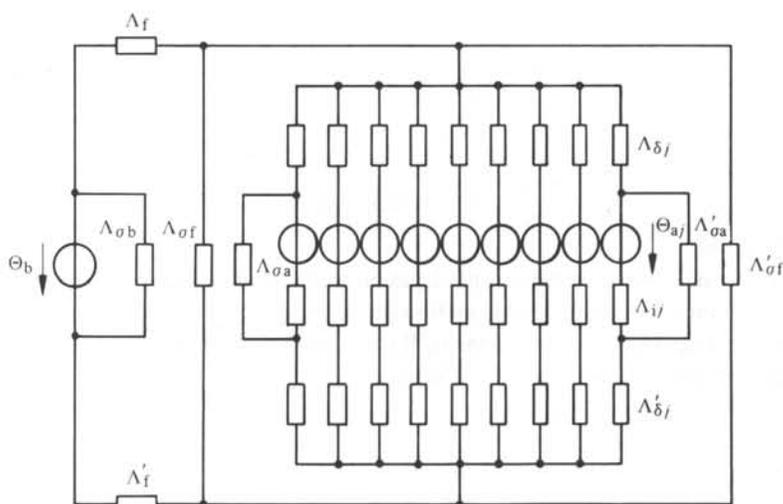


Fig. 9.3

9.2.3 Méthode des différences finies

La méthode des différences finies est fréquemment utilisée pour l'étude de structures pour lesquelles l'approximation des lignes de champ n'est pas possible de façon simple. Elle est décrite et appliquée dans la section III.2.6. Cette méthode permet la détermination de la distribution des lignes de champ, dans l'entrefer en particulier.

Le couple peut être obtenu en appliquant la méthode du tenseur de Maxwell (sect. 2.9). Il suffit d'intégrer la composante tangentielle du tenseur à la périphérie du rotor. Les perméances peuvent également être déterminées par intégration.

9.2.4 Méthode des potentiels aux limites

La solution des équations de Laplace peut être déterminée dans l'espace correspondant à l'entrefer en partant uniquement de la géométrie du contour et de la fonc-

tion potentiel scalaire sur celui-ci. Les références [17] à [19] en donnent le principe. Dans le cas de systèmes électromagnétiques, le potentiel scalaire à la surface de la partie fixe est généralement connu et uniforme. Il n'en va pas de même pour l'aimant. Celui-ci peut néanmoins être supposé, en l'approchant par exemple par une sinusoïde à la périphérie du rotor (cas de la fig. 9.4). Cela étant, la distribution de ce potentiel peut être calculée. On itère ensuite jusqu'à ce qu'il y ait convergence entre la valeur supposée et la valeur calculée.

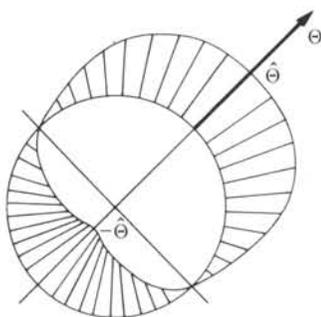


Fig. 9.4

9.3 EXEMPLE

9.3.1 Données

A titre d'exemple, le moteur pas à pas monophasé de la figure 9.1 permet d'appliquer les techniques décrites dans la section précédente. Ce moteur comporte un rotor cylindrique, magnétisé transversalement. Il présente donc deux pôles. Il est placé dans une structure ferromagnétique à entrefer variable. Celle-ci est excitée par une bobine. Le principe en est décrit au paragraphe 12.2.2. On se propose de déterminer le couple dû à l'aimant seul et le couple mutuel d'un tel moteur. La méthode décrite au paragraphe 9.2.2 se prête particulièrement mal à un calcul précis dans ce cas. Elle ne sera donc pas développée.

9.3.2 Méthode des différences finies

La figure 9.5 représente le réseau appliqué au système afin de permettre une résolution par la méthode des différences finies. La figure 9.6 montre la distribution des

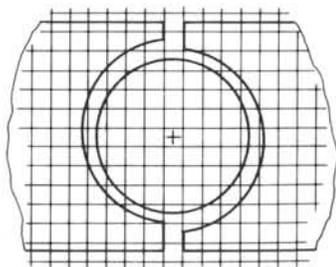


Fig. 9.5

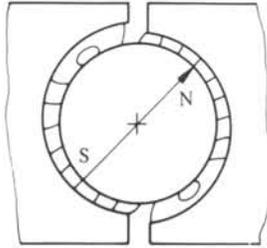


Fig. 9.6

lignes de champ résultante, obtenue après résolution, pour une position quelconque. Il s'agit du cas sans courant. La figure 9.7 donne la caractéristique de couple due à l'aimant seul (M_a) pour un potentiel de crête de 1 A et du couple mutuel (M_{ab}) pour un potentiel de la bobine égal à 1 A. La figure 9.8 illustre la distribution des composantes tangentielle (B_t) et radiale (B_r) de l'induction. La figure 9.9 présente les mêmes grandeurs en position d'équilibre stable avec courant.

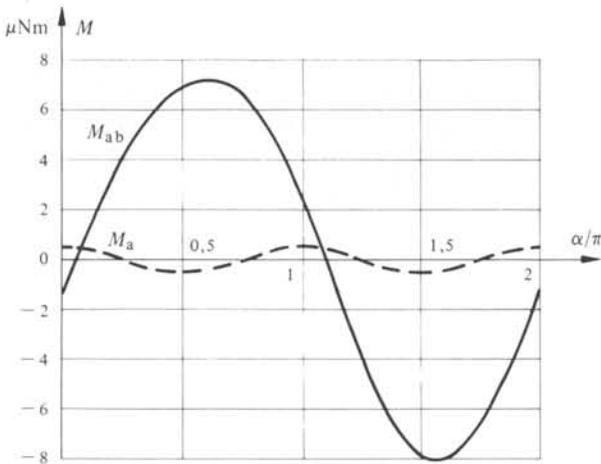


Fig. 9.7

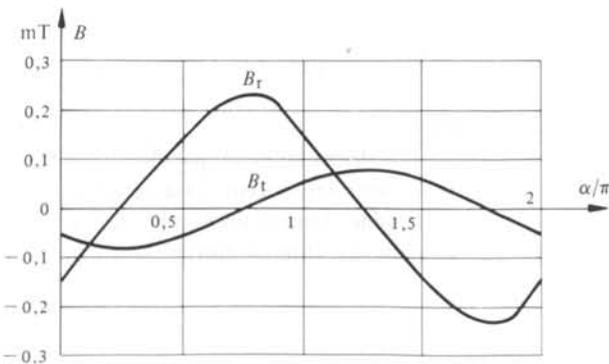


Fig. 9.8

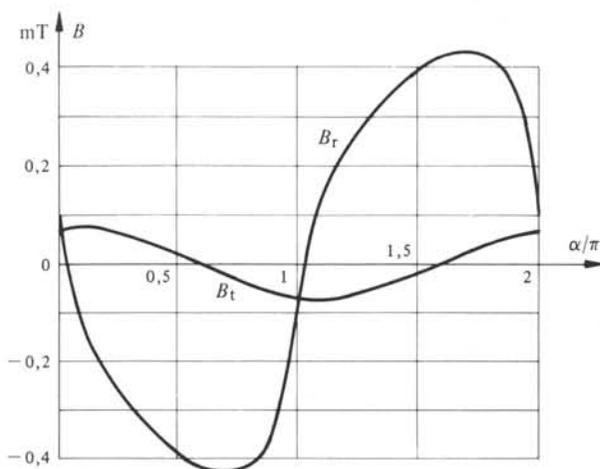


Fig. 9.9

9.3.3 Méthode des potentiels aux limites

La figure 9.4 définit les conditions aux limites utilisées pour la résolution par la méthode des potentiels scalaires. Le potentiel à la surface de l'aimant a été approché par une sinusoïde. La figure 9.10 montre le potentiel obtenu finalement après itérations (courbe en pointillé). Les résultats obtenus par les deux méthodes coïncident.

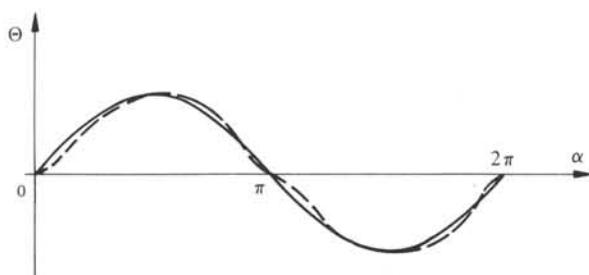


Fig. 9.10 Distribution du potentiel à la surface du rotor pour la position d'équilibre stable sans courant. En trait plein, approximation sinusoïdale. En pointillé, distribution après itérations.

9.4 APPLICATIONS

9.4.1 Moteurs pas à pas polyphasés

Certains moteurs pas à pas utilisent la technique électromagnétique. La figure 11.12 en montre un exemple. Ce sont des moteurs caractérisés par un couple de positionnement sans courant. Ils ont généralement un nombre faible de pas par tour. Leur rendement est élevé. Ils nécessitent une alimentation bipolaire (§ 11.2.8 et 11.2.9).

9.4.2 Moteurs pas à pas monophasés

La plupart des moteurs pas à pas monophasés sont de type électromagnétique. Plusieurs variantes sont décrites à la section 12.4. Elles peuvent être à rotor cylindrique

(fig. 9.1) ou à aimant mince (fig. 12.24). Ce sont principalement les qualités de rendement de ces moteurs qui ont fait choisir cette technique.

9.4.3 Capteurs

Certains capteurs utilisent la technique électromagnétique. L'aimant permanent mobile est associé à la grandeur à mesurer, en général une vitesse ou une accélération. Une structure magnétique liée à des bobines permet de détecter une variation du flux de l'aimant résultant de la grandeur à mesurer. Les bobinages permettent de détecter une tension induite.

A titre d'exemple, la tête de lecture magnétique de pick-up décrite à la figure 9.11 permet de mesurer les vibrations de l'aiguille, excitées par le sillon du disque. La figure 9.11 correspond à un capteur monophonique, la figure 9.12 à un capteur stéréophonique.

On peut également citer, parmi les applications, des dispositifs de mesure de vibrations, des accéléromètres, certains microphones, etc.

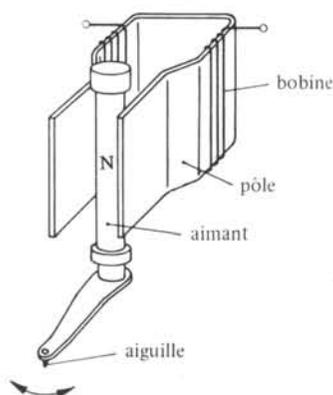


Fig. 9.11

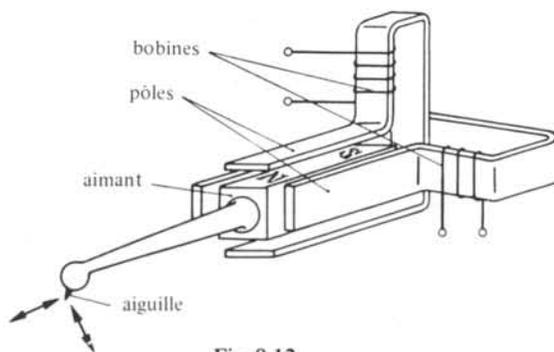


Fig. 9.12

9.4.4 Appareils de mesure à aimant tournant

Certains appareils de mesure analogique de courant ou de tension sont appelés à un dispositif à aimant tournant (fig. 9.13). Ils comprennent un aimant cylindrique,

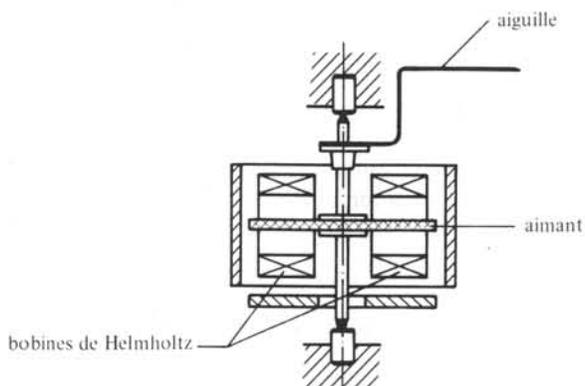


Fig. 9.13

magnétisé transversalement. Celui-ci est placé dans un champ magnétique uniforme, créé par deux bobines (bobines de Helmholtz). Ce système permet de créer un couple proportionnel au courant, au potentiel de l'aimant et au sinus de l'angle entre la direction de magnétisation et l'axe des bobines.

SYSTÈMES RÉLUCTANTS POLARISÉS

10.1 GÉNÉRALITÉS

10.1.1 Rappel

Par définition (§ 6.3.1 et 6.3.5), un système réductant polarisé est caractérisé par un aimant et un circuit électrique fixes. La partie mobile est ferromagnétique. L'aimant peut se trouver associé à la partie mobile, mais combiné avec une structure ferromagnétique. Au contraire du système électromagnétique, l'essentiel du flux créé par la bobine se referme dans le fer (au travers de l'entrefer), sans traverser l'aimant. A priori, aucun terme de couple ne peut être négligé. On a donc :

$$M = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \sum_{p=1}^k \frac{d\Lambda_{jp}}{d\alpha} \Theta_j \Theta_p \quad (10.1)$$

Les indices j et p correspondent indifféremment à un aimant ou à une bobine. L'équation de tension induite conserve la forme la plus générale (5.9).

10.1.2 Propriétés générales

Un système réductant polarisé est caractérisé par les principales propriétés suivantes :

- il présente à la fois les caractéristiques d'un système réductant et les avantages apportés par l'aimant permanent;
- selon la conception, le couple de positionnement dû à l'aimant seul peut être négligeable ou important;
- au contraire des systèmes électromagnétiques, les systèmes réductants polarisés sont caractérisés par une constante de temps élevée, compte tenu d'un entrefer relatif faible et d'un circuit essentiellement ferromagnétique.

10.1.3 Comportement

Le mouvement d'un système réductant polarisé résulte de l'importance des actions des couples mutuels, réductants et dus à l'aimant permanent. La combinaison des amplitudes, des phases et des périodes géométriques de ces divers termes permet de réaliser des caractéristiques statiques et dynamiques très diversifiées.

De façon plus imagée, on peut dire que l'aimant assure une certaine distribution des lignes de champ. En fonction de l'intensité du courant dans la ou les bobines, il se produit un phénomène plus ou moins marqué d'aiguillage des lignes de champ. Ceci est particulièrement sensible pour les exemples des figures 10.1 et 11.111. En jouant sur

ces fonctions d'orientation des lignes de champ, il est possible de maîtriser la force ou le couple résultant, en position et en intensité.

De tels transducteurs présentent un caractère réactif et l'influence de la saturation sera très marquée. C'est une des difficultés spécifiques de ces systèmes.

10.2 STRUCTURES POSSIBLES

10.2.1 Rôle de l'aimant

A priori, deux possibilités s'offrent pour la disposition relative de l'aimant et des bobines d'un transducteur réactif polarisé. Ils peuvent être sur le même support ou sur des supports différents. Il n'y a pas d'avantage spécifique de nature électromagnétique. Ce sont principalement des considérations de nature économique, constructive ou dynamique qui rendent une solution plus intéressante que l'autre.

10.2.2 Aimant fixe

La figure 10.1 montre un exemple de moteur oscillant de type réactif polarisé. L'aimant et les bobines sont placés sur le même support. La distribution respective des flux dus à l'aimant (trait plein) et aux bobines est schématisée sur le dessin. Un aimant tubulaire, dans le cas de la structure cylindrique de ce transducteur, est coûteux ou difficile à obtenir. On lui préférera, dans ce cas particulier, la solution de la figure 10.2.

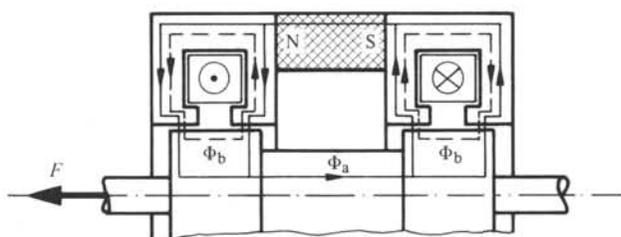


Fig. 10.1

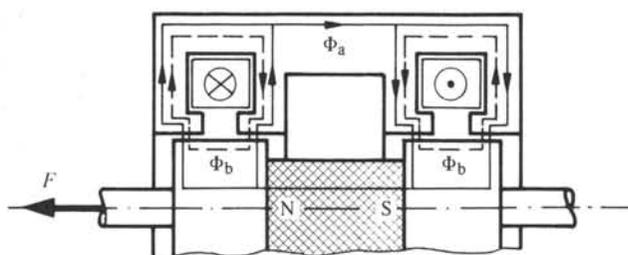


Fig. 10.2

10.2.3 Aimant mobile

La figure 10.2 montre le même moteur avec un aimant lié à la partie mobile. La distribution des flux est représentée, avec la même convention qu'à la figure 10.1. Dans les deux cas, le phénomène d'aiguillage du flux de l'aimant par les bobinages est bien mis en évidence.

10.2.4 Généralisation

Les figures 10.3 et 10.4 montrent deux structures dans lesquelles les aimants permanents ont été remplacés par des bobinages. En excitant ceux-ci par un courant continu, ils joueront un rôle comparable à celui des aimants. On obtient ainsi un moteur oscillant synchrone, dont le principe est le même que celui des alternateurs classiques (vol. X).

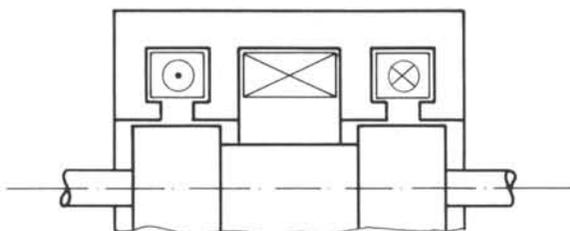


Fig. 10.3

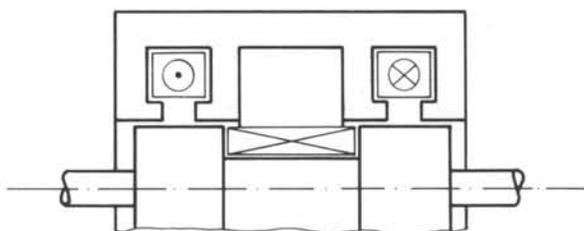


Fig. 10.4

10.3 EXEMPLE : MOTEUR OSCILLANT

10.3.1 Moteur étudié

La figure 10.5 décrit une structure d'un moteur oscillant polarisé comprenant deux inducteurs, supports des aimants permanents.

Pour une amplitude et une force données, les dimensions et la géométrie des pôles doivent être fixées. On s'attachera spécialement à ce dernier point, de façon à pouvoir ajuster la caractéristique de force.

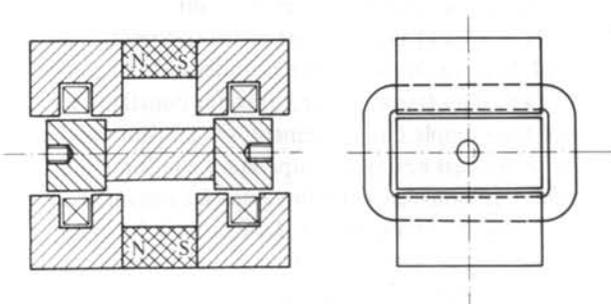


Fig. 10.5

En second lieu, le comportement dynamique sera étudié, de façon à faire apparaître l'influence de la charge et de l'alimentation sur l'amplitude d'oscillation.

10.3.2 Schéma équivalent

Les figures 10.6 et 10.7 définissent les principales perméances et le schéma magnétique associé. Elles correspondent à la moitié supérieure du dispositif. Les résultats obtenus devront donc être doublés.

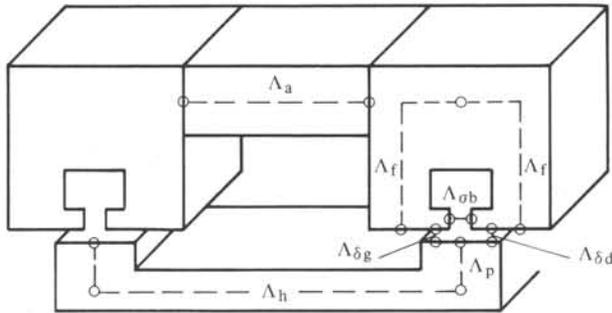


Fig. 10.6

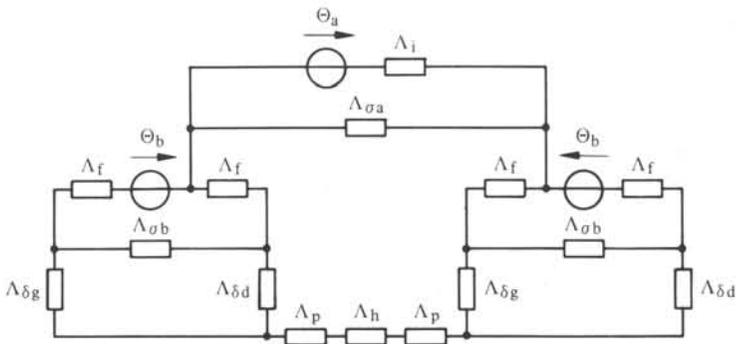


Fig. 10.7

10.3.3 Caractéristiques statiques à entrefer constant

Les figures 10.8 à 10.11 représentent respectivement la force mutuelle, la force due à l'aimant seul, la force due aux bobines seules et la force résultante, en fonction de la position. Il s'agit d'un transducteur à entrefer constant. L'entrefer est égal au dixième de l'amplitude simple du mouvement. On constate que la valeur maximale de la force due aux bobines est nettement supérieure à la force mutuelle. On obtient ainsi une caractéristique très plongeante. La force due à l'aimant seul est très faible, compte tenu de la disposition à entrefer constant. La figure 10.12 montre l'évolution de la force résultante en fonction de la position pour un courant de sens inverse.

La figure 10.13 montre l'évolution de la force résultante, toujours en fonction de la position, pour un entrefer relatif cinq fois plus important que précédemment.

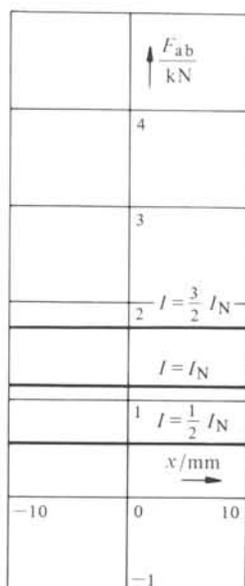


Fig. 10.8



Fig. 10.9

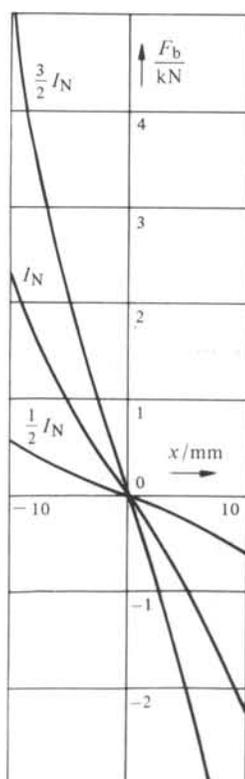


Fig. 10.10

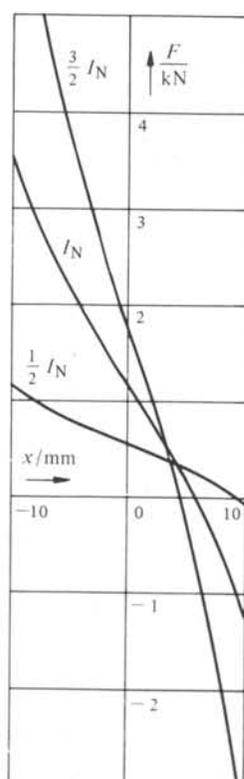


Fig. 10.11

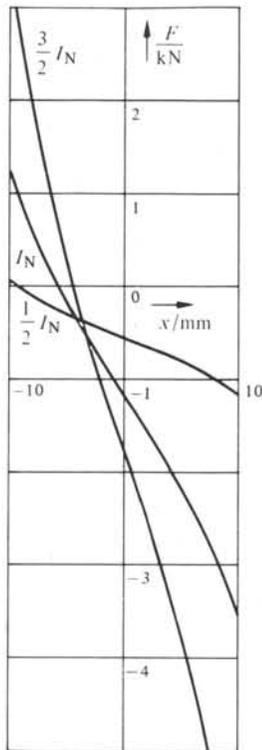


Fig. 10.12

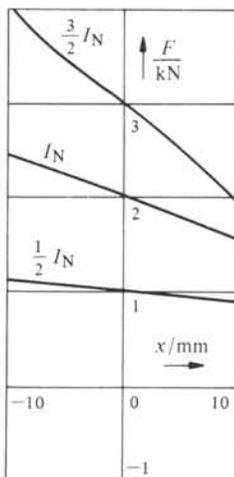


Fig. 10.13

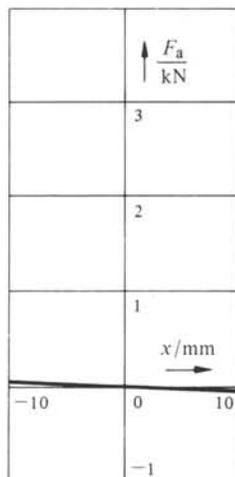


Fig. 10.14

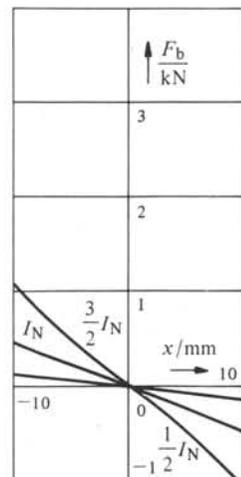


Fig. 10.15

L'influence de la force due aux bobines seules est nettement plus faible. Le détail des forces partielles est donné aux figures 10.14 à 10.16.

La pente des caractéristiques statiques est donc principalement dépendante du rapport de l'entrefer et de l'amplitude maximale du mouvement.

$I = \frac{3}{2} I_N$	$\frac{F_{ab}}{kN}$ ↑
$I = I_N$	3
$I = \frac{1}{2} I_N$	2
	1
	x/mm →
-10	0
	10
	-1

Fig. 10.16

10.3.4 Caractéristiques statiques à entrefer variable

Diverses formes de pôles et de dents peuvent être envisagées, de façon à créer un entrefer variable en fonction de la position. La figure 10.17 montre une structure à entrefer transversal constant, combiné avec un effet frontal aux extrémités. La figure 10.18 présente une structure dont l'extrémité des dents est oblique. La figure 10.19 décrit une structure dont les dents ainsi que les pôles de la partie mobile sont obliques.

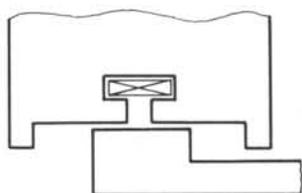


Fig. 10.17

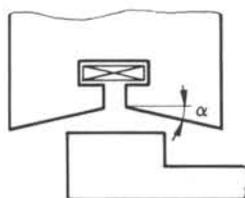


Fig. 10.18

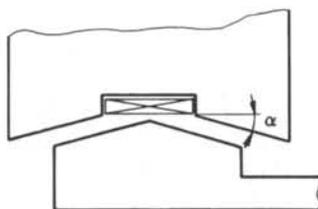


Fig. 10.19

Les résultats qui suivent correspondent à des entrefers nominaux identiques. La figure 10.20 présente les caractéristiques de force en fonction de la position, pour la structure de la figure 10.17. Les résultats sont donnés avec et sans saturation.

La figure 10.21 décrit les caractéristiques de force de la structure de la figure 10.18, pour un angle α variant entre -10° (cas de l'entrefer constant) et 30° .

Pour la structure de la figure 10.19, les résultats sont représentés à la figure 10.22, pour des angles compris entre 0 et 20°.

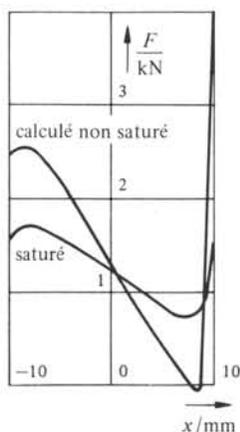


Fig. 10.20

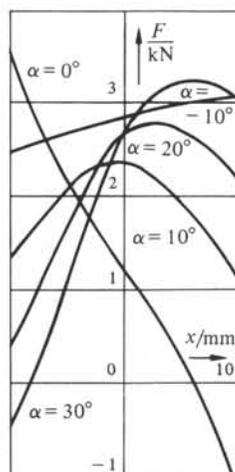


Fig. 10.21

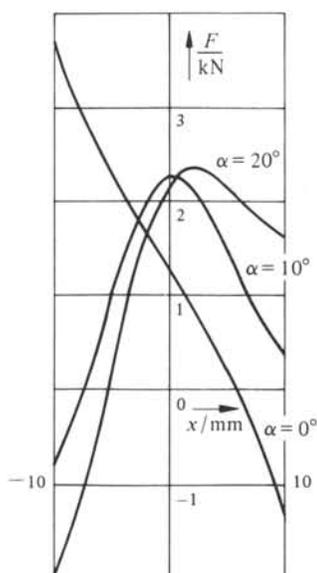


Fig. 10.22

10.3.5 Comportement dynamique pour une alimentation sinusoïdale

De façon générale, un moteur oscillant ne peut pas démarrer sous l'action d'une tension d'alimentation de fréquence fixe, dès qu'elle dépasse une valeur limite. Les raisons en sont les mêmes que pour le fonctionnement d'un moteur pas à pas (§ 11.3.9

et 11.3.10). Il est néanmoins possible d'y parvenir en adjoignant au moteur un dispositif élastique définissant une fréquence propre mécanique proche de la fréquence d'alimentation.

La figure 10.23 illustre les caractéristiques de tension et de courant au démarrage d'un moteur oscillant alimenté par une tension sinusoïdale de fréquence constante. La fréquence propre du moteur est adaptée à celle d'alimentation. Le courant comporte une composante exponentielle dont la constante de temps correspond à sept périodes environ.

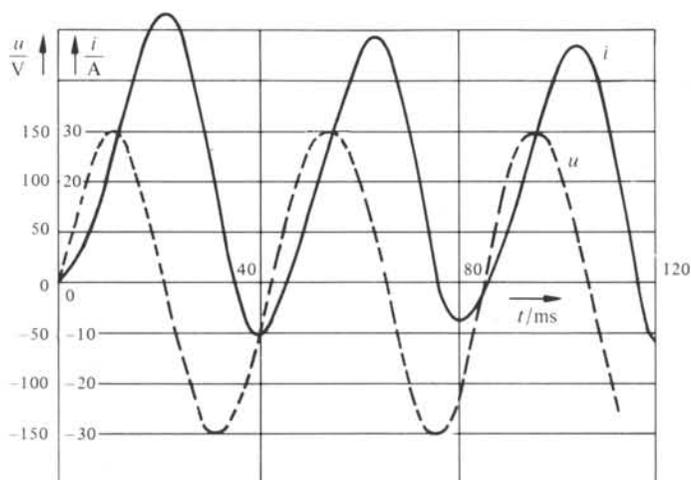


Fig. 10.23

La figure 10.24 montre l'évolution de la position et de la force au démarrage. Le décalage du zéro de cette dernière correspond à une charge essentiellement unidirectionnelle.

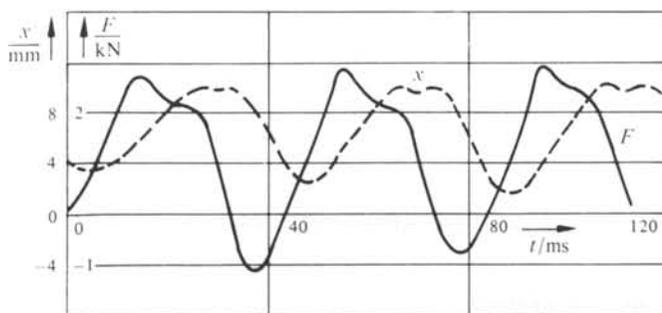


Fig. 10.24

10.3.6 Comportement dynamique en régime asservi

Il est possible d'asservir un tel moteur en position. Un capteur de position réagit avant d'arriver aux extrémités, dans les deux sens de marche. Il assure la commutation de la source, d'une tension continue positive à une tension négative. Le moteur

oscille automatiquement à la fréquence propre du système. La figure 10.25 montre l'évolution de la tension et du courant, lors d'un démarrage du moteur. Les caractéristiques stabilisées sont tracées à droite. La figure 10.26 représente les caractéristiques correspondantes de position et de force. La technique asservie est particulièrement simple et intéressante dans le cas d'un moteur oscillant. Le réglage de la position de commutation permet également un réglage de l'amplitude d'oscillation.

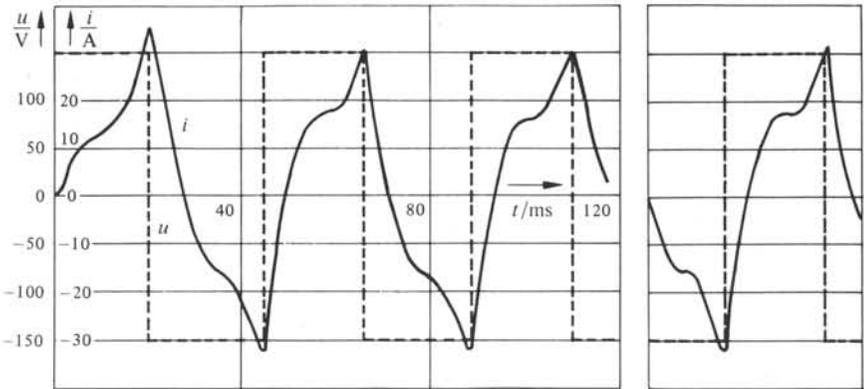


Fig. 10.25

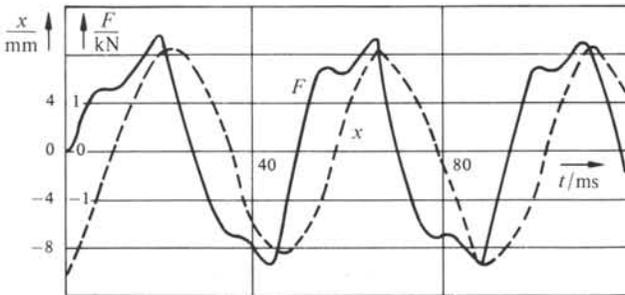


Fig. 10.26

10.4 APPLICATIONS

10.4.1 Electro-aimants polarisés

Un électro-aimant comprenant un aimant permanent dans son circuit magnétique est caractérisé par une force de maintien sans courant.

La figure 10.27 en montre le principe, appliqué à un contacteur. L'aimant seul permet le maintien du noyau mobile en position collée. Une excitation négative est alors nécessaire pour provoquer le décollement. Une excitation positive assure l'attraction du noyau et le collage. Les figures 10.28 à 10.30 montrent diverses structures possibles, avec les schémas magnétiques correspondants.

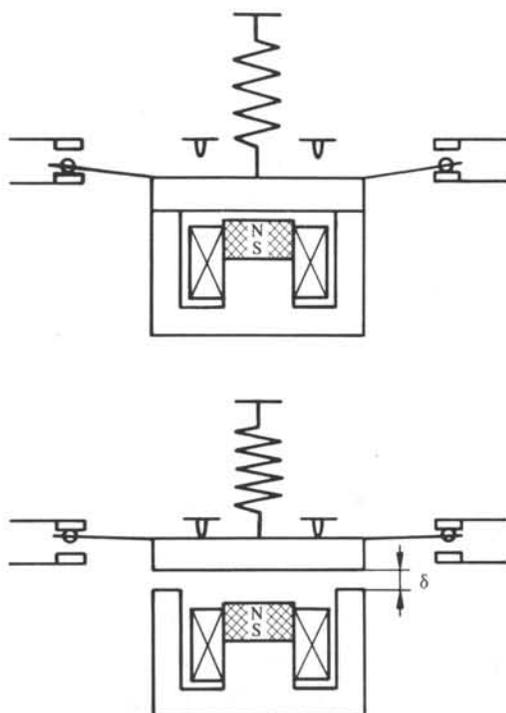


Fig. 10.27

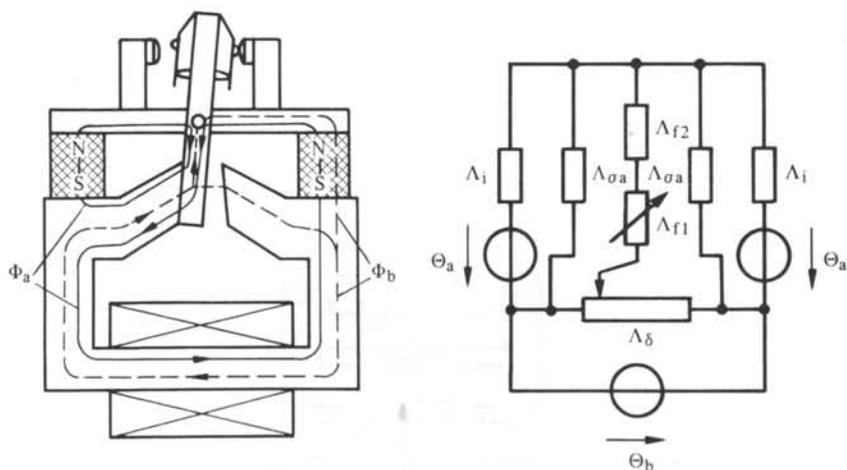


Fig. 10.28

Ces systèmes sont généralement appliqués à l'ouverture ou la fermeture de contacts. Ils peuvent généralement être appliqués à des électrovalves, des systèmes de commande, etc..

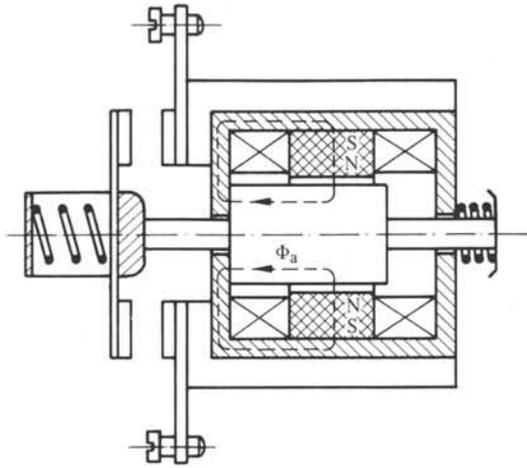


Fig. 10.29

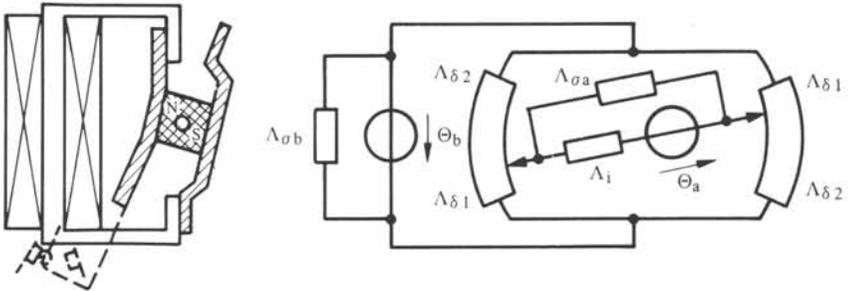


Fig. 10.30

10.4.2 Moteurs oscillants

Une solution de moteur oscillant a été décrite en détail à la section 10.3. La figure 10.31 présente une autre disposition relative, appliquée à une sonnerie. Le schéma magnétique équivalent est donné à la figure 10.32. Le mouvement de la partie mobile assure l'ouverture et la fermeture de contacts assurant l'inversion du sens du cou-

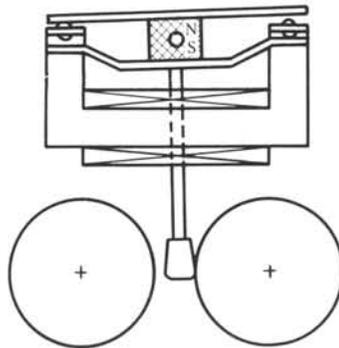


Fig. 10.31

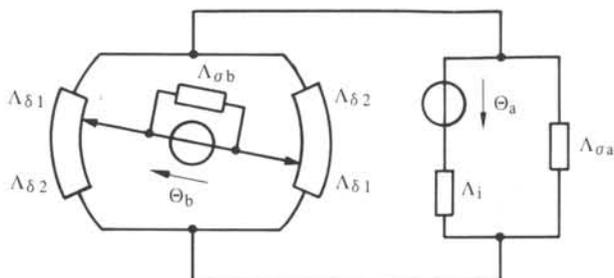


Fig. 10.32

rant dans le bobinage d'excitation. Il s'agit donc d'un système d'alimentation asservi en position de façon très simple.

Les moteurs oscillants sont généralement appliqués à des systèmes de tri, à des mélangeurs, à de petits compresseurs, etc.

10.4.3 Moteurs couples

La technique réluctante polarisée se prête bien à la réalisation de moteurs présentant un couple important, avec une amplitude de mouvement inférieure à un tour. Ces moteurs sont dits *moteurs couples*. Un exemple de structure possible est donné à la figure 10.33. De tels moteurs sont fréquemment utilisés dans des structures de réglage, principalement pour des électrovannes.

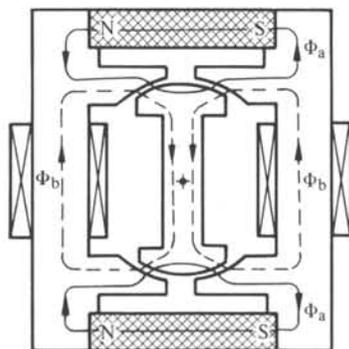


Fig. 10.33

MOTEURS PAS À PAS

11.1 DÉFINITION ET CARACTÈRES GÉNÉRAUX

11.1.1 Fonction des moteurs pas à pas

Comme tous les transducteurs électromécaniques, les moteurs pas à pas assurent une conversion d'informations. La particularité de ces moteurs est d'assurer un mouvement mécanique incrémental continu. Le développement de tels moteurs est lié à trois fonctions principales :

- l'affichage,
- le réglage,
- la commande.

Bien que le développement des premiers moteurs pas à pas remonte au début des années 1930, ce n'est que depuis le début des années 1960 que ce type de moteur s'est véritablement développé. La cause principale de cette extension a été l'apparition de l'ordinateur, puis des miniordinateurs et enfin des microprocesseurs. Le moteur pas à pas est devenu alors le principal élément de communication entre les systèmes de traitement de l'information et le monde extérieur. Il permet de matérialiser des résultats sous forme écrite et graphique ou de transformer des ordres et d'assurer un réglage.

11.1.2 Principe

Le moteur pas à pas doit être de caractère synchrone afin de satisfaire les impératifs d'une conversion d'informations fiable. En d'autres termes, à toute impulsion d'alimentation doit correspondre une avance élémentaire (rotation ou translation) constante, dite *pas*. Un nombre déterminé d'impulsions entraîne un nombre correspondant de pas. De plus, la succession d'impulsions à une fréquence déterminée permet d'imposer une vitesse de rotation (ou de translation) pratiquement constante.

C'est le contrôle de ces deux fonctions — position et vitesse — qui permet d'assurer une conversion d'informations. Le moteur pas à pas assure cette conversion sans introduire d'erreurs cumulatives. Elle peut être réalisée sans asservissement.

11.1.3 Définition

Un *moteur pas à pas* est un transducteur permettant une conversion d'énergie et d'information de caractère électromécanique. Son alimentation est de type électrique digital ou impulsionnel. Son mouvement, rotatif ou de translation, est de type incrémental continu. La plupart des moteurs pas à pas génèrent un phénomène de démultiplication de vitesse magnétique. Le rapport entre la vitesse apparente du champ magnétique et celle du rotor est un nombre entier constant, positif ou négatif.

11.1.4 Constitution

Les moteurs pas à pas sont principalement de trois types :

- réluctant (fig. 11.7);
- électromagnétique (fig. 11.10);
- réluctant polarisé (fig. 11.13).

La structure fixe – *stator* – est généralement de type réluctant variable et supporte les bobinages. La structure mobile – *rotor* – est également à réluctance variable (moteurs réluctants ou à réluctance différentielle) ou à caractéristique de magnétisation périodique (moteurs électromagnétiques).

L'alimentation statorique étant de type périodique, donc alternative, le flux qui en résulte est également alternatif. En conséquence (sect. 1.5), le circuit magnétique statorique doit être formé de tôles. Les fréquences atteintes peuvent être de 20 kHz et plus. Le mouvement du rotor présente un caractère synchrone eu égard au champ magnétique statorique. En conséquence, le flux associé à celui-ci est pratiquement fixe. On peut donc réaliser des structures massives. Cependant, vu le caractère impulsionnel de l'alimentation et du flux, on recourra fréquemment à des structures également feuilletées, afin de réduire les pertes harmoniques.

11.1.5 Bobinage

L'alimentation d'une bobine ou d'un groupe de bobines associé à un moteur pas à pas conduit le rotor à une position d'équilibre déterminée. Pour assurer le déplacement d'un pas supplémentaire, il est nécessaire d'alimenter une bobine ou un groupe de bobines différent. Ceci permet de créer une nouvelle position d'équilibre. En conséquence, un moteur pas à pas doit, dans la règle, comprendre plusieurs bobines ou groupes de bobines. Il s'agit des phases d'un moteur. Un moteur pas à pas comprend usuellement 2, 3, 4, 5 ou 8 phases. Le nombre de phases est fonction du nombre de pas par tour, de la disposition constructive du moteur et des performances attendues (couple ou fréquence élevée). Néanmoins, il est possible de réaliser des moteurs pas à pas monophasés. Ils sont obligatoirement de type électromagnétique ou réluctant polarisé. L'avance d'un pas est assurée par l'alternance alimentation-coupure du bobinage (sect. 11.16).

11.1.6 Alimentation

Le rôle de l'alimentation est d'assurer une amplification de la commande de façon à appliquer la tension successivement aux différentes phases. Le couple étant proportionnel au courant ou au carré du courant, cette alimentation devra s'approcher le plus possible d'une source de courant. L'alimentation est constituée généralement de transistors fonctionnant alternativement en régime saturé ou bloqué. Pour éviter les surtensions de coupure, l'alimentation doit également assurer la décroissance progressive du courant au moyen d'un circuit auxiliaire d'extinction (fig. 11.1). Par sa conception, l'alimentation permet d'agir sur certaines performances limites du moteur. Par ailleurs, le rendement de cette alimentation doit parfois obéir à des conditions de qualité en raison d'aspects énergétiques ou thermiques.

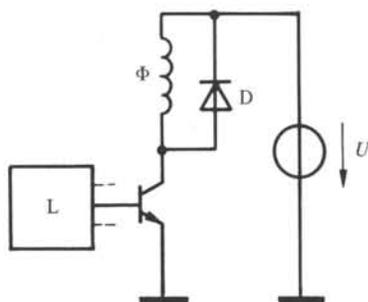


Fig. 11.1 Alimentation d'un moteur pas à pas. La bobine de phase est repérée par Φ , la diode d'extinction par D et la logique de commande par L.

11.1.7 Commande

La commande assure la succession des ordres de commutation de phase à un rythme compatible avec les fonctions à réaliser. Compte tenu du caractère synchrone du moteur pas à pas, cette commande peut s'effectuer en circuit ouvert (fig. 11.2). Cependant, pour accroître la fiabilité ou les performances, cette commande peut s'effectuer en circuit fermé (fig. 11.3). Le rôle de la commande est déterminant en ce qui concerne les performances à hautes fréquences et en régime d'accélération ou de décélération. De nombreuses améliorations sont liées à l'interaction entre la commande et le moteur.

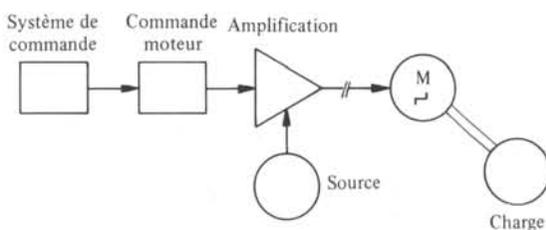


Fig. 11.2 Schéma bloc de l'alimentation d'un moteur pas à pas en circuit ouvert. Le moteur pas à pas est repéré par son symbole CEI.

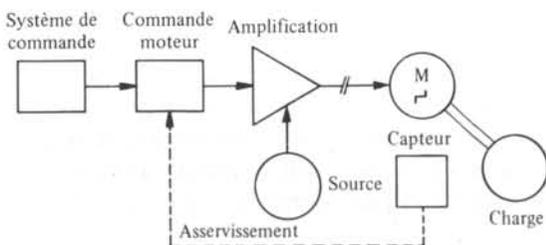


Fig. 11.3 Schéma bloc de l'alimentation d'un moteur pas à pas asservi en position.

11.1.8 Organe entraîné

L'adéquation entre l'organe entraîné, la fonction qu'il remplit, l'alimentation, la commande et le moteur doit être la meilleure possible. Les éléments caractéristiques de l'organe entraîné sont :

- le couple utile,
- le couple de frottement et sa nature (sec, visqueux),
- l'inertie,
- les changements éventuels de couple et d'inertie,
- les précisions de position statique et dynamique exigées.

11.1.9 Démarche

L'étude du moteur pas à pas sera basée sur deux approches distinctes.

La première consiste en une analyse des divers composants d'une chaîne associée à un moteur. Il s'agit du moteur, de l'alimentation et de la commande. Chacun de ces éléments peut être amélioré de façon intrinsèque.

La seconde approche touche au système global comprenant les trois principaux composants et l'organe entraîné. Contrairement aux machines électriques classiques, le comportement dynamique du moteur pas à pas ne peut être dissocié de celui de l'alimentation. De plus, par la discontinuité des équations régissant le comportement dynamique, une analyse harmonique ne peut être entreprise. L'étude synthétique a pour but de définir les domaines de fonctionnement spécifiques et les paramètres permettant d'étendre ceux-ci.

C'est par la comparaison de ces aspects d'analyse et de synthèse qu'il est possible de dégager les solutions les plus efficaces permettant d'atteindre des performances accrues.

11.2 TYPES DE MOTEURS

11.2.1 Caractéristiques internes et externes

Un moteur peut être caractérisé par des qualités internes (constitution, technologie) ou externes (couple, rendement). Sur le plan interne, c'est principalement le rôle de l'aimant qui permet de classer les divers types de moteurs. Les principales caractéristiques externes sont :

- le nombre de pas par tour;
- les caractéristiques de couple en fonction de la fréquence;
- le rendement;
- les dimensions.

On peut encore citer la nature du mouvement. Seuls les cas tournant et linéaire seront pris en considération. Par la suite, les divers exemples seront traités en variante tournante. La variante linéaire fera l'objet d'une section particulière (sect. 11.13).

Les paragraphes qui suivent décrivent les principaux moteurs quant à leur constitution de base. Les caractéristiques externes feront l'objet des sections suivantes.

11.2.2 Définitions : paramètres caractéristiques

Un moteur pas à pas est caractérisé par un certain nombre de paramètres géométriques liés à son mouvement et à son alimentation.

Dans ce chapitre, on définit les principaux symboles suivants :

- α_p le pas angulaire géométrique élémentaire, ou avance incrémentale élémentaire;

- N_p le nombre de pas par tour. On a la relation :

$$N_p = 2\pi/\alpha_p \quad (11.1)$$

- m le nombre de phases;
- q le nombre de bobines distinctes par phase;
- Z_s le nombre de dents ou pôles statoriques,
- Z_r le nombre de dents rotoriques ou pôles rotoriques;
- α_s le pas dentaire ou polaire (angulaire) statorique, avec :

$$\alpha_s = 2\pi/Z_s \quad (11.2)$$

- α_r le pas dentaire ou polaire (angulaire) rotorique, avec :

$$\alpha_r = 2\pi/Z_r \quad (11.3)$$

- α la position angulaire du rotor, relative à une origine arbitraire;
- f la fréquence d'alimentation électrique, associée à une phase;
- f_p la fréquence géométrique, correspondant au nombre de pas par seconde, avec la relation :

$$f_p = mf \quad (11.4)$$

- Ω la vitesse de rotation angulaire du rotor, avec :

$$\Omega = d\alpha/dt = 2\pi f_p/N_p \quad (11.5)$$

11.2.3 Moteur réductant : généralités

Le moteur pas à pas réductant comprend deux structures dentées (fig. 11.7), au stator et au rotor. La réductance variable qui en résulte au niveau de l'entrefer permet de générer un couple de caractère périodique. Pour un moteur à m phases, le couple s'écrit par (7.1):

$$M = \sum_{j=1}^m \frac{1}{2} \frac{dL_j}{d\alpha} i_j^2 \quad (11.6)$$

Les bobines et les géométries des pôles ou dents associées aux différentes phases sont identiques. Ces dernières sont décalées entre elles d'un angle constant. Compte tenu de cette symétrie, les caractéristiques de couple sont également déphasées d'un angle constant. Par suite du caractère périodique de la réductance de deux structures dentées opposées, la courbe de couple associée à une phase, pour un courant donné, peut s'écrire (fig. 11.4) :

$$M_j = \sum_{\nu=1}^{\infty} {}^{\nu}M_j \sin\left(\frac{\nu}{m} \frac{\alpha}{\alpha_p} 2\pi + {}^{\nu}\varphi\right) \quad (11.7)$$

- ${}^{\nu}M_j$ est l'amplitude de l'harmonique de couple de rang ν ;
- ${}^{\nu}\varphi$ est l'angle de phase de l'harmonique de couple de rang ν .

Pour la phase $j + 1$, on peut poser :

$$M_{j+1} = \sum_{\nu=1}^{\infty} {}^{\nu}M_j \sin\left[\left(\frac{\alpha}{\alpha_p} + 1\right) \frac{2\pi\nu}{m} + {}^{\nu}\varphi\right] \quad (11.8)$$

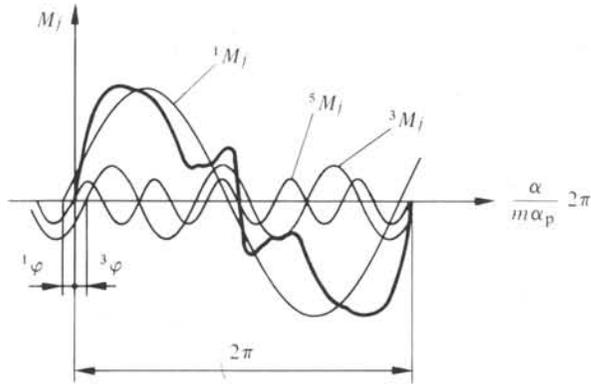


Fig. 11.4

En d'autres termes, les caractéristiques de couples associées aux différentes phases sont décalées entre elles d'un angle égal au pas élémentaire.

Le couple n'est pas fonction du signe du courant (11.6). En conséquence, un nombre minimum de trois phases est indispensable pour assurer une rotation continue dans les deux sens. En effet, un moteur présentant deux phases ne peut qu'osciller ou rester immobile (fig. 11.5). Les moteurs réluctants présentent généralement trois ou quatre phases.

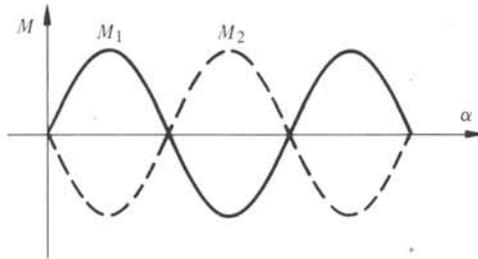


Fig. 11.5 Caractéristiques de couple d'un moteur réluctant biphasé.

11.2.4 Moteur réluctant multicircuits

On peut différencier la construction des moteurs réluctants selon le circuit magnétique associé aux bobines. On parle de moteur multicircuits lorsque les circuits magnétiques statoriques liés aux différentes phases sont indépendants. Les circuits magnétiques rotoriques peuvent être communs ou indépendants.

La figure 11.6 présente un exemple d'un tel moteur, en variante triphasée. Les trois éléments statoriques, identiques, sont décalés d'un angle géométrique α_p , avec :

$$\alpha_p = \alpha_s / m \quad (11.9)$$

$$\alpha_r = \alpha_s \quad (11.10)$$

$$N_p = 2\pi / \alpha_p = 2\pi m / \alpha_s = m Z_s \quad (11.11)$$

La succession d'impulsions d'alimentation dans les trois phases assure un mouvement avec des déplacements incrémentaux d'un angle α_p . De façon générale, le nombre de dents statoriques est égal à celui du rotor.

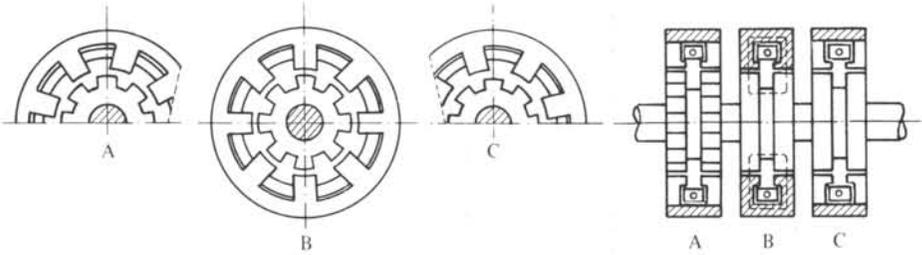


Fig. 11.6

Cette conception conduit à la suppression de toute inductance mutuelle entre phases statoriques. Il s'ensuit une simplification de la simulation et l'absence de toute interaction entre phases. En revanche, ces moteurs présentent l'inconvénient d'un volume, rapporté à la puissance ou au couple, relativement important. En général, on lui préfère la solution à circuit magnétique unique.

11.2.5 Moteur réductant à simple circuit

La figure 11.7 présente un exemple d'un moteur à simple circuit, à trois phases. Le stator et le rotor sont caractérisés, dans ce cas, par un pas dentaire différent.

Le pas angulaire géométrique est déterminé comme suit :

$$\alpha_p = \alpha_r - \alpha_s \quad (11.12)$$

De façon générale, le nombre de dents du stator peut être supérieur ou inférieur à celui du rotor. D'où :

$$\alpha_p = |\alpha_s - \alpha_r| \quad (11.13)$$

Par (11.1), (11.2) et (11.3), il vient :

$$N_p = Z_s Z_r / |Z_s - Z_r| \quad (11.14)$$

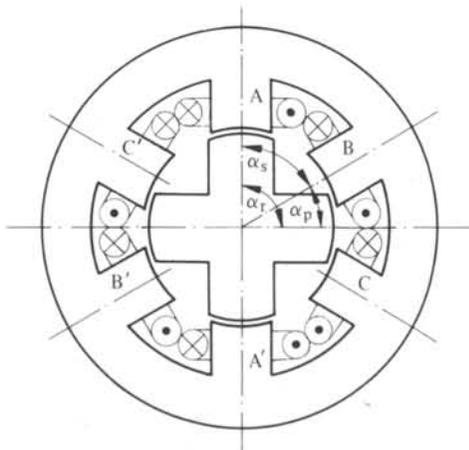


Fig. 11.7 Moteur réductant, 12 pas par tour, 3 phases. Les phases sont constituées par la mise en série de deux bobines opposées (A-A', B-B', C-C').

Une période électrique, correspondant à un cycle de m impulsions de commande, entraîne une rotation d'un angle α_r :

$$\alpha_r = m \alpha_p \quad (11.15)$$

$$2\pi/Z_r = m 2\pi |Z_s - Z_r| / (Z_s Z_r) \quad (11.16)$$

$$m = Z_s / |Z_s - Z_r| \quad (11.17)$$

Les relations (11.14) et (11.17) définissent deux conditions permettant de choisir la structure d'un moteur conduisant à un nombre de pas déterminé. Il reste cependant un degré de liberté. On choisira généralement le nombre de phases de façon indépendante. Les valeurs de 3, 4 et 8 phases sont les plus fréquentes. On peut ensuite en déduire les nombres de dents du stator et du rotor.

11.2.6 Moteur réductant à simple circuit : exemples

Le moteur de la figure 11.7 présente les caractéristiques internes suivantes :

- nombre de dents statoriques (Z_s) de 6;
- nombre de dents rotoriques (Z_r) de 4;
- nombre de phases (m) de 3.

Par la relation (11.14), on déduit un nombre de pas par tour égal à 12. La relation (11.17) est par ailleurs vérifiée.

Inversement, pour un nombre de pas par tour égal à 100, ces mêmes relations donnent les deux solutions suivantes :

- $Z_s = 20$; $Z_r = 25$; $m = 4$; $q = 5$
- $Z_s = 25$; $Z_r = 20$; $m = 5$; $q = 5$

La solution la plus intéressante est celle comportant 4 phases. Le tableau 11.8 présente les principales solutions possibles, selon cette technique.

11.2.7 Moteur réductant : variante

La figure 11.9 présente une variante de moteur à circuit magnétique unique. Il s'agit d'une solution présentant le même pas dentaire au stator et au rotor. En contrepartie, les pôles du stator sont décalés, relativement au rotor, d'une quantité égale à α_p , telle que :

$$\alpha_p = \alpha_r / m \quad (11.18)$$

On a ainsi :

$$N_p = m N_r \quad (11.19)$$

Le nombre de pôles (ou supports de bobines) du stator est un multiple entier du nombre de phases. Cette disposition convient pour un nombre élevé de pas par tour. Elle permet en effet de réduire le nombre de bobines.

Il existe encore de nombreuses autres variantes, moins fréquemment réalisées.

Tableau 11.8 Moteurs réductants à simple circuit.
Principales solutions possibles.

N_p	α_p	m	Z_s/m	Z_s	Z_r
6	60°	3	1	3	2
12	30°	3	2	6	4
18	20°	3	3	9	6
24	15°	3	4	12	8
24	15°	4	2	8	6
24	15°	3	2	6	8
30	12°	3	5	15	10
36	10°	3	6	18	12
36	10°	4	3	12	9
36	10°	3	3	9	12
40	9°	5	2	10	8
40	9°	4	2	8	10
48	7,5°	3	8	24	16
48	7,5°	4	4	16	12
48	7,5°	3	4	12	16
54	6,667°	3	9	27	18
60	6°	3	10	30	20
60	6°	4	5	20	15
60	6°	5	3	15	12
60	6°	6	2	12	10
60	6°	3	5	15	20
60	6°	4	3	12	15
60	6°	5	2	10	12
66	5,45°	3	11	33	22
72	5°	3	12	36	24
72	5°	4	6	24	18
72	5°	3	6	18	24
84	4,29°	3	14	42	28
84	4,29°	4	7	28	21
90	4°	3	15	45	30
90	4°	6	3	18	15
90	4°	5	3	15	18
100	3,6°	5	5	25	20
100	3,6°	4	5	20	25
120	3°	3	20	60	40
120	3°	4	10	40	30
120	3°	5	6	30	24
120	3°	6	4	24	20
120	3°	3	10	30	40
120	3°	4	6	24	30
120	3°	5	4	20	24
180	2°	3	30	90	60
180	2°	4	15	60	45
180	2°	5	9	45	36
180	2°	6	6	36	30
180	2°	3	15	45	60
180	2°	4	9	36	45
180	2°	5	6	30	36
200	1,8°	5	10	50	40
200	1,8°	4	10	40	50

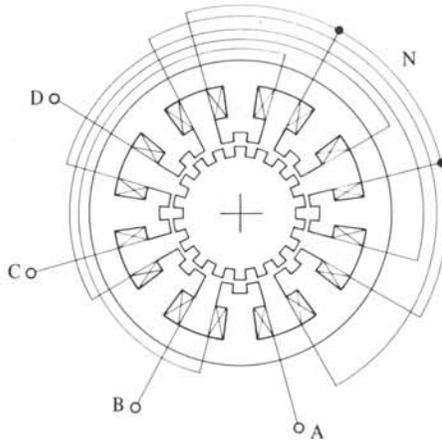


Fig. 11.9 Moteur pas à pas réluctant, 72 pas par tour, 4 phases. A, B, C, D entrées de phase; N point commun ou point neutre.

11.2.8 Moteur électromagnétique

La figure 11.10 présente un exemple d'un moteur pas à pas de type électromagnétique. Au contraire de la variante réluctante, un moteur à aimant permanent présente un couple sans courant (fig. 11.11). Ce couple définit un certain nombre de positions d'équilibre stable, correspondant aux pas.

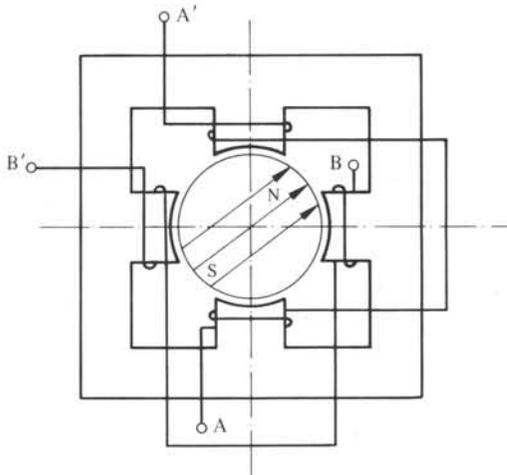


Fig. 11.10 Moteur électromagnétique biphasé, 4 pas par tour.

L'exemple de la figure 11.10 comporte quatre pas par tour. Le passage d'une position à la suivante est assuré par l'enclenchement de la phase adjacente. Le sens de rotation est défini par la séquence d'alimentation, compte tenu des signes. Le moteur comporte deux phases, A et B. En caractérisant un courant positif par l'indice + et un courant négatif par l'indice -, la succession des phases est la suivante pour une

rotation dans le sens horaire :

A +, B +, A -, B -, A +, B +, etc.

La rotation est antihoraire pour la séquence suivante :

A +, B -, A -, B +, A +, B -, etc.

La figure 11.11 présente l'allure des couples. Les grandeurs suivantes sont représentées :

- le couple créé par l'aimant seul, M_a ;
- les couples mutuels entre aimant et bobines (M_{A+} , M_{A-} , M_{B+} , M_{B-}) représentés pour le courant nominal.

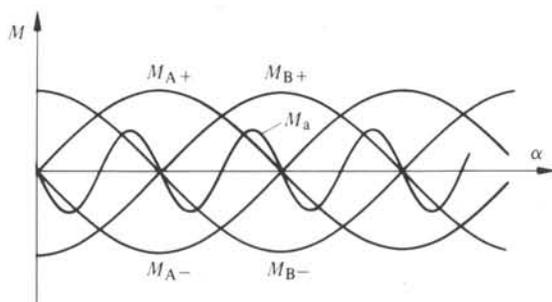


Fig. 11.11

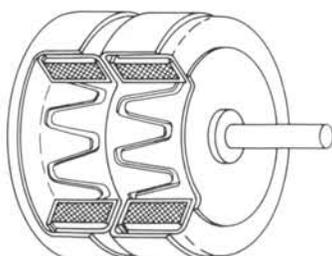


Fig. 11.12

11.2.9 Moteurs électromagnétiques : propriétés générales et variantes

Les moteurs de type électromagnétique conviennent bien pour un faible nombre de pas par tour, généralement limité à 48. Ils sont caractérisés par une alimentation de phases de signe alterné. Leur rendement est généralement bon.

Outre le moteur Lavet (fig. 11.131) la variante la plus utilisée de moteurs électromagnétiques est le moteur à griffes, biphasé. Celui-ci est constitué d'un rotor multipolaire (6 à 12) associé à deux stators constitués de pôles en forme de griffe. Les stators sont décalés l'un par rapport à l'autre d'un quart de pas dentaire (fig. 11.12).

11.2.10 Définition : alimentation unipolaire et bipolaire

Une alimentation est dite *unipolaire* si elle est de signe constant. Elle est dite *bipolaire* si elle est de signe alterné pour une phase.

11.2.11 Moteur réluctant polarisé

La figure 11.13 présente un moteur pas à pas de type réluctant polarisé. Il est constitué d'un stator dont le circuit magnétique possède des pôles dentés. Il est le support de deux phases comprenant chacune 4 bobines alimentées en série. Le rotor comprend deux structures dentées régulières, décalées l'une par rapport à l'autre d'un demi-pas dentaire. Elles sont fixées de part et d'autre d'un aimant permanent, magnétisé axialement. Les pas dentaires rotorique et statorique sont identiques. Deux pôles adjacents sont décalés, relativement au rotor, d'un quart de pas dentaire.

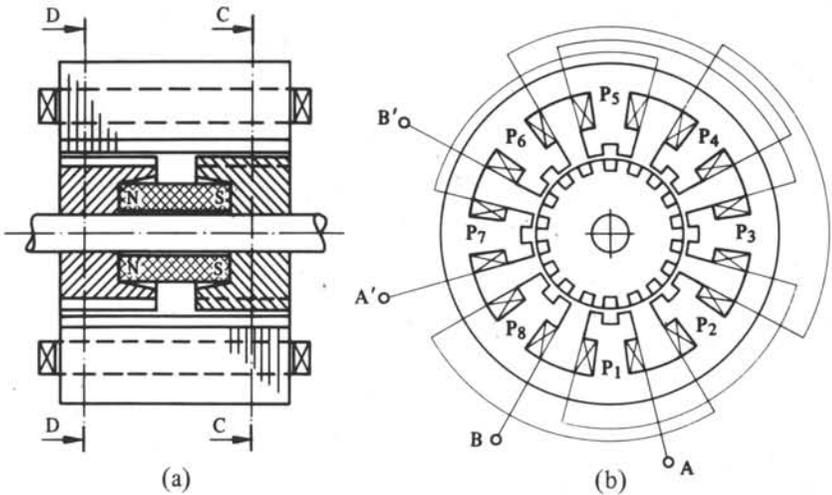


Fig. 11.13 Moteur pas à pas réductant polarisé, 72 pas par tour, 2 phases à alimentation bipolaire. (a) coupe axiale; (b) vue en bout, avec schéma de bobinage.

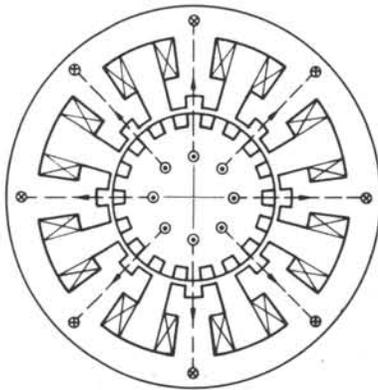


Fig. 11.14 Moteur réductant polarisé. Coupe D-D. Distribution du flux dû à l'aimant seul.

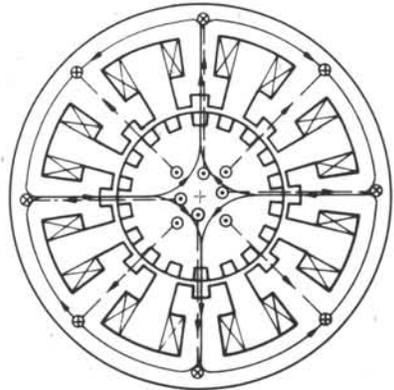


Fig. 11.15 Moteur réductant polarisé. Coupe D-D. Distribution des flux dus à l'aimant seul (---) et à la phase A (—).

La figure 11.14 présente la distribution des lignes de champ créées par l'aimant permanent dans une extrémité du stator.

La figure 11.15 présente la même distribution pour l'alimentation de la phase A, donc des pôles P_1 , P_3 , P_5 et P_7 . Simultanément, l'autre extrémité présente la distribution de la figure 11.16. Les deux structures imposent la position d'équilibre dessinée. La succession des phases suivante conduit à une rotation dans le sens horaire :

A +, B +, A -, B -, A +, etc.

Dans le cas particulier, le nombre de pas par tour est égal à $2mZ_r$.

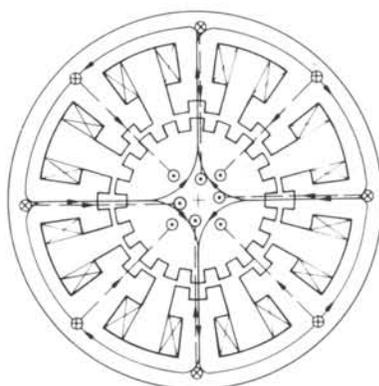


Fig. 11.16 Moteur réductant polarisé. Coupe C-C (fig. 11.13). Distribution des flux dus à l'aimant seul et à la phase A.

11.2.12 Moteur réductant polarisé : propriétés générales

De nombreuses dispositions relatives peuvent être envisagées pour les moteurs réductants polarisés. Celle illustrée à la figure 11.13 est l'une des plus fréquemment exécutées. La figure 11.104 présente une variante linéaire.

Les moteurs réductants polarisés conviennent pour de grands nombres de pas par tour. Ils sont généralement caractérisés par une alimentation bipolaire. En variante, certains moteurs ont deux bobinages, l'un pour la création du flux positif, l'autre pour le flux négatif. Ils ont alors quatre phases unipolaires au lieu de deux phases bipolaires.

11.2.13 Comparaison des caractéristiques externes

Le moteur pas à pas réductant offre le principal avantage de la simplicité sur les variantes avec aimant permanent.

Le moteur réductant convient pour un nombre de pas par tour compris entre 12 et 72 environ. Il permet d'atteindre des niveaux de fréquence élevés. Il est généralement plus stable que les variantes polarisées. En revanche, son rendement est moindre et d'autant plus mauvais que la puissance est faible.

Le moteur électromagnétique convient pour un faible nombre de pas par tour, compris généralement entre 2 et 24. Son rendement est élevé.

Le moteur réductant polarisé convient pour un nombre de pas par tour élevé, compris entre 24 et 400. Son rendement est généralement bon. Il présente une stabilité dynamique naturelle moins bonne que celle du moteur réductant.

11.2.14 Moteurs polarisés : nombre de pas par tour

Le couple se compose de deux termes :

- un couple réductant dû à l'aimant seul dont l'expression est donnée par (7.1).

$$M_a = \frac{1}{2} \frac{d\Lambda_a}{dx} \Theta_a^2 \quad (11.20)$$

$$M_a = \hat{M}_a \sin(\gamma p \alpha) \quad (11.21)$$

\hat{M}_a = amplitude de crête du couple réductant,

p = nombre de paire de pôles ou de périodes;

$2\pi/\gamma$ = angle de décalage électrique entre les pôles statoriques.

Pour la figure 11.10, $p = 1$ et $\gamma = 4$.

Pour la figure 11.13, $p = 18$ et $\gamma = 4$.

- le couple mutuel d'interaction entre la phase j et l'aimant, dont l'expression est donnée par (8.1).

$$M_{aj} = \frac{d\Lambda_{aj}}{dx} \Theta_a \Theta_j \quad (11.22)$$

$$M_{aj} = \hat{k} i_j \sin(p\alpha + \varphi_j) \quad (11.23)$$

\hat{k} = coefficient de couple mutuel;

φ_j = angle électrique de la phase considérée = $(j - 1) 2\pi/m$

De façon générale, pour un moteur bipolaire, le nombre de pas par tour est donné par l'expression :

$$N_p = 2\pi/\alpha_p = 2mp \quad (11.24)$$

Pour un moteur présentant m_1 phases unipolaires (fig. 11.42), cette expression devient :

$$N_{p1} = m_1 p \quad (11.25)$$

11.3 DOMAINES DE FONCTIONNEMENT

11.3.1 Réponse fréquentielle

Cette section a pour but l'analyse du comportement fréquentiel d'un moteur pas à pas. Pour ce faire, on considérera un moteur alimenté par une source de tension idéale et une commande en circuit ouvert assurant une séquence d'alimentation conforme à celle de la figure 11.17.



Fig. 11.17

L'analyse complète du comportement d'un moteur pas à pas nécessite la résolution numérique des équations dynamiques. Seules les solutions seront présentées au travers d'exemples. Le cas particulier considéré correspond à un moteur réductant triphasé, du type illustré à la figure 11.7. Le couple résistant associé à l'organe entraîné est un paramètre du problème. L'inertie sera admise constante.

Au cours de cette section, un certain nombre de problèmes caractéristiques seront mis en évidence.

11.3.2 Réponse indicielle

Soit un moteur pas à pas triphasé réluctant ayant une phase excitée (phase A). Il en résulte une position d'équilibre stable, définie par la charge. Simultanément ($t = 0$), cette phase est court-circuitée et la phase B est alimentée par la source de tension. Il en résulte une avance d'un pas élémentaire.

Compte tenu de l'énergie cinétique accumulée au cours du déplacement, correspondant à la partie hachurée de la courbe de couple de la figure 11.18, le rotor dépasse la position d'équilibre, puis oscille (fig. 11.19). L'oscillation est amortie plus ou moins rapidement par les frottements de toutes natures, parmi lesquels on peut citer :

- le frottement sec,
- le frottement visqueux,
- une partie des pertes fer et des pertes Joule associées à la tension induite de mouvement.

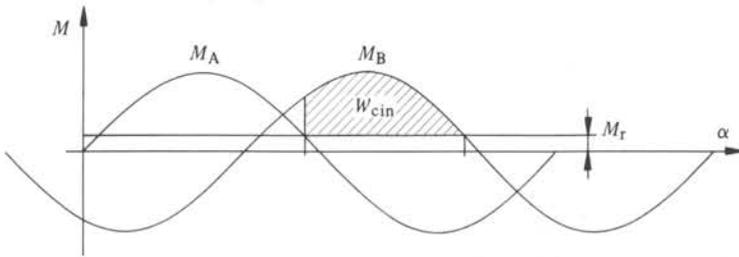


Fig. 11.18 Caractéristique de couple associée à l'avance d'un pas. M_A , M_B couples associés aux phases A et B; M_r , couple résistant.

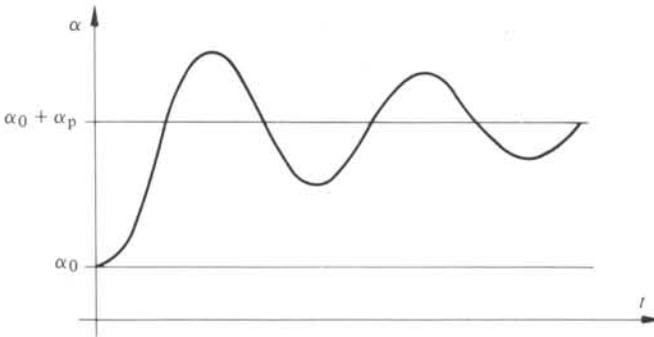


Fig. 11.19

Cette oscillation est défavorable dans la mesure où un positionnement précis est requis. Il est alors nécessaire d'attendre l'atténuation du mouvement avant de réaliser une opération associée à cette position.

11.3.3 Fréquence d'oscillation

En première approximation (fig. 11.20), il est possible de linéariser la caractéristique de couple moteur au voisinage de la position d'équilibre. Il est alors caractérisé

par l'expression suivante :

$$M_m = -k(\alpha - \alpha_0) \quad (11.26)$$

La grandeur $-k$ est la pente du couple (Nm/rad).

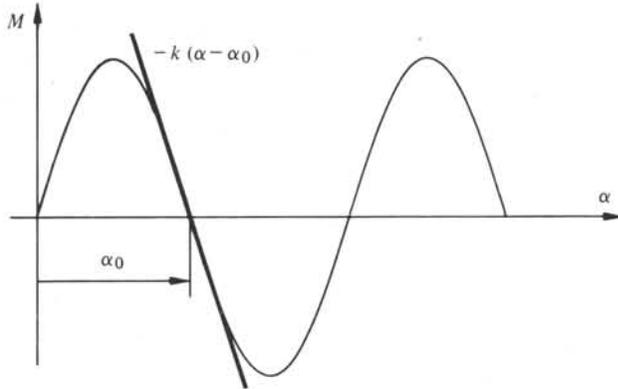


Fig. 11.20

En admettant l'existence d'un couple résistant constant (M_r) et d'un couple de frottement visqueux caractérisé par un coefficient β , l'équation de mouvement (5.1) s'écrit comme suit dans le cas particulier :

$$I \frac{d^2\alpha}{dt^2} = -k(\alpha - \alpha_0) - M_r - \beta \frac{d\alpha}{dt} \quad (11.27)$$

Cette équation a pour solution l'expression suivante :

$$\alpha = A \exp\left(-\frac{\beta}{2I} t\right) \sin(\omega t + \varphi) + \alpha_0 - M_r/k \quad (11.28)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{I} - \frac{\beta^2}{4I^2}} \quad (11.29)$$

Les grandeurs A et φ sont des constantes d'intégration fonction des conditions initiales de position et de vitesse. La pulsation ω est principalement fonction de la raideur de la caractéristique de couple et de l'inertie.

11.3.4 Réponse indicielle : exemple

A titre d'exemple, un moteur pas à pas assurant le positionnement de la tête d'impression d'une machine à écrire va osciller lors de l'avance d'un pas. Si la frappe intervient trop tôt, l'intervalle entre caractères sera irrégulier. L'écriture sera inesthétique. Au contraire, si l'on attend l'amortissement de l'oscillation avant de frapper, le rythme sera lent et les performances faibles. Le problème se pose de la même manière lors de tout arrêt consécutif à un nombre de pas quelconque.

11.3.5 Problème 1

Comment supprimer ou amortir le plus rapidement possible les *oscillations angulaires* consécutives à une avance d'un pas ou à un arrêt.

11.3.6 Comportement à basse fréquence

Le comportement à basse fréquence dépend des conditions de position, relatives au pas, et de vitesse lors d'une commutation de phases. A l'instant de la commutation, le rotor et l'organe entraîné ont acquis une certaine énergie cinétique. Si la vitesse correspondante est positive, le pas suivant s'effectue sans difficulté. Si la vitesse est négative, le couple accélérateur, résultant de la différence entre le couple moteur et le couple résistant doit, en premier lieu, détruire l'énergie cinétique acquise. Dans ce cas, la con-

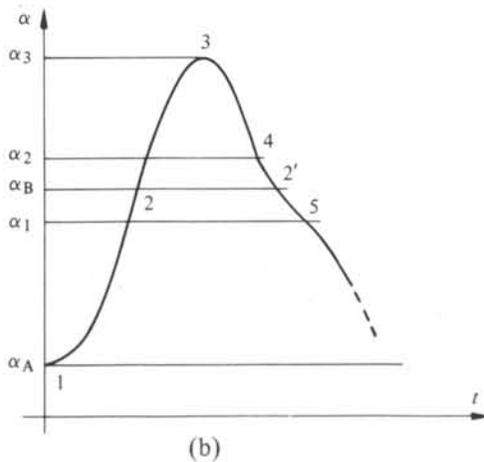
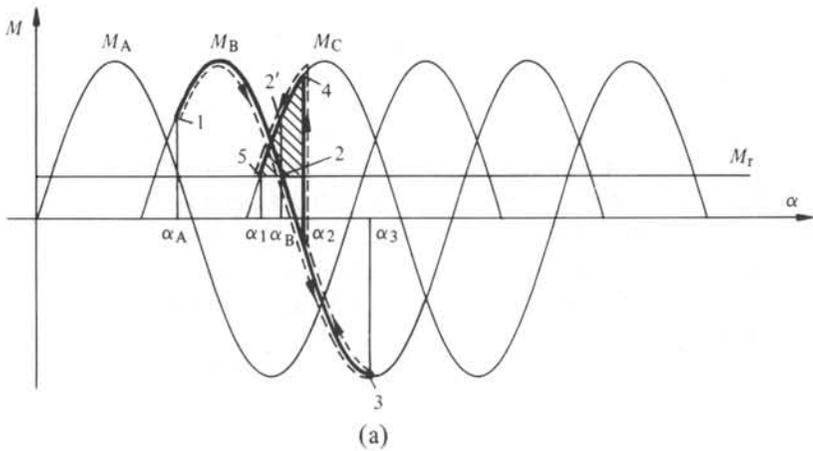


Fig. 11.21 Commutation de phase (B-C) en régime de vitesse négative. La position de départ correspond à l'angle α_A . L'amplitude maximum est α_3 .

dition de fonctionnement stable est la suivante (fig. 11.21) :

$$W_f = \int_{\alpha_2}^{\alpha_1} (M_m - M_r) d\alpha \quad (11.30)$$

$$W_f > W_c \quad (11.31)$$

Les grandeurs ci-dessus sont définies comme suit :

- W_f est l'énergie de freinage;
- W_c est l'énergie cinétique correspondant à la vitesse inverse;
- M_m est le couple moteur;
- M_r est le couple résistant;
- α_1 est l'angle correspondant à un couple accélérateur nul;
- α_2 est l'angle de commutation.

Si la condition (11.31) n'est pas satisfaite, le moteur continue sa rotation en sens inverse. Le fonctionnement synchrone n'est donc plus réalisé.

11.3.7 Domaine instable

La simulation du comportement dynamique à basse fréquence permet de déterminer les instants ou positions de commutation conduisant à une perte de synchronisme. Les limites correspondent à l'égalité des énergies cinétique à la vitesse inverse et de freinage. Trois cas peuvent se présenter, selon le taux d'amortissement :

- si le frottement statique ou dynamique est important, la condition (11.3) est toujours satisfaite; il n'y a pas de domaine instable;
- pour une atténuation moyenne de l'amplitude d'oscillation, une zone instable peut apparaître dans le premier domaine de vitesse négative (fig. 11.22);
- pour un frottement faible, plusieurs domaines de fréquence instable peuvent apparaître lorsque la vitesse est négative et l'écart d'amplitude relatif à la position d'équilibre est important (fig. 11.23).

La durée t_p séparant deux commutations permet de définir la fréquence géométrique correspondante f_p (11.4) :

$$f_p = 1/t_p \quad (11.32)$$

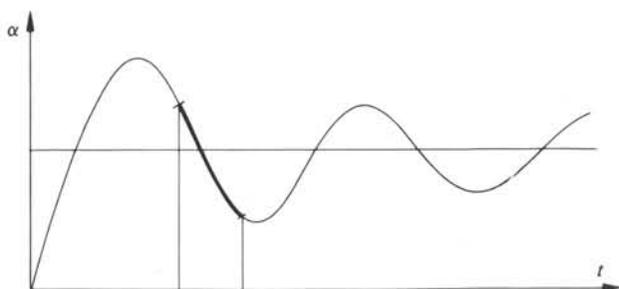


Fig. 11.22 Domaine de vitesse négative correspondant à une perte de synchronisme (en trait fort), lors d'une commutation.

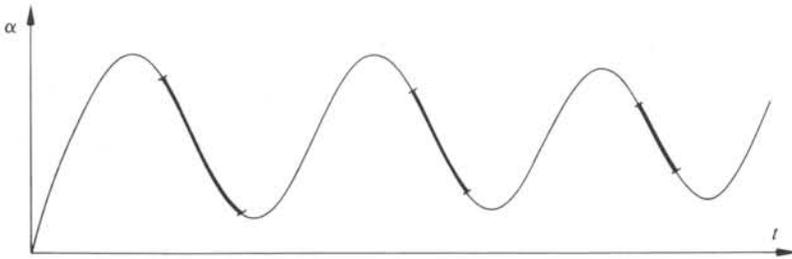


Fig. 11.23 Moteur présentant plusieurs domaines de vitesse négative correspondant à une perte de synchronisme (en trait fort), lors d'une commutation.

Ces domaines instables sont fonction de l'inertie entraînée, du couple résistant et des couples de frottement. Pour une inertie et des couples de frottement constants, la dépendance de la zone instable et du couple résistant évolue conformément à la figure 11.24.

L'amplitude à la fréquence nulle correspond à l'intersection des caractéristiques de couple de deux phases, M_0 (fig. 11.25).

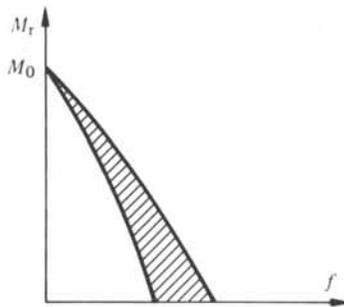


Fig. 11.24 Domaine instable à basse fréquence dans le plan couple résistant-fréquence.

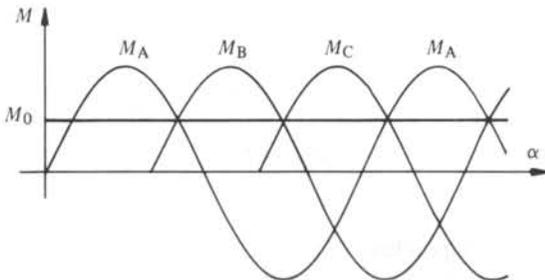


Fig. 11.25 Couple statique en fonction de la position pour un moteur triphasé (A, B, C).

11.3.8 Problème 2

Comment supprimer le ou les *domaines instables à basse fréquence* ?

11.3.9 Fréquence limite de démarrage

En accroissant progressivement la fréquence d'alimentation lors d'un démarrage, la commutation survient pour un angle parcouru toujours plus faible. Lorsque le couple accélérateur apparaissant après établissement du courant dans la phase commutée est négatif, le moteur ne peut plus accélérer, ni maintenir sa vitesse (fig. 11.26). Il y a alors perte de synchronisme. Le moteur ne peut plus assurer un démarrage suivi d'une accélération. On peut définir une fréquence limite de démarrage pour chaque valeur du couple résistant. Cette fréquence dépend également de l'inertie. La figure 11.27 décrit le lieu des fréquences limites de démarrage en fonction de la charge.

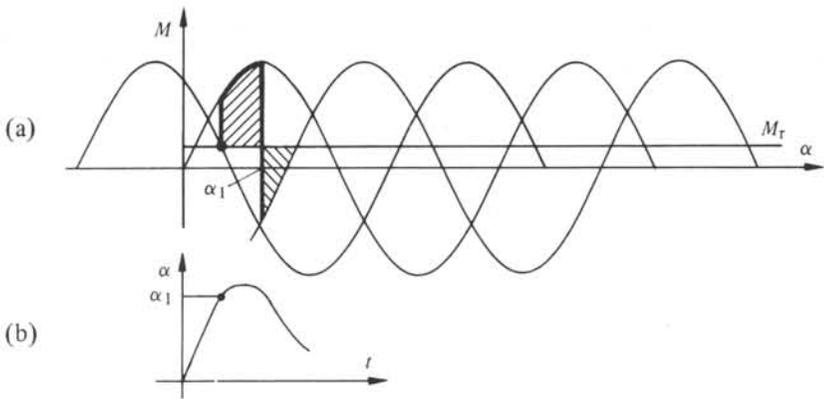


Fig. 11.26 Démarrage à fréquence trop élevée : (a) caractéristique de couple statique; α_1 , position de commutation; (b) évolution de la position.

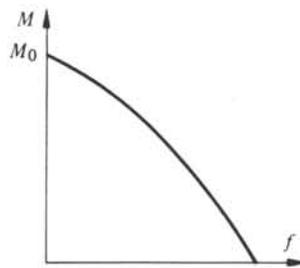


Fig. 11.27

11.3.10 Détermination approchée

La fréquence limite de démarrage peut être approchée en considérant un couple accélérateur moyen. L'équation de mouvement (5.1) devient :

$$I \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = M_a \approx M_{am} \quad (11.33)$$

La grandeur M_{am} est le couple accélérateur moyen.

Le second membre étant constant, on peut intégrer l'équation de mouvement, avec des conditions initiales de position et de vitesse nulles.

$$\alpha = \frac{M_{\text{am}} t^2}{2I} \quad (11.34)$$

Le temps pour franchir un pas vaut ainsi t_d avec :

$$t_d = \sqrt{\frac{2 \alpha_p I}{M_{\text{am}}}} \quad (11.35)$$

La fréquence correspondante f_d vaut alors :

$$f_d \approx \sqrt{\frac{M_{\text{am}}}{2 \alpha_p I}} \quad (11.36)$$

11.3.11 Problème 3

Comment accroître la *fréquence limite de démarrage* pour une charge et une inertie données ?

11.3.12 Possibilités d'accélération

Lorsqu'un moteur démarre en deçà de la fréquence limite de démarrage, il s'établit un équilibre entre le couple moteur moyen et le couple résistant. Si le couple résistant est inférieur au couple moteur moyen M_m défini entre les limites α_1 et α_2 (fig. 11.28), une réserve de couple existe. En accroissant progressivement la fréquence d'alimentation, la réserve de couple permet une augmentation progressive de l'énergie cinétique. On a la relation approchée suivante :

$$(M_m - M_r) \alpha_p > \Delta W_c \quad (11.37)$$

Dans cette relation, ΔW_c est l'accroissement d'énergie cinétique sur un pas.

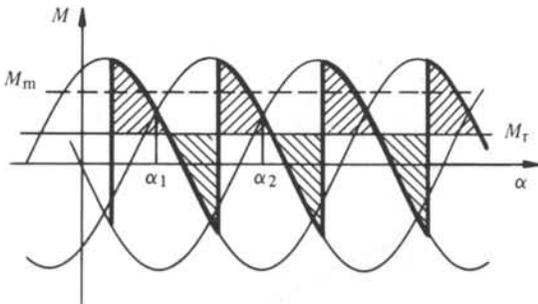


Fig. 11.28 Couple statique. En trait fort, couple instantané équilibrant le couple M_r .

11.3.13 Limites d'accélération et de fréquence absolue

La commutation de l'alimentation de la phase A à la phase B implique une évolution du courant. Dans la phase A le courant décroît et dans la phase B le courant

croît. L'inductance des phases étant fonction de la position, ces phénomènes ne sont pas rigoureusement exponentiels. On peut néanmoins définir une constante de temps moyenne. Lorsque la fréquence d'alimentation conduit à une période inférieure à trois fois cette constante de temps, le courant moyen décroît (fig. 11.29). Il en résulte une diminution du couple moteur moyen (fig. 11.30). En conséquence, la réserve possible d'énergie d'accélération, ΔW_c , diminue avec la fréquence.

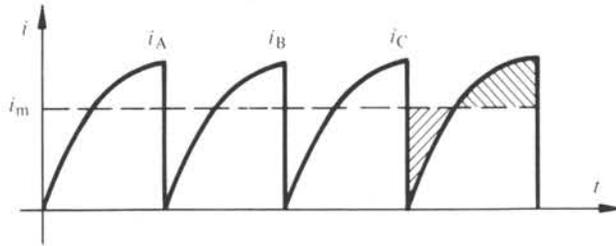


Fig. 11.29 Courant dynamique à fréquence élevée; i_m = courant moyen.

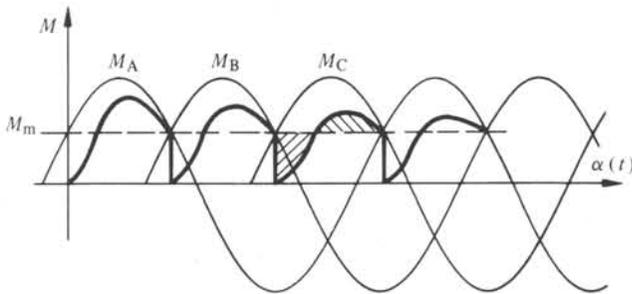


Fig. 11.30 Couple dynamique à fréquence élevée en fonction de la position, en trait fort; M_m = couple moteur moyen.

A la limite, lorsque le couple moteur moyen et le couple résistant sont égaux, il n'y a plus d'accélération possible. Le moteur a ainsi atteint la fréquence limite absolue. La figure 11.31 montre la dépendance de cette fréquence avec la charge. Cette frontière ne dépend pas de l'inertie.

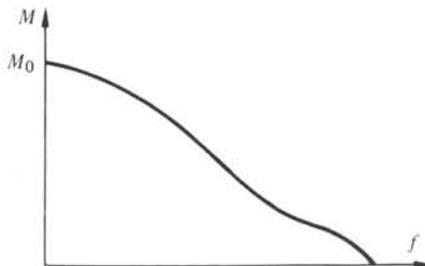


Fig. 11.31

11.3.14 Problème 4

Comment accroître la *fréquence limite absolue* ?

11.3.15 Problème 5

Comment assurer l'*accélération d'un moteur pas à pas* d'une fréquence inférieure à la limite de démarrage à une fréquence proche de la limite absolue ?

11.3.16 Freinage

Par symétrie avec le problème de démarrage, l'arrêt n'est possible qu'à partir d'une fréquence inférieure à une valeur limite permettant l'annulation sur un seul pas de l'énergie cinétique acquise. Compte tenu du caractère spécifique des frottements, le lieu des fréquences limites d'arrêt en fonction de la charge est distinct de celui des fréquences limites de démarrage. Il correspond généralement à des fréquences plus élevées (fig. 11.32). Avant tout arrêt, il s'agit de diminuer la fréquence jusqu'à une valeur inférieure à la fréquence limite d'arrêt.

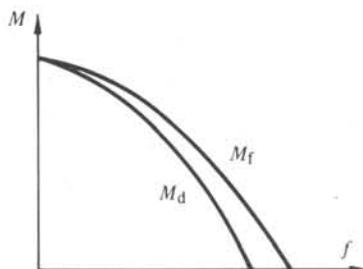


Fig. 11.32 Fréquences limites de démarrage (d) et de freinage (f) en fonction de la charge.

11.3.17 Problème 6

Comment assurer la *décélération d'un moteur pas à pas* d'une fréquence proche de la limite absolue à une valeur inférieure à la limite d'arrêt, tout en visant une position définie à l'avance ?

11.3.18 Domaines de fonctionnement

Sur la base des figures 11.24, 11.27, 11.31 et 11.32, il est possible de décrire les principaux domaines de fonctionnement d'un moteur pas à pas. Ils sont représentés à la figure 11.33. Les domaines 1 et 3 sont stables et permettent le démarrage sur un pas. Le domaine 2 est instable. Le domaine 4 est possible, après un démarrage dans le domaine 3 et une accélération progressive. Le domaine 5 est impossible. Le domaine 3' est l'homologue du domaine 3, relatif à l'arrêt sur un pas.

11.3.19 Instabilités dynamiques

Pour des fréquences élevées correspondant au domaine 4 de la figure 11.33, la plupart des moteurs peuvent présenter une instabilité dynamique. Celle-ci se traduit par une oscillation à basse fréquence autour de la vitesse moyenne correspondant à

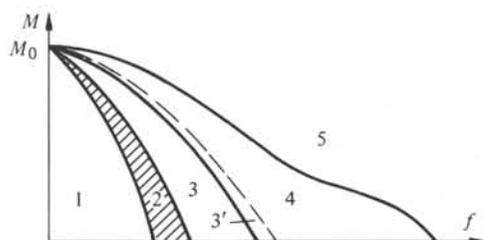


Fig. 11.33 Domaines de fonctionnement d'un moteur pas à pas.

la fréquence d'alimentation (fig. 11.34). Cette oscillation présente une périodicité de quelques dizaines à plusieurs centaines de pas. Elle peut être mise en évidence par une simulation dynamique. Compte tenu de la contre-réaction de la position et du mouvement sur le courant, cette oscillation se traduit par une instabilité de l'amplitude du courant mesuré par un oscilloscope (fig. 11.35). Le phénomène est amorcé par toute irrégularité de fonctionnement ou de construction. Comme il se produit à basse fréquence, son amortissement est peu marqué. Il peut se produire un accroissement de l'amplitude d'oscillation provoquant un décrochement du moteur. Ceci se traduit parfois par une anomalie de la caractéristique de fréquence limite absolue (fig. 11.36).

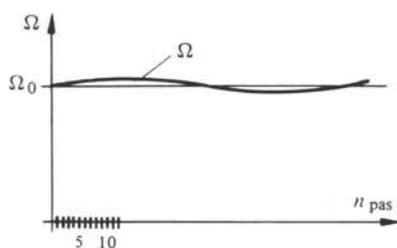


Fig. 11.34 Oscillation dynamique de vitesse autour de la vitesse synchrone.

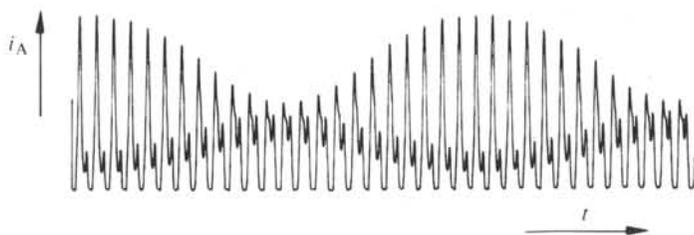


Fig. 11.35 Courant d'une phase en régime d'oscillation dynamique. Moteur pas à pas réductant triphasé (§ 11.14.1).

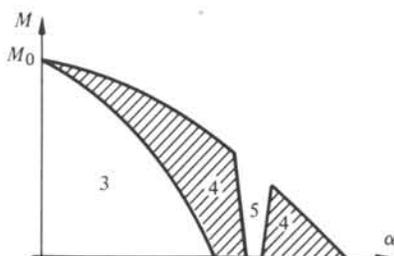


Fig. 11.36

11.3.20 Problème 7

Comment supprimer les *instabilités dynamiques* de vitesse d'un moteur pas à pas ?

11.3.21 Améliorations

Pour un moteur de type déterminé, toute amélioration du comportement implique une action sur l'un des éléments constitutifs suivants :

- le moteur,
- l'alimentation,
- la commande.

Dans les sections suivantes, les principales solutions, portant sur ces trois composants, seront examinées dans le but de résoudre les sept problèmes mis en évidence.

En première étape, l'alimentation et certaines améliorations y relatives seront décrites (sect. 11.4). Dans les sections ultérieures (sect. 11.5 à 11.9), les solutions possibles aux principaux problèmes seront examinées. La section 11.10 s'attache à une technique particulière faisant intervenir l'interaction de la commande et du moteur.

11.4 ALIMENTATION

11.4.1 Exigences

L'alimentation a pour but d'appliquer la tension successivement aux bornes des diverses phases du moteur. Elle doit assurer l'enclenchement d'un bobinage sur ordre de la commande. Elle doit également assurer la coupure du courant.

Certains moteurs atteignent des fréquences de l'ordre de 20 000 pas par seconde. Ces enclenchements et déclenchements successifs doivent alors s'effectuer à un rythme de plusieurs kHz.

Une telle alimentation doit fréquemment présenter un bon rendement. Plus que le bilan énergétique, c'est l'aspect thermique qui peut être prépondérant. Le choix des composants assurant la commutation est déterminant pour les performances.

11.4.2 Solution de principe

La solution à la base de toute alimentation comprend des transistors fonctionnant alternativement en régime saturé (conduction) et bloqué (chap. VII.5). Ils sont commandés par un aiguillage logique attaquant la base des transistors (fig. 11.37).

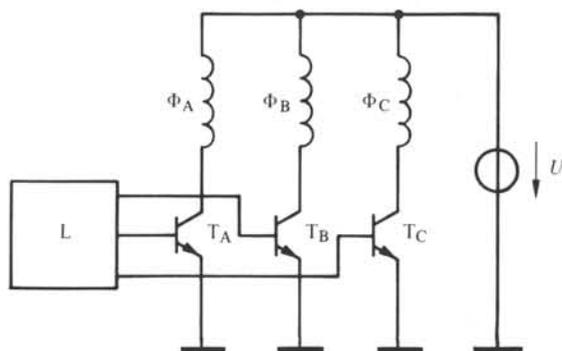


Fig. 11.37 Alimentation de base d'un moteur triphasé; Φ phase du moteur; T transistor d'alimentation; U source de tension; L commande logique.

11.4.3 Circuit d'extinction

Pour le montage de la figure 11.37, le blocage d'un transistor a pour conséquence l'apparition d'une surtension à ses bornes. Il peut alors se produire un claquage. Afin d'éviter un tel défaut, un circuit d'extinction est indispensable. Sous sa forme la plus simple, il comprend un circuit en parallèle avec chaque bobinage (fig. 11.38). Une diode assure le blocage du courant dans celui-ci lorsque la phase est alimentée (fig. 11.39). Elle permet la décroissance progressive du courant après blocage du transistor correspondant (fig. 11.40). La figure 11.41 montre l'allure des courants d'une phase au cours de ces divers régimes.

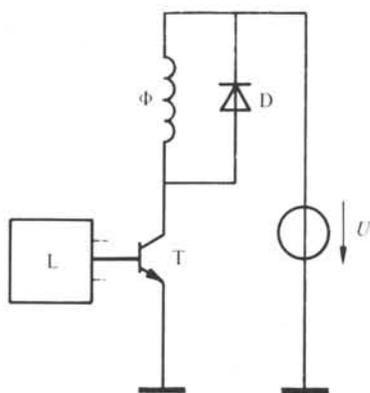


Fig. 11.38

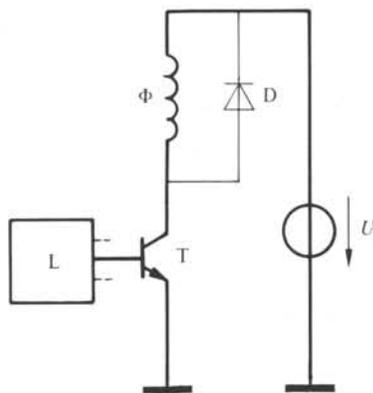


Fig. 11.39

11.4.4 Accroissement du gain

Pour accroître le gain des transistors d'alimentation, on recourt fréquemment au montage Darlington (vol. VIII). La figure 11.42 illustre l'utilisation de cette technique pour l'alimentation d'un moteur triphasé, avec son circuit d'extinction.

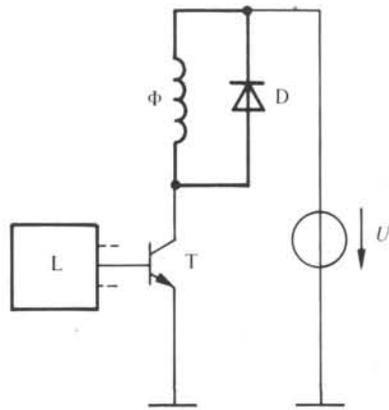


Fig. 11.40

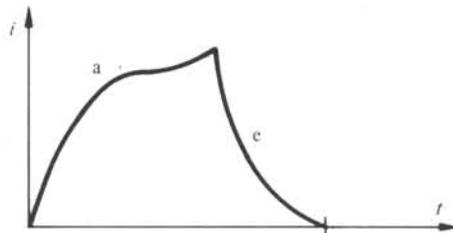


Fig. 11.41 Evolution du courant au travers d'une phase : a, régime alimenté; e, régime d'extinction.

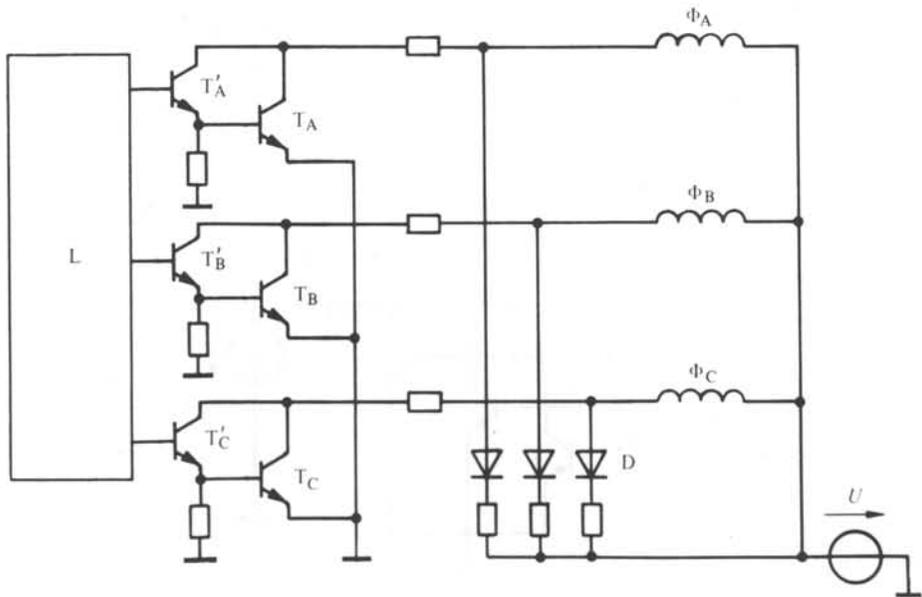


Fig. 11.42 Alimentation d'un moteur triphasé par un montage Darlington, avec circuit d'extinction.

11.4.5 Résistance d'extinction

Lors d'une commutation de phases, le courant s'éteint avec une constante de temps dépendant de l'inductance moyenne du bobinage et de sa résistance. Selon la fréquence, il peut être intéressant de diminuer cette constante de temps. Ceci peut être obtenu par l'introduction d'une résistance dans le circuit d'extinction. La figure 11.43 montre un exemple de montage de cette technique. Le choix de la résistance résulte d'un compromis entre la réduction de la constante de temps et la limitation de la surtension de blocage.

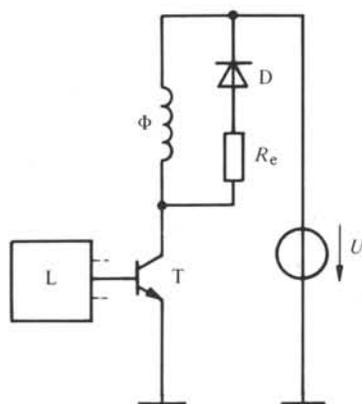


Fig. 11.43

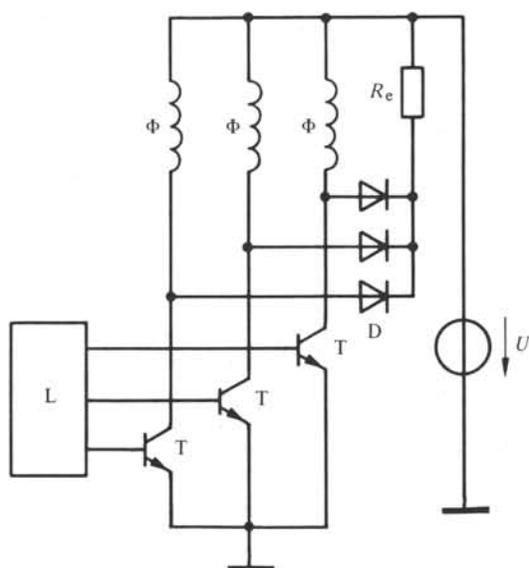


Fig. 11.44 Alimentation d'un moteur triphasé avec une résistance d'extinction commune.

En variante, une seule résistance d'extinction peut être utilisée pour toutes les phases d'un moteur. On obtient ainsi le montage de la figure 11.44. Il s'ensuit un certain couplage électrique des phases en régime d'extinction.

11.4.6 Résistance d'extinction non linéaire

Les qualités du circuit d'extinction peuvent être améliorées par l'introduction d'une résistance non linéaire. La solution la plus fréquente consiste à remplacer la résistance d'extinction par une diode Zener (chap. VII.4), (fig. 11.45). On obtient ainsi l'allure du courant d'extinction de la figure 11.46.

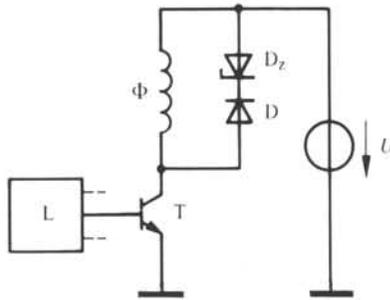


Fig. 11.45

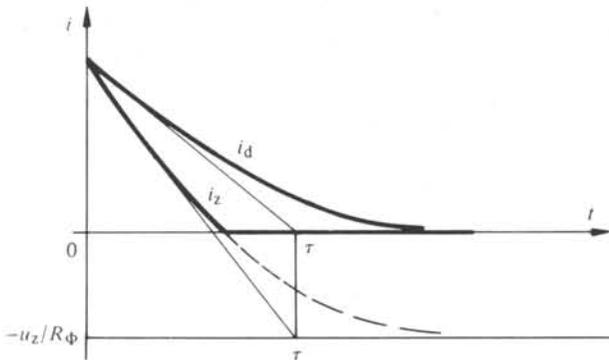


Fig. 11.46 Comparaison des courants d'extinction avec une diode (i_d) et avec une diode Zener (i_z); u_z = tension Zener.

11.4.7 Alimentation bipolaire

Pour un moteur comportant un aimant permanent, une alimentation de caractère bipolaire est nécessaire. Deux solutions sont généralement utilisées dans ce cas :

- chaque phase est dédoublée. L'un des bobinages est alimenté dans un sens et l'autre en sens inverse (fig. 11.47). Si cette solution n'est pas très rationnelle en ce qui concerne l'utilisation des matériaux, elle présente l'avantage de permettre des fréquences plus élevées. Un moteur de m phases bipolaires est ainsi remplacé par un moteur de $2m$ phases unipolaires;

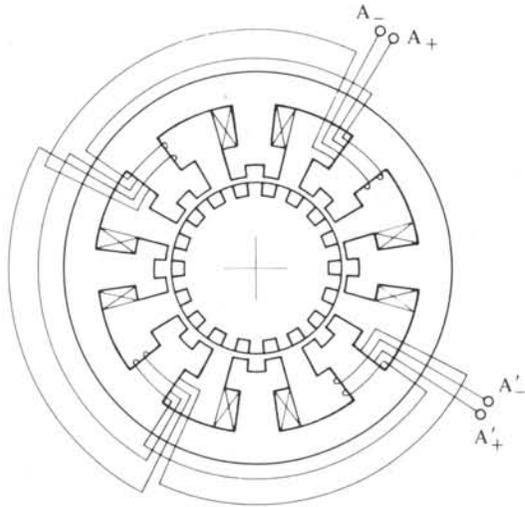


Fig. 11.47 Moteur réluctant polarisé comprenant 4 phases unipolaires. La phase $A_- - A'_-$ génère un flux opposé à la phase $A_+ - A'_+$.

- une véritable alimentation bipolaire assure la circulation du courant dans les deux sens. On doit recourir à un montage en H selon le principe de la figure 11.48. Les transistors 1 et 3 sont saturés ou bloqués simultanément. Inversement, les transistors 2 et 4 sont bloqués ou saturés simultanément. La figure 11.49 montre la disposition des diodes des circuits d'extinction. La figure 11.50 décrit la circulation du courant consécutive au blocage des transistors 1 et 3.

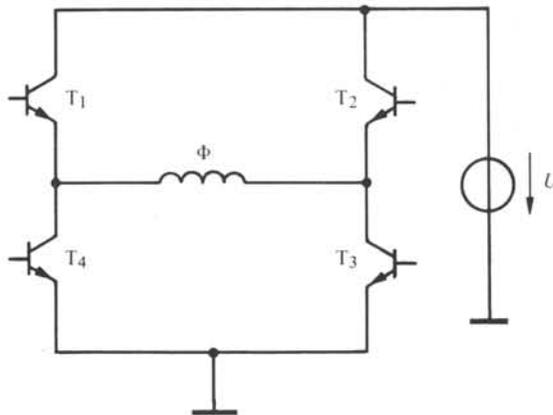


Fig. 11.48 Alimentation bipolaire en H : principe

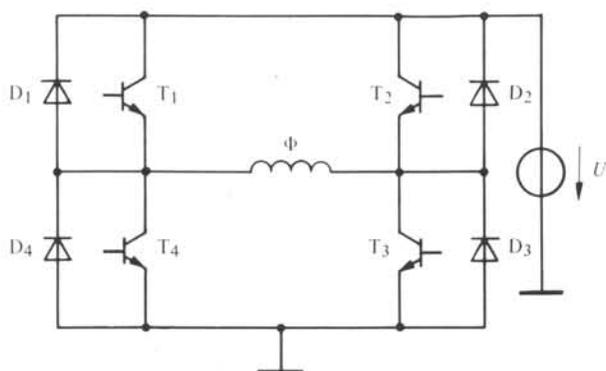


Fig. 11.49 Alimentation bipolaire en H, avec circuits d'extinction.

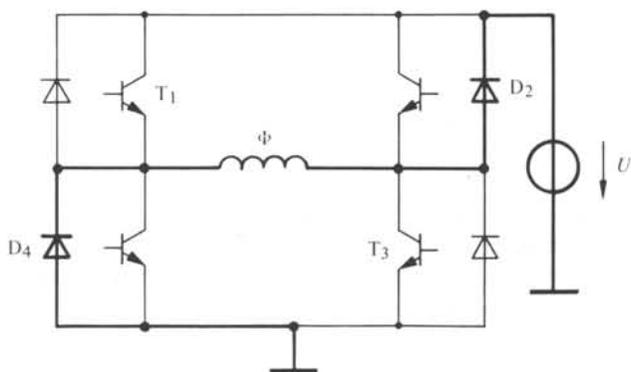


Fig. 11.50

11.5 AMÉLIORATIONS À BASSE FRÉQUENCE

11.5.1 Problèmes 1 et 2

Les problèmes 1 et 2 exposés aux paragraphes 11.3.5 et 11.3.8 découlent du même phénomène. Il s'agit de l'oscillation angulaire consécutive à l'accumulation d'énergie cinétique à la suite d'un déplacement. La suppression des oscillations ou l'introduction d'un amortissement efficace permet également l'élimination de la zone de vitesse négative susceptible de conduire à un phénomène d'instabilité.

En conséquence, on traitera simultanément des solutions à ces deux problèmes au cours des paragraphes suivants.

11.5.2 Amortissement par frottement

Ainsi que le montre l'expression (11.22), un frottement visqueux permet l'amortissement des oscillations. Il en va de même pour un frottement sec ou pour un amortissement par un phénomène d'induction (§ 5.2.6). Une première solution consiste donc à accroître les phénomènes de frottement.

11.5.3 Amortissement par le rotor

Les pertes fer et les pertes Joule, résultant d'un phénomène d'induction, ont un effet amortisseur. L'énergie correspondante est prélevée en partie sur l'énergie cinétique. Une solution consiste donc à renforcer les phénomènes d'induction apparaissant au rotor. Le remplacement d'un rotor formé d'un empilage de tôles par un rotor en acier massif, conducteur, est une première possibilité.

Une solution plus efficace consiste à adjoindre un bobinage en court-circuit au rotor (fig. 11.51).

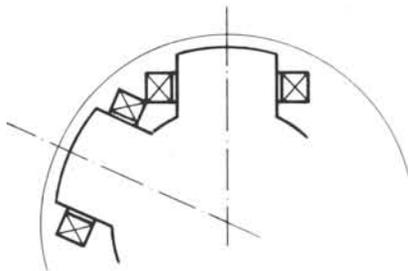


Fig. 11.51 Spires en court-circuit associées aux dents rotoriques.

A nouveau, si cette technique est favorable pour une fréquence donnée, elle présente des inconvénients sérieux à haute fréquence. En effet, il se produit un phénomène d'amortissement accru du courant lors de l'enclenchement d'une phase. Il en résulte une diminution des performances à haute fréquence.

11.5.4 Amortissement par le stator

Un amortissement par l'intermédiaire d'un bobinage statorique auxiliaire est également possible. Il est généralement plus efficace qu'un amortissement par courants induits au rotor (§ 11.5.3).

Une première possibilité consiste à dédoubler le bobinage statorique et à court-circuiter une partie de celui-ci.

En variante, il est possible d'alimenter ce bobinage auxiliaire par un courant continu. On obtient ainsi un amortissement plus efficace.

L'avantage de cette technique réside dans la possibilité de suppression de l'effet du bobinage auxiliaire pour des fréquences élevées. En contrepartie, l'augmentation du volume de cuivre implique un accroissement du volume total du moteur.

11.5.5. Amortissement par commutation

Les solutions qui suivent portent sur l'utilisation de la commande. La première consiste en une commutation de phases lors du dernier pas, de façon à assurer un freinage. L'énergie cinétique est détruite par l'enclenchement d'une phase créant un couple négatif. Les figures 11.52 et 11.53 illustrent le principe de cette technique. L'ordre de succession des phases est défini par la figure 11.52. La position d'arrêt est définie par la phase C. La phase précédente (B) est réenclenchée dans un domaine de couple négatif. La phase C est à nouveau commutée peu avant la position d'équilibre stable.

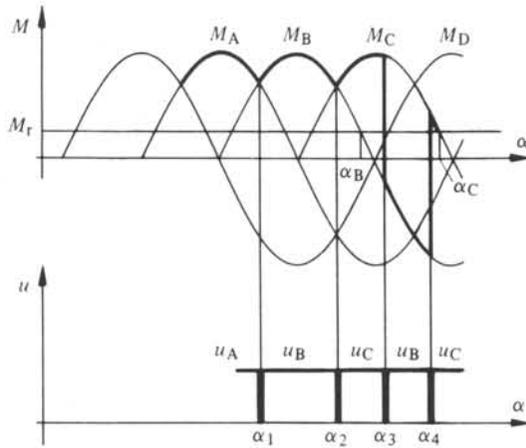


Fig. 11.52 Positions de commutation des phases lors d'un amortissement des oscillations à l'arrêt.

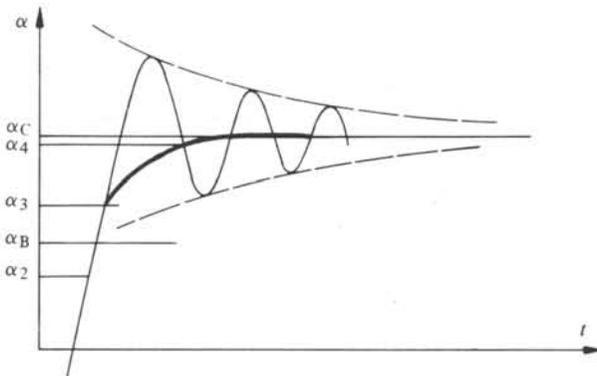


Fig. 11.53 Comportement dynamique à l'arrêt avec et sans amortissement par commutation.

Le coup de frein ainsi imposé accroît la durée de franchissement du pas mais peut pratiquement supprimer toute oscillation. Cette technique est désignée en langue anglaise par le terme de “bang-bang”.

11.5.6 Amortissement par retard à la commutation

Lors d'un déplacement de plus d'un pas, un effet semblable à la technique bang-bang peut être obtenu en retardant la dernière commutation de phases (fig. 11.54 et 11.55). L'alimentation de la phase précédant l'arrêt est prolongée jusque dans le domaine du couple négatif. Au lieu d'intervenir pour l'angle α_1 , la commutation est retardée jusqu'en α_3 . L'intervalle entre α_0 et α_3 correspond à un effet de freinage.

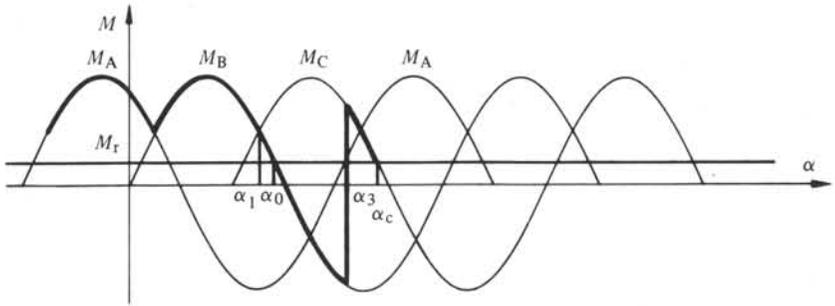


Fig. 11.54 Position de commutation de phases lors d'un amortissement des oscillations par retard à la commutation.

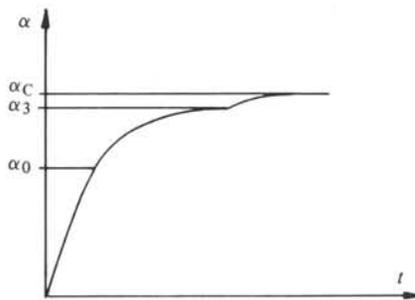


Fig. 11.55 Evolution de la position lors d'un freinage par retard à la commutation.

11.5.7 Amortissement par superposition de phases

Le même effet de freinage peut être obtenu par l'alimentation simultanée de deux phases. Dans le cas particulier, il s'agit des phases A et B. Selon le niveau des courants traversant ces deux phases, n'importe quel point d'équilibre intermédiaire entre

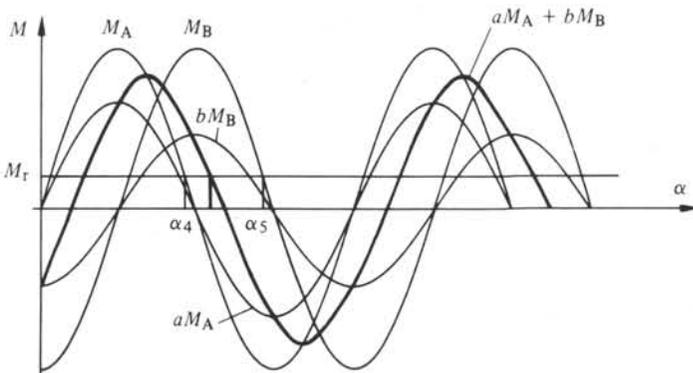


Fig. 11.56 Déplacement de la position d'équilibre stable par superposition de phases.

les positions α_4 et α_5 peut être obtenu (fig. 11.56). En imposant la vitesse de déplacement de ce point de façon continue ou par sauts, il est possible d'obtenir un freinage progressif et de supprimer les oscillations (fig. 11.57).

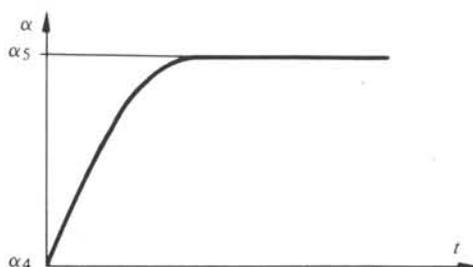


Fig. 11.57

11.5.8 Avantages et inconvénients des techniques liées à la commande

Les techniques d'amortissement liées à la commande, décrites aux paragraphes 11.5.5 à 11.5.7, présentent l'avantage d'un bon rendement et d'une bonne reproductibilité. L'efficacité est très grande.

En revanche, la qualité de l'amortissement est très fortement influencée par une variation d'inertie ou de charge (fig. 11.58). Cette dispersion peut être réduite en remplaçant une commutation temporisée par une commutation asservie en position.

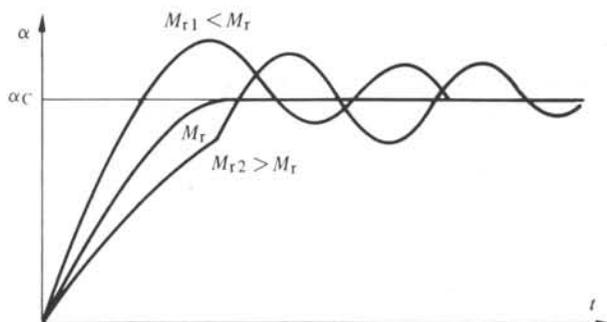


Fig. 11.58 Evolution de l'amortissement à l'arrêt en fonction du couple résistant.

11.5.9 Amortissement par le circuit d'extinction

Diverses solutions recourant à l'action du circuit d'extinction permettent un amortissement des oscillations. On peut énumérer les techniques suivantes :

- fermeture du circuit d'extinction par un dispositif permettant la circulation du courant dans deux sens. Cette technique convient bien pour des moteurs polarisés ou pour des moteurs réluctants présentant une inductance mutuelle importante entre phases. L'énergie cinétique d'oscillation est détruite sous forme de pertes Joule dans le circuit d'extinction;

- augmentation de la constante de temps naturelle d'extinction par l'introduction d'une inductance auxiliaire. La phase en régime d'extinction assure un effet de freinage.

Dans les deux cas, une modification du circuit d'extinction est nécessaire pour un fonctionnement à plus haute fréquence.

11.6 AMÉLIORATION DES PERFORMANCES AU DÉMARRAGE

11.6.1 Rappel : problème 3

Tout moteur pas à pas est caractérisé par une fréquence limite de démarrage, au-delà de laquelle le moteur reste arrêté ou perd rapidement son synchronisme. Cette fréquence est fonction du couple résistant et de l'inertie entraînée. Tout accroissement de cette limite permet de réduire la durée du démarrage ou du freinage.

11.6.2 Possibilités d'action

Par la relation (11.36), on constate que le seul degré de liberté permettant d'agir sur cette fréquence est le couple accélérateur, donc le couple moteur. Le pas et l'inertie sont généralement imposés par la charge. Seule, l'introduction d'un élément réducteur ou multiplicateur permet de modifier simultanément ces deux grandeurs et d'étendre la plage d'application de certains moteurs.

Toute solution visera donc à accroître le couple accélérateur sans changer de type de moteur.

11.6.3 Accroissement momentané de la tension

Selon le type de moteur, le couple est proportionnel au carré du courant (moteur réductant) ou au courant (moteur électromagnétique ou réductant polarisé). Tout accroissement de ce courant permet donc d'augmenter le couple. Pratiquement, cet effet est réalisé par un survolage passager du moteur.

Deux phénomènes en limitent l'emploi :

- l'échauffement accru qui en résulte,
- la saturation qui atténue progressivement l'accroissement possible.

Dans le cadre du paragraphe 11.8.9, on constatera que cet accroissement par surintensité apparaît implicitement dans presque tous les cas d'alimentation, lorsqu'il y a avance à l'allumage.

11.6.4 Superposition de phases

En alimentant simultanément deux phases, le couple résultant est la somme (sans saturation) des couples partiels. La valeur moyenne est ainsi augmentée (fig. 11.59).

Toute combinaison intermédiaire (entre la non-superposition et la superposition complète) dans la séquence d'alimentation de phases est également possible. L'échauffement résultant de cette technique est accru par rapport à une séquence sans superposition.

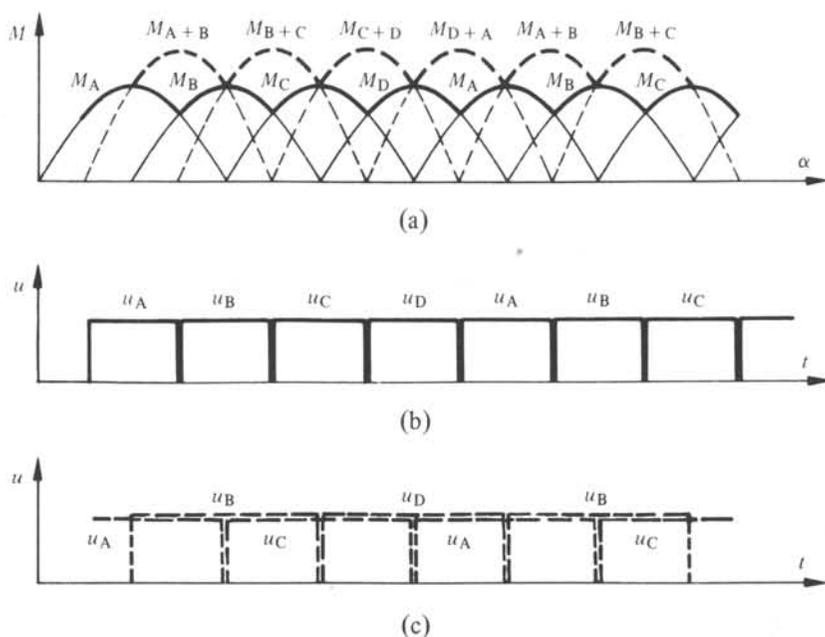


Fig. 11.59 Principe de superposition de phases. (a) couples statiques; en trait plein, couples sans superposition; (b) séquence des tensions de phases sans superposition; (c) séquence des tensions avec superposition.

Selon l'importance des inductances mutuelles entre phases, cette technique devra parfois être modifiée en fonction de la fréquence. Ce point sera abordé plus en détail au paragraphe 11.9.7.

11.7 ACCÉLÉRATION ET DÉCÉLÉRATION

11.7.1 Rappel : problèmes 5 et 6

Pour assurer un transfert de position en un temps minimum ou pour imposer une fréquence élevée déterminée, une phase transitoire d'accélération est indispensable. Inversement, une période de décélération est nécessaire afin d'assurer un arrêt sur un seul pas. Malgré le caractère symétrique de ces deux problèmes, la décélération est plus délicate. Il est en effet indispensable d'effectuer cette opération tout en visant un point précis.

11.7.2 Fonctionnement en circuit ouvert

En circuit ouvert, l'accélération et la décélération sont assurées en imposant une rampe de fréquence en fonction du temps ou de la position. Afin d'assurer un fonctionnement synchrone, le gradient de ces rampes devra correspondre au cas le plus défavorable, lié à la plus grande inertie et au couple résistant le plus élevé (démarrage) ou le plus faible (freinage).

11.7.3 Décélération

La décélération doit intervenir avec une marge de sécurité suffisante, quel que soit le régime établi. Au moyen d'un compteur-décompteur assurant la comparaison entre le nombre de pas parcourus et le nombre de pas à parcourir, il s'agit de déclencher le processus de décélération suffisamment tôt. Le dernier pas (fig. 11.60) doit être parcouru à une fréquence interne au domaine $3'$ de la figure 11.33. Lorsque la fréquence précédant la phase de décélération est plus basse, la marge de sécurité peut être diminuée en conséquence. La figure 11.61 illustre diverses séquences de démarrage et de freinage correspondant à un nombre de pas total variable.

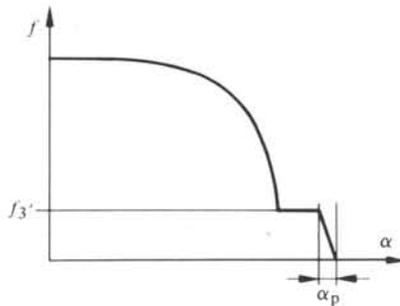


Fig. 11.60 Courbe de décélération avec palier à la fréquence limite d'arrêt.

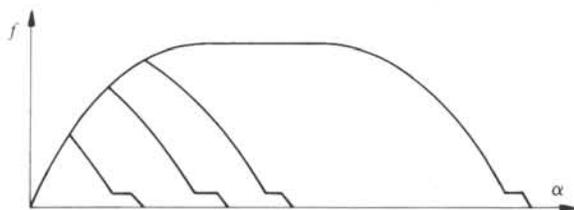


Fig. 11.61 Séquences de transfert de position.

11.8 AMÉLIORATION DE LA FRÉQUENCE LIMITE ABSOLUE

11.8.1 Rappel : problème 4

La fréquence limite d'un moteur pas à pas et d'une charge donnée est atteinte lorsque le couple moteur dynamique moyen est égal au couple résistant. Ce couple maximum diminue avec la fréquence, par suite de la diminution du courant moyen, liée à la constante de temps des bobinages (§ 11.3.13). On peut également signaler l'accroissement des pertes par courants de Foucault et par hystérésis dans les circuits ferromagnétiques, qui agissent dans le même sens.

Toute amélioration des performances d'un moteur pas à pas devra porter sur la réduction des constantes de temps réelles ou apparentes des bobinages. Elle peut également porter sur la réduction des pertes dans le fer.

11.8.2 Solutions possibles

Comme pour la plupart des problèmes, les solutions peuvent porter sur le moteur, l'alimentation ou la commande.

L'action sur le moteur consiste en une diminution des constantes de temps des enroulements. Celle-ci n'est possible que dans une mesure limitée, car elle conduit généralement à une diminution correspondante du couple moteur.

L'action par l'alimentation permet une réduction des constantes de temps apparentes du moteur. Elle peut être très efficace.

L'action par la commande peut être double. Elle permet de limiter l'effet du retard de l'établissement du courant sur le couple. Elle peut également diminuer l'instabilité dynamique (sect. 11.9) qui abaisse la limite de fréquence.

Chacune de ces trois actions sera examinée isolément.

11.8.3 Action par le moteur

La diminution des constantes de temps du moteur implique la réduction des inductances propres ou l'augmentation des résistances du bobinage. L'augmentation des résistances internes de l'enroulement n'a pas grand sens, car elle implique un accroissement de l'échauffement du moteur. Il en résulte une réduction de la capacité d'utilisation du moteur.

La diminution de l'inductance, ou plus exactement de la perméance du moteur, entraîne une réduction des couples (2.62). Il s'agit donc de réaliser un compromis entre les actions sur le couple électromagnétique et celles sur la constante de temps, de façon à réaliser des performances optimales à haute fréquence. Cette action peut se faire par le biais de l'entrefer ou de la géométrie des zones à réluctance variable.

C'est principalement le choix du type de moteur qui permet d'obtenir une constante de temps plus ou moins grande. De façon générale, un moteur électromagnétique présente des constantes de temps plus faibles qu'un moteur réluctant ou réluctant polarisé. En effet, le flux d'excitation du premier se referme principalement au travers d'un aimant, peu perméable.

11.8.4 Améliorations par l'alimentation

La limitation de fréquence est essentiellement liée à une diminution du courant moyen, par suite de l'accroissement de l'importance, relative à la durée du pas, de la constante de temps d'établissement du courant (§ 11.3.13). Toute amélioration par le biais de l'alimentation a pour but d'accroître la tension aux bornes de la phase, en fonction de la fréquence. Il s'agit, idéalement, de transformer la source de tension en une source de courant. Deux moyens principaux permettent d'y parvenir :

- le recours à une source de tension à deux niveaux,
- le recours à un hacheur.

Pour mémoire, il sera également fait mention de la possibilité d'introduire une résistance en série permettant de diminuer la constante de temps apparente.

11.8.5 Introduction d'une résistance en série

Le recours à une résistance en série avec la source (fig. 11.62) permet d'abaisser la constante de temps apparente. Afin de compenser la chute de tension qui en résulte,

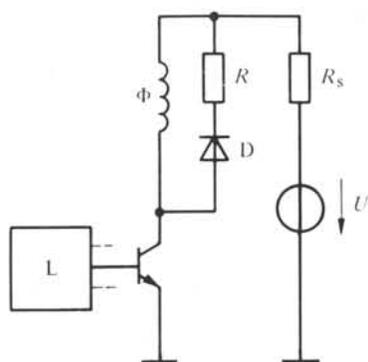


Fig. 11.62 Alimentation avec résistance série R_s .

un survoltage correspondant doit être introduit. Ceci se fait au détriment du rendement. Cette solution, bien qu'efficace, n'est pas rationnelle sur le plan énergétique. A la limite, elle assure effectivement la transformation de la source de tension en une source de courant.

11.8.6 Alimentation par un hacheur : principe

L'alimentation par un hacheur recourt à une source de tension de niveau élevé, telle que la relation suivante soit satisfaite :

$$I_1 = U_1 / R_\Phi \gg I_N \quad (11.38)$$

Dans cette relation, I_N représente le courant nominal du moteur. La figure 11.63 illustre le principe de fonctionnement du hacheur pour une fréquence de commutation des phases relativement basse. Dès que le courant de phase atteint le niveau $I_N + \Delta I$, la phase correspondante est coupée de la source et placée en régime d'extinction. Dès que le courant atteint le niveau $I_N - \Delta I$, la source est à nouveau branchée sur la phase. On obtient ainsi un courant oscillant entre deux valeurs limites. Dès que la fréquence des pas devient très élevée, la source ne peut plus atteindre le niveau $I_N + \Delta I$ et se comporte comme une alimentation conventionnelle.

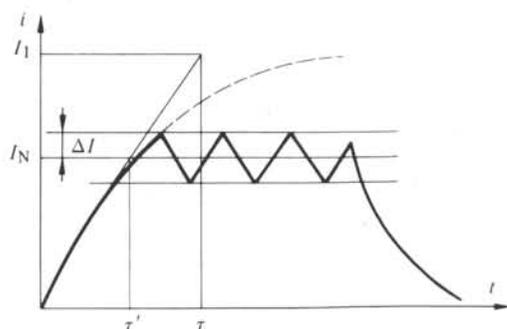


Fig. 11.63 Evolution du courant de phase avec une alimentation par un hacheur.

Une telle alimentation nécessite un dispositif de mesure du courant. La constante de temps apparente d'établissement du courant est approximativement réduite dans le rapport suivant, relativement à une alimentation à tension U_0 :

$$\tau' = \frac{U_0}{U_1} \tau = \frac{R_\Phi I_N}{U_1} \tau \quad (11.39)$$

Une variante consistant à imposer une fréquence de hachage est très fréquemment introduite.

11.8.7 Alimentation par un hacheur : réalisation pratique

La figure 11.64 présente un exemple de montage d'une alimentation à hacheur. Les grandeurs suivantes sont représentées sur ce circuit :

- la source de tension U_1 ;
- le transistor de commutation de phase T_Φ ;
- la logique de commande L ;
- la bobine de phase Φ ;
- le transistor de hachage T_h ;
- la diode d'extinction en régime de hachage D_h ;
- la diode d'extinction de phase D ;
- la résistance de mesure du courant de phase R_m ;
- la logique de mesure L_m .

Les figures 11.65 et 11.66 montrent la circulation du courant dans le montage en régime d'alimentation et d'extinction, lors du fonctionnement en hacheur. La figure 11.67 représente la circulation du courant en régime d'extinction, lors d'une coupure de phase.

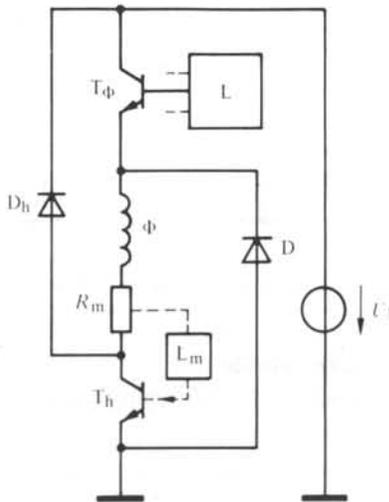


Fig. 11.64 Source de type hacheur.

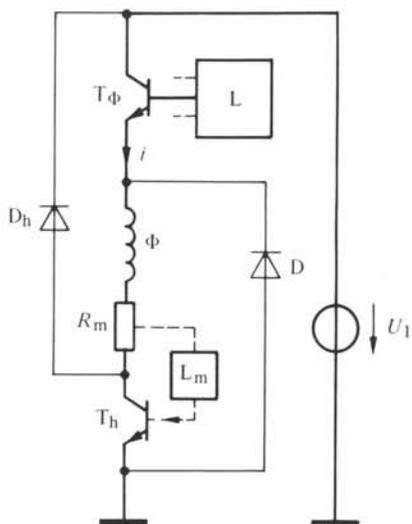


Fig. 11.65 Hacheur en régime d'alimentation.

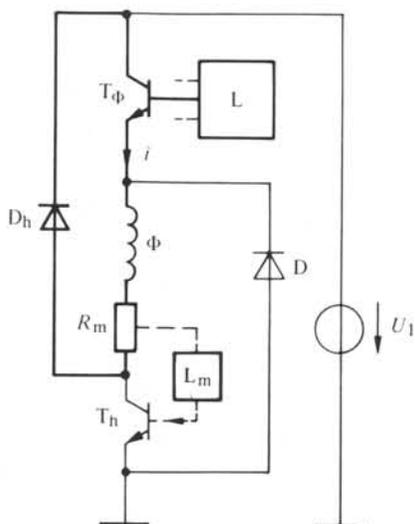


Fig. 11.66 Hacheur en régime d'extinction.

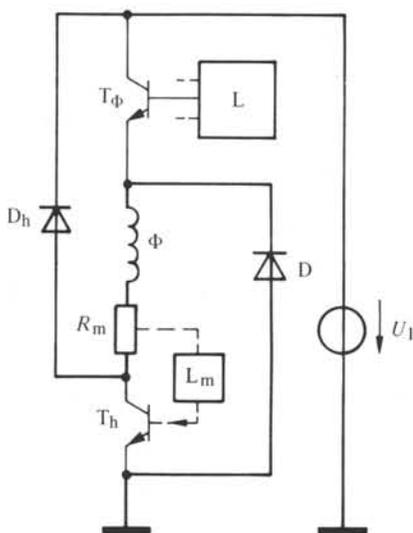


Fig. 11.67 Hacheur en régime d'extinction lors de la coupure de la phase.

11.8.8 Améliorations par la commande

La fréquence limite absolue est conditionnée par deux phénomènes distincts (§ 11.3.13 et 11.3.19) :

- le premier correspond à la diminution du courant moyen avec la fréquence, inhérente à la constante de temps d'établissement du courant. Une action par la commande permet également de diminuer les effets de cette constante de temps;

- le second correspond à une oscillation dynamique autour de la vitesse synchrone pouvant provoquer un décrochement du moteur. Les améliorations spécifiques seront examinées à la section 11.9.

11.8.9 Technique d'avance à l'allumage

Les figures 11.29 et 11.30 ont mis en évidence l'abaissement du courant moyen et du couple moteur avec la fréquence. Cet effet a été décrit pour une commutation de phases, en position fixe, relativement au pas, correspondant à l'égalité des couples statiques à courant nominal pour deux phases consécutives. Une avance de la position de commutation (fig. 11.68) peut conduire à un accroissement de la valeur moyenne du couple. En effet, le courant s'établit plus tôt et permet d'atteindre plus rapidement une valeur de couple importante. De plus, le courant s'éteint également plus tôt relativement à la position et permet d'éviter l'apparition d'une composante de couple négative sur cette phase.

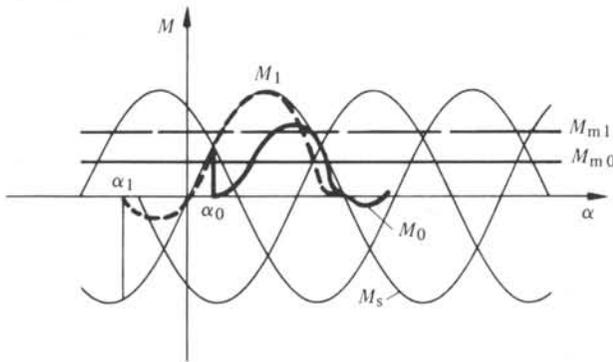


Fig. 11.68 Couples statique (trait fin) et dynamique à fréquence élevée en fonction de la position pour un pas; M_{m0} = couple moyen dynamique pour une commutation en α_0 ; M_{m1} = couple moyen dynamique pour une commutation avec avance à l'allumage en α_1 ; M_s = couple statique.

Par ailleurs, on peut remarquer qu'un phénomène favorable apparaît au niveau des tensions induites, lors d'une avance de la commutation. En effet, on peut écrire, par exemple, pour un moteur réductant sans saturation (7.2) :

$$u_j = R_j i_j + L_j \frac{di_j}{dt} + i_j \frac{dL_j}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dt} \quad (11.40)$$

Le couple nominal M_{jN} pour le courant I_N prend la forme suivante :

$$M_{jN} = \frac{1}{2} \frac{dL_j}{d\alpha} I_N^2 \quad (11.41)$$

D'où :

$$\frac{dL_j}{d\alpha} = 2 \frac{M_{jN}}{I_N^2} \quad (11.42)$$

$$u_j - 2 M_{jN} \frac{i_j}{I_N^2} \Omega = R_j i_j + L_j \frac{di_j}{dt} \quad (11.43)$$

La tension aux bornes du circuit inductif réel correspondant à la phase j est modifiée par un terme proportionnel au couple M_{jN} , au courant i_j et à la vitesse de rotation. Si l'enclenchement s'effectue dans une zone où le couple M_{jN} est négatif, il se produit un survoltage apparent, donc un accroissement plus rapide du courant. Si l'extinction se produit dans une zone de couple positif, il se produit une tension apparente négative, donc une décroissance plus rapide du courant. A cet égard, l'avance de la position de commutation des phases est également favorable.

La technique correspondant à cette avance de commutation par rapport à la position idéale du régime statique sera dite *avance à l'allumage*, par analogie avec la technique semblable utilisée dans les moteurs à explosion.

Pour chaque combinaison d'un moteur et d'une alimentation, on peut définir une avance à l'allumage en fonction de la fréquence conduisant au couple moteur moyen le plus élevé. La figure 11.69 donne la courbe d'avance à l'allumage optimale en fonction de la fréquence pour un moteur réluctant triphasé. Cette avance est rapportée à la position d'équilibre stable.

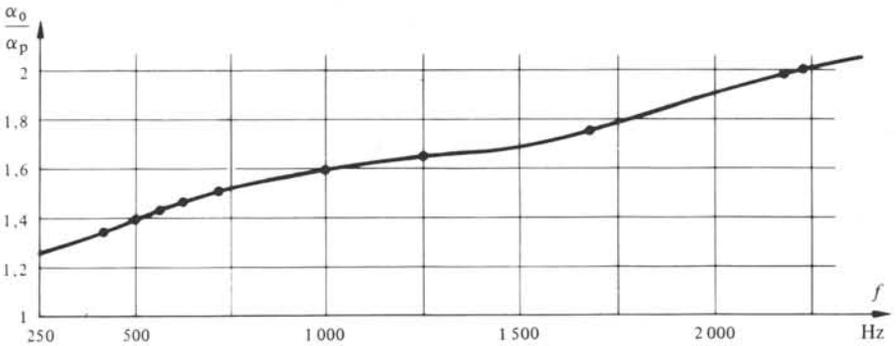


Fig. 11.69 Evolution de l'angle optimum d'avance à l'allumage en fonction de la fréquence. Moteur réluctant triphasé (§ 11.19.1).

11.9 STABILITÉ DYNAMIQUE

11.9.1 Rappel : problème 7

Dans une machine synchrone classique (chap. 13), la caractéristique de couple ne présente pas de composante pulsante, grâce à la création d'un champ tournant à distribution sinusoïdale.

Pour un moteur pas à pas, l'alimentation est généralement polyphasée. Bien que la distribution spatiale du champ magnétique soit périodique, elle est rarement sinusoïdale. De plus, les différentes alimentations ne sont pas sinusoïdales, mais plutôt de caractère impulsionnel. Même une source de tension sinusoïdale ne conduirait pas à un courant sinusoïdal. En effet par (5.9), on peut écrire :

$$u_j = R_j i_j + \sum_{p=1}^k \left(L_{jp} \frac{di_p}{dt} + i_p \frac{dL_{jp}}{d\alpha} \frac{d\alpha}{dt} \right) = \dot{U}_j \sin \omega t \quad (11.44)$$

Les différents courants ne peuvent être sinusoïdaux que si les inductances L_{jp} sont des fonctions sinusoïdales du temps de pulsation ω . Ceci n'est possible que pour des systèmes électrodynamiques (sect. 8.3). Pour tous les autres, la pulsation n'est pas la même pour toutes les inductances et une variation sinusoïdale de perméance n'est pratiquement pas possible.

Aussi bien le caractère harmonique des perméances que celui des courants ont pour conséquence l'apparition de couples pulsants. Ceux-ci amorcent un phénomène oscillatoire de la vitesse autour d'une valeur moyenne. Il peut être accru par des causes telles que variation de charge, saut de fréquence ou irrégularité du pas inhérente à la fabrication des circuits magnétiques. Le phénomène peut s'amortir ou diverger (§ 11.11.11). La fréquence d'oscillation, généralement nettement plus faible que celle d'alimentation (fig. 11.91), est définie par la pente du couple moteur dynamique moyen en fonction de l'avance à l'allumage, pour la fréquence considérée. En effet, à toute oscillation de vitesse correspond une oscillation de la position relative de commutation. L'amortissement ou la divergence du phénomène dépend de nombreux facteurs liés au moteur et à son alimentation.

11.9.2 Solutions de principe

Les solutions peuvent agir sur la cause (perturbations de couple) ou sur la conséquence (oscillations) du phénomène. On distinguera par la suite trois solutions de principe :

- la diminution des causes de l'instabilité;
- l'amortissement, réduisant les conséquences;
- l'asservissement agissant à la fois sur les causes et les conséquences.

11.9.3 Action sur les causes par l'alimentation

Un courant proche de la sinusoïde permet de réduire les causes d'instabilité. Il est à remarquer qu'une telle solution est généralement coûteuse, pour un résultat de portée limitée. En effet, il subsiste toujours des couples harmoniques, par la présence des phénomènes de réductance variable. Cette solution est rarement mise en oeuvre.

11.9.4 Action sur les causes par la limitation des perturbations externes

Une instabilité dynamique peut être amorcée par une variation brusque de charge ou un saut de la fréquence d'alimentation. Cette dernière grandeur peut être contrôlée de façon à limiter l'amplitude des oscillations de vitesse. Une courbe d'accélération grossière présentant des sauts importants est à éviter en circuit ouvert. La marge de sécurité relative au gradient limite doit alors être accrue.

11.9.5 Action sur les caractéristiques du moteur

La combinaison d'une alimentation et d'un moteur, caractérisé par sa courbe de couple statique et ses perméances, conduit à des phénomènes d'instabilité bien déterminés. La modification de la caractéristique de couple peut entraîner une réduction

de cette instabilité. On constate expérimentalement [10] que la pente de la courbe de couple statique en fonction de la position, dans la zone d'équilibre instable, a une grande importance sur ce phénomène. Plus cette pente est élevée, plus les oscillations dynamiques sont faibles. Cet effet a été mis en évidence dans le cas de moteurs réluctants.

Le couple dépendant directement de la perméance, c'est par la modification des zones à réluctance variable qu'il est possible d'influencer cette pente. En particulier, un rotor du type décrit en annexe (§ 11.19.1), dont les dents rotoriques sont usinées hélicoïdalement au lieu d'être rectilignes [10], voit la pente du couple augmenter dans la zone instable et sa stabilité dynamique s'accroître.

11.9.6 Amortissement dynamique

A la section 11.5, différentes techniques d'amortissement ont été évoquées. La plupart d'entre elles peuvent être étendues au cas dynamique à haute fréquence. On peut citer particulièrement :

- l'amortisseur par frottement (§ 11.5.2);
- l'amortissement par le rotor (§ 11.5.3);
- l'amortissement par le stator (§ 11.5.4).

Ces techniques présentent généralement une bonne efficacité dans certaines gammes de fréquence, mais conduisent à des inconvénients dans d'autres.

11.9.7 Influence des inductances mutuelles

Si un moteur pas à pas présente des inductances mutuelles importantes entre phases statoriques, une interaction marquée existe entre celles-ci lors des commutations. Pour une alimentation bipolaire, un choix judicieux des couplages, correspondant à des inductances mutuelles négatives, favorise le transfert d'énergie magnétique d'une phase à l'autre. L'effet est favorable, aussi bien en ce qui concerne le bilan énergétique que

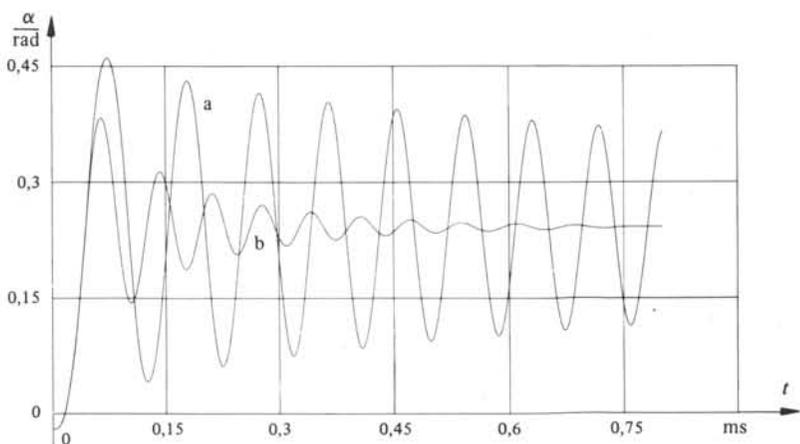


Fig. 11.70 Influence de l'effet mutuel (calcul) sur l'amortissement à basse fréquence (avance d'un pas) d'un moteur pas à pas réluctant. (a) avance d'un pas dans des conditions usuelles; (b) avance d'un pas avec alimentation à circuit d'extinction commandé.

l'amortissement à basse fréquence (fig. 11.70). Pour une fréquence élevée, le phénomène d'avance à l'allumage peut engendrer un effet favorable ou défavorable quant à la stabilité dynamique. En conséquence, aucune règle générale ne peut être tirée.

11.9.8 Asservissement en position

Une commande de la commutation des phases basée sur un asservissement en position exclut la possibilité d'une oscillation dynamique à une fréquence différente de celle d'alimentation.

En revanche, une telle technique rend un contrôle de la vitesse plus délicat. En effet, pour stabiliser celle-ci, un réglage de la position relative de commutation en fonction d'un écart de vitesse est nécessaire. Une mesure précise de la vitesse est donc indispensable. Paradoxalement, la stabilisation de la vitesse d'un moteur pas à pas implique une fréquence d'alimentation qui, bien que constante en valeur moyenne, est variable en valeur instantanée.

Une simplification peut être apportée par le recours à un asservissement par l'intermédiaire du courant (sect. 11.10).

11.10 AMÉLIORATIONS PAR AUTO-ASSERVISSEMENT EN COURANT

11.10.1 Action combinée

Les principales techniques d'améliorations proposées au cours des paragraphes précédents portent sur un élément bien déterminé de la chaîne : la commande, l'alimentation ou le moteur. Il est bien évident qu'une combinaison de ces améliorations peut être appliquée à un entraînement pas à pas. Une action faisant appel à l'interaction de plusieurs éléments du système peut atteindre une efficacité plus grande que la somme d'actions indépendantes. En dernière étape, l'adaptation des éléments les uns aux autres en vue d'une action spécifique permet d'atteindre des résultats limites.

11.10.2 Limites de l'asservissement en position

La technique d'asservissement en position permet d'accroître aussi bien les performances de fréquence, de couple ou d'accélération que la fiabilité. En revanche, elle fait appel à un capteur, généralement de haute résolution, donc coûteux, et à une logique de commande et de réglage compliquée. En effet, cette dernière doit assurer une avance à l'allumage adaptée et un contrôle de fréquence pour une vitesse imposée. La complexité d'un tel système rend également difficile son caractère adaptatif à des applications variées. Une technique plus simple, faisant appel à l'adéquation des caractéristiques du moteur, de l'alimentation et de la commande permet des performances supérieures, avec des composants plus simples. Cette technique sera traitée dans les paragraphes suivants comme exemple d'amélioration des performances faisant intervenir la notion de système.

11.10.3 Définition : auto-synchronisation

La technique d'*auto-synchronisation* ou d'*auto-asservissement* correspond à un contrôle de la commutation des phases d'un moteur pas à pas par la mesure directe ou indirecte de sa position. Elle permet la génération automatique et adaptative de rampes d'accélération et de décélération. La consigne (avance ou retard à la commutation en fonction de la fréquence) est indépendante de la charge (couple ou inertie). La grandeur de mesure peut être la position ou le courant. Le schéma de principe de la figure 11.71 illustre le montage de base d'un auto-asservissement par le courant. C'est ce dernier qui sera traité ci-après.

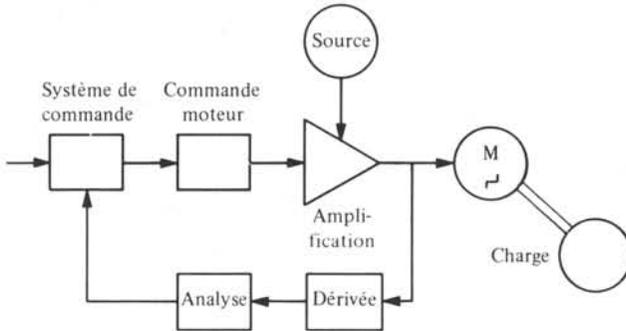


Fig. 11.71 Schéma bloc de l'alimentation d'un moteur pas à pas auto-asservi en courant.

11.10.4 Equations caractéristiques

Le moteur pas à pas, quel que soit son type, est caractérisé par une influence de la position et de la vitesse du rotor sur l'équation de tension induite d'une phase (5.9) :

$$u_j = R_j i_j + \sum_{p=1}^k \left(L_{jp} \frac{di_p}{dt} + i_p \frac{dL_{jp}}{d\alpha} \Omega \right) \quad (11.45)$$

La tension induite de mouvement (§ 5.2.4) est une fonction de la position, proportionnelle à la vitesse. Elle influence la tension aux bornes (source de courant) ou le courant (source de tension). En analysant l'une ou l'autre de ces grandeurs, il est possible de détecter indirectement un phénomène associé à la position. L'équation (11.45) peut s'écrire comme suit, compte tenu de la relation (5.12), sans saturation :

$$u_j = R_j i_j + \sum_{p=1}^k L_{jp} \frac{di_p}{dt} + 2 \frac{M_j}{i_j} \Omega \quad (11.46)$$

Dans cette expression, M_j est le terme de couple associé à la phase j .

$$u_j - 2 \frac{M_j}{i_j} \Omega = R_j i_j + \sum_{p=1}^k L_{jp} \frac{di_p}{dt} \quad (11.47)$$

Lors d'un enclenchement dans des conditions normales (sans avance à l'allumage) sur une source de tension, lors d'un démarrage, la tension induite de mouvement présente toujours le même signe que la tension. En effet, le couple est positif et le

courant a le même signe que la tension d'alimentation. En conséquence, tout se passe comme s'il y avait une diminution de la tension d'alimentation (11.47) d'une quantité proportionnelle à la vitesse. Il peut en résulter une décroissance du courant ou, dans tous les cas, un écart relatif au phénomène à rotor bloqué (fig. 11.72). En conséquence, des perturbations telles que point d'inflexion, minimum ou maximum apparaissent d'autant plus tôt dans le temps (ou relativement au pas) que la vitesse est élevée (fig. 11.72).

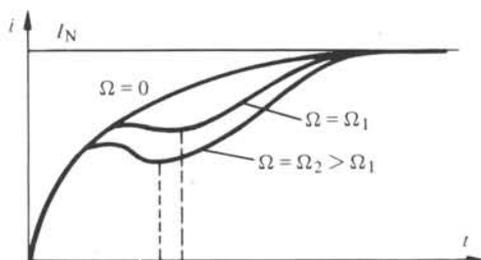


Fig. 11.72 Evolution du courant à l'enclenchement pour différentes vitesses.

11.10.5 Principe de l'auto-asservissement en courant

Pour assurer un auto-asservissement, il suffit d'associer la commutation de phases à une singularité de courant facile à détecter. Il peut s'agir du courant de phase, du courant total d'alimentation, du courant d'extinction de phase ou du courant d'extinction résultant. Dans la mesure où une grandeur caractéristique du comportement dynamique du courant coïncide avec l'instant optimum de commutation de phases, il est possible de réaliser un asservissement en position. Par le phénomène décrit au paragraphe précédent, il est également possible de faire intervenir un phénomène d'avance à l'allumage croissant automatiquement avec la fréquence.

Dans la mesure où un minimum ou un point d'inflexion caractéristique du courant ne coïncide pas avec la position de commutation de phase, un retard proportionnel à la période doit être introduit.

En appliquant cette technique lors d'un démarrage ou d'un freinage, on peut assurer une accélération ou une décélération dans des conditions optimales, adaptées à la charge.

11.10.6 Avantages de l'auto-asservissement en courant

Les principaux avantages de l'auto-asservissement en courant sont les suivants :

- il permet d'augmenter, dans des proportions importantes, les performances en fréquence limite des moteurs alimentés par une source d'un type déterminé;
- il permet un démarrage et un freinage adaptés aux conditions de charge et d'inertie;
- il supprime toute instabilité dynamique conduisant à une oscillation de la vitesse autour d'une valeur moyenne;
- il élimine tout risque de décrochement;
- il est, à performances égales, d'un coût plus faible qu'un asservissement classique en position.

11.10.7 Difficultés et limites

Si le principe qui vient d'être décrit présente des avantages évidents et paraît très séduisant, il présente également quelques difficultés de réalisation et certaines limites. On peut citer :

- le choix du phénomène associé au courant d'asservissement est spécifique à chaque type de moteur. Un développement et une étude complets devront être entrepris pour chaque cas particulier;
- certains moteurs présentent un courant insuffisamment influencé par la position et la vitesse. Il s'agira avant tout d'appliquer cette technique à des moteurs présentant une tension induite de mouvement importante, ou de renforcer cet effet;
- il est relativement difficile d'assurer un asservissement par le courant, de l'arrêt à une vitesse maximale;
- certaines alimentations, comme un hacheur (§ 11.8.6), sont a priori incompatibles avec un asservissement par le courant. En effet, chaque commutation introduit des perturbations qu'il est difficile de distinguer des grandeurs associées à la variation de position;
- pour déceler les variations du courant, une dérivation de celui-ci est pratiquement indispensable. La sensibilité de cette opération aux parasites la rend souvent délicate.

11.10.8 Application à un cas particulier

La technique d'auto-asservissement a été appliquée à un moteur de type réluctant triphasé, de 24 pas par tour. Ses caractéristiques principales sont données en annexe (§ 11.19.1). L'alimentation d'origine, assurée par une carte du fabricant, a été conservée.

11.10.9 Cas particulier : grandeur d'asservissement

L'expérience a montré que la grandeur d'asservissement convenant le mieux pour le cas particulier est le courant d'extinction circulant dans la résistance commune (fig. 11.73).

Pour déterminer la position optimale de commutation, on peut recourir à la simulation numérique ou à la mesure. Cette dernière met en évidence, dans le cas particulier, le caractère adaptatif du courant lié à la position. La figure 11.74 montre le courant d'extinction pour un régime de fréquence imposé de 5 000 pas/s. La trace inférieure correspond à un fonctionnement à vide. La trace supérieure correspond à une charge permanente environ égale à la moitié du couple de décrochement. On constate qu'entre les deux régimes, le retard entre le minimum de courant et la commutation diminue. Le décrochement fait pratiquement coïncider ce minimum avec la commutation. L'écart entre le minimum et la position de commutation représente une marge de stabilité.

Dans le cas particulier, le passage du courant d'extinction par un minimum coïncide donc pratiquement avec la position de commutation optimum. Pour l'obtenir, il suffit de déterminer la dérivée de ce courant. La figure 11.75 nous donne de haut en

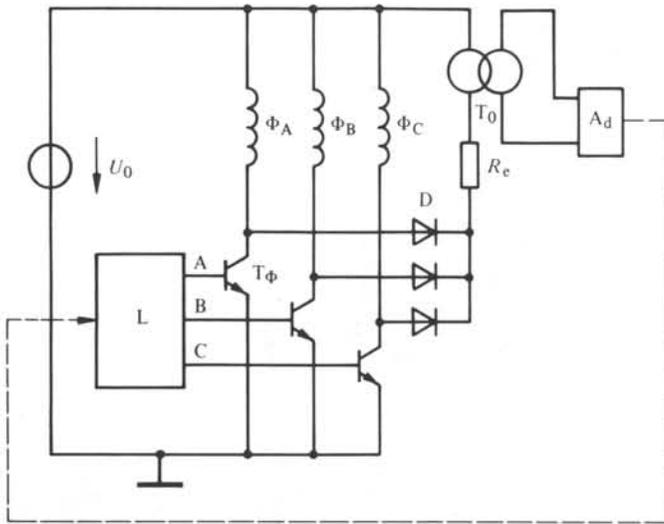


Fig. 11.73 Schéma d'alimentation et de commande d'un moteur pas à pas triphasé auto-asservi par le courant d'extinction résultant. A_d , dispositif d'analyse de la dérivée.

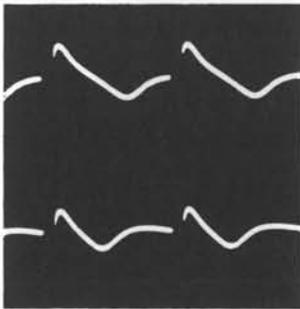


Fig. 11.74 Courant d'extinction résultant à une fréquence de 5 000 pas/s : haut, marche en charge; bas, marche à vide.

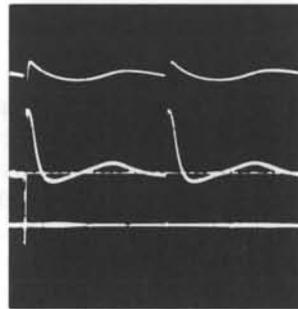


Fig. 11.75 Courant d'extinction à une fréquence de 2 500 pas/s : haut, courant résultant; milieu, dérivée; bas, commande de la commutation.

bas le courant pour une fréquence de 2 500 pas/s, sa dérivée et le repérage des passages par zéro de la dérivée, avec pente positive. Ces dernières impulsions définissent alors la commutation dans la variante auto-asservie.

La dérivée a été réalisée au moyen d'un tore de ferrite (fig. 11.76) traversé par le courant d'extinction et comprenant un enroulement secondaire de mesure. Ce système est régi par l'équation suivante, au secondaire (indice 2) :

$$u_2 = R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + L_{12} \frac{di_1}{dt} \quad (11.48)$$

Si le courant secondaire est nul (forte impédance de mesure), on a :

$$u_2 = L_{12} \frac{di_1}{dt} \quad (11.49)$$

Il est important de recourir à un tore de haute performance en fréquence pour éviter l'introduction d'un retard.

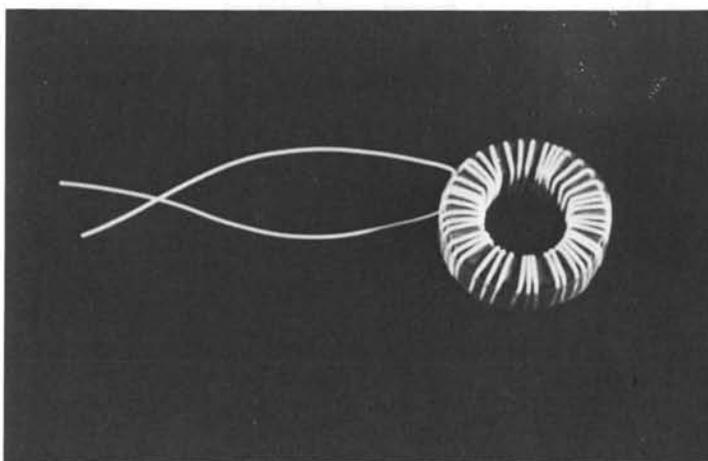


Fig. 11.76

11.10.10 Cas particulier : régime auto-asservi

La figure 11.77 représente le courant et sa dérivée lors d'un fonctionnement auto-asservi. Il s'agit d'une fréquence proche de 5 000 pas/s. On constate un léger retard entre le courant et sa dérivée, créé par la chaîne de mesure.

La plage de fonctionnement du dispositif d'auto-asservissement est relativement étroite. Pour une résistance d'extinction donnée, le système peut fonctionner entre 2 400 et 12 800 Hz. Au-dessous de 2 400 Hz, le minimum du courant d'extinction disparaît. Il est à remarquer que la fréquence maximale atteinte avec ce système, la carte d'alimentation d'origine et une tension de source de 30 V est de 15 500 pas/s, soit

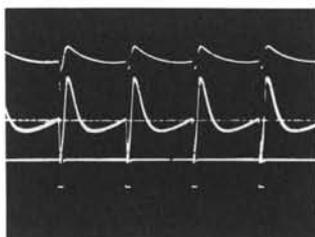


Fig. 11.77 Courant d'extinction en régime auto-asservi, à 5 000 pas/s : haut, courant; milieu, dérivée; bas, signal de commande.

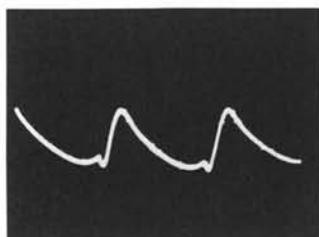


Fig. 11.78 Courant d'extinction en régime auto-asservi, à 13 200 Hz.

38 750 t/min. Dans les mêmes conditions, la vitesse de rotation maximale en circuit ouvert est de 15 000 t/min. Il est cependant possible d'étendre la plage de fonctionnement d'une vitesse nulle à la vitesse maximale, en adaptant la résistance d'extinction. Il s'agit de la faire varier, de façon continue ou par sauts, d'une valeur nulle à basse fréquence (accroissement de la constante de temps d'extinction) à une valeur maximale à haute fréquence.

La figure 11.78 montre le comportement du courant d'extinction à une fréquence élevée de 13 200 Hz. La figure 11.79 illustre le même comportement à très basse fréquence (500 Hz).

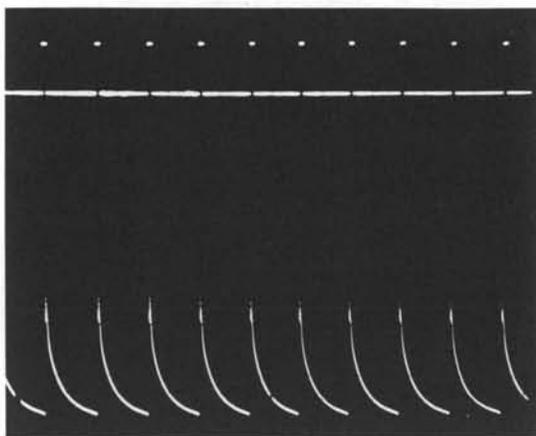


Fig. 11.79 Courant d'extinction en régime auto-asservi, à 500 Hz.

Il est à remarquer que certains moteurs peuvent ne pas présenter des conditions de modulation du courant aussi favorables. Il peut être nécessaire d'introduire un retard relatif constant.

11.11 EXEMPLE NUMÉRIQUE

11.11.1 Caractéristiques du moteur étudié

Le moteur traité comme exemple d'application numérique est de type réluctant triphasé, unipolaire. Il présente 24 pas par tour. La figure 11.80 en montre une coupe. Les caractéristiques principales sont données en annexe (§ 11.19.1).

Les paragraphes suivants décrivent les grandes lignes du calcul des caractéristiques statiques et dynamiques.

11.11.2 Schéma magnétique équivalent

La figure 11.81 représente le schéma magnétique équivalent du moteur, pour une position relative du rotor et du stator quelconque. Le graphe associé à ce schéma est représenté à la figure 11.82. Les branches correspondent aux zones suivantes :

- les branches 1 à 8 sont associées au rotor;

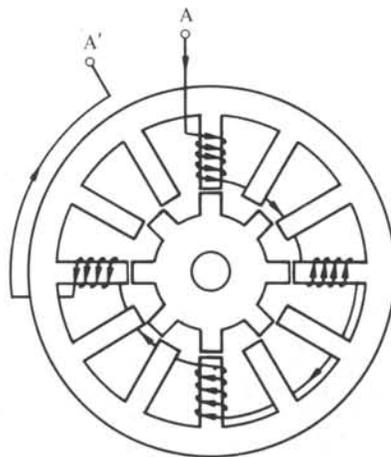


Fig. 11.80 Moteur pas à pas réluctant triphasé, 24 pas par tour.

- les branches 9 à 44 sont associées au stator;
- les branches 45 à 64 sont associées à l'entrefer.

Il y a donc 8 branches au rotor, 36 branches au stator et 20 branches pour l'entrefer.

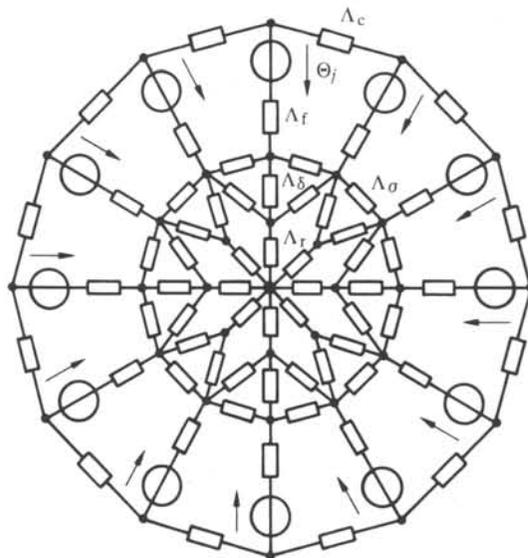


Fig. 11.81 Schéma magnétique équivalent du moteur de la figure 11.80.

Les perméances des branches 9 à 20 correspondent aux flux de fuite associés aux sources de potentiel magnétique. En réalité, ces flux se répartissent sur toute la longueur d'une dent statorique. Ils sont donc associés à une perméance équivalente située à l'extrémité des dents statoriques.

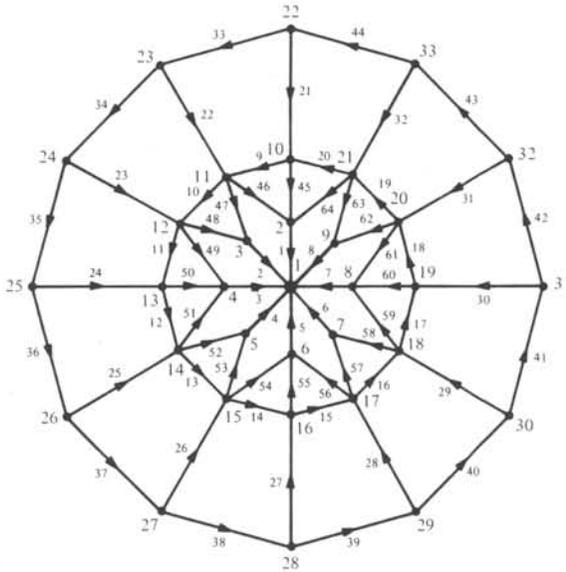


Fig. 11.82 Graphe associé au schéma de la figure 11.81.

11.11.3 Perméances d'entrefer

La détermination des perméances d'entrefer implique la connaissance préalable de la distribution des lignes de champ. Dans le cas particulier, on approchera ces lignes de champ par des segments de droite dans l'entrefer et par des arcs de cercle aboutissant sur les flancs des dents. De plus, la courbure sera négligée. On obtient ainsi la distribution des lignes de champ de la figure 11.83. Cette façon de procéder présente l'avantage de permettre une résolution analytique.

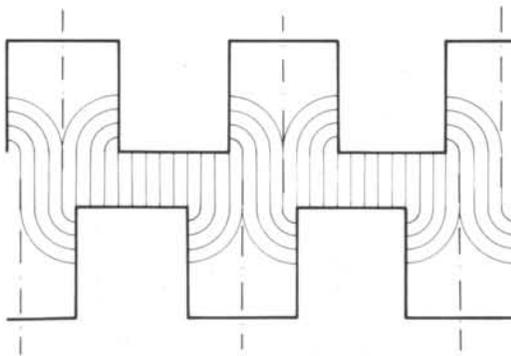


Fig. 11.83 Approximation des lignes de champ par des droites et des arcs de cercle. Principe.

11.11.4 Résolution

Les différentes perméances d'entrefer étant déterminées, on peut calculer les flux par la résolution du schéma magnétique équivalent. Compte tenu de sa comple-

xité, on recourra de préférence à une méthode automatisée d'analyse de circuit. La connaissance des flux permet le calcul des perméances équivalentes par la relation (1.56). Le couple est ensuite déduit de la relation (2.62).

11.11.5 Cas particulier : fer idéal

En négligeant les chutes de potentiel magnétique dans le fer, on obtient la caractéristique de couple de la figure 11.84, courbe h. Cette courbe correspond à un courant de phase de 1,5 A. Elle est très éloignée de la courbe mesurée, par suite de l'influence des chutes de potentiel, dans les dents principalement.

11.11.6 Cas particulier : perméabilité constante

L'introduction des perméances des circuits ferromagnétiques a été effectuée avec une perméabilité constante. Les valeurs introduites sont celles du milieu non saturé. Il s'agit de valeurs relatives de 450 pour le rotor et de 3 000 pour les tôles du

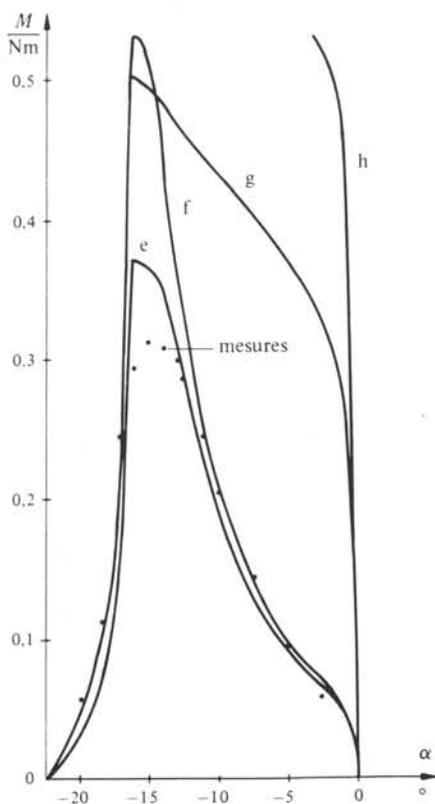


Fig. 11.84 Caractéristiques de couple statique du moteur décrit au paragraphe 11.19.1, pour un courant de 1,5 A. Courbe h, fer idéal; courbe g, fer non saturé; courbe f, fer saturé; courbe e, courant de 1,25 A.

stator. On obtient ainsi, toujours pour une phase alimentée avec un courant de 1,5 A, la courbe g de la figure 11.84. On constate toujours un écart important par rapport à la valeur mesurée. L'influence de la saturation, mise également en évidence par le niveau d'induction dans les dents, explique les différences importantes.

11.11.7 Influence de la saturation

La saturation des dents statoriques et rotoriques peut être introduite par itérations, on considérera une saturation globale pour l'ensemble de la dent. Dans ces conditions, on peut obtenir les courbes de couple pour différents niveaux de courant. Celles-ci sont comparées à la mesure à la figure 11.85. On constate un écart croissant avec le courant, entre calcul et mesure, pour des angles compris entre -10° et -16° . Ceci est imputable à des phénomènes de saturation locale.

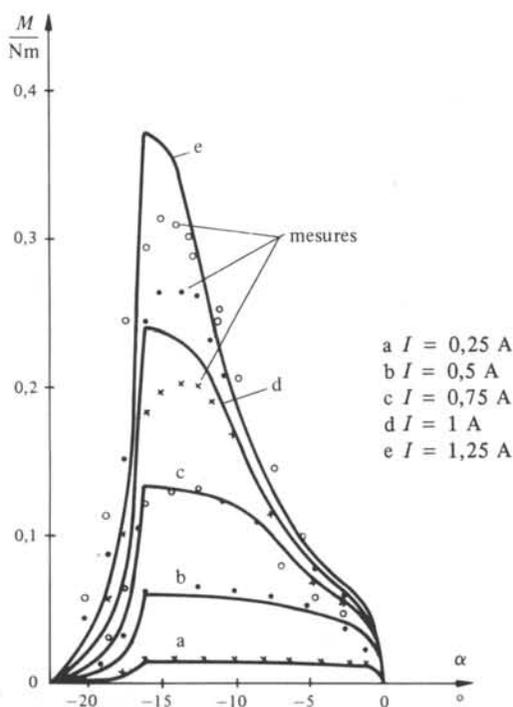


Fig. 11.85 Caractéristiques de couple statique pour différents niveaux de courant.

11.11.8 Saturation locale

Lorsque les dents statoriques et rotoriques présentent un décalage tel que leurs angles sont en regard (fig. 11.86), il se produit un phénomène de saturation locale. Un tel effet pouvait être pris en considération par une décomposition en perméances élémentaires conformément à la figure 11.87. Le calcul serait considérablement rallongé.

Cet exemple montre, si nécessaire, la complexité de la simulation complète d'un phénomène de saturation.

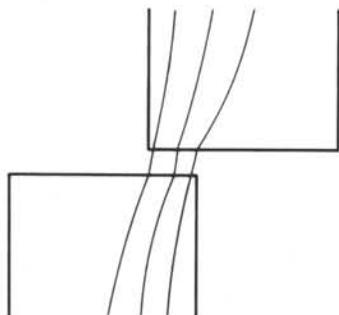


Fig. 11.86 Phénomène de concentration des lignes de champ associé à un décalage des dents.

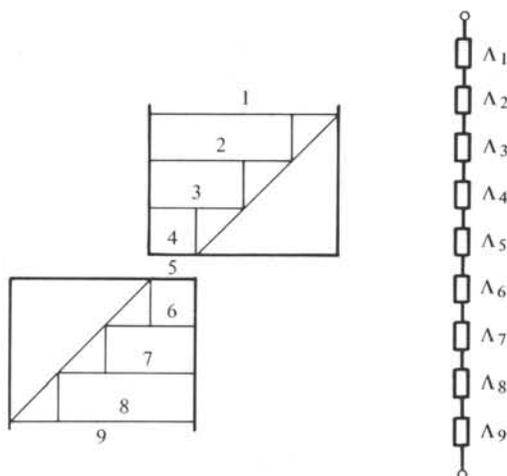


Fig. 11.87 Modèle permettant de prendre en considération la saturation par décomposition en zones de même perméabilité.

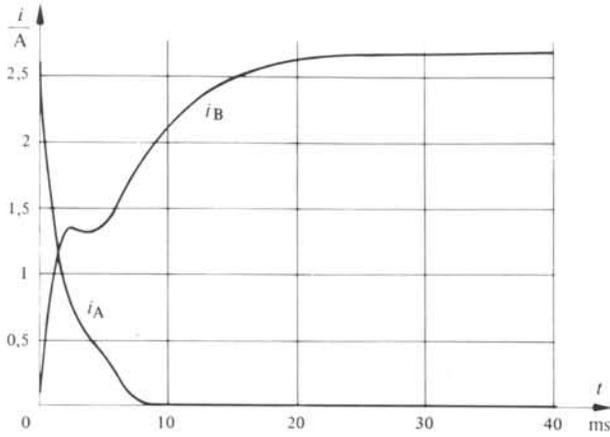
11.11.9 Comportement dynamique

La simulation de deux cas dynamiques a été effectuée sur la base des caractéristiques de couple et d'inductance saturées. En conséquence, la tension induite de saturation (§ 5.5.2) a été prise en considération.

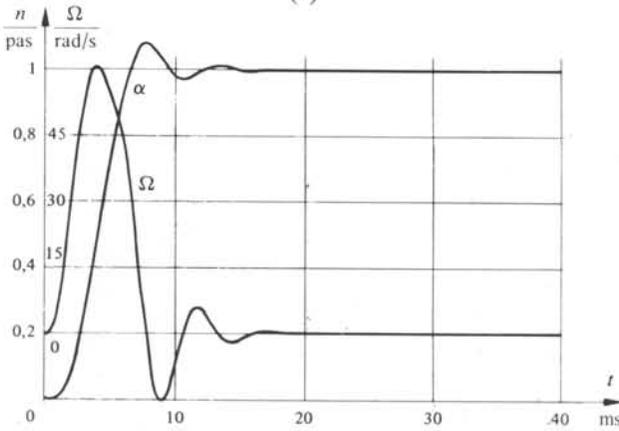
L'alimentation est assurée par une source de tension, commutée sans superposition de phases. L'extinction de phase s'effectue par une résistance commune (fig. 11.44). La charge correspond aux seuls frottements du moteur.

11.11.10 Avance d'un pas

La figure 11.88 montre les caractéristiques de courant des phases en régime d'extinction (i_A) et d'allumage (i_B) lors de l'enclenchement correspondant à l'avance d'un pas du moteur. On y trouve également la caractéristique de position et de vitesse en fonction du temps. La charge correspond uniquement au couple de frottement sec naturel. L'amortissement dynamique est donc peu marqué. La figure 11.89 présente les courants mesurés pour une même réponse indicelle.



(a)



(b)

Fig. 11.88 Avance d'un pas : (a) évolution calculée des courants de la phase alimentée et de la phase en régime d'extinction; (b) vitesse et position.

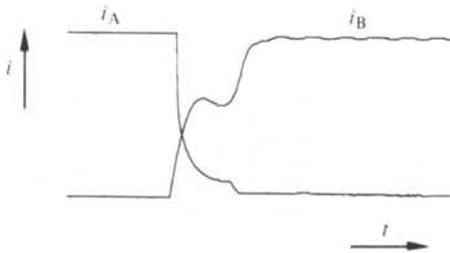


Fig. 11.89

11.11.11 Instabilité dynamique de vitesse

La figure 11.90 présente un exemple d'instabilité dynamique, toujours pour le même moteur à vide. La fréquence d'alimentation est de 1 kHz. La caractéristique de courant calculée présente une évolution périodique, correspondant à 24 pas environ.

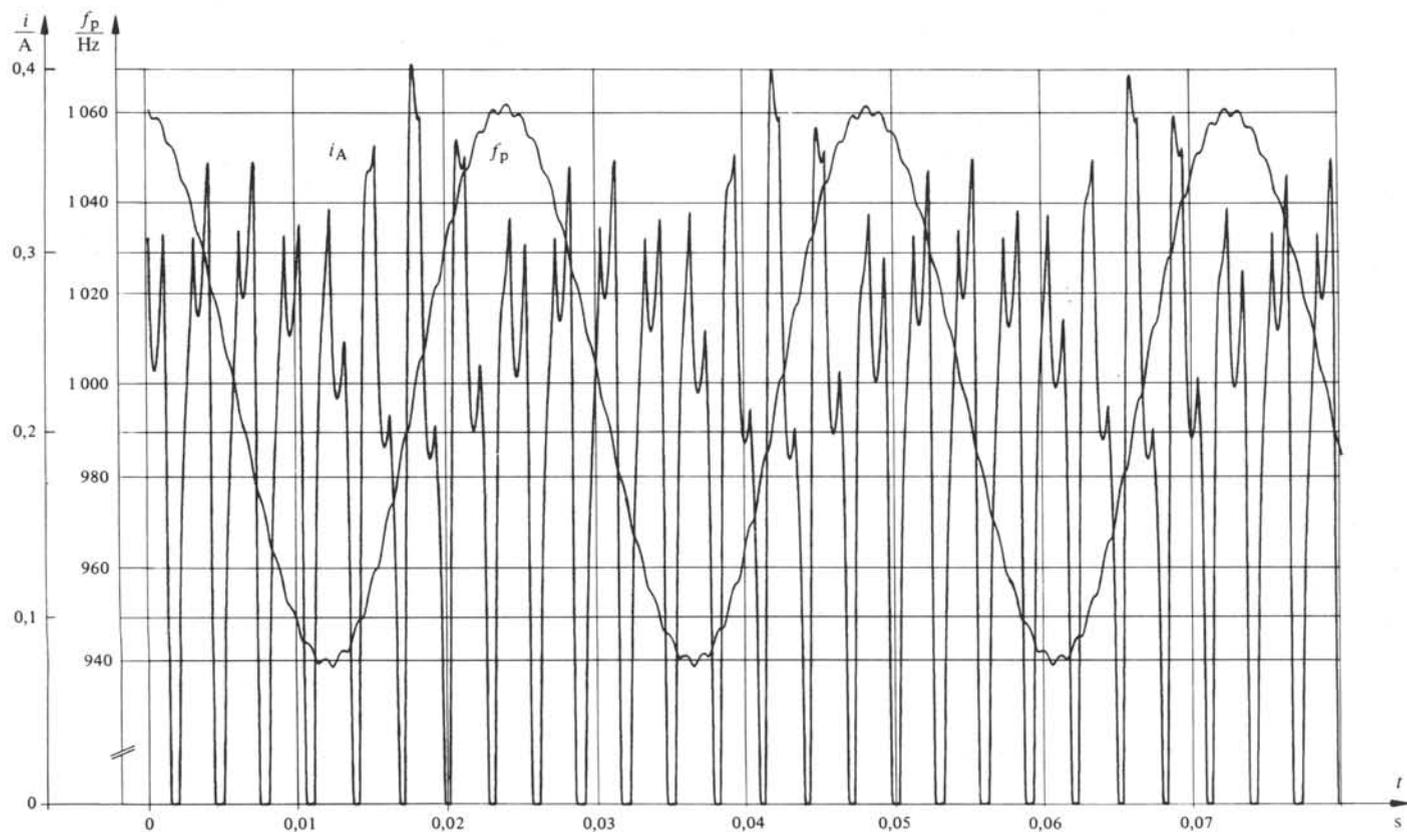


Fig. 11.90 Evolution calculée du courant d'une phase et de la vitesse instantanée en régime d'instabilité dynamique, à une fréquence de 1 kHz.

Ce chiffre est égal au nombre de pas par tour, par hasard. En effet, pour une autre fréquence d'alimentation, cette valeur se modifie. On trouve également sur cette figure l'écart de vitesse relatif à la valeur synchrone. L'écart maximum atteint 5,7%. En revanche, l'oscillation de vitesse correspondant à la commutation de phases n'excède pas 1,5‰.

La figure 11.91 présente la mesure du courant pour le même régime. La figure 11.92 montre un cas où le phénomène d'oscillation est divergent. La fréquence d'alimentation est de 800 Hz.

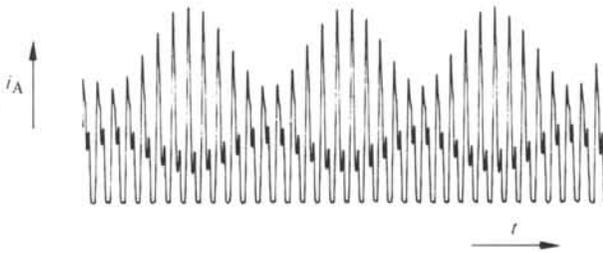


Fig. 11.91

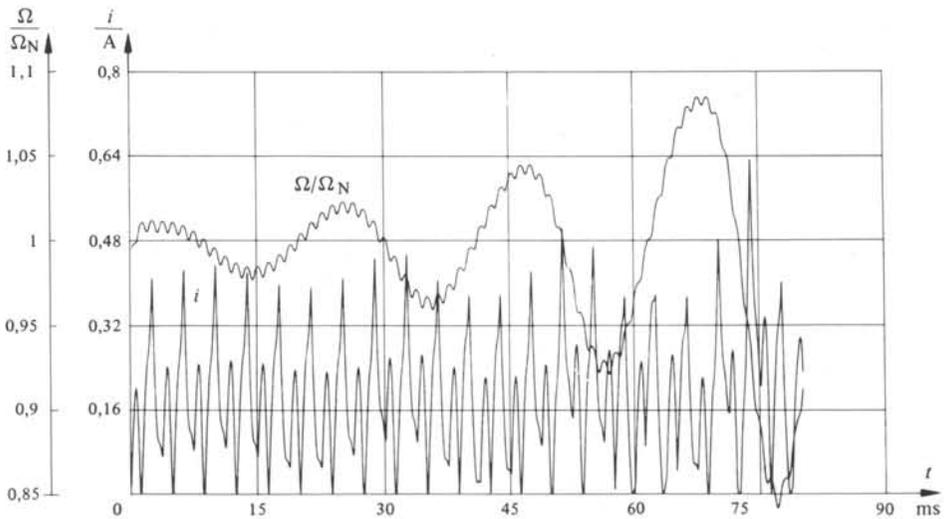


Fig. 11.92 Evolution (calcul) du courant et de la vitesse en régime d'instabilité dynamique conduisant à une oscillation divergente (fréquence de 800 Hz).

11.12 MODÉLISATION

11.12.1 Principe et hypothèses

La modélisation du comportement dynamique d'un moteur pas à pas implique le recours à la résolution des équations en régime transitoire (chap. 4). Une analyse simplifiée est envisageable, en relation avec une décomposition en série de Fourier de l'alimen-

tation de tension. En ne considérant que le fondamental des phénomènes étudiés en régime quasi-statique (vitesse constante), l'ensemble de l'étude peut être effectuée en recourant au calcul complexe.

11.12.2 Equations

Le moteur pas à pas polarisé étant un cas particulier de machine synchrone, l'ensemble des équations établies à la section 13.4 reste valable, compte tenu des hypothèses du § 11.12.1. Pour moteur électromagnétique ou réductant polarisé biphasé ($m = 2$), l'équation du couple devient, par (13.19), pour une tension constante :

$$(11.50)$$

ϵ est l'angle de déphasage électrique entre tension et tension induite.

La figure 11.93 décrit l'allure du couple moteur en fonction de l'angle de phase ϵ , associé à la position de commutation. En régime de fréquence imposée, l'angle ϵ s'adapte à la charge. Ceci peut se produire avec des oscillations (§ 11.3.19 et 11.11.11). Si la commutation s'effectue en fonction de la position, la valeur de l'angle ϵ reste constante.

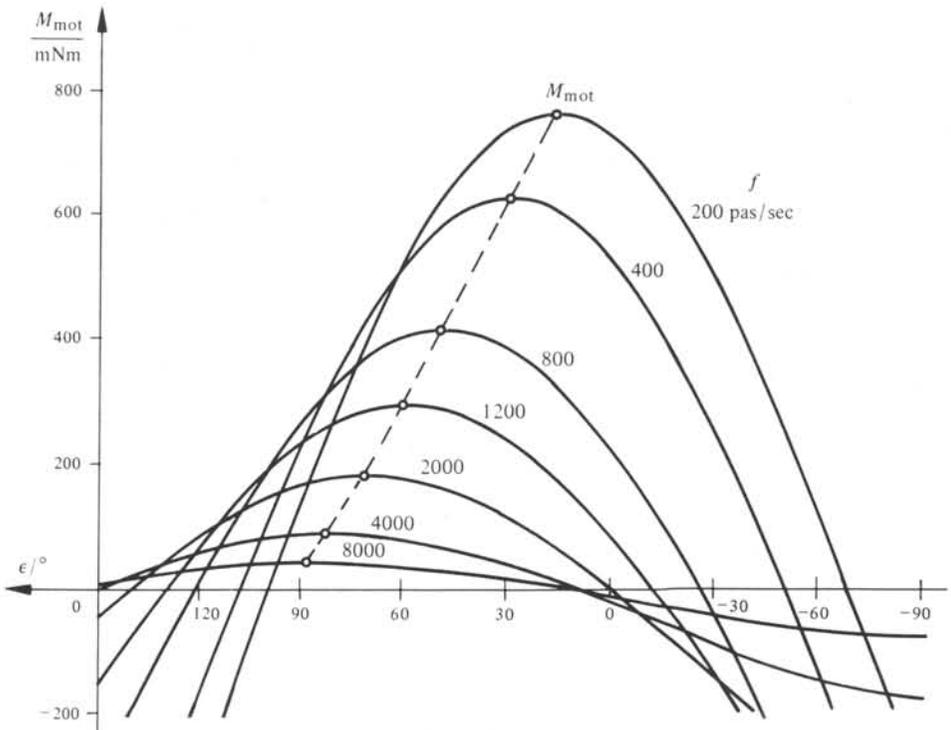


Fig. 11.93

11.13 MOTEURS LINÉAIRES PAS À PAS

11.13.1 Caractères spécifiques

Un *moteur linéaire* génère directement une force et un mouvement de translation. La suppression d'un organe de transmission assurant la conversion d'un mouvement de rotation en une translation peut être favorable à certaines applications.

Comparativement à une solution tournante, un moteur linéaire pas à pas se distingue par les différences technologiques suivantes :

- l'entrefer,
- le guidage,
- les effets d'extrémités.

11.13.2 Entrefer

Compte tenu du système de guidage entre les parties fixe et mobile d'un moteur linéaire pas à pas, il est difficile, voire impossible, de réaliser un entrefer aussi faible que dans une variante tournante. En conséquence, l'entrefer, rapporté au pas dentaire, sera généralement plus élevé. Il en résulte une force par unité de surface plus faible. Inversement, à poussée spécifique égale à celle d'une variante tournante, le pas élémentaire sera plus grand et la résolution plus faible.

11.13.3 Guidage

Le centrage d'un rotor par des flasques et des roulements est beaucoup plus simple et efficace que le guidage d'un mobile sur un rail. Dans le premier cas, la résultante des forces d'attraction entre stator et rotor est nulle. Dans une variante linéaire, elle est généralement importante et plus difficile à maîtriser. Le guidage doit être assuré par un système de roulettes, de glissières ou même par un coussin d'air.

11.13.4 Effets d'extrémités

Le stator d'un moteur tournant étant fermé sur lui-même, il assure la continuité des phénomènes électromagnétiques à sa périphérie. Au contraire, tout moteur linéaire

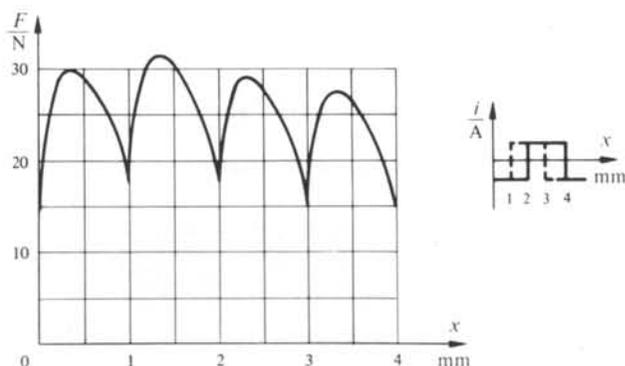


Fig. 11.94 Influence des effets d'extrémités sur la caractéristique de couple résultant d'un moteur linéaire pas à pas.

est caractérisé par une discontinuité à ses extrémités. Si ce phénomène est très gênant pour des moteurs linéaires à induction, il est moins important pour une variante pas à pas. La figure 11.94 met en évidence son influence sur les caractéristiques de couple des quatre séquences d'alimentation d'un moteur réluctant polarisé. Cette distorsion est due à la différence des trajets des lignes de champ dans le fer, selon le pôle excité. Il s'agit du moteur décrit au paragraphe 11.13.7.

11.13.5 Dispositions relatives possibles

Un moteur linéaire comprend un rail fixe et un inducteur mobile. Le rôle de ces composants peut être inversé. Quatre dispositions relatives principales sont possibles :

- l'inducteur simple (fig. 11.95). Cette variante est la plus courante, car elle s'intègre le plus facilement dans la plupart des applications. Elle présente une force d'attraction importante entre inducteur et rail;
- l'inducteur double (fig. 11.96). Cette structure permet d'obtenir des poussées spécifiques plus élevées. Elle permet également d'alléger le rail. Elle convient donc bien pour un déplacement de ce dernier, avec inducteur fixe. Il s'agit alors bien entendu de mouvements de faible amplitude totale. Dans la mesure où le rail est centré, la résultante des forces d'attraction est nulle;
- l'inducteur tubulaire (fig. 11.97). C'est une solution qui permet une meilleure utilisation du volume disponible et du cuivre (pas de développantes). Pour une structure bien centrée, la résultante des forces d'attraction est également nulle;
- l'inducteur à double action (fig. 11.98). Cette variante permet d'obtenir des puissances volumiques comparables à celles de la variante tubulaire. Elle est cependant plus délicate à régler.

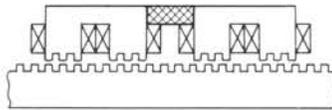


Fig. 11.95 Moteur linéaire pas à pas à simple inducteur.

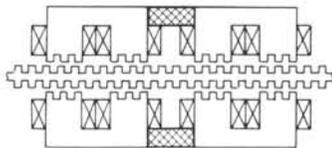


Fig. 11.96 Moteur linéaire pas à pas à double inducteur.

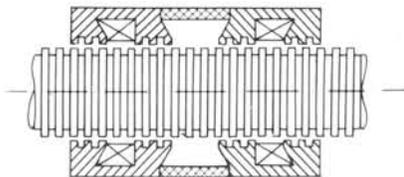


Fig. 11.97 Moteur linéaire pas à pas tubulaire.

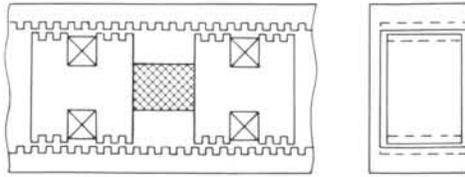


Fig. 11.98 Moteur linéaire pas à pas à double action.

11.13.6 Variante à réluctance variable

La figure 11.99 illustre un exemple d'un moteur linéaire pas à pas triphasé réluctant. Il comprend trois pôles, supports des bobines de phases. Ces pôles sont munis de dents, de même pas que celles du rail. Lorsque les dents du premier pôle sont en regard de celles du rail, celles du deuxième pôle sont décalées d'un tiers de pas dentaire et celles du troisième pôle de deux tiers. Le pas élémentaire est ainsi d'un tiers de pas dentaire. L'avance est obtenue par la commutation successive des phases, dans l'ordre A, B, C, A, etc. par exemple. L'avance en sens inverse est obtenue par le croisement de deux phases (A, C, B, A, etc.).

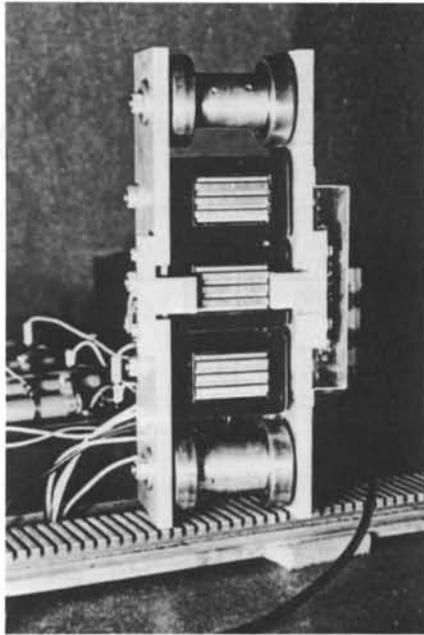


Fig. 11.99 Moteur linéaire pas à pas réluctant triphasé.

11.13.7 Variante polarisée

La figure 11.100 représente un moteur réluctant polarisé biphasé, à alimentation bipolaire. Il est formé des principaux éléments suivants :

- un rail denté formé d'une alternance régulière de dents et d'encoches de pas dentaire τ_d . Ce rail est ferromagnétique massif ou formé de tôles;

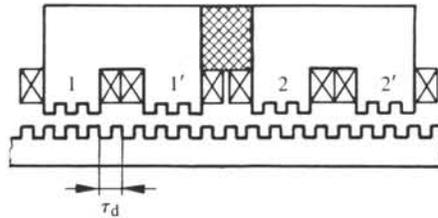


Fig. 11.100 Moteur linéaire pas à pas réluctant polarisé biphasé bipolaire.

- un inducteur comprenant dans sa partie centrale un aimant permanent qui assure la circulation d'un flux au travers des différents entrefers. Ainsi, deux pôles adjacents (1-1' ou 2-2') sont parcourus dans le même sens par le flux de l'aimant (fig. 11.101). Les quatre bobines forment deux phases constituées chacune par les deux bobines des pôles situés d'un même côté de l'aimant, montées en série. Leurs sens de bobinage sont opposés. Le flux créé par une phase circule selon la distribution de la figure 11.102.

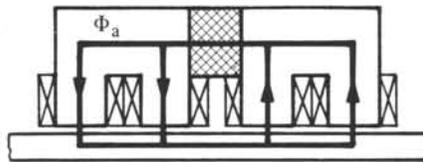


Fig. 11.101 Moteur linéaire pas à pas réluctant polarisé; flux créé par l'aimant.

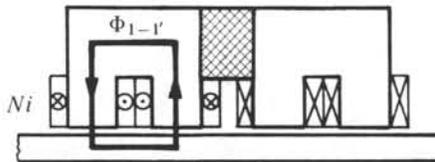


Fig. 11.102 Moteur linéaire pas à pas réluctant polarisé; flux créé par une phase.

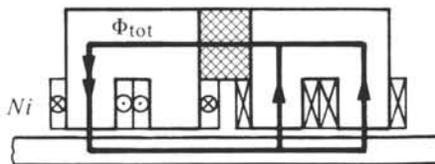


Fig. 11.103 Moteur linéaire pas à pas réluctant polarisé; flux résultant.

Par superposition des effets de l'aimant et d'une phase, il est possible d'obtenir la distribution des flux de la figure 11.103. Les dents du pôle où le flux est renforcé tendent à se placer en regard des dents du rail. Les dents des divers pôles étant décalées

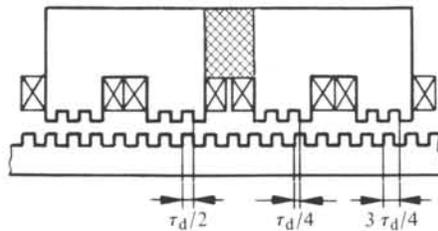


Fig. 11.104 Moteur linéaire pas à pas réluctant polarisé; disposition relative des dents.

d'un quart de pas dentaire relativement à celles du rail (fig. 11.104), la permutation de l'alimentation des phases et des sens des courants permet une avance élémentaire de $\tau_d/4$.

11.13.8 Variante polarisée : caractéristiques statiques

Le schéma magnétique équivalent du moteur de la figure 11.100 est représenté à la figure 11.105. Les diverses perméances sont repérées par les indices suivants :

- l'indice f correspond au fer;
- l'indice δ correspond à l'entrefer;
- l'indice σ correspond à des fuites;
- l'indice a correspond à l'aimant.

Les résultats qui suivent sont donnés pour un moteur dont les caractéristiques sont décrites en annexe (§ 11.19.2). La caractéristique de force due à l'aimant seul est donnée à la figure 11.106. Elle présente une distorsion importante liée aux effets d'extrémités (§ 11.13.4).

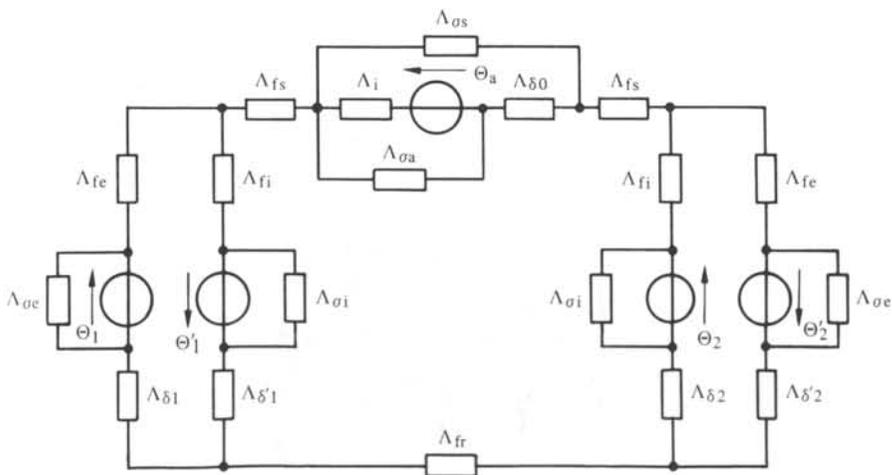


Fig. 11.105 Schéma magnétique équivalent du moteur de la figure 11.100.

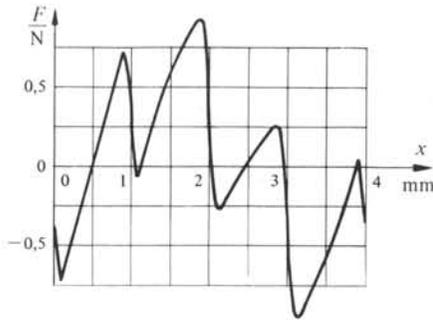


Fig. 11.106 Force due à l'aimant seul.

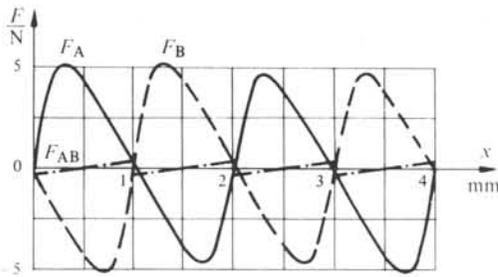


Fig. 11.107 Forces dues aux bobines seules.

Les forces dues à l'effet des bobines seules pour chacune des phases (indices A et B) ainsi qu'à l'effet mutuel entre elles (indice AB) sont représentées à la figure 11.107.

Les forces résultant de l'influence mutuelle de l'aimant et des bobines apparaissent à la figure 11.108 ainsi que les forces résultantes avec courant, pour une alimentation avec superposition de phases.

La figure 11.109 présente la comparaison entre calcul et mesure pour des entre-fers respectifs de 0,17 mm (a) et de 0,08 mm (b).

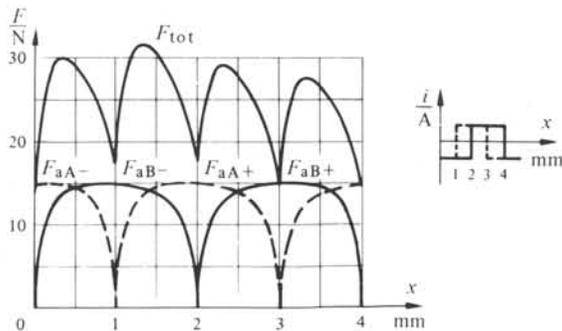


Fig. 11.108 Forces dues à l'interaction mutuelle entre aimant et bobines et forces résultantes avec superposition de phases.

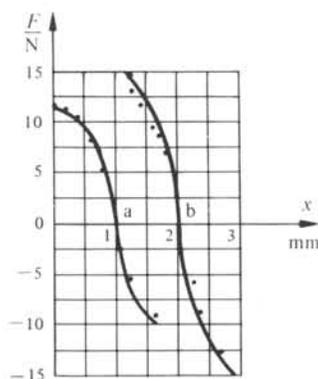


Fig. 11.109 Comparaison entre calcul et mesure de la force résultante pour deux entrefers différents : (a) $\delta = 0,17$ mm; (b) $\delta = 0,08$ mm et deux phases différentes. $I = 0,5$ A.

11.14 APPLICATIONS DES MOTEURS PAS À PAS

11.14.1 Domaines d'utilisation

Le moteur pas à pas est principalement caractérisé par ses qualités de convertisseur électromécanique d'information numérique. Ces propriétés peuvent être utilisées pour les fonctions suivantes :

- le fonctionnement incrémental;
- le contrôle de vitesse;
- la commande d'un dispositif de réglage.

Une combinaison de ces trois fonctions peut également intervenir. Quelques exemples appartenant à chacune de ces catégories seront décrits par la suite.

11.14.2 Fonctionnement incrémental

Les applications relevant d'un fonctionnement incrémental peuvent être classées en trois catégories :

- l'affichage qui correspond à une fonction mécanique digitale;
- le positionnement qui correspond à une fonction analogique digitalisée;
- le traçage qui correspond à une fonction essentiellement analogique.

11.14.3 Affichage

La figure 11.110 illustre le principe d'un système de compteur-décompteur à affichage. Chaque impulsion de commande assure une avance positive du système pour un ordre de comptage et une avance dans le sens négatif pour un décomptage. De tels dispositifs sont utilisés pour des compteurs téléphoniques à impulsions, pour des systèmes de mesure liés à des chaînes de production, pour des horloges et des montres, etc.

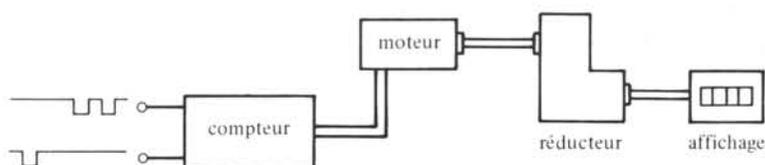


Fig. 11.110 Chaîne de comptage avec entraînement par moteur pas à pas.

11.14.4 Positionnement

La figure 11.111 décrit un entraînement de la tête d'impression d'une imprimante. L'avance élémentaire, correspondant à un caractère ou à une fraction de celui-ci, est assurée par un pas du moteur. Un retour à la ligne s'effectue en régime d'accélération et de décélération optimum. L'entraînement peut être effectué par un moteur tournant ou par un moteur linéaire.

Des fonctions semblables sont assurées pour des machines à poinçonner, pour des machines-outils, pour des dispositifs automatiques de mesure, etc.

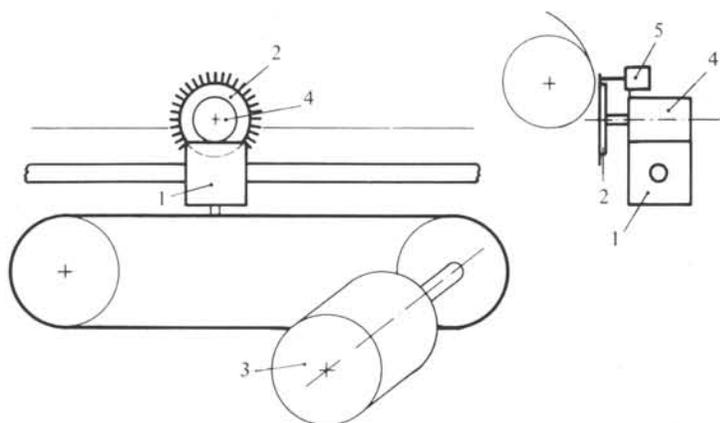


Fig. 11.111 Imprimante avec entraînement du chariot (1) et de la roue "marguerite" (2) par moteur pas à pas (3 et 4). En (5) on trouve le transducteur assurant la frappe.

11.14.5 Traceurs

La figure 11.112 illustre le principe d'un traceur x-y piloté par deux moteurs pas à pas. Les deux moteurs doivent être commandés en position de façon coordonnée.

Des traceurs à une seule coordonnée peuvent être réalisés selon le même principe. L'autre coordonnée est remplacée par un déplacement à vitesse constante, représentant le temps.

Inversement, un codage digital automatique d'un dessin existant peut être assuré par un système semblable à un traceur x-y, déplaçant une tête de lecture optique.

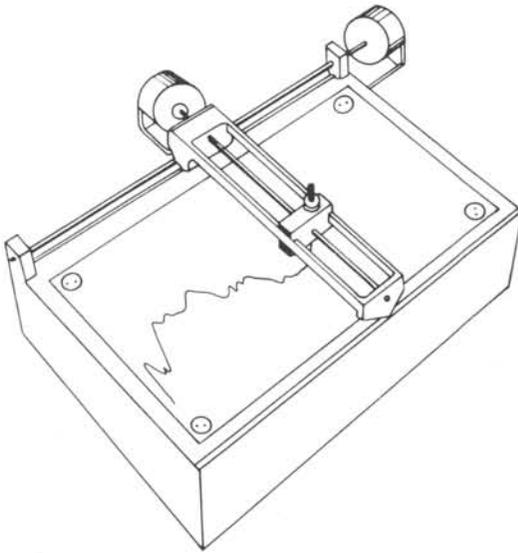


Fig. 11.112 Traceur actionné par des moteurs pas à pas.

11.14.6 Contrôle de vitesse

Le moteur pas à pas, de type synchrone, permet un contrôle de vitesse par la fréquence de commande. Cette propriété permet la génération d'une fonction quelconque de vitesse, compatible avec les caractéristiques du moteur. Le phénomène d'instabilité dynamique limite les performances de contrôle de vitesse.

La technique du moteur pas à pas permet également le contrôle simultané de plusieurs moteurs. On peut ainsi assurer des vitesses proportionnelles pour plusieurs moteurs.

11.14.7 Mémoire à disque

Une mémoire à disque, périphérique d'un ordinateur, est caractérisée par une vitesse de rotation constante. Pour des installations indépendantes du réseau électrique, une base de temps peut être définie par un oscillateur à quartz. Après division de la fréquence, le signal correspondant peut piloter l'alimentation d'un moteur synchrone. Souvent, pour des disques souples, le déplacement de la tête de lecture est effectué par un moteur pas à pas et une transmission par vis à billes.

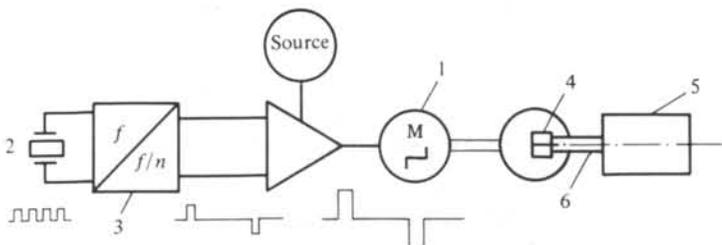


Fig. 11.113 Mémoire à disque entraînée par moteur synchrone (1), piloté par un quartz (2) et un diviseur de fréquence (3). La tête de lecture (4) est actionnée par un moteur pas à pas (5) et une vis à bille (6).

11.14.8 Enregistreur à base de temps variable

Pour un enregistreur de type $x-t$, la fonction temps (t) est assurée par le déroulement d'un support à vitesse constante. Le changement de base de temps nécessite un changement de la vitesse de déroulement. Ce réglage peut s'effectuer selon le même principe qu'au paragraphe précédent.

11.14.9 Dispositif mélangeur

Un dispositif mélangeur de composants solides ou liquides peut avantageusement être entraîné par des moteurs pas à pas (fig. 11.114). La commande synchrone des moteurs permet un réglage du débit du mélange. Le réglage indépendant de la vitesse des moteurs permet un réglage de la composition du mélange.

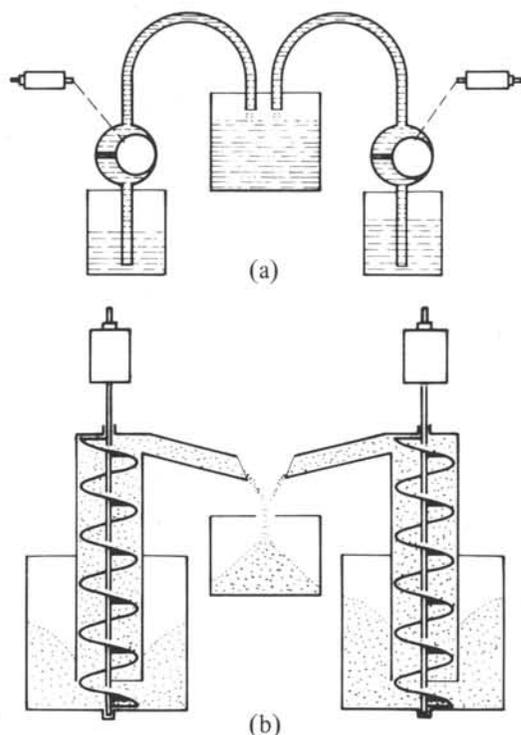


Fig. 11.114 Dispositifs mélangeurs commandés par des moteurs pas à pas pour composants liquides (a) et solides (b).

11.15 MOTEURS PAS À PAS MONOPHASÉS: PRINCIPE

11.15.1 Caractères spécifiques des micromoteurs

Un micromoteur pas à pas est caractérisé par une puissance mécanique peu importante, généralement comprise entre $1 \mu\text{W}$ et 10 W . La taille faible de tels moteurs implique une miniaturisation poussée de tous les composants. Les contraintes écono-

miques usuelles imposent de limiter le nombre de bobines au minimum, soit une seule. Il en résulte un fonctionnement obligatoirement monophasé.

Malgré les faibles puissances consommées par de tels moteurs, des rendements relativement élevés sont souvent souhaités. Il s'agit d'accroître le plus possible la durée de vie d'une batterie, de réduire les coûts de l'électronique de commande ou de limiter les échauffements.

Les exigences précitées ne doivent pas affecter la stabilité dynamique de ces moteurs. Bien que le caractère monophasé ait tendance à diminuer les performances de stabilité, des techniques spécifiques doivent assurer une plage de fonctionnement la plus grande possible.

11.15.2 Marche en monophasé

Une alimentation et un bobinage monophasés ne peuvent définir, à eux seuls, un sens de rotation préférentiel. A priori, une alimentation monophasée ne peut que maintenir la position atteinte ou remplacer une position d'équilibre stable par une position instable. Une dissymétrie de nature statique ou dynamique doit être introduite de façon à assurer un sens de rotation privilégié. L'alimentation peut être uni- ou bipolaire (§ 11.4.7). L'inventaire des principales techniques sera effectué à la section 11.16.

11.15.3 Rendement

Pour des moteurs de petite taille, un rendement élevé ne peut être obtenu qu'avec l'aide d'un aimant permanent (sect. 4.4). C'est la raison pour laquelle un tel élément est indispensable pour de tels moteurs. Pour de faibles puissances et de basses tensions, le rendement de l'alimentation prend également une très grande importance. Certaines techniques d'asservissement permettent d'adapter la durée d'impulsion à la charge et d'économiser une part importante d'énergie.

11.15.4 Stabilité

Compte tenu des astuces annexes requises par la définition d'un sens de rotation, le moteur monophasé présente une stabilité naturelle moindre que les variantes polyphasées. C'est par le biais de l'allure des couples statiques, par la durée des impulsions d'alimentation et par une éventuelle technique d'asservissement qu'il est possible d'accroître les domaines de stabilité.

11.15.5 Définition d'un sens de rotation

Construit de façon symétrique, un moteur pas à pas monophasé présente une caractéristique de couple conforme à la figure 11.115 ou à la figure 11.116. Le couple mutuel et le couple dû à l'aimant seul présentent un point d'équilibre stable ou instable commun. Même avec une alimentation bipolaire (fig. 11.117), il n'est pas possible de définir un sens de rotation. Ceci ne peut s'effectuer que par un décalage des positions d'équilibre stable des couples mutuel et aimant seul (fig. 11.118). C'est alors la succession des séquences d'alimentation et de coupure de courant qui permet de définir un mouvement. On passe successivement des positions d'équilibre α_1 à α_2 , α_3 , α_4 , etc.

Les paragraphes qui suivent décrivent diverses techniques permettant d'obtenir un tel décalage.

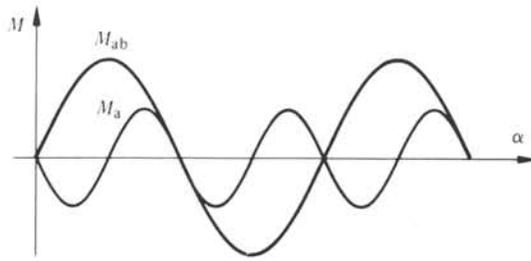
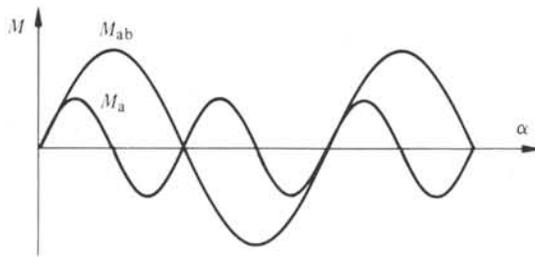
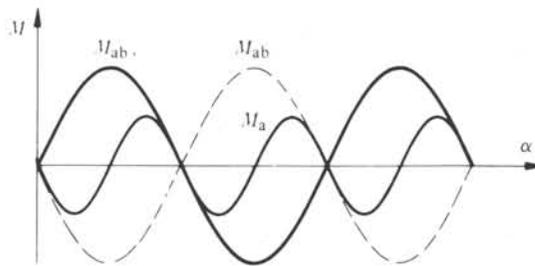
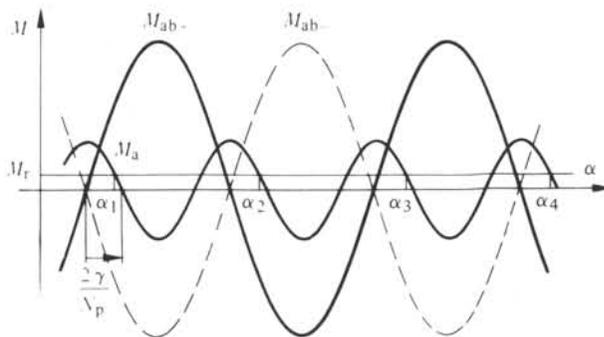
Fig. 11.115 Couples mutuel (M_{ab}) et aimant seul (M_a).

Fig. 11.116 Couples mutuel et aimant seul; variante.

Fig. 11.117 Couples mutuels pour une alimentation positive (M_{ab+}) et négative (M_{ab-}).Fig. 11.118 Couples aimant seul et mutuel déphasés d'un angle γ . M_r , couple résistant.

11.15.6 Pôles ou dents asymétriques

Un pôle ou une dent statorique asymétrique peut favoriser un sens de rotation privilégié. Il s'agit d'imposer une orientation préférentielle du rotor (fig. 11.119), susceptible de créer une position d'équilibre du couple aimant seul décalée par rapport à celle du couple mutuel (fig. 11.118).

Cette technique convient bien aux moteurs électromagnétiques. Elle n'est généralement efficace que dans une plage de fréquence ou de charge bien déterminée.

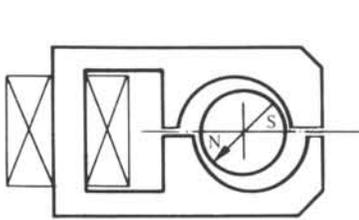


Fig. 11.119 Moteur monophasé électromagnétique, à entrefer variable.

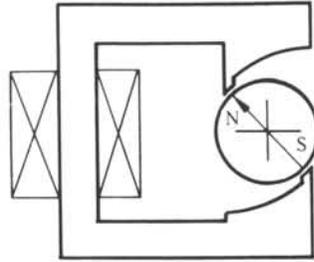


Fig. 11.120 Moteur monophasé électromagnétique, à entrefer variable et zones saturables.

11.15.7 Zone saturable

L'effet d'une géométrie asymétrique peut être augmenté par la présence d'une zone saturable telle que la géométrie apparente se modifie selon l'intensité du flux qui la traverse. Une telle technique (fig. 11.120) peut accroître de façon importante le domaine stable. En revanche, la prédétermination des caractéristiques est délicate.

11.15.8 Aimant auxiliaire

Un rotor auxiliaire, calé sur le même axe que le rotor principal et interagissant avec une structure ferromagnétique, permet de créer un décalage ajustable de la position d'équilibre du couple sans courant. Ce système présente une très grande souplesse, aussi bien en ce qui concerne l'intensité que le décalage et la périodicité du couple

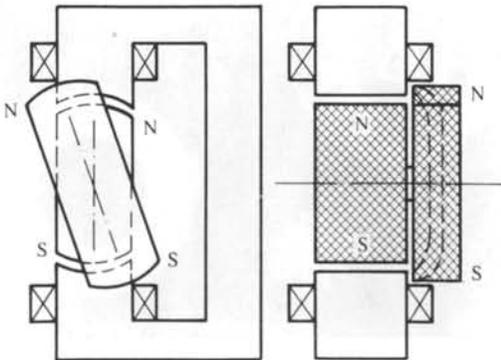


Fig. 11.121 Aimant auxiliaire avec la même structure réluctante que l'aimant principal.

résultant. Des solutions sont possibles en recourant à une seule structure dentée et deux aimants (fig. 11.121), ou un seul aimant et deux structures dentées. Cette solution est fréquemment utilisée, malgré l'accroissement de volume qui en résulte.

11.15.9 Spires en court-circuit

Il s'agit de la technique utilisée de façon classique dans les moteurs asynchrones monophasés à pôles fendus [7]. Elle peut être transposée dans le domaine des micro-moteurs pas à pas ou synchrones. Dans son principe, elle consiste à munir une dent ou un pôle sur deux d'une spire en court-circuit (fig. 11.122). Lors d'un enclenchement de la bobine principale, il se produit une tension induite dans la spire en court-circuit, qui entraîne un retard de l'apparition du flux dans la dent considérée. On favorise ainsi, dans un premier temps, l'effet de la dent adjacente.

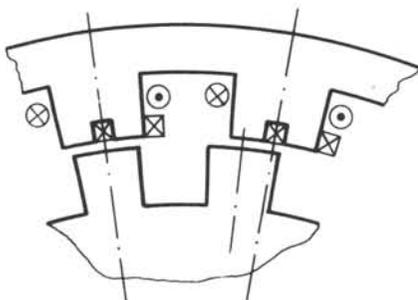


Fig. 11.122 Spires en court-circuit à cheval sur les dents statoriques.

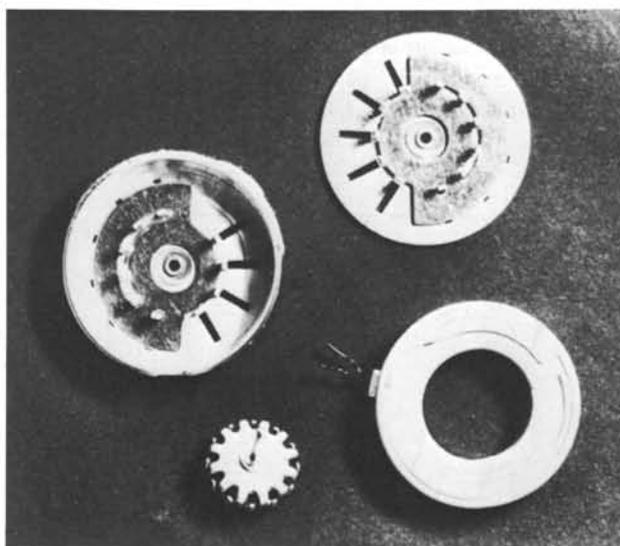


Fig. 11.123 Moteur synchrone monophasé, 50 Hz, 16 V. En haut, les deux moitiés du stator avec dents et spires de cuivre en court-circuit. En bas, rotor à aimant et à griffes et bobine.

Le principal inconvénient de cette technique réside dans les pertes supplémentaires importantes qui lui sont liées. En effet, la circulation de courants induits dans les spires en court-circuit entraîne des pertes Joule. Le rendement de tels systèmes devient d'autant plus mauvais que la puissance est faible. Il est néanmoins parfois utilisé, vu son coût faible (fig. 11.123).

11.16 MOTEUR PAS À PAS MONOPHASÉ: VARIANTES UNIPOLAIRE ET BIPOLAIRE

11.16.1 Alimentation unipolaire

Une alimentation unipolaire présente l'avantage de la simplicité. Il suffit en effet d'une source de tension continue et d'un transistor pour assurer la fourniture d'énergie et la commutation (fig. 11.124). Le fonctionnement est alors assuré par une succession d'impulsions selon la figure 11.125. En contrepartie, le moteur doit présenter des caractéristiques de couples assez particulières, permettant pratiquement de franchir un pas par l'effet du couple mutuel et le pas suivant par l'effet de l'aimant seul.

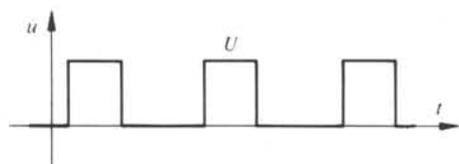
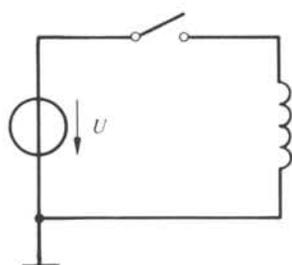


Fig. 11.124 Principe d'une alimentation unipolaire.

Fig. 11.125

11.16.2 Alimentation bipolaire

Une alimentation bipolaire nécessite deux sources de tension continue, opposées, commutées par deux transistors (fig. 11.126) ou une seule source, commutée par quatre transistors montés en H (fig. 11.49). Dans les deux cas, la succession des impulsions de tension est conforme à la figure 11.127. Selon les applications, la multiplication des

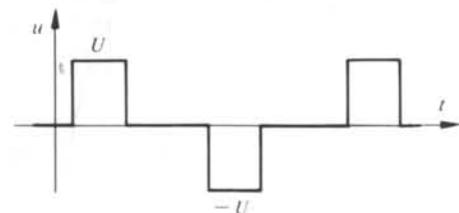
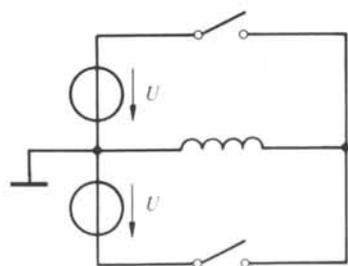


Fig. 11.126 Principe d'une alimentation bipolaire.

Fig. 11.127

sources ou des transistors est un handicap économique, imposant la solution unipolaire. Cependant, des techniques d'intégration de circuit suppriment cette difficulté pour des applications de faible puissance en grande série. C'est par exemple le cas de moteurs de montre.

11.16.3 Fonctionnement bipolaire

Le principe de fonctionnement du moteur à alimentation bipolaire est le plus simple. La figure 11.118 décrit l'allure des couples dus à l'aimant seul et à l'effet mutuel. La succession des opérations est décrite à la figure 11.128. Le point d'équilibre initial, sans courant, correspond à l'angle α_1 . L'enclenchement de la bobine parcourue par un courant positif assure un déplacement jusqu'en α_2 avec l'effet combiné de l'aimant. La coupure du courant permet un déplacement jusqu'en α_3 , sous l'action du couple aimant seul. L'enclenchement avec un courant négatif déplace le rotor jusqu'en α_4 , puis à nouveau, sous l'action de l'aimant seul, il y a déplacement jusqu'en α_5 . La séquence est ensuite répétée.

De façon générale, les deux termes de couple peuvent s'écrire :

$$M_a = -\beta \hat{M} \sin(N_p \alpha) \quad (11.51)$$

$$M_{ab} = \hat{M} \frac{i}{I_N} \sin\left(\frac{1}{2} N_p \alpha + \gamma\right) \quad (11.52)$$

La grandeur N_p est le nombre de pas par tour. Le courant I_N est la valeur stabilisée à tension nominale.

Les performances dynamiques les plus intéressantes (stabilité, rendement) sont obtenues pour les valeurs suivantes de β et γ :

- $\beta = 0,35$ à $0,45$
- $\gamma = 60$ à $70^\circ \hat{=} 1,05$ à $1,22$ rad

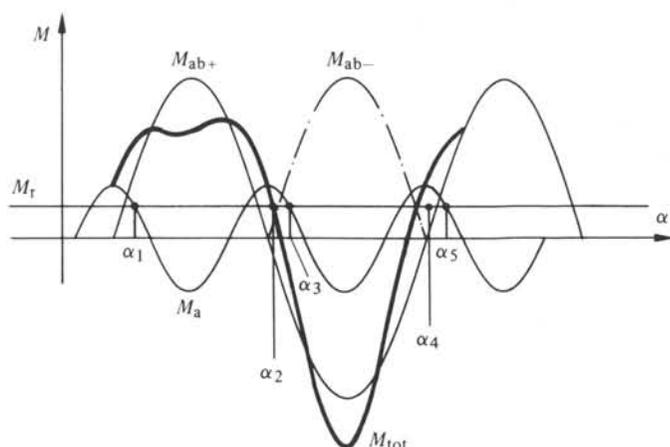


Fig. 11.128 Caractéristiques résultantes d'un moteur monophasé bipolaire; M_{tot} , couple résultant.

11.16.4 Fonctionnement unipolaire

Le fonctionnement unipolaire implique le recours à trois termes de couple :

- un couple dû à l'aimant seul, interagissant avec la structure ferromagnétique principale, M_a ;
- un couple dû à l'aimant seul, interagissant avec une structure ferromagnétique auxiliaire, ou créé par un aimant auxiliaire. Ce terme est dit *couple auxiliaire*, M_x ;
- un couple mutuel entre l'aimant et la bobine, M_{ab} .

Les couples mutuel et auxiliaire sont de période double de celle du couple dû à l'aimant seul.

Le principe consiste à remplacer la composante irréalisable de couple mutuel, associée à la tension négative du fonctionnement bipolaire, par le couple auxiliaire.

Soit un couple auxiliaire d'amplitude égale à la moitié de celle du couple mutuel à courant nominal et décalé d'une demi-période (fig. 11.129):

$$M_{ab} = \hat{M} \frac{i}{I_N} \sin(N_p \alpha + \gamma) \quad (11.53)$$

$$M_x = -\frac{1}{2} \hat{M} \sin(N_p \alpha + \gamma) \quad (11.54)$$

$$M_a = -\beta \hat{M} \sin(2 N_p \alpha) \quad (11.55)$$

Avec un courant égal au courant nominal I_N , la somme des deux termes de couple de même période conduit à l'amplitude suivante :

$$M_{ab} + M_x = \frac{1}{2} \hat{M} \sin(N_p \alpha + \gamma) = -M_x \quad (11.56)$$

Sans courant, cette somme est égale au couple auxiliaire seul, soit l'opposé du cas précédent. L'effet successif d'une impulsion de tension et d'une coupure de courant

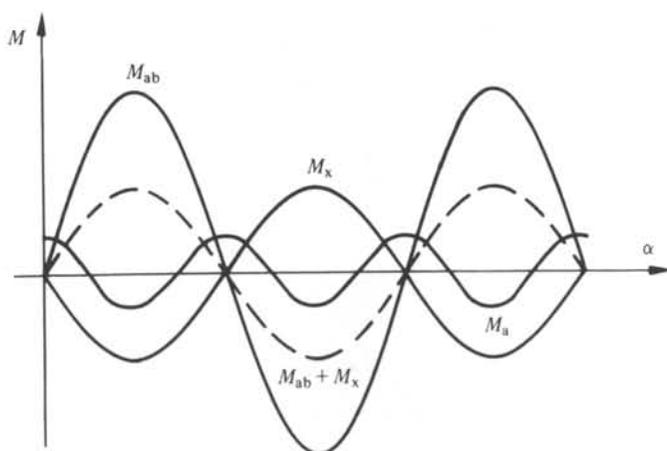


Fig. 11.129 Couples statiques d'un moteur monophasé, unipolaire.

est donc semblable à l'alimentation positive, puis négative de la bobine d'un moteur à alimentation bipolaire. Le couple dû à l'aimant seul, M_a , de période moitié, joue le même rôle (définition du sens de rotation) que dans le cas d'un moteur bipolaire.

La succession des opérations est décrite à la figure 11.130. Le point d'équilibre initial, sans courant, correspond à l'angle α_1 . L'enclenchement de la bobine assure un déplacement stabilisé en α_2 . La coupure du courant permet au couple auxiliaire, superposé au couple dû à l'aimant, de déplacer le rotor jusqu'en α_3 , nouvelle position d'équilibre.

De façon générale, par la création de trois termes de couple, un moteur à alimentation unipolaire est plus sensible à la dispersion des principaux paramètres de fabrication.

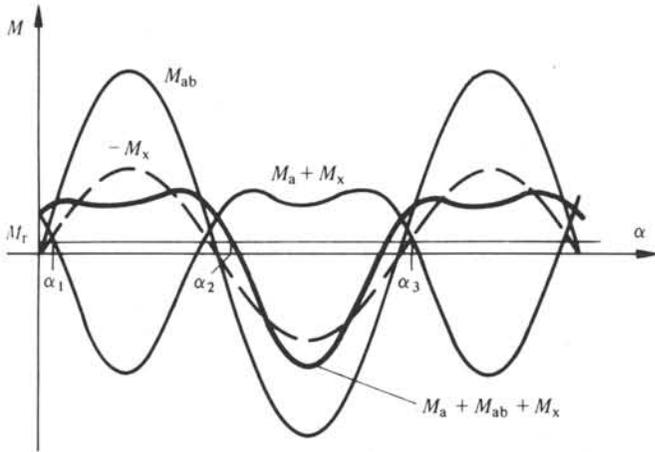


Fig. 11.130 Couples résultants d'un moteur pas à pas monophasé unipolaire.

11.17 MOTEURS PAS À PAS MONOPHASÉS: EXEMPLES ET APPLICATIONS

11.17.1 Moteur électromagnétique à rotor cylindrique

La figure 11.131 représente un moteur pas à pas électromagnétique monophasé dont le rotor est formé d'un aimant cylindrique, magnétisé transversalement. La variante décrite a deux pôles. Il s'agit du moteur Lavet, le plus utilisé pour l'entraînement des aiguilles d'une montre à quartz analogique.

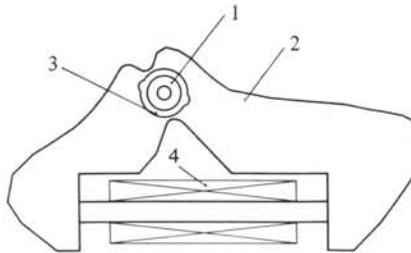


Fig. 11.131 Moteur monophasé bipolaire, à 2 pas par tour, de type Lavet: 1, rotor (aimant permanent); 2, stator; 3, entrefer; 4, bobine.

En exécution bipolaire, un tel moteur comprend deux pas par tour. En variante unipolaire, difficile à réaliser dans cette conception, ce moteur ne présenterait qu'un pas par tour.

Un nombre de pas par tour plus élevé peut être obtenu en recourant à une géométrie des pôles telle que représentée à la figure 11.132. La magnétisation de l'aimant, caractérisée par six pôles dans ce cas, est symbolisée à la figure 11.133. Un tel moteur a six pas par tour en alimentation bipolaire.

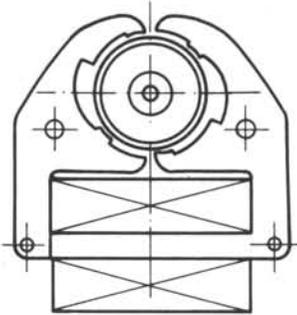


Fig. 11.132 Moteur électromagnétique monophasé à 6 pas par tour.

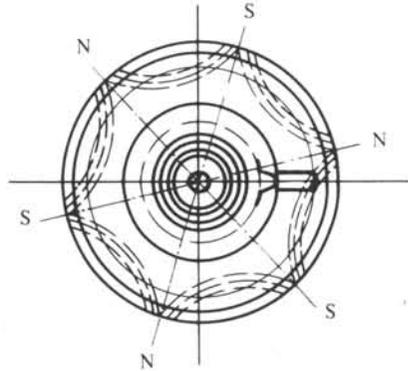


Fig. 11.133 Polarisation du rotor à aimant permanent du moteur de la figure 11.132.

Des moteurs de ce type sont caractérisés par une constante de temps électrique faible, par suite d'un très grand entrefer équivalent correspondant à l'aimant. En revanche, le potentiel magnétique nécessaire à l'obtention d'un couple mutuel déterminé est relativement important. L'inertie de ces moteurs est plus ou moins importante, selon la nature du matériau de l'aimant.

11.17.2 Moteur réductant polarisé

La figure 11.134 montre un exemple de structure d'un moteur monophasé réductant polarisé. Il comprend deux aimants (1), dont les flux parviennent au rotor au travers de quatre paires de pôles (2).

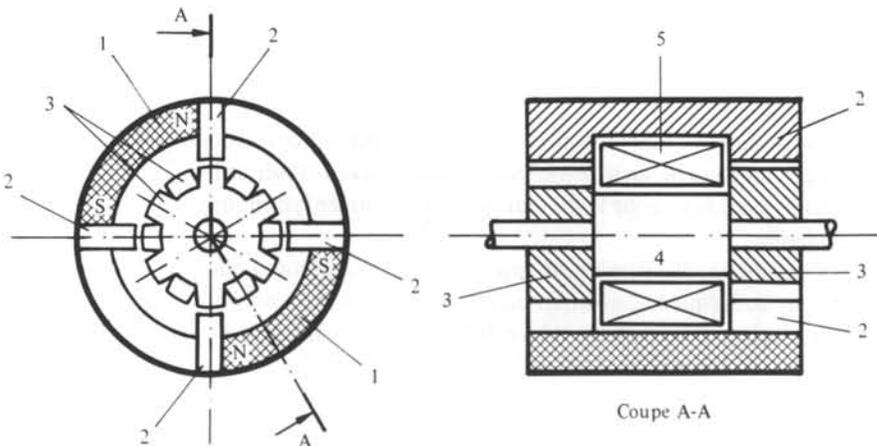


Fig. 11.134 Moteur monophasé réductant polarisé.

Le rotor est composé de deux structures dentées (3), comprenant 6 dents chacune, disposées de part et d'autre d'un axe ferromagnétique (4). Ces structures sont décalées d'un demi-pas dentaire. La bobine (5) est concentrique à l'axe.

Le flux traversant l'axe se modifie alternativement en fonction de la position. Le système étant réluctant polarisé, il apparaît trois termes de couple, dus respectivement à l'aimant seul, à la bobine seule et à leur effet mutuel.

Le sens de rotation peut être défini par la géométrie des dents ou par un aimant auxiliaire.

La figure 11.135 présente un schéma magnétique équivalent d'un tel moteur, dans lequel les chutes de potentiel magnétique dans le fer ont été négligées.

De façon générale, les moteurs réluctants polarisés sont caractérisés par une constante de temps relativement importante. Il en est de même pour l'inertie.

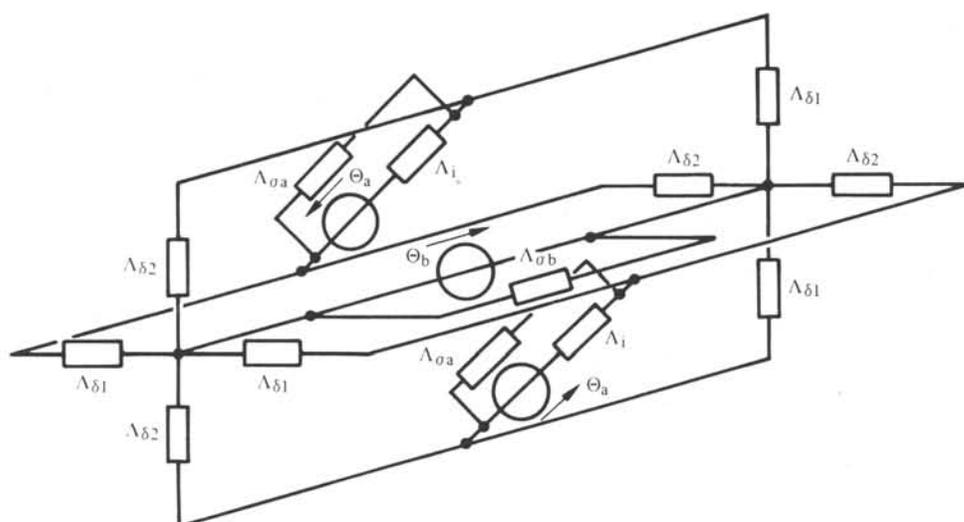


Fig. 11.135 Schéma magnétique équivalent du moteur de la figure 11.134. Les chutes de potentiel dans le fer sont négligées.

11.17.3 Comptage

De nombreux moteurs monophasés sont utilisés pour le comptage. Les faibles puissances requises, le grand nombre d'exemplaires à réaliser et le faible encombrement nécessaire, aussi bien pour le moteur que pour l'alimentation, imposent une solution monophasée.

Certaines applications font appel à un fonctionnement continu, piloté par un générateur de fréquence, assurant un affichage proportionnel au temps de fonctionnement. Il s'agit par exemple du relevé de la durée de marche de certains appareils, de la tarification de consommateurs, de la mesure de débits, etc.

D'autres applications recourent à un fonctionnement impulsionnel. La tarification par impulsion des communications téléphoniques en est l'exemple le plus caractéristique.

11.17.4 Horlogerie

Le moteur pas à pas monophasé joue un rôle important en horlogerie, pour l'affichage analogique de montres ou d'horloges à quartz. La figure 11.136 montre le schéma de principe d'un tel système. Un quartz (1) délivre un signal de fréquence constante. Ce signal est mis en forme et divisé jusqu'à une fréquence de 1 Hz (ou 1/60 Hz) par un circuit électronique (2). Le signal résultant est appliqué à un moteur pas à pas monophasé (3), qui entraîne les aiguilles (4) au moyen d'un engrenage (5). L'énergie est fournie par une pile (6) au mercure. La durée d'une impulsion d'alimentation d'un tel moteur est de quelques millisecondes.

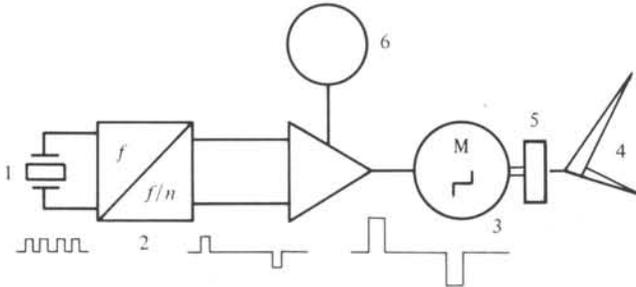


Fig. 11.136 Chaîne de commande et d'alimentation d'une montre à quartz analogique.

Compte tenu du mode d'alimentation du moteur, un bon rendement est exigé. On atteint des rendements énergétiques, alimentation comprise, de 15 à 70% pour des moteurs de quelques microwatts. La figure 11.137 montre une photographie d'un tel moteur (Moteur Lavet).

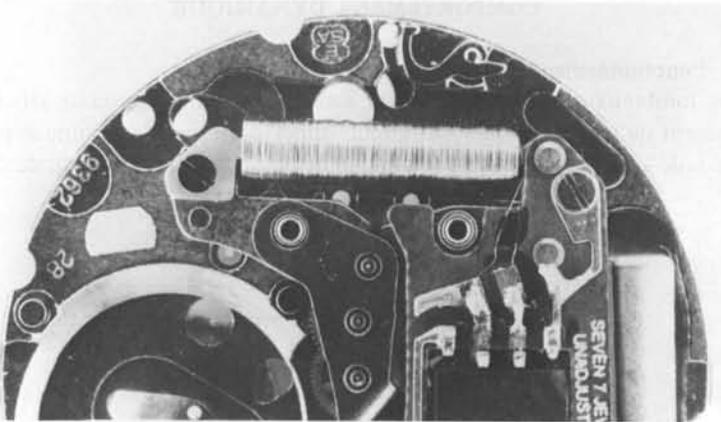


Fig. 11.137 Micromoteur pas à pas monophasé pour montre à quartz, de type Lavet à 2 pas par tour.

11.17.5 Affichage

La figure 11.138 montre un système d'affichage à palettes utilisé dans les aéroports, les gares, les bourses, etc. Il est actionné par un moteur pas à pas électromagnétique, du principe décrit à la figure 11.132.

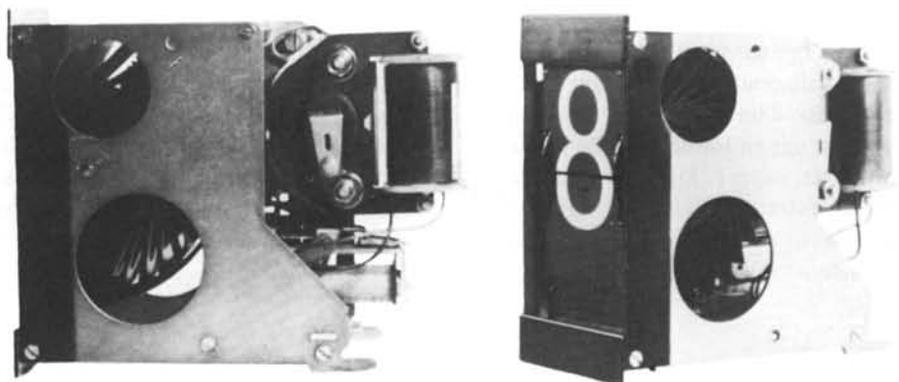


Fig. 11.138 Dispositif d'affichage à palettes entraîné par le moteur pas à pas monophasé de la figure 11.132.

11.17.6 Moteurs pas à pas et synchrones

Certains moteurs peuvent fonctionner indifféremment comme moteur pas à pas bipolaire ou comme moteur synchrone alimenté par le réseau monophasé. Ils se prêtent bien à des fonctions de transfert nécessitant un ajustement précis en fin de course.

On peut mentionner de nombreuses applications d'horloges alimentées par le réseau.

La figure 11.123 montre un exemple d'un tel moteur.

11.18 MOTEURS PAS À PAS MONOPHASÉS: COMPORTEMENT DYNAMIQUE

11.18.1 Fonctionnement par impulsion

De nombreux moteurs monophasés, assurant un comptage ou un affichage, n'ont pratiquement qu'un fonctionnement impulsionnel, correspondant à une avance d'un pas. Une telle avance est assurée par une impulsion de tension, d'une durée déterminée.

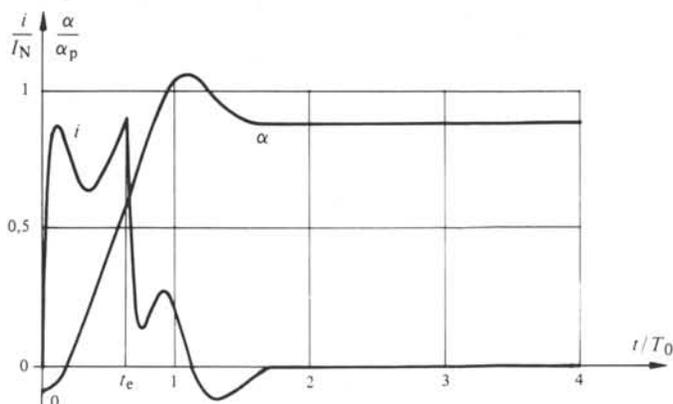


Fig. 11.139 Evolution du courant et de la position pour un pas réussi.

La figure 11.139 présente l'allure du courant et de la position en fonction du temps pour un tel moteur, lors de l'avance d'un pas. De façon semblable au cas d'un moteur polyphasé, la bobine est mise en court-circuit par un circuit d'extinction, lors de la coupure de l'alimentation. Hormis la protection du transistor d'alimentation, cette fermeture du circuit assure un amortissement plus rapide des oscillations du rotor.

11.18.2 Influence de la durée d'impulsion

De la même façon que pour un moteur pas à pas polyphasé, un phénomène d'instabilité associé à la fréquence propre du système peut apparaître pour une durée d'impulsion trop longue. La figure 11.140 montre un exemple des caractéristiques de courant et de position en fonction du temps dans un tel cas. Il y a retour à la position d'équilibre de départ. La figure 11.141 représente le comportement en plan de phase (vitesse en fonction de la position).

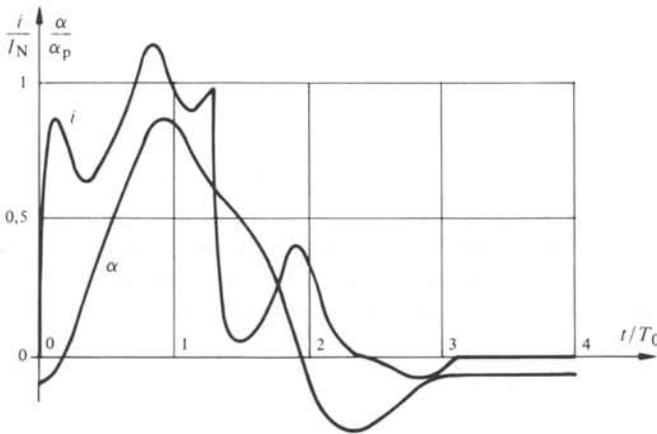


Fig. 11.140 Evolution du courant et de la position pour une durée d'impulsion trop longue.

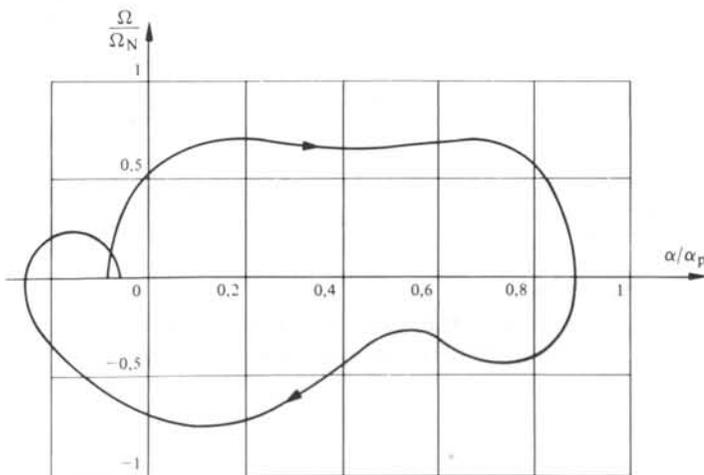


Fig. 11.141 Evolution de la vitesse en fonction de la position pour le cas de la figure 11.140.

Inversement, pour une durée d'impulsion trop courte, le moteur risque également un retour à la position de départ. Il s'agit d'une durée d'impulsion inférieure à celle correspondant à la fréquence limite de démarrage. La figure 11.142 montre le comportement du même moteur dans un tel cas.

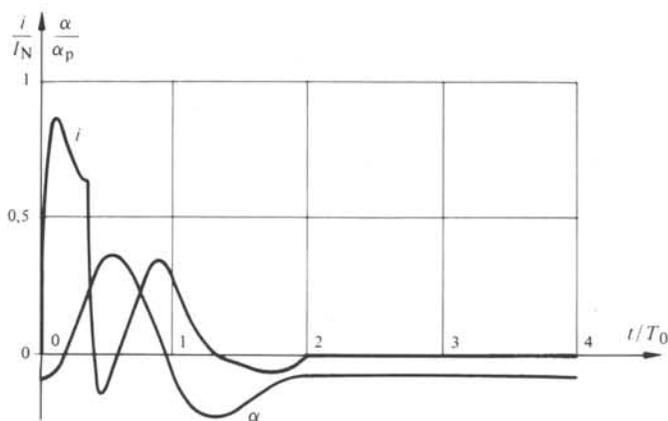


Fig. 11.142 Evolution du courant et de la position pour une durée d'impulsion trop courte.

La figure 11.143 met en évidence les domaines de fonctionnement d'un tel moteur en fonction de la durée d'impulsion. Le domaine (1) correspond à des impulsions trop courtes. Le domaine (2) est stable. Le domaine (3) est instable, par suite d'oscillations. Le domaine (4) est stable, mais très défavorable du point de vue énergétique.

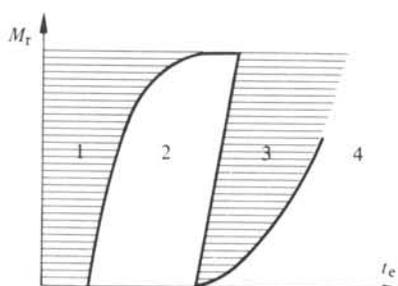


Fig. 11.143 Domaines de fonctionnement d'un moteur pas à pas monophasé. Couple résistant en fonction de la durée d'impulsion. Les zones hachurées correspondent à un pas raté.

11.18.3 Bilan énergétique

Pour une charge et une inertie données, le bilan énergétique le plus favorable correspond à la durée d'impulsion la plus courte. On a en effet :

$$W_{el} = \int_0^{t_e} u i dt \quad (11.57)$$

$$W_{th} = \int_0^{t_2} R i^2 dt \quad (11.58)$$

$$W_{\text{mec}} = \int_0^{t_2} M \, d\alpha \quad (11.59)$$

Les grandeurs W_{el} , W_{th} et W_{mec} représentent respectivement les énergies électrique, thermique (Joule) et mécanique apparaissant lors de l'avance d'un pas. Le temps t_e (fig. 11.139) correspond à la durée de l'impulsion d'alimentation. Le temps t_2 correspond à la durée totale du mouvement, jusqu'à l'arrêt.

On peut définir le rendement énergétique sur un pas comme suit :

$$\eta = W_{\text{mec}} / W_{\text{el}} \quad (11.60)$$

L'énergie mécanique ne dépend que du chemin parcouru et de la charge. Elle est donc constante pour un pas. Plus la durée t_e est faible, plus les pertes Joule sont faibles et plus le rendement est élevé. La figure 11.144 décrit l'évolution du rendement en fonction de la durée d'impulsion.

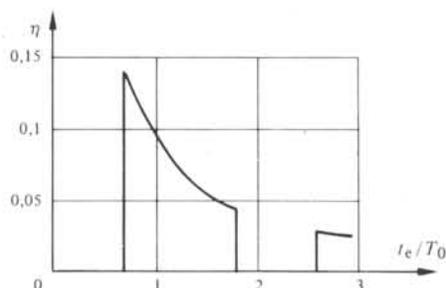


Fig. 11.144 Rendement en fonction de la durée d'impulsion.

En pratique, le fonctionnement n'est pas possible au point de rendement optimum. En effet, la moindre surcharge entraînerait un pas raté. Il est donc indispensable d'adopter une marge de sécurité sur la durée d'impulsion. Une amélioration peut être apportée par la technique d'auto-asservissement.

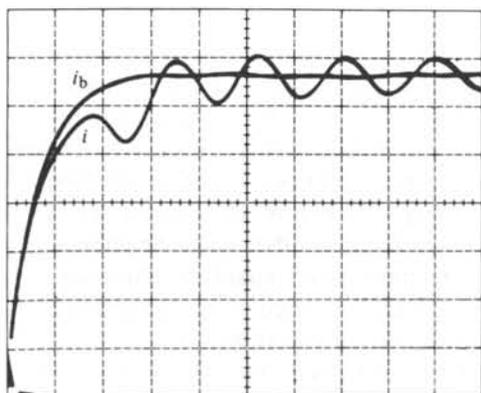


Fig. 11.145 Courant dynamique (i) et à rotor bloqué (i_b) d'un micromoteur monophasé bipolaire, lors d'un saut de tension.

11.18.4 Auto-asservissement

La technique d'asservissement par le courant peut également être appliquée à un moteur pas à pas monophasé en fonctionnement impulsionnel. Le but est alors d'adapter la durée d'impulsion à la charge pour obtenir un fonctionnement stable et un bilan énergétique favorable. L'auto-asservissement permet de définir l'instant de coupure du courant, et non plus celui de commutation.

Pour assurer l'extinction, il s'agit de repérer une perturbation remarquable de courant telle que dérivée nulle ou point d'inflexion (fig. 11.145). Le phénomène étant associé à la vitesse et à la position (§ 11.10.4), il sera influencé par la charge ou l'inertie. Un accroissement de charge conduira donc à une durée d'impulsion accrue.

11.18.5 Fonctionnement à fréquence élevée

Pour des applications nécessitant des vitesses de fonctionnement élevées, le moteur monophasé doit être alimenté par une succession d'impulsions rapprochées. Elles peuvent être alternées sans transition (fig. 11.146) en alimentation bipolaire. Pour une alimentation unipolaire, des temps morts doivent être prévus (fig. 11.147).

Afin d'atteindre une plus grande stabilité et des fréquences plus élevées, les moteurs monophasés peuvent également être asservis en position ou par le courant.

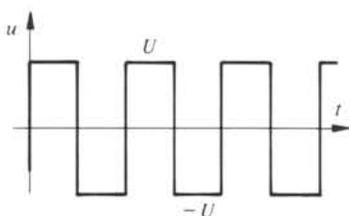


Fig. 11.146 Alimentation bipolaire à fréquence élevée.

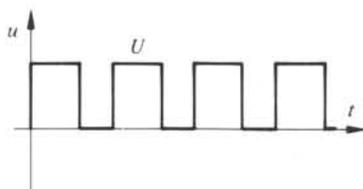


Fig. 11.147 Alimentation unipolaire à fréquence élevée.

11.18.6 Auto-asservissement par différence de courant

La présence d'extremums de la courbe de courant dynamique est fortement liée à des paramètres tels que le type de moteur, la charge, la fréquence, etc. Cependant, le mouvement d'un moteur électromagnétique provoque toujours des perturbations liées à la tension induite de mouvement. Celles-ci peuvent être mieux mises en évidence par l'écart entre le courant à rotor bloqué et le courant avec mouvement. A titre d'exemple, la figure 11.148 montre l'évolution des courants à rotor bloqué (i_b), avec mouvement (i) et de leur différence (i_d) pour une avance d'un pas. Il s'agit du moteur décrit au paragraphe suivant. Bien que le courant dynamique ne présente pas d'extremums dans la phase d'accélération, la différence de courants est plus aisée à analyser. Ce moteur présente une fréquence maximale, en circuit ouvert, d'environ 25 Hz.

La technique d'auto-asservissement permet un accroissement important de cette fréquence, sans changement des conditions d'alimentation. Seule la commande est modifiée, selon le schéma de principe de la figure 11.149.

La commutation de l'alimentation (changement de signe) peut être basée sur un passage par zéro de la différence des courants i_d , sur un maximum ou sur un minimum.

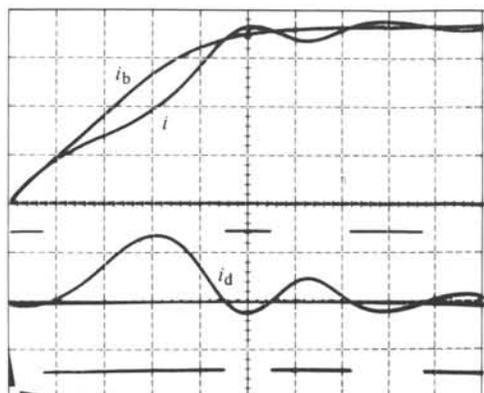


Fig. 11.148 Courants à rotor bloqué, dynamique et différentiel du moteur de la figure 11.132.

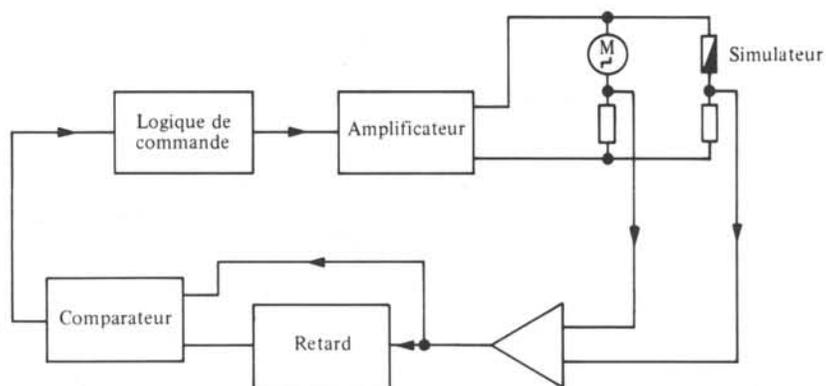


Fig. 11.149 Schéma bloc de l'auto-asservissement d'un moteur monophasé par le courant différentiel.

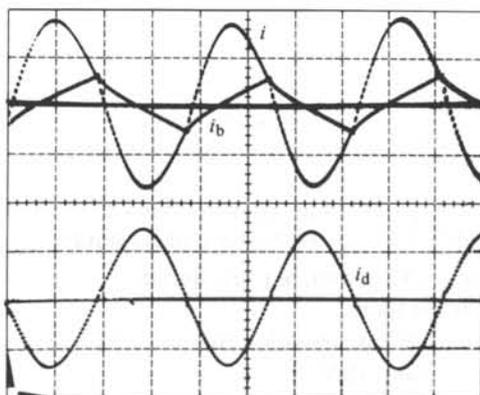


Fig. 11.150 Evolution des divers courants lors d'un asservissement assurant la commutation à courant différentiel nul.

Dans le cas particulier, la commutation est assurée au premier passage par zéro du courant différentiel. La figure 11.150 présente les divers courants i , i_b et i_d pour un tel régime asservi.

La fréquence atteinte est ainsi de 540 Hz, soit plus de vingt fois la valeur atteinte en circuit ouvert.

On constate que le courant dynamique i est nettement supérieur au courant à rotor bloqué i_b . Ceci correspond à une tension induite de mouvement négative, renforçant la tension de source.

Dans le cas particulier, la commutation au passage par zéro du courant différentiel coïncide avec la position optimale de commutation. Dans le cas contraire, un retard à la commutation aurait dû être introduit. La figure 11.151 illustre le comportement dans de telles conditions. La fréquence est alors de 480 Hz.

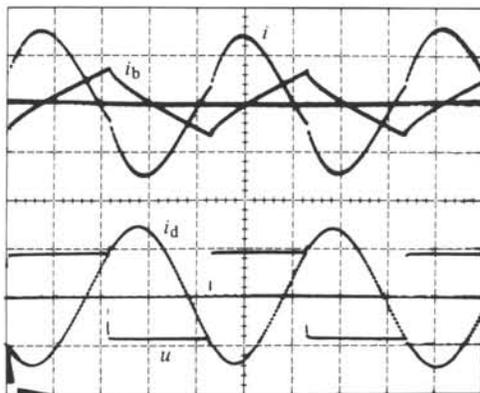


Fig. 11.151 Asservissement à commutation imposée avec un retard sur le passage par zéro du courant différentiel.

La technique d'asservissement par le courant différentiel offre plus de possibilités que l'asservissement par le courant. Cependant, elle ne peut être utilisée que dans le cas d'un moteur ne présentant pas d'effet réductant (moteur électromagnétique) et de préférence aucune saturation. Un effet de réluctance variable ne permet pas de définir un seul courant à rotor bloqué.

11.18.7 Annexe

Le moteur pas à pas étudié au paragraphe précédent correspond au dessin de la figure 11.132. Les principales caractéristiques sont les suivantes :

- fabricant : Ascom-Autophon, Soleure, Suisse;
- moteur à 6 pas par tour;
- rotor en ferrite, avec magnétisation comprenant 6 pôles (fig. 11.133);
- alimentation bipolaire 40 V;
- couple mutuel de crête $1,65 \cdot 10^{-2}$ Nm;
- couple de maintien (aimant seul) $0,5 \cdot 10^{-2}$ Nm;
- moteur d'entraînement de dispositif d'affichage à palettes (fig. 11.138).

11.19 ANNEXES

11.19.1 Moteur pas à pas réductant triphasé

Le moteur pas à pas triphasé réductant faisant l'objet de l'exemple traité à la section 11.11 est illustré par la figure 11.88. Il présente les principales caractéristiques suivantes :

- fabricant : Warner Electric Brake and Clutch Company, Beloit, Wisconsin, USA, type SM-024-0035-WT
- résolution : 24 pas par tour
- pas angulaire : 15°
- nombre de phases : 3
- nombre d'encoches statoriques : 12
- nombre de dents rotoriques : 8
- largeur des dents : 2,3 mm
- diamètre d'alésage du stator : 15,8 mm
- entrefer : 0,05 mm
- diamètre extérieur : 50,8 mm
- nombre de spires par bobine : 80
- tension d'alimentation : 14 V
- résistance de phase : 5Ω
- résistance d'extinction : 10Ω
- couple de maintien : 0,247 Nm
- inertie : $1,27 \cdot 10^{-6} \text{ kgm}^2$
- masse : 0,45 kg.

11.19.2 Moteur pas à pas linéaire réductant polarisé

Le moteur pas à pas linéaire réductant polarisé traité comme exemple aux paragraphes 11.13.7 et 11.13.8 correspond à la figure 11.100. Il présente les principales caractéristiques suivantes :

- réalisation : Laboratoire d'Electromécanique de l'EPFL
- résolution : 1 mm par pas

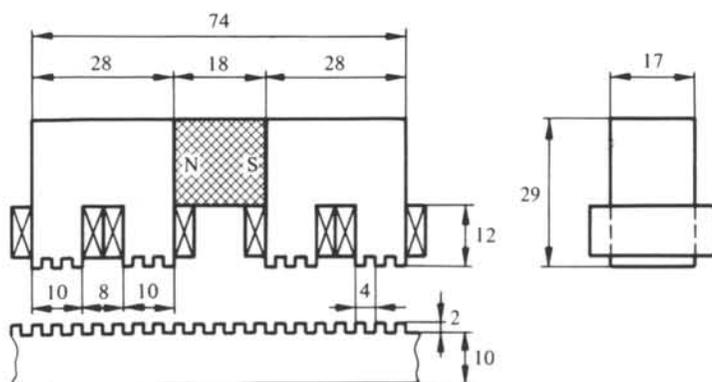


Fig. 11.152

- nombre de phases : 2
- alimentation bipolaire
- nombre de pôles : 4
- nombre de dents par pôle : 3
- aimant permanent en Ticonal TC (Von Roll)
- dimensions selon figure 11.130
- nombre de spires d'une bobine : 392
- courant nominal : 0,5 A.

CHAMP TOURNANT ET BOBINAGE

12.1 INTRODUCTION: RÔLE DU CHAMP TOURNANT

Une machine électrique a pour but la conversion électromécanique d'une énergie électrique polyphasée en une énergie mécanique de rotation. Toute machine électrique est constituée d'un stator fixe et d'un rotor tournant, séparés par un espace d'air, l'entrefer.

La conversion électromécanique s'accompagne de la génération intermédiaire d'une énergie magnétique. Afin de générer un mouvement mécanique tournant, la succession des opérations est alors la suivante:

- alimentation des bobinages statoriques par une source électrique polyphasée;
- conversion de l'énergie électrique en une énergie magnétique tournante;
- conversion de l'énergie magnétique tournante en une énergie mécanique de rotation.

C'est la deuxième étape de ce processus qui nous intéressera plus particulièrement dans ce chapitre.

12.2 GÉNÉRATION D'UN CHAMP TOURNANT

12.2.1 Structure d'un bobinage polyphasé minimum

Le cas le plus fréquent d'une alimentation polyphasée est celui du système triphasé qui sera considéré à titre d'exemple.

Pour mettre en évidence le principe de génération d'une énergie magnétique tournante, on considérera le cas d'un stator le plus simple possible constitué, conformément à

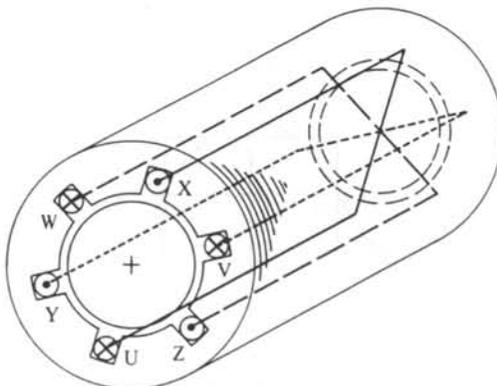


Fig. 12.1

la figure 12.1, d'un empilage de tôles magnétiques (flux alternatif). A la périphérie de son alésage, 6 *encoches* décalées régulièrement de 60° sont découpées. Elles sont remplies par 3 *bobines* diamétrales alimentées par les trois phases de la source. Les trois bobines peuvent être constituées d'une (dessin) ou de plusieurs spires en série. Elles peuvent être connectées en étoile ou en triangle.

Pour analyser le champ magnétique, il est nécessaire de définir un rotor. Pour cette étape, on admettra un cylindre lisse, concentrique à l'alésage du stator, formé d'un empilage de tôles sans encoches. Il définit ainsi un entrefer constant sur toute la périphérie.

Pour faciliter l'analyse du système, le zone d'entrefer sera développée selon la périphérie de l'alésage statorique (coordonnée curviligne y) (fig. 12.2).

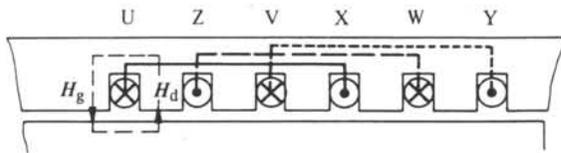


Fig. 12.2

12.2.2 Expression du champ magnétique

En appliquant à ce système la première relation de Maxwell sous forme intégrale et avec l'hypothèse d'une perméabilité du fer infinie, il vient (1.9):

$$\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = \iint \mathbf{J} d\mathbf{S} = Ni \quad (12.1)$$

Pour une phase alimentée, on a:

$$H_g \cdot \delta - H_d \cdot \delta = Ni \quad (12.2)$$

avec H_g le champ à gauche de l'encoche et H_d le champ à droite.

Par symétrie, H_d on a $H_d = -H_g$

$$H_g = \frac{Ni}{2\delta} \quad (12.3)$$

La distribution relative à l'abscisse y est donnée par la figure 12.3.

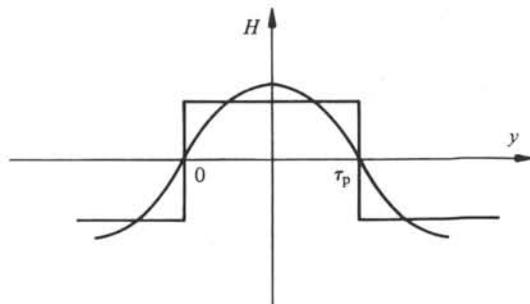


Fig. 12.3

Il est possible d'en déterminer le fondamental, dont l'expression peut s'écrire :

$${}^1H = \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2\delta} \sin \frac{\pi y}{\tau_p} \quad (12.4)$$

τ_p est la demi-période ou *pas polaire*.

Pour un courant sinusoïdal (phase U), il vient :

$$H_u = {}^1\hat{H} \sin \frac{\pi y}{\tau_p} \sin \omega t \quad (12.5)$$

avec :

$${}^1\hat{H} = \frac{4}{\pi} \frac{NI}{2\delta} \quad (12.6)$$

12.2.3 Champ magnétique résultant

On obtiendra de la même façon pour la phase V, avec un décalage dans l'espace d'un tiers de période et un déphasage dans le temps également d'un tiers de période :

$$H_v = {}^1\hat{H} \sin \left(\frac{\pi y}{\tau_p} - \frac{2\pi}{3} \right) \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \quad (12.7)$$

De même, pour la phase W :

$$H_w = {}^1\hat{H} \sin \left(\frac{\pi y}{\tau_p} - \frac{4\pi}{3} \right) \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \quad (12.8)$$

Par décomposition et pour une alimentation simultanée des trois phases, on obtient :

$$\begin{aligned} H_u &= \frac{1}{2} {}^1\hat{H} \left[\cos \left(\frac{\pi y}{\tau_p} - \omega t \right) - \cos \left(\frac{\pi y}{\tau_p} + \omega t \right) \right] \\ H_v &= \frac{1}{2} {}^1\hat{H} \left[\cos \left(\frac{\pi y}{\tau_p} - \omega t \right) - \cos \left(\frac{\pi y}{\tau_p} + \omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \right] \\ H_w &= \frac{1}{2} {}^1\hat{H} \left[\cos \left(\frac{\pi y}{\tau_p} - \omega t \right) - \cos \left(\frac{\pi y}{\tau_p} + \omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \right] \end{aligned} \quad (12.9)$$

Par superposition de l'effet des trois phases, le champ résultant H_{tot} vaut :

$$H_{tot} = \frac{3}{2} {}^1\hat{H} \cos \left(\frac{\pi y}{\tau_p} - \omega t \right) - 0 \quad (12.10)$$

La résultante est un champ sinusoïdal caractérisé par une équation d'onde. Celle-ci est représentée à la figure 12.4 pour des instants décalés d'un douzième de période.

12.3 POLARITÉ

12.3.1 Moteur bipolaire

L'onde de champ, telle qu'illustrée par la figure 12.4, se déplace à une vitesse qui peut être déterminée par l'évolution temporelle de l'abscisse du maximum y_m :

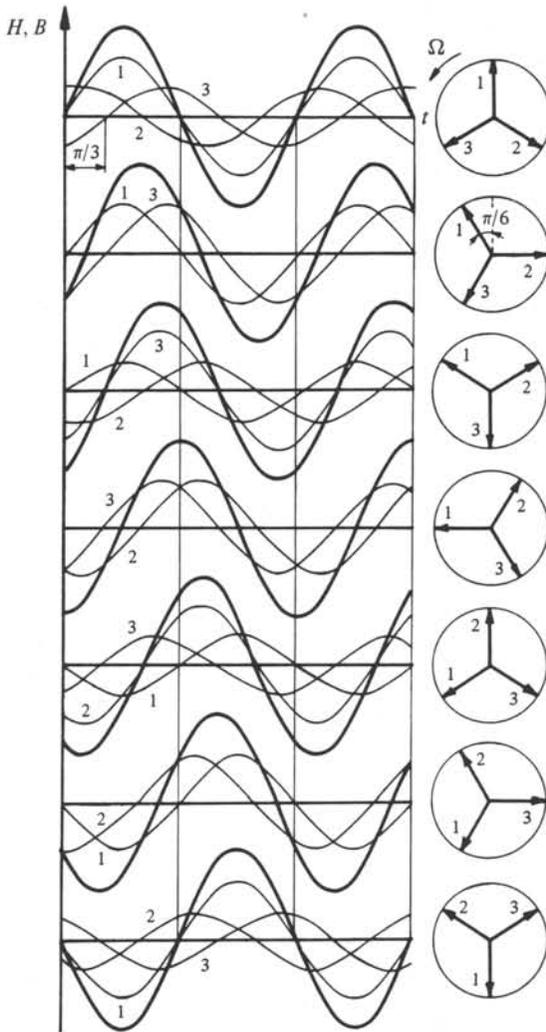


Fig. 12.4 Evolution du champ tournant sur une demi-période: décalage de $\pi/6$.

$$\frac{\pi y_m}{\tau_p} - \omega t = 0 \quad (12.11)$$

$$y_m = \frac{\omega \tau_p}{\pi} t \quad (12.12)$$

La vitesse périphérique v_m s'obtient par la dérivée temporelle de cette abscisse:

$$v_m = \frac{dy_m}{dt} = \frac{\omega \tau_p}{\pi} = 2f\tau_p \quad (12.13)$$

Cette vitesse périphérique est la même pour tous les points de l'onde de champ. Elle est constante et peut être transformée en une vitesse angulaire Ω :

$$\Omega = \frac{v_m}{r} \quad (12.14)$$

r = rayon d'alésage

Pour une machine bipolaire, le pas polaire et le rayon sont liés comme suit:

$$2\pi r = 2\tau_p$$

$$r = \frac{\tau_p}{\pi} \quad (12.15)$$

$$\Omega = \frac{v_m \cdot \pi}{\tau_p} = \omega \quad (12.16)$$

L'expression (12.10) correspond à un *champ magnétique tournant* de vitesse constante.

La vitesse angulaire et la pulsation des courants sont identiques. Cette expression correspond au cas particulier d'un moteur présentant 2 pôles ou une période sur la périphérie.

12.3.2 Généralisation

De façon plus générale, le moteur décrit à la figure 12.1 peut présenter plusieurs périodes sur la périphérie. Par exemple, il peut présenter 12 encoches, avec une succession de phases comme suit:

U Z V X W Y U Z V X W Y

Il présente ainsi deux périodes identiques ou deux paires de pôles. L'ouverture d'une bobine correspond à 1/4 de période.

De façon tout à fait générale, un moteur présentera p paires de pôles ou périodes:

p = nombre de périodes = nombre de paires de pôles

$2p$ = nombre de pôles

$$\tau_p = \frac{2\pi r}{2p} = \frac{\pi r}{p} \quad (12.17)$$

$$\Omega_p = \frac{\omega}{p} \quad (12.18)$$

Pour une fréquence d'alimentation de 50 Hz, les vitesses du champ tournant suivantes peuvent être obtenues:

$p =$	1	Ω [rad/s] =	314,2	n [t/s] =	50	N [t/min] =	3000
	2		157,1		25		1500
	3		104,7		16 2/3		1000
	4		78,5		12,5		750
	5		62,8		10		600
	6		52,4		8 1/3		500
	etc.						

12.3.3 Réalisation du bobinage

Pour les exemples décrits, le bobinage était associé à une seule encoche par pôle et par phase. Il est possible d'introduire 2, 3... encoches successives occupées par une même phase. Ceci permet d'obtenir une onde de champ plus proche de la sinusoïde.

Une des particularités de la réalisation d'un bobinage porte sur la géométrie des connexions entre encoches. Pour des raisons d'isolation, de coûts et d'encombrement, les développantes (la partie du bobinage extérieure à l'empilage de tôles) ont généralement une géométrie à deux couches conforme à la figure 12.5. La figure 12.6 présente le schéma de bobinage d'un enroulement à 4 pôles, comprenant deux encoches par pôle et par phase. La figure 12.7 présente une photo-montage d'un bobinage en cours d'isolation. Les figures 12.8 et 12.9 montrent respectivement les bobinages de machines à grand et faible nombre de pôles.

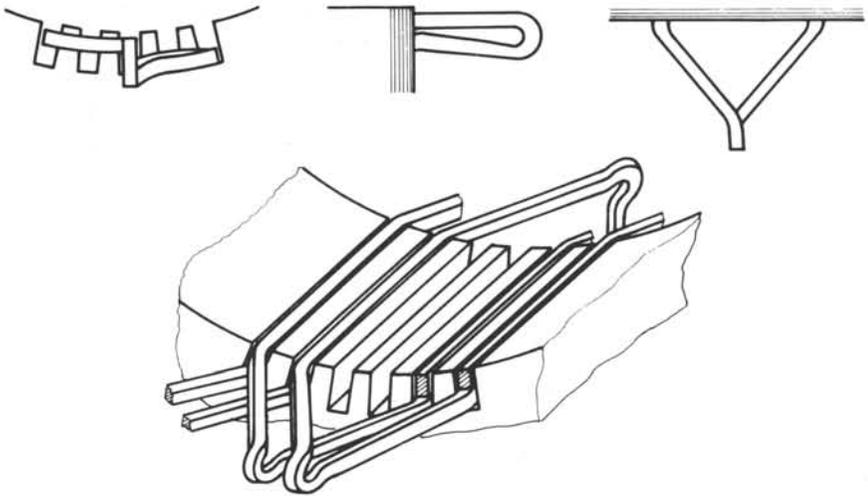


Fig. 12.5 Formes des développantes du bobinage.

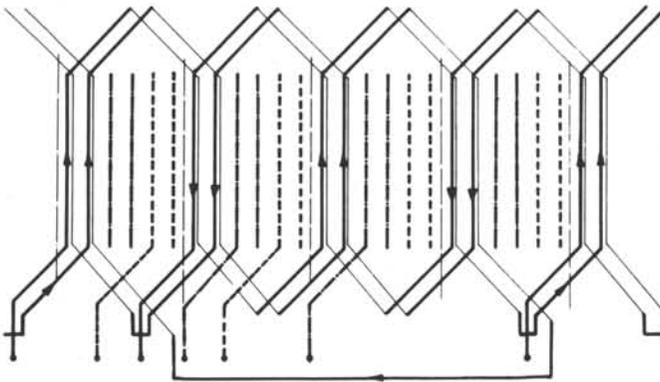


Fig. 12.6 Schéma de bobinage: 4 pôles, 2 encoches/pôle et phase.

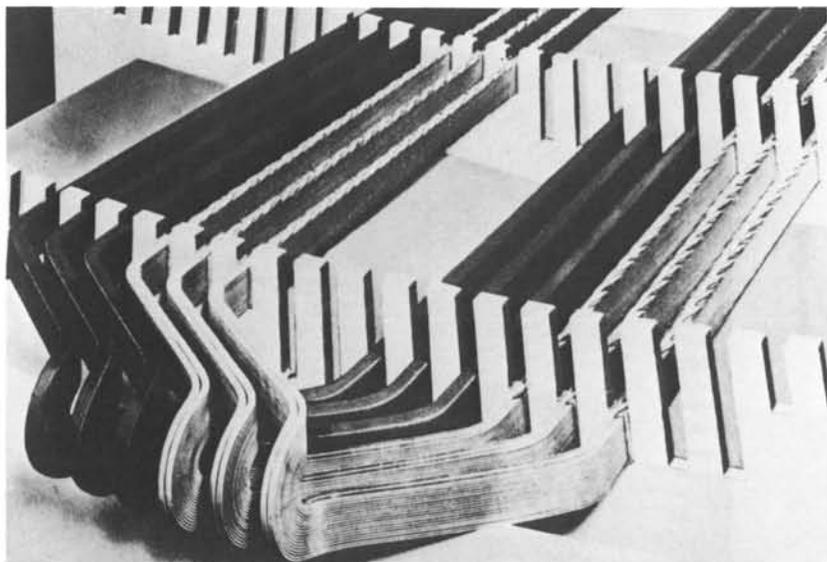


Fig. 12.7 Maquette de bobinage deux couches (bobines écartées).

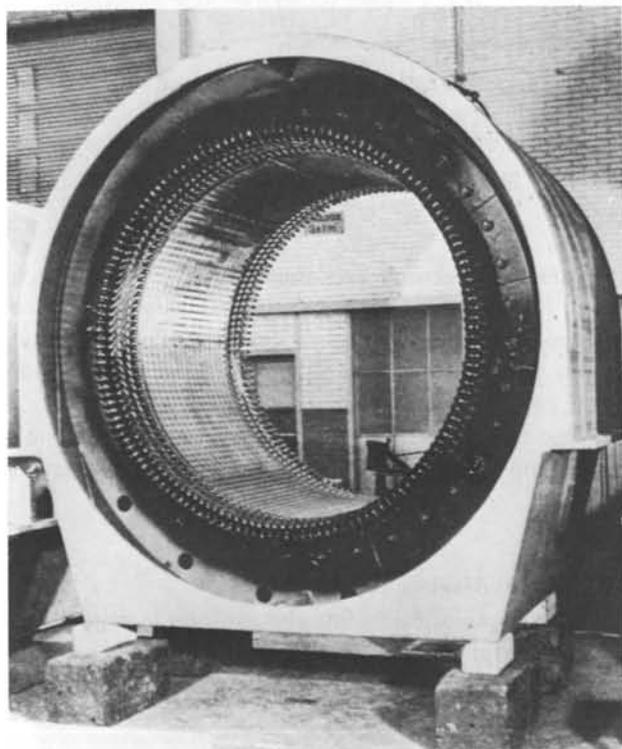


Fig. 12.8 Stator à grande polarité (12 pôles): bobines écartées.

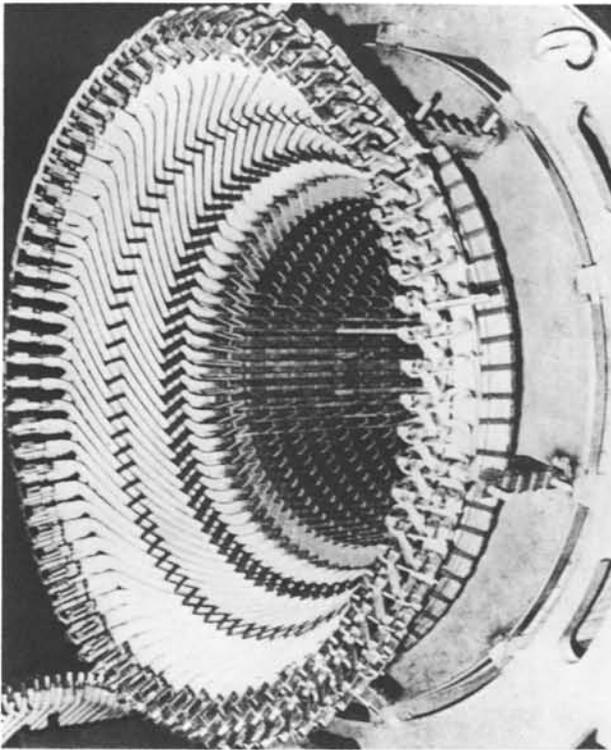


Fig. 12.9 Stator à faible polarité (2 pôles): développants coniques.

12.4 GRANDEURS ÉLECTRIQUES ASSOCIÉES À UN BOBINAGE

12.4.1 Hypothèses

L'étude des grandeurs électriques reposera, sauf exception explicite, sur une hypothèse générale: seul le fondamental des grandeurs magnétiques ou électriques est pris en considération. Les phénomènes harmoniques, qui influent peu les grandeurs électromécaniques (couple moyen, puissance mécanique), seront négligés. Leur influence sur les pertes (dans le fer, dans le cuivre) est cependant non négligeable.

Cette hypothèse est aussi bien valable dans l'espace (distribution sinusoïdale de l'induction ou du champ dans l'entrefer) que dans le temps (flux, tension induite, tension, courant).

12.4.2 Tension induite: développement

Un bobinage réparti, associé à un flux alternatif, est le siège d'une tension induite. Celle-ci est définie par la loi de la tension induite (1.66):

$$u = Ri + d\Psi/dt = Ri + u_i \quad (12.19)$$

u_i = tension induite

$$u_i = d\Psi/dt = Nd\Phi/dt$$

Le fondamental du flux peut s'exprimer comme suit en fonction du temps:

$${}^1\Phi = {}^1\hat{\Phi} \sin \omega t \quad (12.20)$$

$$u_i = N\omega {}^1\hat{\Phi} \cos \omega t \quad (12.21)$$

Pour la valeur de crête:

$${}^1\hat{U}_i = N\omega {}^1\hat{\Phi} \quad (12.22)$$

Pour la valeur efficace:

$${}^1U_i = N \frac{\omega}{\sqrt{2}} {}^1\hat{\Phi} = \sqrt{2}\pi N f {}^1\hat{\Phi} \quad (12.23)$$

Par l'étude relative au facteur de bobinage (§12.4.3 à 12.4.5) l'expression ci-dessus devient:

$${}^1U_i = \sqrt{2}\pi N k_w f {}^1\hat{\Phi} \quad (12.24)$$

Le flux est directement lié à l'induction radiale dans l'entrefer:

$$\Phi = \int B dS = l \int_{\tau_p} B(y) dy \quad (12.25)$$

L'intégrale est effectuée sur un pas polaire; l est la longueur axiale de la machine. Il vient:

$$\hat{\Phi} = \frac{1}{k_f} B_{\text{eff}} l \tau_p \quad (12.26)$$

avec $k_f =$ facteur de forme $= B_{\text{eff}} / \bar{B}$

Si l'on se limite au calcul du flux fondamental (hypothèse), nous avons:

$$B_{\text{eff}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \bar{B} = k_f \bar{B} \quad (12.27)$$

soit:

$${}^1\hat{\Phi} = \frac{2}{\pi} {}^1\hat{B} l \tau_p \quad (12.28)$$

En fonction de l'induction, la tension induite peut s'exprimer comme suit:

$${}^1U_i = 2\sqrt{2}\pi N k_w f \hat{B} l \tau_p \quad (12.29)$$

12.4.3 Facteur de bobinage

La tension induite dans une phase d'un bobinage résulte de la superposition des effets de plusieurs bobines. Celles-ci peuvent être décalées dans l'espace. Afin d'éliminer l'effet parasite de certains harmoniques de courant ou de tension, il est souvent utile de réduire l'ouverture de la bobine par rapport à la valeur normale correspondant au pas polaire.

Ces deux particularités constructives ont pour conséquence un flux totalisé qui n'est pas simplement le produit du nombre de spires et du flux correspondant au pas polaire, mais qui est l'intégrale prenant en compte la géométrie des bobines. On définit ainsi deux

coefficients découlant de la distribution du bobinage :

- le *facteur de distribution* k_z correspondant à la répartition du bobinage dans plusieurs encoches;
- le *facteur de raccourcissement* k_s correspondant à une ouverture réduite de la bobine eu égard au pas polaire.

On définit ainsi le *facteur de bobinage* k_w avec:

$$k_w = k_z \cdot k_s \quad (12.30)$$

Le flux totalisé vaut alors:

$$\Psi = k_w N \Phi \quad (12.31)$$

Le produit $k_w N$ correspond au nombre équivalent de spires du bobinage.

Les facteurs k_z et k_s sont définis aux paragraphes suivants (relations (12.34) et (12.38)).

12.4.4 Facteur de distribution

Le facteur de distribution k_z peut être défini à partir de la tension induite. Soit \underline{U}_{il} le phaseur de tension induite associé à une bobine. Deux bobines en série réparties dans deux encoches adjacentes sont déphasées d'un angle α , conformément à la figure 12.10.

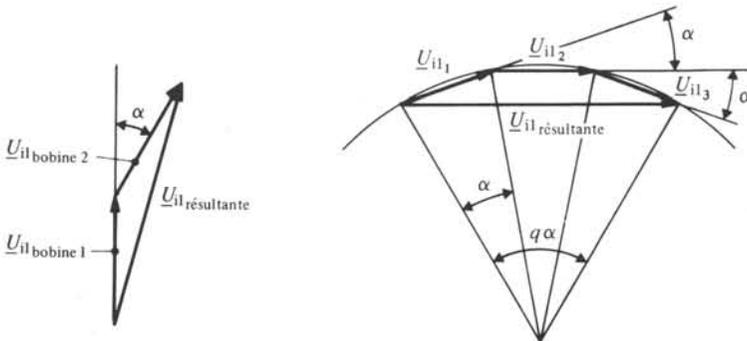


Fig. 12.10

On a ainsi:

$$k_z = \frac{\text{somme vectorielle des tensions induites}}{\text{somme arithmétique}} \leq 1 \quad (12.32)$$

Soit q le nombre d'encoches par pôle et phase. Pour une machine triphasée:

$$\alpha = \frac{\pi}{3q} \quad (12.33)$$

Le facteur de distribution vaut ainsi:

$$k_z = \frac{\sin(q\alpha/2)}{q \sin(\alpha/2)} = \frac{1}{2q \sin(\pi/6q)} \quad (12.34)$$

Pour les machines synchrones, la grandeur q correspond généralement à un nombre fractionnaire ($7/8, 2\ 1/4$), de façon à réduire le taux d'harmoniques. Dans ce cas, on introduit la grandeur q' , plus petit commun multiple entier de q :

$$k_z = \frac{1}{\left(2q' \sin \frac{\pi}{6q'}\right)} \quad (12.35)$$

12.4.5 Facteur de raccourcissement

Soit s l'ouverture de la bobine, qui peut être inférieure au pas polaire afin d'éliminer certains harmoniques, en particulier les rangs 5 et 7.

On peut définir l'angle d'ouverture d'une bobine β :

$$\beta = \frac{s}{\tau_p} \pi \quad (12.36)$$

Pour une bobine diamétrale, on peut définir le flux total Φ correspondant à un angle π . Le flux Φ_s pour une bobine à ouverture raccourcie vaut alors:

$$\Phi_s = \Phi \frac{\int_{-\beta/2}^{\beta/2} \cos \alpha \, d\alpha}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \alpha \, d\alpha} = k_s \Phi \quad (12.37)$$

On obtient ainsi pour k_s (fig. 12.11):

$$k_s = \sin \left(\frac{s}{\tau_p} \frac{\pi}{2} \right) \quad (12.38)$$

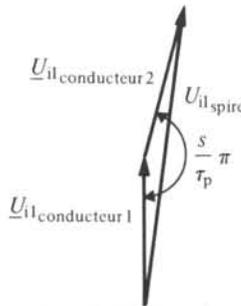


Fig. 12.11

12.4.6 Potentiel magnétique d'un bobinage

Comme démontré au paragraphe 12.2.2, le champ magnétique résultant d'un bobinage polyphasé présente une distribution sinusoïdale tournante. Dans l'entrefer, il dérive du potentiel scalaire qui à son tour présente une distribution sinusoïdale tournante.

Pour N_z spires concentriques, le potentiel de crête s'écrit:

$$\hat{\Theta} = N_z \hat{I} / 2$$

Compte tenu de l'effet de distribution du bobinage et du raccourcissement, l'expression ci-dessus devient (par X, 3.6):

$$\hat{\Theta} = Nk_w \hat{I} / (2p) \quad (12.39)$$

En admettant une distribution spatiale en créneau du potentiel magnétique, le fondamental a pour expression:

$${}^1\hat{\Theta} = \frac{4}{\pi} \frac{1}{2} \frac{\hat{\Theta}}{p} = \frac{2}{\pi} \frac{Nk_w}{p} \hat{I} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \frac{Nk_w}{p} I \quad (12.40)$$

Pour un système triphasé, le potentiel total (§12.2.2) est donné par l'expression:

$${}^1\hat{\Theta}_{\text{tot}} = \frac{3}{2} {}^1\hat{\Theta} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \frac{Nk_w}{p} I \quad (12.41)$$

12.4.7 Inductances propre et mutuelle

Soit L_{s1} le coefficient de self-induction d'une phase statorique et L_{sm} le coefficient d'inductance mutuelle liant deux phases statoriques.

En considérant le stator seul (indice s), le flux totalisé de la phase U s'écrit:

$$\Psi_{su} = L_{s1} i_{su} + L_{sm} (i_{sv} + i_{sw}) \quad (12.42)$$

Par ailleurs, pour un moteur triphasé:

$$i_{su} + i_{sv} + i_{sw} = 0 \quad (12.43)$$

d'où:

$$\Psi_{su} = (L_{s1} - L_{sm}) i_{su} \quad (12.44)$$

Le flux totalisé d'une phase peut se décomposer en deux termes partiels:

Ψ_{hu} correspondant au flux traversant l'entrefer et couplé avec le rotor;

$\Psi_{\sigma u}$ correspondant au flux de fuite;

Il est possible d'associer deux inductances à ces termes:

$$L_{sh} = \Psi_{hu} / i_{su} = \text{inductance de champ principal} \quad (12.45)$$

$$L_{\sigma s} = \Psi_{\sigma u} / i_{su} = \text{inductance de fuite} \quad (12.46)$$

$$L_{s1} = L_{sh} + L_{\sigma s} \quad (12.47)$$

Compte tenu du principe même de la réalisation d'un bobinage triphasé, les coefficients d'induction L_{sm} et L_{sh} sont liés par la relation suivante, découlant de la définition et de la figure 12.12:

$$\frac{L_{sm}}{L_{sh}} = \frac{\int_{-5\tau/3}^{5\tau/3} \sin\left(\frac{\pi y}{\tau}\right) dy}{2\tau/3} \bigg/ \int_0^{\tau} \sin\left(\frac{\pi y}{\tau}\right) dy = -\frac{1}{2} \quad (12.48)$$

$$L_{sm} = \frac{-L_{sh}}{2} \quad (12.49)$$

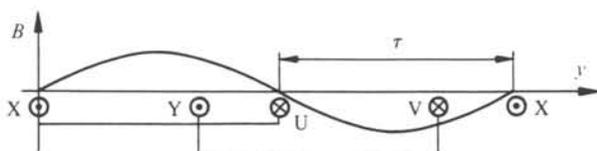


Fig. 12.12

on a ainsi:

$$\Psi_{su} = i_{su} \left(L_{s1} + \frac{L_{sh}}{2} \right) = i_{su} \left(L_{os} + \frac{3}{2} L_{sh} \right) \quad (12.50)$$

On pose alors:

$$\frac{3}{2} L_{sh} = L_h = \text{inductance de champ principal apparente d'une phase} \quad (12.51)$$

$$L_{os} + L_h = L_s \text{ inductance propre apparente d'une phase} \quad (12.52)$$

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{su} &= L_s i_{su} \\ \Psi_{sv} &= L_s i_{sv} \\ \Psi_{sw} &= L_s i_{sw} \end{aligned} \right\} \quad (12.53)$$

L'effet mutuel est ainsi implicitement contenu dans l'inductance propre apparente.

12.5 CONDITION D'OBTENTION D'UN COUPLE ÉLECTROMAGNÉTIQUE

12.5.1 Démarche

De façon générale, le couple d'un moteur électromagnétique résulte de l'interaction d'un potentiel magnétique statorique, créé par un courant, et d'un champ d'induction rotorique, créé par un courant ou par un aimant permanent. Seul le moteur réluctant échappe à cette propriété. Sans vouloir être exhaustif dans la démonstration, les conclusions obtenues dans cette section peuvent être étendues sans autre à ce cas particulier.

Pour analyser les conditions d'obtention d'un couple, celui-ci sera exprimé en fonction des pulsations respectives du stator (ω_s) et du rotor (ω_r), en introduisant la vitesse de rotation Ω comme paramètre.

12.5.2 Couple moyen: développement

Le potentiel magnétique statorique, associé à une alimentation polyphasée de pulsation ω_s , prend la forme suivante par (12.10) et (12.14):

$$\Theta_s = \hat{\Theta}_s \sin \left(\omega_s t - \frac{\pi y}{\tau_p} \right) \quad (12.54)$$

τ_p = pas polaire

Pour un rotor de même polarité, alimenté à une pulsation ω_r , et tournant à la vitesse Ω , on a dans un référentiel rotorique caractérisé par la coordonnée curviligne y' :

$$B_r = \hat{B}_r \sin \left(\omega_r t - \frac{\pi y'}{\tau_p} + \epsilon \right) \quad (12.55)$$

Dans un référentiel statorique, cette dernière expression devient :

$$y = y' + \Omega r \quad (12.56)$$

avec $r = p\tau_p/\pi =$ rayon rotorique

$$y = y' + p\Omega\tau_p/\pi \quad (12.57)$$

$$B_{rs} = \hat{B}_r \sin\left(\omega_r t + p\Omega t - \frac{\pi y}{\tau_p} + \epsilon\right) \quad (12.58)$$

Le couple a pour expression (2.67) :

$$M = \Sigma ilB \cdot r \quad (12.59)$$

$$M = \frac{1}{2p\tau_p} \int_0^{2p\tau_p} r \Theta_s B_{rs} l dy \quad (12.60)$$

$l =$ longueur active

En posant $\pi y/\tau_p = \alpha$, il vient :

$$M = \frac{1}{2} \frac{rl}{\pi} \int_0^\pi \hat{\Theta}_s \hat{B}_r \{\cos[(\omega_s - \omega_r - p\Omega)t - \epsilon] - \cos[(\omega_s + \omega_r + p\Omega)t - 2\alpha + \epsilon]\} d\alpha \quad (12.61)$$

$$M = rl\hat{\Theta}_s \hat{B}_r \cos[(\omega_s - \omega_r - p\Omega)t - \epsilon] \quad (12.62)$$

12.5.3 Conditions

La valeur moyenne du couple sur une période temporelle est différente de zéro à condition que :

$$\omega_s - \omega_r - p\Omega = 0 \quad (12.63)$$

Celle-ci prend alors la valeur suivante :

$$\bar{M} = rl\hat{\Theta}_s \hat{B}_r \cos\epsilon \quad (12.64)$$

Le couple dépend directement du déphasage ϵ entre potentiel magnétique statorique et induction rotorique.

12.5.4 Analyse des résultats

A titre d'exemple, on peut considérer trois cas particuliers :

- $\omega_r = 0$ (courant continu ou aimants permanents au rotor)

$$\Omega = \omega_s/p \quad (12.65)$$

Ce cas correspond à la machine synchrone.

- $\omega_s = 0$

$$\Omega = -\omega_r/p \quad (12.66)$$

Ce cas correspond à la machine à courant-continu.

- $\omega_r \neq 0$; $\omega_s \neq 0$

$$\omega_r = \omega_s - p\Omega$$

(12.67)

Ce cas correspond, entre autres, à la machine asynchrone.

12.6 DÉMARCHE ANALYTIQUE

La plupart des ouvrages traitant de machines électriques obéissent à l'une des deux tendances suivantes :

- approche essentiellement historique (moteur à courant-continu, transformateur, machine asynchrone, machine synchrone) en présentant les différentes machines comme des objets dissociés et en s'attachant principalement aux spécificités;
- approche synthétique visant à définir une machine généralisée dont découlent toutes les machines particulières.

La première approche manque de rationalité et vise à présenter les moteurs comme des tous indépendants.

La seconde approche a généralement tendance à mettre l'accent sur les équations caractéristiques, sans les lier à des structures spécifiques.

Pour notre part, nous avons adopté la démarche suivante :

- développement des méthodes spécifiques et des propriétés des systèmes électro-mécaniques (chapitres 1 à 5);

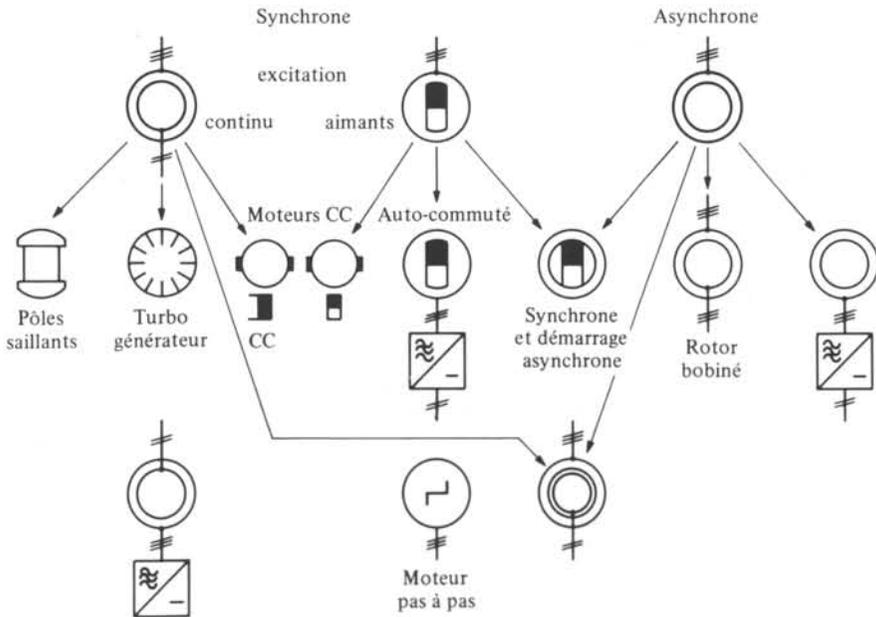


Fig. 12.13 Principales catégories de machines électriques.

- application à quelques transducteurs, simples dans leurs structures (chapitres 6 à 10);
- analyse du moteur pas à pas comme composant charnière entre les transducteurs et les moteurs;
- moteurs électriques;
- entraînements électriques, dans l'objectif d'une synthèse des aspects moteur, transmission, alimentation, mesure et commande spécifiques.

L'approche des moteurs électriques sera basée sur deux catégories principales (fig. 12.13):

- les *moteurs synchrones* caractérisés par une vitesse du rotor (ou de l'inducteur) égale à celle du champ tournant statorique (ou de l'induit).
Parmi ceux-ci, on distinguera principalement les moteurs synchrones, les moteurs pas à pas, les moteurs synchrones auto-commutés (ou moteurs à courant continu sans collecteur) et les moteurs à courant continu (ou moteurs synchrones à auto-commutation mécanique). Si la classification des moteurs à courant continu dans la catégorie des moteurs synchrones est inhabituelle, en revanche cette façon de faire devient naturelle en partant du moteur synchrone auto-commuté, par l'analogie des équations et du comportement.
La figure 12.14 illustre de façon plus détaillée la spécificité des principaux servomoteurs.
- le *moteur asynchrone* caractérisé par un écart de vitesse entre champ tournant et rotor et par l'utilisation du phénomène d'induction entre stator et rotor pour la création d'un courant rotorique.

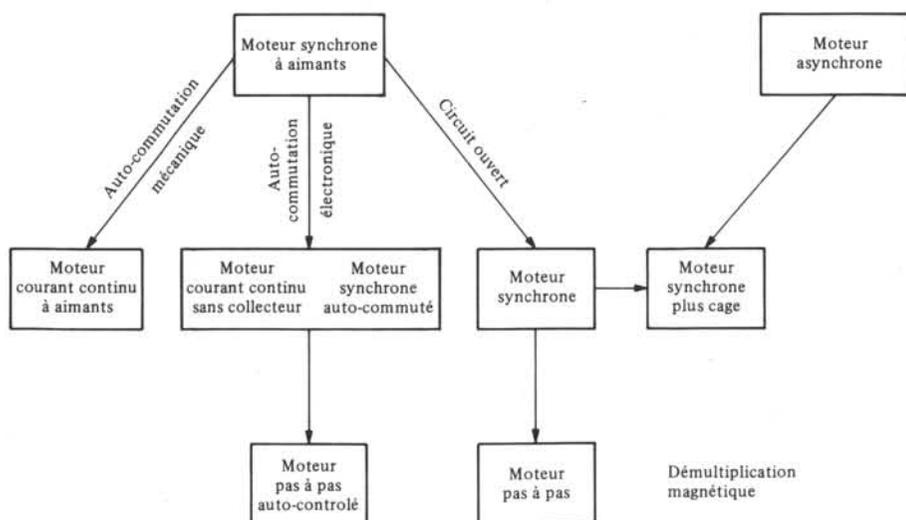


Fig. 12.14 Principaux moteurs de puissance inférieure à 10 kW.

MOTEURS SYNCHRONES

13.1 GÉNÉRALITÉS: STRUCTURES

13.1.1 Rôle de la machine synchrone

La *machine synchrone* est avant tout un générateur d'énergie alternative, mono- ou triphasée. Elle est généralement entraînée par une turbine hydraulique, à gaz ou à vapeur. Le domaine des puissances va d'une dizaine de kVA à plus d'un millier de MVA pour une seule unité.

Par son caractère synchrone, la marche en moteur sur un réseau implique une vitesse constante, donc des problèmes de démarrage. Néanmoins, on construit des unités jusqu'à plusieurs centaines de MW pour entraînement de pompes, démarrant en asynchrone ou par moyens auxiliaires.

Plus récemment, des *moteurs synchrones auto-commutés*, de puissance jusqu'à quelques kW, remplacent peu à peu les moteurs à courant continu. L'alimentation est alors assurée par un convertisseur électronique, commuté en fonction de la position du rotor. Les applications portent sur les périphériques d'ordinateurs et les entraînements de machines-outils. Le moteur pas à pas est une variante particulière du moteur synchrone.

13.1.2 Structure

La machine synchrone est constituée d'un stator formé d'un empilage de tôles magnétiques muni d'encoches et d'un bobinage généralement triphasé. Il génère ainsi un champ tournant comprenant $2p$ pôles.

Le rotor crée un champ fixe de même polarité. Cette dernière peut être définie par un bobinage alimenté en courant continu (machines de puissance moyenne à grande) ou par des aimants permanents (machines de puissance inférieure à 10 kW).

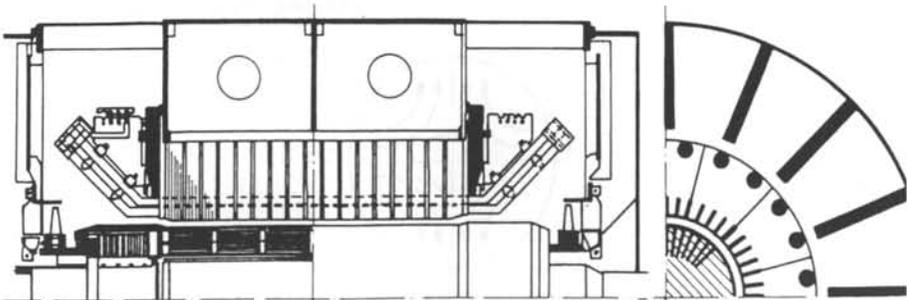


Fig. 13.1 Alternateur synchrone à rotor lisse, 7-75 MVA, 3000 t/min, diamètre externe 2200 mm.

La figure 13.1 montre une coupe d'une machine synchrone de 2 pôles à rotor lisse, excitée par un bobinage à courant continu.

La figure 13.2 correspond à une machine de polarité supérieure ou égale à 4, excitée par un bobinage à courant continu supporté par des pôles ferromagnétiques saillants.

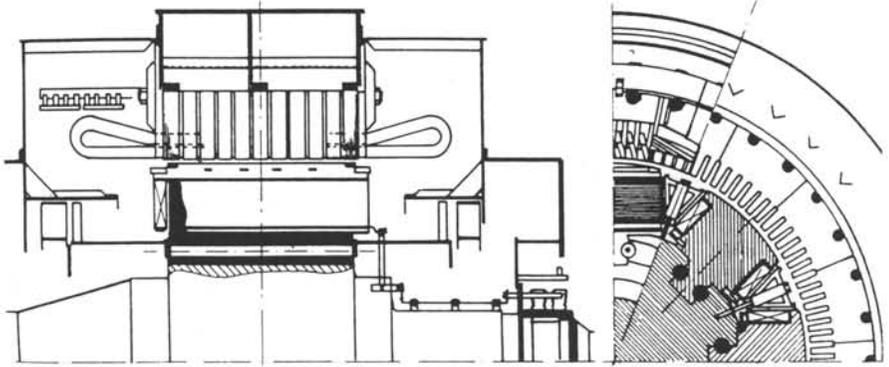


Fig. 13.2 Alternateur synchrone à pôles saillants, 4,7 MVA, 750 t/min, diamètre extérieur 2800 mm.

Les figures 13.3 à 13.5 présentent 3 variantes de structures rotoriques à aimants permanents. La figure 13.3 correspond à des aimants à magnétisation radiale fixés à la périphérie d'une culasse ferromagnétique. La figure 13.4 correspond à des aimants à magnétisation tangentielle, permettant un renforcement du flux dans l'entrefer. La figure 13.5 illustre un rotor formé d'un aimant magnétisé de façon à créer des pôles.

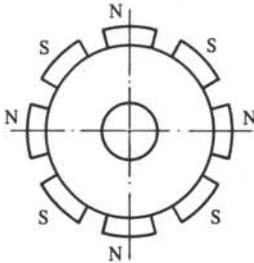


Fig. 13.3 Magnétisation radiale.

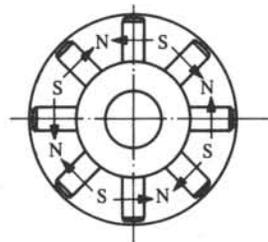


Fig. 13.4 Magnétisation tangentielle.

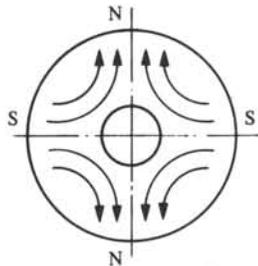


Fig. 13.5 Rotor isotrope.

13.1.3 Principe

Le couple d'une machine synchrone résulte de l'interaction du champ magnétique tournant statorique et du champ rotorique. Le champ d'induction statorique est assimilable à une succession d'électro-aimants tournant à une vitesse constante. Le rotor est formé d'électro-aimants à flux continu, créés par le bobinage d'excitation ou par des aimants permanents. L'interaction de ces deux champs d'induction ne peut conduire à un couple que lorsque leur vitesse est identique. Ceci implique que le rotor tourne à la vitesse du champ statorique (§ 12.5.4). Lorsqu'un pôle statorique nord est en phase avec un pôle rotorique sud, le couple résultant est nul. Par rapport à cette position de référence, si le champ statorique est décalé positivement (en avance) par rapport au champ rotorique, un couple moteur apparaît. On peut imaginer que le champ statorique entraîne le rotor.

Au contraire, si le pôle rotorique est en avance par rapport à l'axe polaire du champ statorique, il apparaît un fonctionnement en générateur (couple négatif). Le rotor "entraîne" le champ statorique. L'angle de décalage entre rotor et champ tournant statorique est particulièrement important pour caractériser le fonctionnement de la machine synchrone.

13.2 ÉQUATIONS CARACTÉRISTIQUES

13.2.1 Hypothèses

En conformité avec l'analyse générale de la partie moteur, les hypothèses suivantes seront appliquées :

- distribution sinusoïdale de l'induction dans l'entrefer, conduisant à une tension induite sinusoïdale au stator;
- alimentation sinusoïdale en tension ou en courant;
- traitement en détail du seul régime quasi-statique.

Les références [27] et [31] donnent une analyse détaillée du comportement transitoire et en régime non sinusoïdal. De plus, l'hypothèse restrictive suivante sera introduite :

- l'effet réductant, lié par exemple à la saillance rotorique des pôles (fig. 13.2 et, dans une mesure moindre, fig. 13.4), n'est pas considéré. Ce cas est traité par le volume X de façon détaillée.

En revanche, la résistance statorique, qui est souvent négligée pour de grandes machines, sera prise en compte

13.2.2 Equations de tension induite

On considérera principalement le cas d'une machine triphasée. Par (5.9), (12.50) et (12.53), l'équation de tension induite d'une phase (1) peut s'écrire :

$$u_1 = R_s i_1 + L_s \frac{di_1}{dt} + \frac{\partial L_{e1}}{\partial \alpha} \Theta_e \Omega \quad (13.1)$$

L'indice e correspond à l'excitation. Celle-ci peut être réalisée par un bobinage (13.2) ou par un aimant (13.3). Les potentiels valent alors respectivement:

$$\Theta_e = N_e i_e \quad (\text{bobinage}) \quad (13.2)$$

$$\Theta_e = \Theta_a = H_a l_a \quad (\text{aimant}) \quad (13.3)$$

L_{e1} est la mutuelle entre l'excitation et la phase 1.

La tension induite de mouvement, compte tenu des hypothèses, peut s'écrire pour une vitesse constante:

$$u_{e1} = \frac{\partial L_{e1}}{\partial \alpha} \Theta_e \Omega \quad (13.4)$$

$$L_{e1} = -\hat{L}_{es} \cos(p\alpha) \quad (13.5)$$

$$u_{e1} = p \hat{L}_{es} \Theta_e \Omega \sin(p\alpha) = k_e \Omega \sin \omega t \quad (13.6)$$

$$k_e = \text{coefficient de tension induite [Vs]}$$

L'angle de phase de la tension induite de mouvement a été choisi comme référence. L'équation (13.1) devient:

$$u_1 = R_s i_1 + L_s \frac{d i_1}{dt} + k_e \Omega \sin \omega t \quad (13.7)$$

13.2.3 Phaseurs complexes

L'hypothèse d'une alimentation sinusoïdale permet le passage aux grandeurs complexes.

Le tension d'alimentation peut s'écrire:

$$u_1 = \hat{U}_1 \sin(\omega t + \epsilon) \quad (13.8)$$

ϵ est l'angle de déphasage entre la tension induite de mouvement et la tension.

Sous forme de phaseur, il vient:

$$\underline{\hat{U}}_1 = \hat{U}_1 e^{j\epsilon} \quad (13.9)$$

$$\underline{\hat{U}}_1 = (R_s + j\omega L_s) \underline{\hat{I}}_1 + \underline{\hat{U}}_{e1} \quad (13.10)$$

Le phaseur $\underline{\hat{U}}_{e1}$ est réel, étant choisi comme référence.

13.2.4 Expression du couple

Compte tenu de l'hypothèse sur l'absence d'effet réductant, seuls les termes de couple mutuel existent. Par (2.62):

$$M = \frac{\partial L_{e1}}{\partial \alpha} \Theta_e i_1 + \frac{\partial L_{e2}}{\partial \alpha} \Theta_e i_2 + \frac{\partial L_{e3}}{\partial \alpha} \Theta_e i_3 \quad (13.11)$$

Par (5.11) et (5.12), la tension induite peut être associée au couple:

$$M = \frac{1}{\Omega} [u_{e1} i_1 + u_{e2} i_2 + u_{e3} i_3] \quad (13.12)$$

Compte tenu du caractère sinusoïdal des tensions induites et des courants (équation (13.7) linéaire), l'expression (13.12) peut prendre les formes suivantes :

$$M = \frac{1}{\Omega} \frac{3}{2} \operatorname{Re}[\underline{u}_{e1} \cdot \hat{i}_1^*] \quad (13.13)$$

$$M = \frac{3}{2\Omega} \hat{U}_{e1} \hat{I}_1 \cos \psi \quad (13.14)$$

De façon plus générale, pour un nombre quelconque de phases, cette expression devient :

$$M = \frac{m}{2\Omega} \hat{U}_{e1} \hat{I}_1 \cos \psi$$

13.3 ALIMENTATION EN COURANT

13.3.1 Optimisation du couple

Pour une vitesse donnée, la tension induite \hat{U}_{e1} est imposée. Pour un courant également imposé, l'expression (13.14) conduit à un optimum de couple pour $\cos \psi = \pm 1$.

Le signe + correspond à une marche en moteur :

$$\psi = 0 \quad (13.15)$$

Le signe - correspond à une marche en générateur :

$$\psi = \pi \quad (13.16)$$

Ainsi, en moteur, le couple prend l'expression suivante, pour un système triphasé :

$$M = \frac{3}{2\Omega} \hat{U}_{e1} \hat{I}_1 = \frac{3U_{e1}I_1}{\Omega} \quad (13.17)$$

Par (13.6) :

$$M = \frac{3}{2} k_e \hat{I}_1 = k_M \hat{I}_1 \quad (13.18)$$

Le couple est proportionnel au courant de phase. Le coefficient k_M est le *coefficient de couple* du moteur.

13.3.2 Expression du couple : développement

Pour une excitation par un aimant permanent, le couple (13.18) s'écrit :

$$M_a = \frac{3}{2} k_e \hat{I}_1 = k_M \hat{I}_1 \quad (13.19)$$

Pour une excitation par un courant d'excitation continu, on a par (13.6) :

$$\hat{U}_e = k_e \Omega \quad (13.20)$$

$$k_e = k_\Phi \hat{\Phi}_e \quad (13.21)$$

La tension induite est proportionnelle au flux d'excitation.

$$\left. \begin{aligned} M_a &= k'_M \hat{\Phi}_e \hat{I}_1 \\ k'_M &= \frac{3}{2} k_\Phi \end{aligned} \right\} \quad (13.22)$$

Si le circuit d'excitation ne présente pas de saturation, on a alors par (1.56):

$$\hat{\Phi}_e = N_e \Lambda_e I_e \quad (13.23)$$

Par (13.22) et (13.23), il vient:

$$\left. \begin{aligned} M_e &= k''_M I_e \hat{I}_1 \\ k''_M &= \frac{3}{2} k_e N_e \Lambda_e / \hat{\Phi}_e \end{aligned} \right\} \quad (13.24)$$

Le couple est ainsi proportionnel au produit du courant d'excitation et de la valeur de crête du courant de phase.

13.4 ALIMENTATION EN TENSION

13.4.1 Expression du courant

Pour une source de tension, l'expression (13.10) permet de déterminer le courant en fonction de la tension. On peut poser:

$$\underline{Z}_s = R_s + j\omega L_s = Z_s e^{j\varphi_s} \quad (13.25)$$

φ_s est l'angle de phase de l'impédance statorique.

Par (13.10), on obtient pour la phase 1:

$$\underline{\hat{U}}_1 = \underline{Z}_s \hat{I}_1 + \hat{U}_{e1} \quad (13.26)$$

$$\hat{I}_1 = \frac{\underline{\hat{U}}_1 - \hat{U}_{e1}}{\underline{Z}_s} \quad (13.27)$$

La figure 13.6 présente un schéma équivalent représentatif de cette équation.

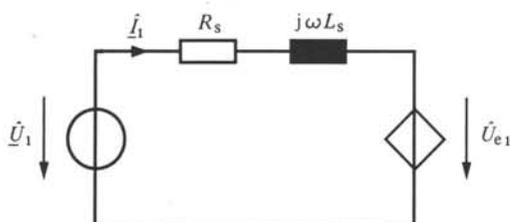


Fig. 13.6

La figure 13.7 présente le diagramme des phases correspondant pour un régime moteur. La figure 13.8 présente le même diagramme en régime générateur.

Le système étant triphasé symétrique, les courants des phases 2 et 3 peuvent être déduits sans autre de l'expression du courant \hat{I}_1 (13.27).

$$\left. \begin{aligned} \hat{I}_2 &= \hat{I}_1 e^{-j2\pi/3} \\ \hat{I}_3 &= \hat{I}_1 e^{-j4\pi/3} \end{aligned} \right\} \quad (13.28)$$

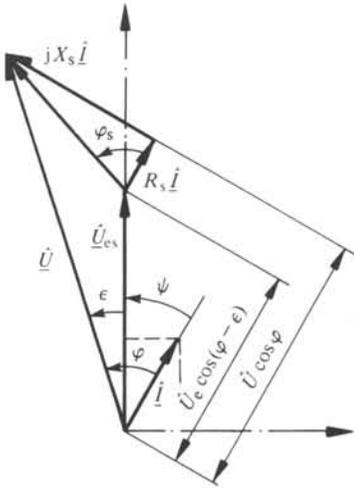


Fig. 13.7

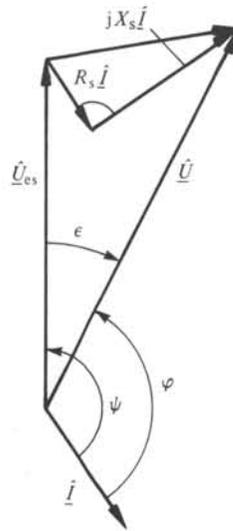


Fig. 13.8

13.4.2 Expression du couple

En appliquant les relations (13.9), (13.12) et (13.13), combinées avec l'expression (13.27), on obtient :

$$M = \frac{3}{2} \frac{\hat{U}_{es}}{\Omega Z_s} [\hat{U} \cos(\varphi_s - \epsilon) - \hat{U}_{es} \cos \varphi_s] \quad (13.29)$$

En utilisant l'expression (13.6), le couple peut également s'écrire :

$$M = \frac{3}{2} \frac{k_e}{Z_s} [\hat{U} \cos(\varphi_s - \epsilon) - \hat{U}_{es} \cos \varphi_s] \quad (13.30)$$

13.4.3 Extrema du couple

Pour une tension d'alimentation et une vitesse imposées, le couple est une fonction de ϵ , l'angle de déphasage entre la tension induite et la tension d'alimentation (fig. 13.7). Son allure est une sinusoïde décalée (fig. 13.9). Elle présente donc deux extrema :

- un couple maximum pour :

$$\epsilon = \varphi_s \quad (13.31)$$

$$\hat{M} = \frac{3}{2} \frac{\hat{U}_{es}}{\Omega Z_s} (\hat{U} - \hat{U}_{es} \cos \varphi_s) \quad (13.32)$$

- un couple minimum pour :

$$\epsilon = \varphi_s + \pi \quad (13.33)$$

$$\check{M} = -\frac{3}{2} \frac{\hat{U}_{es}}{\Omega Z_s} (\hat{U} + \hat{U}_{es} \cos \varphi_s) \quad (13.34)$$

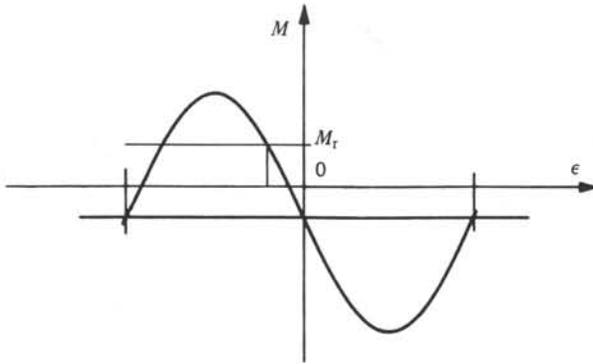


Fig. 13.9

13.4.4 Marche à fréquence imposée

Pour une marche synchrone à fréquence imposée, toutes les grandeurs dépendant de la vitesse sont fixées: Z_s , φ_s , \hat{U}_{es} . Si de plus la tension d'alimentation est imposée, alors l'angle de décalage ϵ devient le seul paramètre libre du système. L'égalité des couples moteur M_m et résistant M_r en régime permanent permet d'écrire par (13.30):

$$M_m = \frac{3}{2} \frac{k_e}{Z_s} [\hat{U} \cos(\varphi_s - \epsilon) - \hat{U}_{es} \cos \varphi_s] = M_m(\epsilon) = M_r \quad (13.35)$$

A tout couple résistant conforme à l'inégalité (13.36), on obtient une valeur de ϵ satisfaisant la relation (13.35) et illustré par la figure 13.9.

$$\check{M} \leq M_r \leq \hat{M} \quad (13.36)$$

En fonctionnement en tension et fréquence imposées, l'angle ϵ s'adapte à la charge.

Pour un couple hors des limites de la relation (13.36), le moteur (ou le générateur) perd son synchronisme et ne fournit plus de couple. On dit que le moteur décroche.

Ce type de fonctionnement est celui des générateurs synchrones et de gros moteurs synchrones de pompage.

13.4.5 Marche à angle de commutation imposé

En variante, l'angle de commutation ϵ peut être imposé. Ceci peut être réalisé par le biais de l'alimentation et de la commande décrits à la section 13.5. La vitesse Ω et toute les grandeurs qui lui sont liées: l'impédance (Z_s , φ_s) et la tension induite (\hat{U}_{es}) deviennent les paramètres libre du système, liés au couple résistant.

L'équation (13.35) peut s'écrire, en fonction du couple résistant:

$$M_m = \frac{3}{2} \frac{k_e}{Z_s} [\hat{U} \cos(\varphi_s - \epsilon) - k_e \Omega \cos \varphi_s] = M_r \quad (13.37)$$

Dans la mesure où le couple résistant est inférieur à la valeur maximale possible, correspondant à la vitesse nulle (M_{lim}), une valeur de Ω est la solution de l'équation (13.37).

On a pour $M_{\text{lim}} = M(\Omega = 0)$:

$$M_{\text{lim}} = \frac{3}{2} \frac{k_e}{R} \hat{U} \cos \epsilon \quad (13.38)$$

La caractéristique de couple obtenue par ce procédé correspond à une adaptation de la vitesse du moteur à la charge. On peut constater que le moteur est devenu auto-synchrone: la fréquence d'alimentation est directement liée à la vitesse du rotor. En toute rigueur, un tel moteur est devenu moteur synchrone auto-commuté ou auto-contrôlé.

13.5 MOTEUR SYNCHRONE AUTO-COMMUTÉ: CARACTÉRISTIQUES

13.5.1 Alimentation à courant composé

Si le courant peut être imposé en amplitude et en phase conformément aux expressions (13.15) et (13.16), l'expression du couple (13.18) est valable.

$$M = \frac{3}{2} k_e \hat{I}_1$$

Simultanément, le rendement est optimum puisque les pertes Joule sont minimales pour un couple et une vitesse donnés. Cependant, pour des vitesses devenant élevées, la tension s'accroît jusqu'à atteindre la tension maximale de la source. L'alimentation passe alors d'un régime à courant composé à un régime à tension imposée qui doit être optimisé pour lui-même.

13.5.2 Alimentation à tension imposée: couple maximum

Les expressions (13.31) et (13.33) donnent les valeurs des angles de phase de la tension pour obtenir un couple maximum:

$$\epsilon = \epsilon_m = \varphi_s = \arctg(\omega L_s/R_s) \quad \text{en moteur} \quad (13.39)$$

$$\epsilon = \epsilon_m = \pi + \varphi_s = \pi + \arctg(\omega L_s/R_s) \quad \text{en générateur} \quad (13.40)$$

Cet angle varie avec la vitesse.

La figure 13.10 montre l'évolution du couple maximum (indice m) en fonction de la vitesse pour le moteur décrit à l'annexe 13.9.

La figure 13.11 en décrit l'allure en fonction de l'angle ϵ , avec la vitesse comme paramètre. Le lieu des maxima correspond bien à un accroissement de l'angle ϵ avec la vitesse (avance). Le courant correspondant à ce couple maximum (fig. 13.12) est relativement important. Il ne correspond pas au rendement optimum, ce qui sera montré au paragraphe suivant. L'évolution de l'angle ϵ_m en fonction de la vitesse est représenté à la figure 13.13.

13.5.3 Alimentation à tension imposée: rendement maximum

Si l'on fait abstraction des pertes dans le fer, le meilleur rendement est obtenu, à une vitesse et pour un couple donnés, lorsque le courant est minimum. En d'autres termes, ceci apparaît lorsque le rapport couple/courant est maximum.

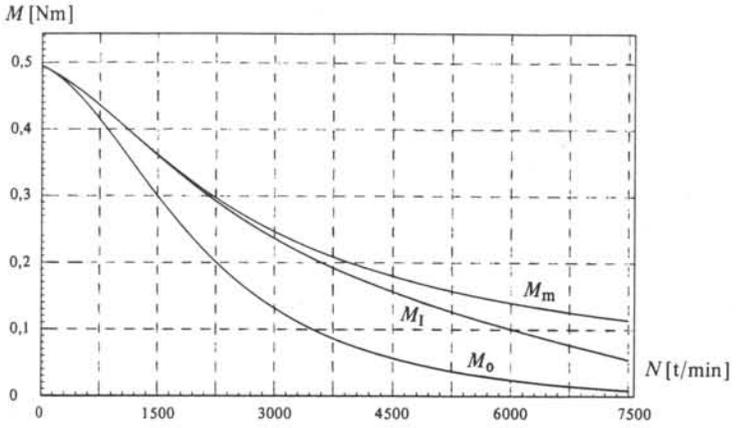


Fig. 13.10

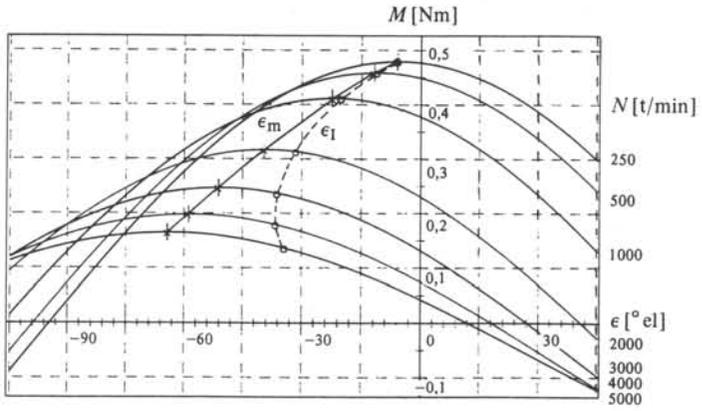


Fig. 13.11

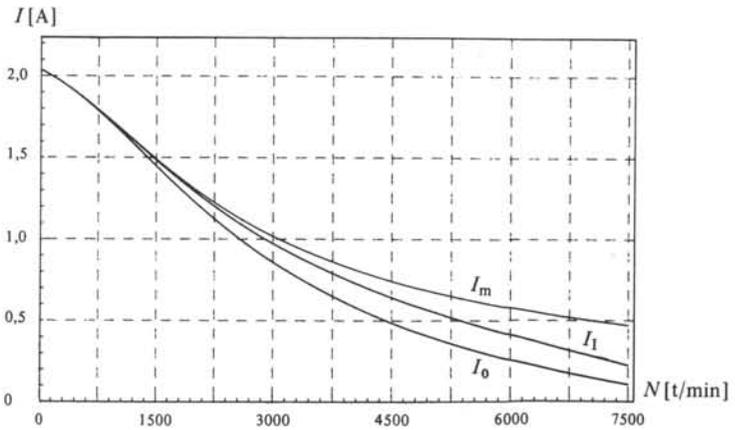


Fig. 13.12

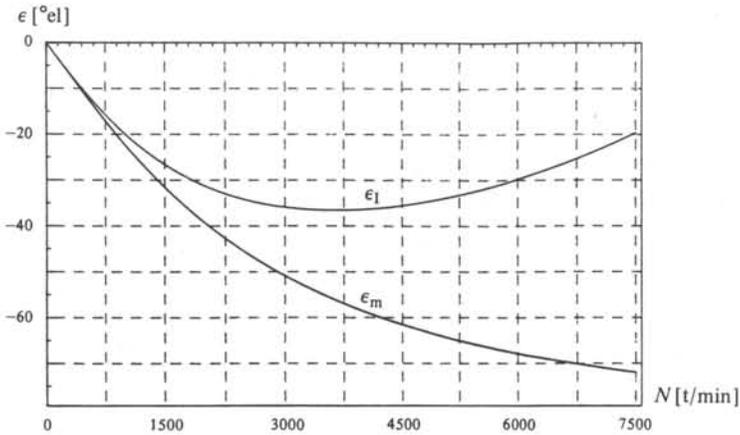


Fig. 13.13

Le bilan énergétique permet d'écrire pour un moteur triphasé :

$$P_{\text{mec}} = P_{\text{el}} - P_J = M\Omega \quad (13.41)$$

$$M = \frac{3}{2} \frac{\hat{U}\hat{I}\cos\varphi - R_s\hat{I}^2}{\Omega} \quad (13.42)$$

$$\frac{M}{\hat{I}} = \frac{3}{2} \frac{\hat{U}\cos\varphi - R_s\hat{I}}{\Omega} \quad (13.43)$$

Par la figure 13.7, on peut écrire :

$$\hat{U}\cos\varphi = \hat{U}_{\text{es}}\cos(\varphi - \epsilon) + R_s\hat{I} \quad (13.44)$$

Par (13.43) et (13.44), on a :

$$\frac{M}{\hat{I}} = \frac{3}{2} \frac{\hat{U}_{\text{es}}\cos(\varphi - \epsilon)}{\Omega} = \frac{3}{2} k_e \cos(\varphi - \epsilon)$$

Le maximum est obtenu lorsque :

$$\epsilon = \epsilon_1 = \varphi \quad (13.45)$$

En conséquence, l'angle ψ est nul, conformément au résultat obtenu pour la marche à courant imposé.

Par un développement complet, on obtient l'expression suivante pour l'angle ϵ_1 :

$$\epsilon_1 = \arccos\left(\frac{\hat{U}_{\text{es}}\omega L_s}{Z_s\hat{U}}\right) - \arctg\left(\frac{R_s}{\omega L_s}\right) \quad (13.46)$$

Cet angle est fonction de la vitesse, mais également de la tension d'alimentation \hat{U} .

Pour cet optimum du rapport M/\hat{I} , on obtient une constante :

$$\frac{M}{\hat{I}} = \frac{3}{2} k_e \quad (13.47)$$

A la figure 13.10, on voit l'évolution du couple à rendement optimum (indice I) en fonction de la vitesse; en comparaison avec le couple maximum (M_m), il est systématiquement inférieur.

A la figure 13.11, le lieu des angles ϵ_I , avec la vitesse comme paramètres, est représenté. L'avance ϵ_I croît avec la vitesse, puis décroît à nouveau. L'angle ϵ_I en fonction de la vitesse est représenté à la figure 13.13.

La figure 13.12 montre l'évolution du courant I_I en fonction de la vitesse. Celui-ci est systématiquement inférieur au courant I_m à couple maximum.

La figure 13.14 montre le diagramme des phaseurs pour le rendement optimum en moteur, alors que la figure 13.15 illustre le cas du générateur.

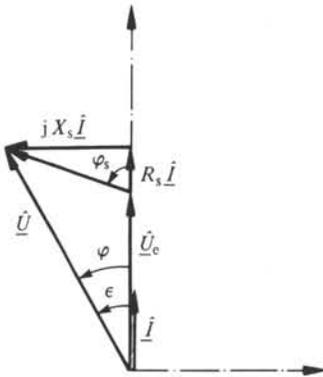


Fig. 13.14

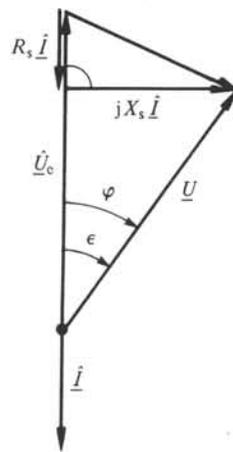


Fig. 13.15

13.5.4 Alimentation à tension imposée : angle constant

Particulièrement pour les moteurs à courant continu sans collecteur (§ 13.6.2), l'angle de commutation imposé entre la tension d'alimentation et la tension induite (ou la position du rotor) est constant. Afin de permettre un fonctionnement symétrique dans les deux sens de rotation, on a généralement :

$$\epsilon_0 = 0$$

Comme pour un moteur de faible puissance le terme ωL_s est généralement faible par rapport au terme R_s , cet angle de déphasage nul reste proche d'un optimum.

La figure 13.10 compare également l'allure du couple à angle de commutation nul (indice 0) avec les variantes à couple maximum et à rendement optimum. C'est le cas le moins favorable. La caractéristique correspondante de courant est représentée à la figure 13.12.

13.5.5 Couple limite

Par passage à la limite, lorsque la vitesse tend vers l'infini, l'expression du couple se simplifie comme suit :

$$\varphi_s = \pi/2 \quad (13.48)$$

$$Z_s = \omega L_s \quad (13.49)$$

$$\cos \varphi_s = \frac{R_s}{\omega L_s} = \frac{R_s}{p \Omega L_s} \quad (13.50)$$

$$M_{\text{lim}} = \frac{3}{2} \frac{k_e}{\omega L_s} \left(\hat{U} \sin \epsilon - k_e \frac{R_s}{p L_s} \right) \quad (13.51)$$

Pour que le couple s'annule pour une vitesse intermédiaire, il faut la condition suivante :

$$\frac{k_e R_s}{p L_s} > \hat{U} \sin \epsilon \quad (13.52)$$

Dans le cas contraire, le couple tend asymptotiquement vers zéro. La figure 13.16 illustre ce comportement. En particulier, si l'angle ϵ est nul, la caractéristique s'annule toujours. La référence [38] donne plus d'informations sur ce comportement.

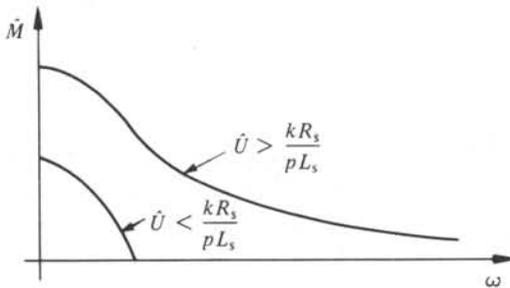


Fig. 13.16

13.6 RÉALISATION DE L'AUTO-COMMUTATION

13.6.1 Objectif

Un convertisseur statique, composé de semi-conducteurs, doit assurer l'alimentation des phases en régime auto-commuté, synchrone avec le rotor (fig. 13.17).

Cette opération nécessite un composant fournissant une information sur la position du rotor : un capteur de position direct ou indirect (§ 13.6.9). Le système de contrôle (SC) assure la mise en forme des signaux de mesure, leur aiguillage sur les composants du convertisseur et un éventuel réglage.

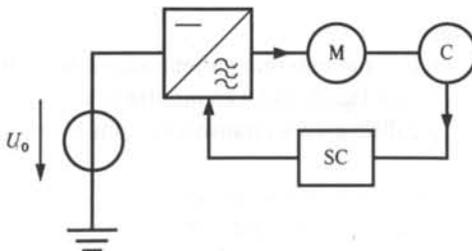


Fig. 13.17

Idéalement, le convertisseur devrait fournir une tension et un courant sinusoïdaux. Une telle solution est décrite à la section 13.6. Mais pour de nombreuses applications, une alimentation simplifiée, délivrant une tension et un courant périodiques générés par des commutations, est suffisante.

13.6.2 Définitions

Par la suite, on distinguera les deux dénominations suivantes :

- *moteur synchrone auto-commuté* pour un moteur auto-synchrone alimenté par un courant sinusoïdal;
- *moteur à courant continu sans collecteur* pour un moteur auto-synchrone alimenté par une tension ou un courant périodique, obtenu par commutation grossière.

Cette dernière dénomination est très courante dans l'industrie, par sa formulation faisant référence à la solution à courant continu et à la suppression de son principal inconvénient.

13.6.3 Ponts en H

Une première variante d'alimentation des phases peut être réalisée par un système formé de 3 ponts en H tels que décrits au paragraphe 11.4.7. La figure 13.18 présente le schéma d'un tel montage. Le principal inconvénient de cette solution est de recourir à 12 transistors. En contre-partie, ce dispositif est très souple compte tenu de l'indépendance électrique des 3 phases. On trouve des ponts en H totalement intégrés jusqu'à des puissances de l'ordre du kW.

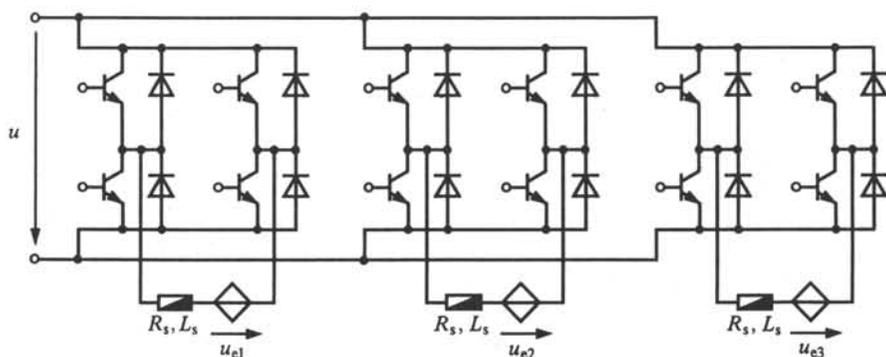


Fig. 13.18

13.6.4 Pont à 6 transistors

La façon la plus simple d'alimenter un moteur auto-synchrone est de recourir à un pont à 6 transistors [32]. La figure 13.19 en montre le schéma. Il comprend en outre 6 diodes de roue libre en parallèle avec les transistors, dans le but de protéger ceux-ci contre les surtensions.

Une alimentation bipolaire des phases est possible, avec plusieurs variantes de commutation. Dans ce cas également, des ponts intégrés (transistors MOS ou IGBT) peuvent être obtenus à des prix inférieurs à celui du moteur.

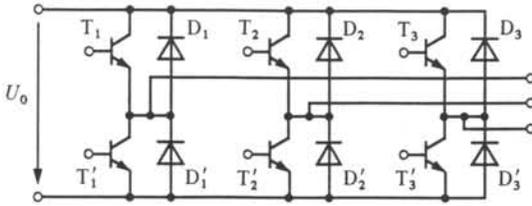


Fig. 13.19

13.6.5 Commutation à 120° : définition

Ce mode de commutation d'un pont à 6 transistors définit une première variante d'alimentation simplifiée du moteur auto-synchrone.

La figure 13.20 montre la succession de commutation des transistors sur une période électrique. On constate que chaque transistor se trouve à l'état saturé durant $1/3$ de période, soit 120° électrique.

On constate ainsi que, pour chaque état logique, deux transistors situés respectivement en haut et en bas du pont conduisent séparément. Il en résulte que pour chacun de ces états deux phases sont en série alors que la troisième n'est pas alimentée.

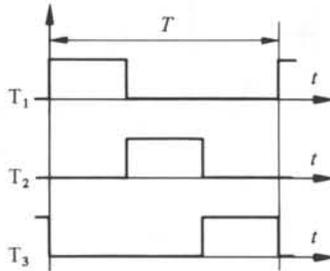


Fig. 13.20

Tableau 13.21

Etat	Eléments en conduction
S_1	T'_1 et T_3
S'_1	T_1, T'_2 et D'_3
S_2	T_1 et T'_2
S'_2	T'_3, T_1 et D_2
S_3	T_1 et T'_3
S'_3	T_2, D'_1 et T'_3
S_4	T_2 et T'_3
S'_4	T_1, T_2 et D_3
S_5	T'_1 et T_2
S'_5	T_3, T'_1 et D'_2
S_6	T'_1 et T_3
S'_6	T'_2, T_3 et D_1

Alimentation bipolaire à 120°

13.6.6 Commutation à 120° : comportement dynamique

Lors du fonctionnement d'un tel pont alimentant un moteur, la présence d'inductances de phases et de tensions induites de mouvement provoque un retard à l'extinction des courants. Ceci entraîne la conduction temporaire des diodes. On crée ainsi 12 états différents décrits par le tableau 13.21 et par la figure 13.22.

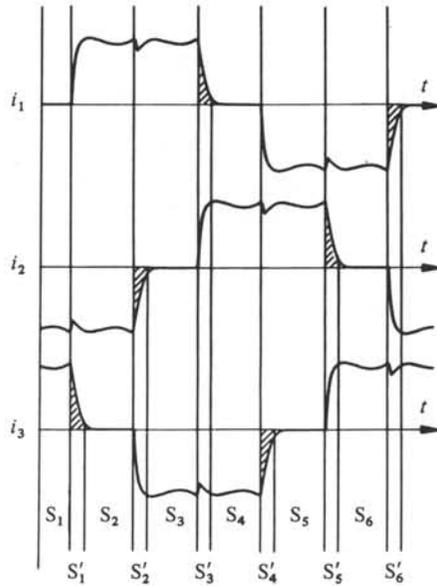


Fig. 13.22

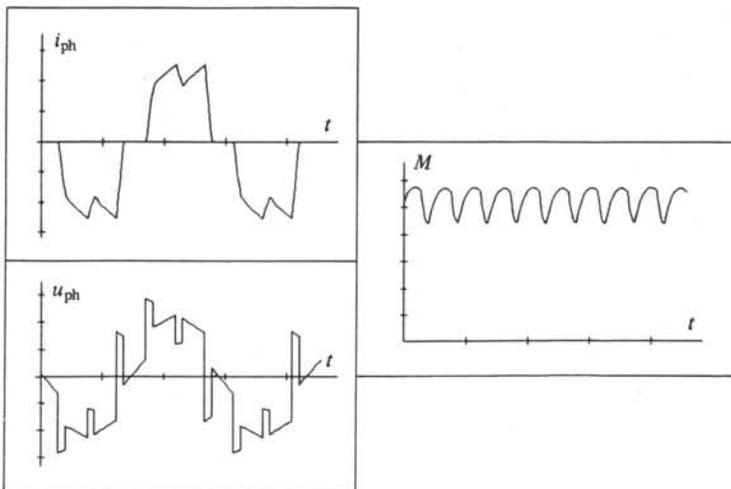


Fig. 13.23

La figure 13.23 montre le courant, la tension de phase et le couple instantané d'un moteur alimenté à 120° à une vitesse de 3000 t/min, correspondant aux caractéristiques de l'annexe 13.9.

La figure 13.24 montre les mêmes grandeurs lors du démarrage auto-commuté du même moteur, pour un angle ϵ nul.

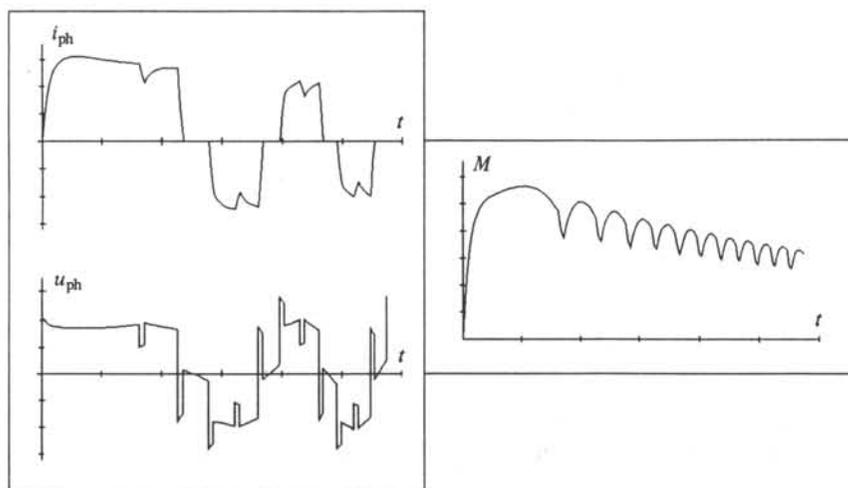


Fig. 13.24

13.6.7 Commutation à 180° : définition

Ce mode de commutation est une variante de la séquence de commutation des transistors.

La figure 13.25 montre la succession de commutation des transistors sur une période électrique. On constate que chaque transistor se trouve à l'état saturé durant $1/2$ période, soit 180° électrique.

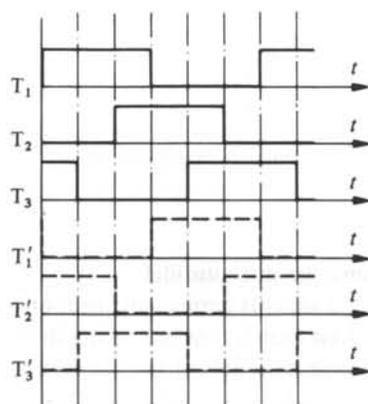


Fig. 13.25

On constate ainsi que, pour chaque état logique, trois transistors conduisent, dont au moins un situé au haut et un au bas du pont. En aucun cas deux transistors en série (T_1 et T'_1 par exemple) ne sont saturés simultanément. Il en résulterait un court-circuit de la source. Comme le blocage du transistor T_1 (par exemple) est immédiatement suivi de la conduction de T'_1 , un petit intervalle de temps (2 à 10 μs) doit séparer ces deux ordres pour éviter l'amorçage d'un tel court-circuit.

Il résulte de ce mode de commutation qu'une phase se trouve toujours en série avec les deux autres phases en parallèle.

13.6.8 Commutation à 180° : comportement dynamique

Dans ce cas également, l'inductance et la tension induite des phases du moteur entraînent, durant les temps morts entre le blocage et la mise en conduction respective de deux transistors situés sur une verticale, la mise en conduction de certains diodes. On crée ainsi 12 états différents (tab. 13.26):

- 6 états principaux S_1 à S_6 ;
- 6 états intermédiaires (S'_1 à S'_6).

La figure 13.27 montre ces différents états sur une période du courant.

La figure 13.28 montre le courant, la tension de phase et le couple instantanés du moteur de l'annexe 13.9, alimenté à 180° à une vitesse de 3000 t/min.

Tableau 13.26

Etat	Eléments en conduction
S'_1	T_2, D_1 et T_3
S_1	T_1, T'_2 et T_3
S'_2	T_1, D'_3 et T'_2
S_2	T_1, T'_2 et T'_3
S'_3	T'_3, D_2 et T_1
S_3	T_1, T_2 et T'_3
S'_4	T_2, D'_1 et T'_3
S_4	T'_1, T_2 et T_3
S'_5	T'_1, D_3 et T_2
S_5	T'_1, T_2 et T_3
S'_6	T_3, D'_2 et T'_1
S_6	T'_1, T'_2 et T_3

Alimentation bipolaire à 180°

13.6.9 Alimentation par un courant sinusoïdal

Un moteur synchrone à aimants permanents peut être alimenté par une source de courant sinusoïdal, en phase avec la tension induite de mouvement.

La génération d'une onde de courant triphasée peut être réalisée par le biais d'un pont à 6 transistors, ces derniers fonctionnant en modulation à largeur d'impulsion (PWM) [32]. Pour ce faire, un capteur particulier, de type "resolver" ou numérique absolu, doit fournir des signaux de consigne en phase avec les tensions induites.

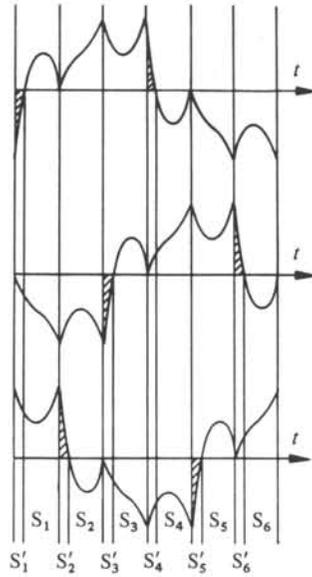


Fig. 13.27

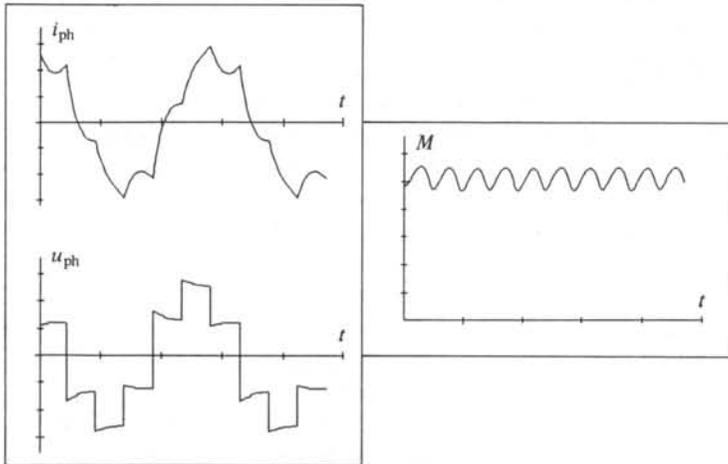


Fig. 13.28

Les moteurs de ce type sont utilisés en particulier pour la commande d'axes de machines-outils, avec une résolution élevée de la position.

13.6.10 Caractéristique hybride

Pour l'alimentation d'un moteur de puissance moyenne (de 100 W à 10 kW), une alimentation à pleine tension conduirait à un courant prohibitif pour de faibles vitesses.

Une alimentation à courant limité doit être imposée jusqu'à ce que la pleine tension soit atteinte pour la vitesse Ω_{lim} . Au-delà on passe à un régime à tension imposée. Selon le réglage ou non de l'angle de commutation dans ce domaine, la caractéristique à tension imposée tend plus ou moins rapidement vers zéro avec l'accroissement de vitesse (fig. 13.29).

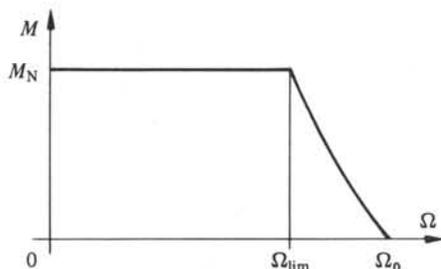


Fig. 13.29

13.6.11 Capteur de position

Pour la détermination de la position rotorique en vue de la commutation des phases, trois types de capteurs sont principalement utilisés :

- les *capteurs à sondes de Hall*;
- les *capteurs optiques numériques*;
- les *resolvers*.

Une sonde de Hall délivre un signal de tension fonction de l'intensité d'un champ d'induction magnétique. En particulier, il est possible de recourir au champ magnétique créé par les aimants du rotor ou par un aimant auxiliaire associé à l'arbre. Si l'on dispose 3 sondes de Hall décalées de 120° électrique, associées à un détecteur de seuil, elles délivreront 3 signaux rectangulaires à 180° semblables aux signaux logiques d'une commande de transistors à 180° (fig. 13.25). Comme un signal de transition est délivré tous les 60° électrique, le même dispositif peut être utilisé pour une commande à 120° .

Un capteur optique numérique délivre des impulsions de position décalées régulièrement, mais d'au minimum 6 incréments par période électrique. Cette solution convient pour des résolutions de position élevées.

Un resolver est un transducteur de mesure, basé sur un phénomène de couplage par induction mutuelle. Il délivre un signal analogique variant sinusoidalement avec la position, avec une période semblable à la polarité du moteur. Ce signal, correctement calé par rapport à la tension induite, peut servir de consigne pour la génération des courants de phases sinusoidaux.

Tous ces dispositifs capteurs doivent être calés correctement relativement au rotor et au stator. Ceci pose parfois des problèmes de production en série. Par ailleurs pour des moteurs de petite taille, l'encombrement du capteur peut devenir un handicap. Une solution de capteur indirect, recourant à la tension induite comme élément de détection de la position, peut être utilisée comme solution pour un moteur à faible résolution. La section 11.10 en présente un exemple appliqué à un moteur pas à pas. Les références [27] et [31] en présentent de nombreux autres exemples.

13.7 GÉNÉRATEURS SYNCHRONES

13.7.1 Généralités et structure

Pratiquement toute la production d'énergie électrique alternative est réalisée par la conversion mécano-électrique au moyen de machines synchrones. Le domaine des puissances va d'une dizaine de kVA à plus de 1000 MVA pour une seule unité. Des moteurs synchrones de grande puissance sont également construits pour des applications tels que pompage, fours à ciment, broyeurs, etc.

Pour de grandes puissances, la structure diffère principalement par le rotor qui comprend une excitation par le biais de bobinages au lieu d'aimants permanents. Deux constructions différentes sont généralement adoptées :

- *Rotor lisse* (fig. 13.1 et 13.30)

C'est l'exécution des machines à 2 pôles (3000 t/min à 50 Hz), exceptionnellement pour des machines à 4 pôles de très grande puissance. Le rotor est formé d'un cylindre en acier forgé, avec un enroulement inducteur formé de spires concentriques, disposé dans des encoches fraisées à la périphérie. Afin d'augmenter la puissance spécifique et de diminuer les pertes par frottement et ventilation, les unités de puissance supérieure à 60 MVA tournent dans une atmosphère d'hydrogène. Pour de très grandes puissances, les conducteurs statoriques et parfois même rotoriques sont refroidis à l'eau.

- *Rotor à pôles saillants* (fig. 13.2 et 13.31)

Pour des machines de 4 pôles ou de nombre supérieur, c'est la disposition constructive qui est adoptée. Les pôles saillants, alternativement nord et sud, sont équipés d'un enroulement concentrique au corps polaire, retenu contre l'effet centrifuge par l'épanouissement polaire. Ces pôles sont rapportés sur un moyeu ou un arbre faisant office de culasse magnétique.

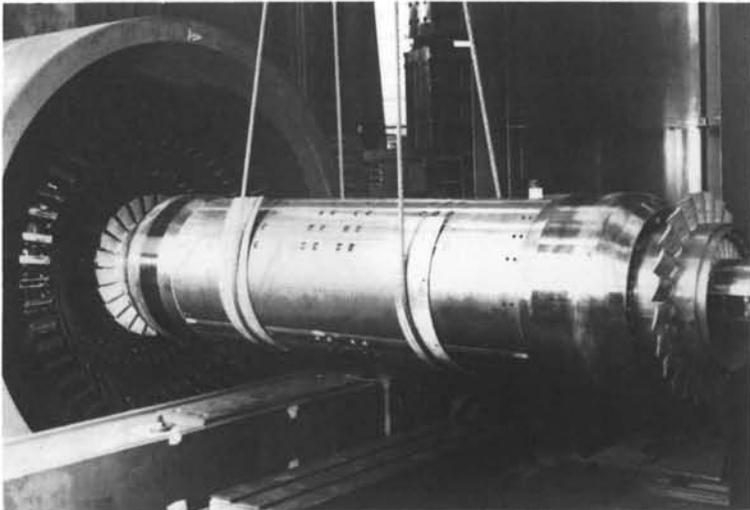


Fig. 13.30 Turboalternateur, 28 MVA, 3000 t/min.

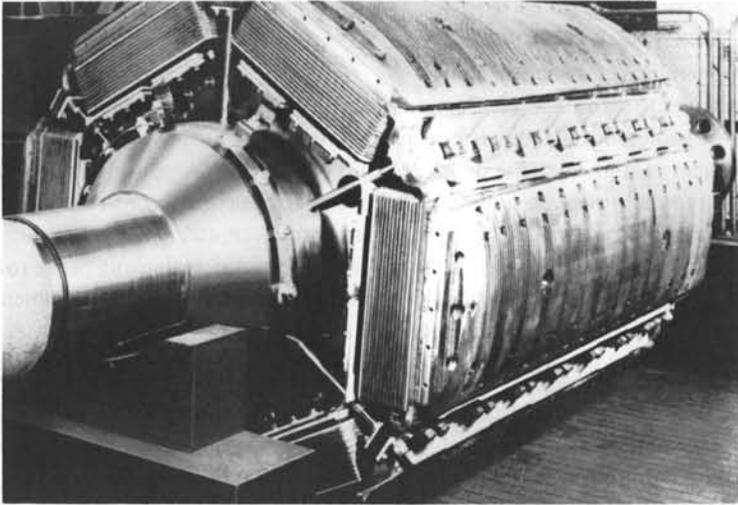


Fig. 13.31 Rotor à pôles saillants, 45 MVA, 1000 t/min.

Dans les deux cas, une alimentation en courant continu est nécessaire. Elle se fait par l'intermédiaire de deux bagues sur lesquelles frottent des charbons, ou par le biais d'un transformateur tournant et de diodes.

Outre l'enroulement d'excitation, le rotor comporte généralement un enroulement supplémentaire en court-circuit, jouant le rôle d'amortisseur lors de perturbations.

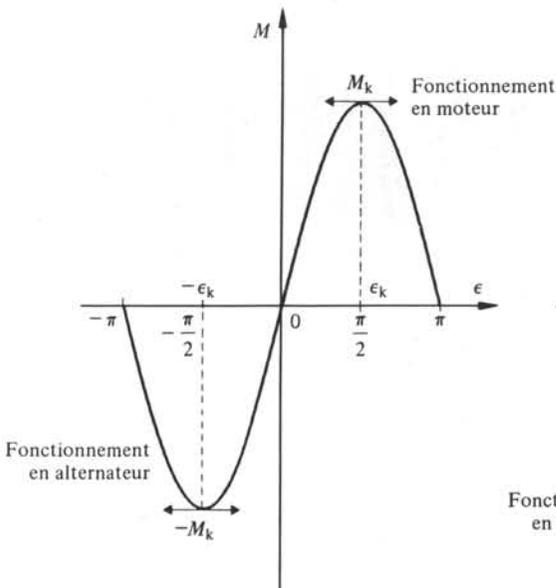


Fig. 13.32

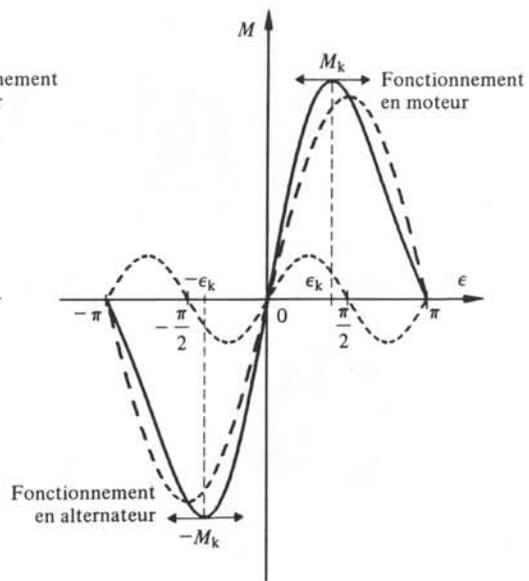


Fig. 13.33

13.7.2 Caractéristiques en régime permanent

L'analyse des équations de la machine synchrone implique la décomposition en deux machines équivalentes, selon les axes direct (polaire, indice d) et transverse (inter-polaire, indice q). La méthode correspondante est connue sous le nom d'équations de Park [7].

Les principaux résultats relatifs au couple et au courant peuvent être résumés comme suit pour une fréquence constante et un négligeant la résistance statorique :

- rotor lisse (fig. 13.31)

$$M = \frac{3}{2} \frac{\hat{U} \hat{U}_{es}}{\Omega_s X_d} \sin \epsilon \quad (13.53)$$

\hat{U}_{es} = tension induite due à l'excitation = $k_e \Phi_e$

Φ_e = flux d'excitation

ϵ = angle de décalage interne

X_d = réactance statorique

- rotor à pôles saillants (fig. 13.32)

$$M = \frac{3}{2} \left[\frac{\hat{U} \hat{U}_{es}}{X_d} \sin \epsilon + \frac{\hat{U}^2}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\epsilon \right] \quad (13.54)$$

X_d = réactance directe (axe polaire)

X_q = réactance transverse (axe interpolaire)

En plus du couple mutuel, il apparaît un couple réactant de pulsation double. Par ailleurs, le réglage du flux d'excitation permet un réglage du facteur de puissance du générateur ou du moteur. Ainsi, il est possible de fournir ou de consommer de la puissance réactive.

13.8 MOTEURS SYNCHRONES RÉLUCTANTS

13.8.1 Structure

Un moteur réactant est caractérisé par un rotor à pôles ferromagnétiques saillants, sans bobinage, ni aimants. Le stator est polyphasé. On distingue deux structures principales :

- un stator lisse à $2p$ pôles créés par un bobinage polyphasé placé dans les encoches; le rotor a $2p$ pôles saillants, interagissant avec le champ magnétique;
- un stator denté, comprenant généralement $2p \pm 2$ dents supportant le bobinage de m phases; le rotor a $2p$ pôles saillants, interagissant avec le champ et les structures réactantes du stator (fig. 13.34).

13.8.2 Alimentation et performances

Le *moteur réactant* peut être *auto-commuté* en fonction de la position du rotor (*switched reluctance motor*). Son alimentation est alors unipolaire, de façon à

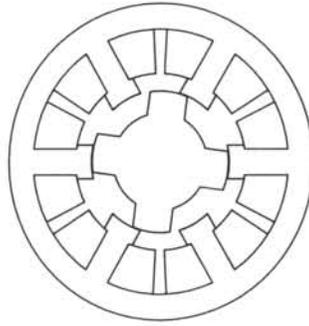


Fig. 13.34 Moteur synchrone réductant.

réduire le nombre de transistors (1 par phase) et à réduire les pertes dans le fer. Les références [34 et 35] décrivent les principales équations de ce moteur.

De tels moteurs, par la simplicité de la structure rotorique, sont intéressants pour des applications à grandes vitesses : broches de machine-outils, filatures, traction.

13.9 ANNEXE : MOTEUR SYNCHRONE AUTO-COMMUTÉ

13.9.1 Caractéristiques

Nombre de paires de pôles	$p = 4$
Vitesse nominale	$N_N = 3600 \text{ t/min}$
Nombre d'encoches	$Z = 12$
Résistance statorique	$R_s = 0,75 \Omega$
Inductance statorique totale de phases	$L_s = 0,69 \text{ mH}$
Inductance mutuelle de phases	$L_{12} = -0,2 \text{ mH}$
Inertie	$J = 2 \cdot 45 \cdot 10^{-6} \text{ kg m}^2$
Coefficient de tension induite	$k_e = 0,016 \text{ Vs}$

MOTEURS À COURANT CONTINU

14.1 GÉNÉRALITÉS: STRUCTURE

14.1.1 Particularités de la machine à courant continu

Le principal avantage de la *machine à courant continu* est de permettre un entraînement à vitesse variable, auto-ajustable ou réglable de façon externe. Cet avantage est lié à un certain nombre d'inconvénients. Citons principalement :

- la nécessité d'une source à courant continu;
- le prix (2 à 2,5 fois celui d'un moteur asynchrone);
- l'entretien (usure des charbons et du collecteur).

L'emploi du moteur à courant continu pour les entraînements à vitesse variable est très fréquent, en particulier dans le domaine de la traction électrique, pour les machines de conditionnement et dans de nombreux appareils d'usage courant (électronique de loisirs, automobile, etc.).

14.1.2 Structure

La machine à courant continu est, du point de vue de sa construction, la plus compliquée des machines tournantes classiques, bien qu'elle ait été la première machine réalisée (1836). C'est en fait une machine alternative munie d'un redresseur mécanique, le *collecteur*. La structure est inverse de celle de la machine synchrone. L'*inducteur*, alimenté en courant continu ou à aimants permanents, se trouve au stator, alors que l'*induit*, parcouru par un courant alternatif, se trouve au rotor.

La disposition générale fait intervenir les éléments suivants (fig. 14.1 et 14.25):

- La culasse statorique qui supporte les pôles. Elle est parcourue par un flux continu et peut donc être exécutée en acier.
- Les *pôles principaux* (stator) sont traversés par le flux magnétique inducteur créé par l'enroulement correspondant auquel ils servent de support. Ils sont généralement constitués par des tôles de 1 mm afin de limiter les pertes par pulsation liés aux encoches rotoriques. L'ensemble des pôles crée une alternance périodique de flux nord et sud. Le nombre de paires de pôles dépend de façon secondaire de la vitesse. On a cependant en première approximation :

$$p \cong \frac{50}{n_{\max}} + 1 \quad (14.1)$$

n_{\max} est exprimé en t/s

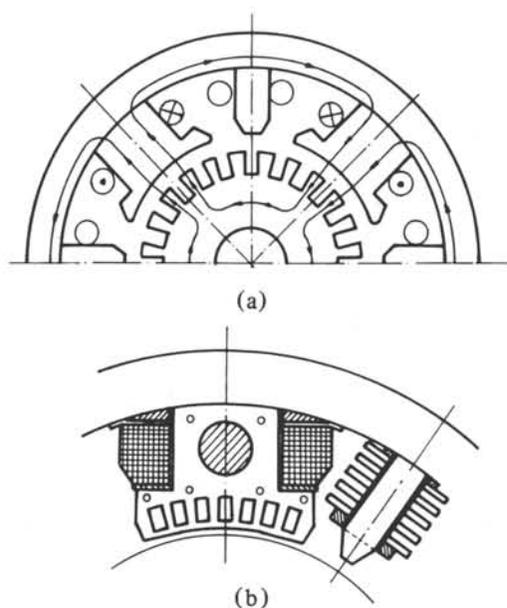


Fig. 14.1 Machine à courant continu: (a) structure statorique et rotorique; (b) détail des pôles statoriques.

Pour de faibles puissances, les pôles principaux sont constitués par des aimants permanents (fig. 14.23).

- Les *pôles de commutation* sont disposés entre les pôles principaux. Leur but est d'améliorer la commutation. Ils créent une variation de flux dans la spire quittant les charbons de façon à compenser l'effet de la coupure de courant et éviter la formation d'étincelles. Le bobinage qu'ils supportent est parcouru par le courant continu rotorique. Ils sont généralement massifs. Ils ne sont réalisés que pour des moteurs de plusieurs kW.
- Les pôles principaux peuvent également être constitués par des aimants permanents, qui génèrent alors un flux constant. Leur axe de magnétisation est généralement radial. Les moteurs de puissance inférieure à 2 kW sont à aimants permanents.

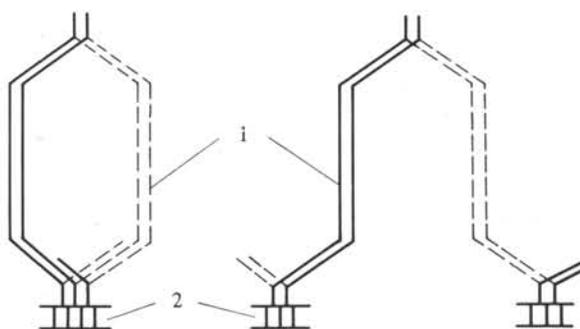


Fig. 14.2 Bobinage rotorique: 1, bobinage; 2, lames du collecteur.

- Du fait de la rotation du rotor, l'induit est traversé par un flux de fréquence $p \cdot n$. Il doit donc être constitué de tôles isolées de 0,5 mm. Des encoches sont disposées à la périphérie.
- L'enroulement rotorique est formé d'un bobinage enchevêtré, généralement à deux plans, du type imbriqué ou ondulé. Cet enroulement est fermé sur lui-même; il est relié régulièrement aux différentes lames du collecteur (fig. 14.2 et 14.26).
- Le collecteur est formé de *lames de cuivre* alternées avec des lames isolantes. L'ensemble forme un cylindre sur lequel frottent des *charbons*. Il y a autant de rangées de charbon que de pôles.

14.2 PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT

14.2.1 Tension induite

Considérons une machine bipolaire et un rotor formé d'une spire diamétrale dont les extrémités sont reliées à deux bagues sur lesquelles frottent des balais. Si les conducteurs se déplacent à la vitesse tangentielle v dans le champ d'induction fixe B_δ créé par l'inducteur, la tension induite dans un conducteur vaut (fig. 14.3):

$$u_i = d\Phi/dt = d(B_\delta \cdot l \cdot x)/dt = B_\delta \cdot l \cdot dx/dt \quad (14.2)$$

$$u_i = B_\delta \cdot v \cdot l \quad (14.3)$$

avec B_δ = induction normale dans l'entrefer, créée par les pôles statoriques.

Pour la spire diamétrale constituée de deux conducteurs en série :

$$u_{is} = 2B_\delta \cdot v \cdot l = 2B_\delta \Omega \cdot r \cdot l \quad (14.4)$$

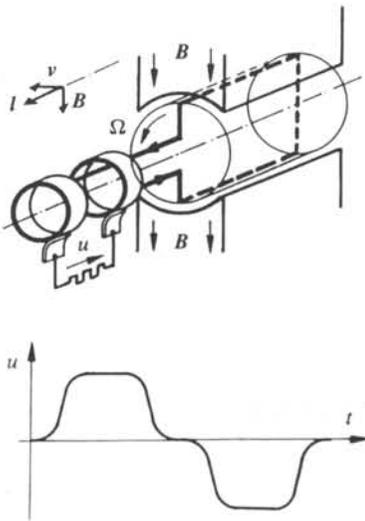


Fig. 14.3 Tension induite associée à deux bagues.

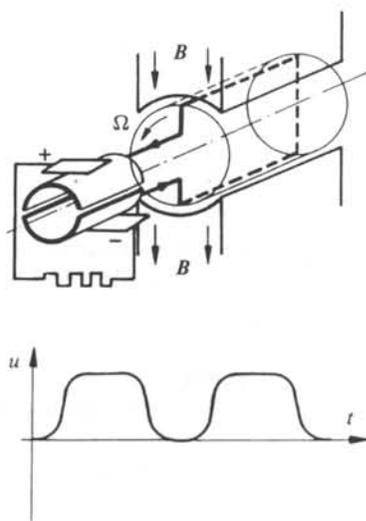


Fig. 14.4 Tension induite associée à deux demi-bagues.

La courbe $u_{is}(t)$ sera semblable à la fonction induction dans l'entrefer, de fréquence $f = p \cdot n$. On obtient ainsi la fonction alternative de la figure 14.3.

14.2.2 Collecteur

Si l'on remplace les deux bagues par deux demi-bagues selon la figure 14.4, et que l'on dispose deux charbons dans l'axe des pôles, on redresse l'une des alternances précédentes. On obtient ainsi une tension continue, avec un harmonique très marqué. En augmentant le nombre de spires et en les disposant régulièrement, on obtient un collecteur et on supprime pratiquement les phénomènes harmoniques.

Considérons un bobinage formé de 8 spires disposées en anneau de Gramme, spires concentriques à la culasse ferromagnétique (fig. 14.5). On peut représenter les tensions induites dans chaque spire (dans le cas particulier 8 spires) dans un plan complexe sous forme d'une étoile de tensions. Celle-ci tourne à une vitesse constante et la valeur instantanée de la tension induite peut être obtenue par projection sur l'axe $z-z'$. Si l'on considère la mise en série de ces diverses spires, on obtient un polygone de tensions fermé.

En reliant deux points diamétralement opposés (par exemple 3-7) à deux bagues, on obtient une tension alternative d'amplitude 3-7. Si, au contraire, on relie ces points à un collecteur sur lequel frottent des charbons (conformément à la figure 14.5), on obtient une tension continue dont l'amplitude oscille entre les valeurs 3-7 et 2-7. A la limite, pour un grand nombre de spires, on peut confondre le polygone et le cercle circonscrit.

14.3 ÉQUATIONS DE TENSION INDUITE ET COUPLE: CAS À AIMANTS PERMANENTS

14.3.1 Hypothèses

Comme pour le moteur synchrone, on admettra une distribution spatiale sinusoïdale des grandeurs suivantes :

- la distribution de l'induction dans l'entrefer;
- la variation de l'inductance mutuelle entre les aimants permanents et une spire diamétrale.

Le développement sera limité au cas d'une excitation par des aimants permanents, mais il peut être étendu facilement à un cas plus général.

14.3.2 Développement

L'équation de tension induite pour le moteur synchrone (13.1) devient :

$$u = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{\partial L_{ar}}{\partial \alpha} \Theta_a \Omega \quad (14.5)$$

L_{ar} = mutuelle aimant-rotor (spire diamétrale)

$$L_{ar} = -\hat{L}_{ar} \cos(p\alpha) \quad (14.6)$$

$$\hat{L}_{ar} = k_w \cdot N \hat{\Lambda}_{ar} \quad (14.7)$$

avec p = nombre de paires de pôles
 k_w = facteur de bobinage de l'enroulement
 N = nombre de spires en série entre deux charbons
 $\hat{\Lambda}_{ar}$ = perméance mutuelle de crête

Le facteur k_w est le quotient entre la tension induite résultante et la somme algébrique des tensions induites entre deux charbons. C'est approximativement le quotient entre le diamètre et la demi-périphérie d'un cercle (fig. 14.5):

$$k_w \cong 2/\pi \quad (14.8)$$

$$\hat{L}_{ar} \Theta_a = \frac{2}{\pi} N \hat{\Lambda}_{ar} \Theta_a = \frac{2}{\pi} N \hat{\Phi}_a \quad (14.9)$$

où Θ_a est le flux créé par un aimant.

L'expression (14.5) devient :

$$u = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{2}{\pi} N \hat{\Phi}_a p \sin(p\alpha) \Omega \quad (14.10)$$

$$u_{ia} = \frac{2}{\pi} p N \hat{\Phi}_a \Omega \sin(p\alpha) = \text{tension induite de mouvement} \quad (14.11)$$

$$u_{ia} = k_u \hat{\Phi}_a \Omega \sin(p\alpha) = \hat{U}_a \sin(p\alpha) \quad (14.12)$$

Cette expression correspond à la tension induite apparaissant entre deux points du bobinage décalés d'un pas polaire.

Compte tenu de la nature du bobinage et du système charbons-collecteur, la tension induite est toujours maximale :

$$u_{ic} = \hat{U}_a = k_u \hat{\Phi}_a \Omega \quad (14.13)$$

où k_u est le coefficient de tension induite.

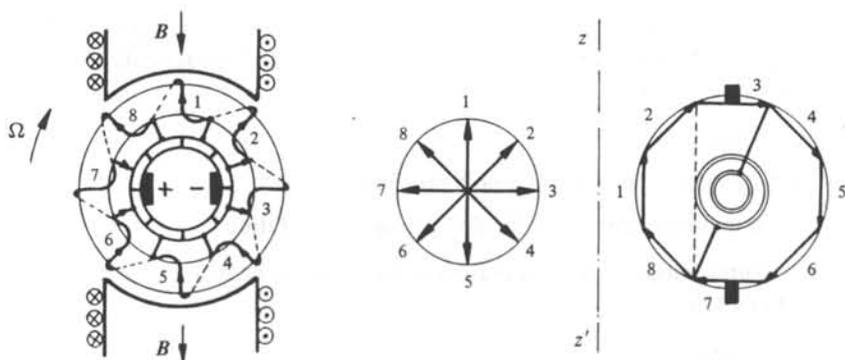


Fig. 14.5 Bobinage et collecteur: (a) structure des bobinages; (b) étoile des tensions de conducteurs; (c) polygone des tensions résultantes.

L'équation de tension induite devient alors :

$$u = Ri + L \frac{di}{dt} + k_u \hat{\Phi}_a \Omega \quad (14.14)$$

Cette équation correspond au cas général du régime transitoire.

14.3.3 Cas particulier : régime permanent

En régime permanent, la vitesse, la charge et la tension sont constantes, de même que le courant. En conséquence, l'équation de tension (14.14) devient :

$$U = RI + k_u \hat{\Phi}_a \Omega \quad (14.15)$$

De cette expression, on peut tirer le courant ou la vitesse :

$$I = \frac{U - k_u \hat{\Phi}_a \Omega}{R} \quad (14.16)$$

$$\Omega = \frac{U - RI}{k_u \hat{\Phi}_a} \quad (14.17)$$

14.3.4 Expression du couple

Dans le cas général, le couple peut s'écrire, par (2.62):

$$M = \frac{\partial L_{ar}}{\partial \alpha} \Theta_a i \quad (14.18)$$

Compte tenu du rôle du collecteur, il vient par (14.6) et (14.13):

$$M = \frac{\hat{U}_a}{\Omega} i = k_u \hat{\Phi}_a i \quad (14.19)$$

Cette expression est aussi bien valable en régime transitoire qu'en régime permanent.

14.3.5 Couple et excitation

Dans le cas d'un moteur à *excitation* créée par un bobinage, le flux $\hat{\Phi}$ résulte du courant i_e parcourant les conducteurs des pôles principaux. Sans saturation, les deux grandeurs sont proportionnelles :

$$\hat{\Phi}_e = \Lambda_p N_e i_e \quad (14.20)$$

avec Λ_p = perméance associée à un pôle principal

N_e = nombre de spires par pôle du bobinage d'excitation.

Les expressions de la tension induite et du couple se modifient comme suit par (14.20) et (14.13):

$$\hat{U}_e = k'_u \Omega i_e \quad (14.21)$$

$$\Omega = \frac{U - RI}{k'_u i_e} \quad (14.22)$$

Par (14.20) et (14.19):

$$k'_u = k_u N_e \Lambda_p \quad (14.23)$$

$$M = k'_u i_e i \quad (14.24)$$

14.4 MODES D'EXCITATION

L'enroulement d'excitation, supporté par les pôles principaux, est alimenté par un courant continu. Cinq modes d'alimentation sont envisageables, chacun d'entre eux entraînant un comportement différent de la machine en fonction de la charge ou des divers paramètres de réglage. Ces cinq modes sont :

- l'*excitation séparée*, assurée par une source indépendante (fig. 14.6);
- l'*excitation parallèle* ou *shunt*; l'enroulement d'excitation est branché en parallèle avec le rotor (fig. 14.7);
- l'*excitation série*; l'enroulement est parcouru par le courant rotorique (fig. 14.8);
- l'*excitation mixte* ou *compound*, constituée par une combinaison des deux solutions précédentes (fig. 14.9);
- l'*excitation par des aimants permanents*, créant un flux constant (fig. 14.10).

Le comportement en moteur ou en frein dépendra du type d'excitation et de l'alimentation. Ceci fera l'objet des sections suivantes.

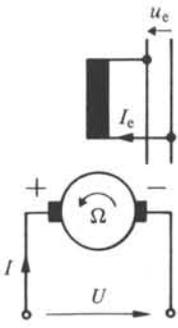


Fig. 14.6

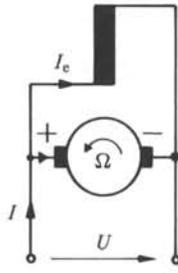


Fig. 14.7

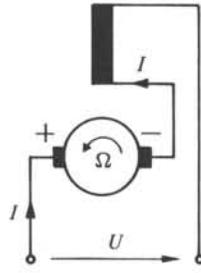


Fig. 14.8

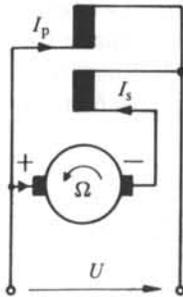


Fig. 14.9

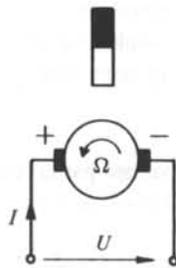


Fig. 14.10

14.5 MOTEUR À EXCITATION SÉPARÉE : CARACTÉRISTIQUES

14.5.1 Caractéristique en charge : tension constante

L'excitation séparée s'applique aussi bien à une excitation par un courant constant qu'à des aimants permanents.

Pour une tension d'alimentation constante, la vitesse en charge peut s'écrire par (14.17):

$$\Omega = \frac{U - Ri}{k_u \hat{\Phi}} \quad (14.25)$$

Pour un flux d'excitation constant, la vitesse décroît linéairement avec la charge (fig. 14.11). En effet, on a par (14.19) et (14.17):

$$M = \text{couple} = k_u \hat{\Phi} i \quad (14.26)$$

$$i = \frac{M}{k_u \hat{\Phi}} \quad (14.27)$$

$$\Omega = \frac{U - R/(k_u \hat{\Phi}) \cdot M}{k_u \hat{\Phi}} \quad (14.28)$$

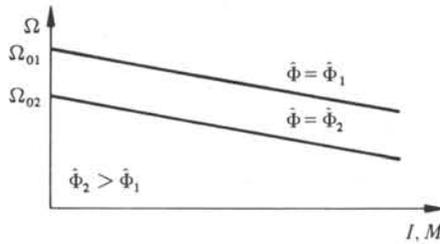


Fig. 14.11

Lorsque le flux d'excitation augmente, la vitesse diminue. Ils sont inversement proportionnels:

$$\Omega \sim 1/k_u \hat{\Phi}$$

Il en résulte les limites suivantes:

- le flux ne peut généralement pas dépasser 2 à 3 fois le flux nominal, ce qui limite la vitesse minimale à 30 à 40% de la vitesse nominale;
- en cas de suppression du flux d'excitation, la vitesse tend vers l'infini, sous l'effet d'un couple d'accélération très faible. En marche à vide, un tel accident peut être dangereux. Une protection spécifique doit alors être prévue.

14.5.2 Réglage de la vitesse par la tension

La vitesse à vide ($i = 0$) est proportionnelle à la tension aux bornes du moteur (14.17),

$$\Omega_0 = \frac{U}{k_u \hat{\Phi}} \quad (14.29)$$

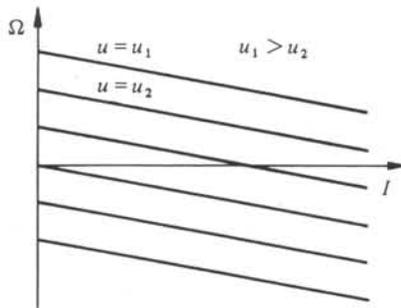


Fig. 14.12

Il est ainsi possible de régler la vitesse par le biais de la tension aux bornes dans une plage de vitesse étendue de $-\Omega_N$ à $+\Omega_N$ (fig. 14.12).

Le réglage de la tension peut s'effectuer par divers moyens :

- redresseur commandé;
- transformateur variable + redresseur fixe;
- hacheur.

14.5.3 Démarrage avec rhéostat

A pleine tension, le courant au *démarrage* vaut (14.16):

$$I_d = U/R \quad (14.30)$$

La résistance R est généralement telle que $R \cdot I_N = 2$ à 20% de U_N . En conséquence, on a $I_d = 5$ à $50 I_N$. I_N est le courant nominal (de référence) du moteur.

Le courant le plus élevé correspond à des moteurs de grande puissance. Ce courant peut être limité par la mise en série d'un *rhéostat de démarrage* R_h généralement à gradins, en série avec l'induit:

$$U = U_i + (R + R_h)I \quad (14.31)$$

Pour le premier gradin, on aura :

$$I_d = \frac{U}{R + R_h} \leq I_{\max} \quad (14.32)$$

On admet généralement un courant limite de l'ordre de $2I_N$. Il y aura changement de gradin dès que le couple atteint une limite inférieure dépendant de l'organe entraîné. Par (14.19):

$$M = k_u \hat{\Phi} I \geq M_{\min} \quad (14.33)$$

$$I_{\min} = \frac{M_{\min}}{k_u \hat{\Phi}} \quad (14.34)$$

Il est possible d'en déduire le courant correspondant, I_{\min} . Par (14.16):

$$I_{\min} = \frac{U - U_i}{R + R_h} \quad (14.35)$$

$$U_i = U - (R + R_h)I_{\min} = k_u \hat{\Phi} \Omega_1 \quad (14.36)$$

Ω_1 est la vitesse correspondante, résultant de la relation (14.36).

La nouvelle valeur du rhéostat sera définie à nouveau par le courant I_{\max} . Ainsi, de proche en proche, on peut déterminer complètement le rhéostat de démarrage. On obtient alors la caractéristique de démarrage de la figure 14.13.

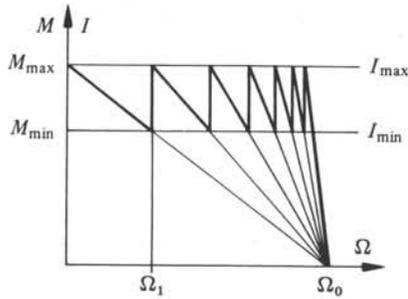


Fig. 14.13

14.5.4 Démarrage à tension variable

Si une source de tension variable est à disposition, le courant peut être contrôlé tout au cours du *démarrage*. En imposant, par exemple, un courant de démarrage égal au courant nominal, on a :

$$U = RI_N + U_i \quad (14.37)$$

On obtient alors la caractéristique de la figure 14.14.

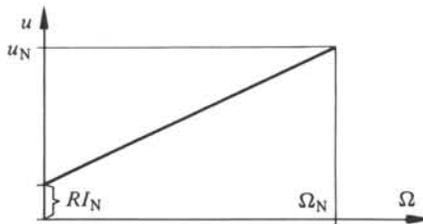


Fig. 14.14

14.5.5 Freinage

En régime de *freinage*, la condition suivante doit être assurée :

$$\left. \begin{array}{l} U_i > U \\ I < 0 \end{array} \right\} \quad (14.38)$$

Ceci peut être réalisé sans problème, avec une source de tension variable.

En imposant à nouveau un courant égal au courant nominal, mais changé de signe, il vient :

$$U = -RI_N + U_i \quad (14.39)$$

Ceci correspond à la caractéristique de la figure 14.15.

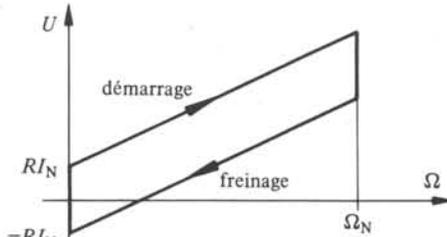


Fig. 14.15

14.5.6 Domaine de fonctionnement à tension constante

Pour de petits moteurs à excitation à aimants permanents, une alimentation à *tension constante* est possible sur toute la plage de fonctionnement. La caractéristique courant-vitesse est donnée par l'expression (14.16).

La puissance mécanique peut s'exprimer comme suit :

$$P_{\text{mec}} = U_{\text{ia}} I \quad (14.40)$$

Par (14.16) et (14.13) :

$$U_{\text{ia}} = k_{\text{u}} \hat{\Phi}_{\text{a}} \Omega = k_{\Phi} \Omega \quad (14.41)$$

$$P_{\text{mec}} = k_{\Phi} \Omega (U - k_{\Phi} \Omega) / R \quad (14.42)$$

C'est l'équation d'une parabole (fig. 14.16).

Le rendement Joule peut s'exprimer comme suit :

$$\eta_{\text{J}} = \frac{P_{\text{mec}}}{P_{\text{el}}} = \frac{U_{\text{ia}} I}{UI} = \frac{U_{\text{ia}}}{U} = \frac{k_{\Phi} \Omega}{U} \quad (14.43)$$

Pour $\Omega = \Omega_0$, le rendement vaut 1. Il varie linéairement avec la vitesse (fig. 14.16).

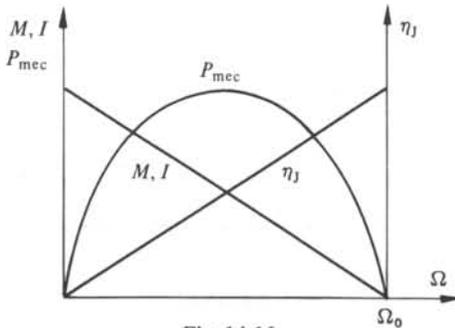


Fig. 14.16

14.5.7 Domaine de fonctionnement à courant limité et excitation à aimants

Pour une excitation par aimants permanents et un *courant limité* à la valeur I_{max} , on impose une tension variable jusqu'à la valeur de la tension continue maximale de la source U_0 . La vitesse correspondante en charge Ω_l vaut alors :

$$\Omega_l = \frac{U - RI_{\text{max}}}{k_{\Phi}} \quad (14.44)$$

Au-delà de cette vitesse, le moteur fonctionne à tension constante, avec la caractéristique définie par l'équation (14.16). Au-delà de la vitesse Ω_0 (14.29), le moteur passe en régime de freinage. Par réglage de la tension, il est également possible de limiter le courant en mode générateur à la valeur $-I_{\max}$.

Pour la puissance mécanique, on a :

- en régime *moteur* à courant limité :

$$P_{\text{mec}} = U_i I_{\max} = k_{\Phi} I_{\max} \Omega \quad (14.45)$$

- en régime *générateur* à courant limité :

$$P_{\text{mec}} = -U_i I_{\max} = -k_{\Phi} I_{\max} \Omega \quad (14.46)$$

- en régime à tension constante, par (14.42) :

$$P_{\text{mec}} = k_{\Phi} \Omega (U - k_{\Phi} \Omega) / R \quad (14.47)$$

La figure 14.17 représente les caractéristiques correspondantes de courant et de couple.

Pour le domaine à courant imposé, le *rendement Joule* peut s'écrire :

$$\eta_j = \frac{P_{\text{mec}}}{P_{\text{el}}} = \frac{k_{\Phi} \Omega}{k_{\Phi} \Omega + R I_{\max}} \quad (14.48)$$

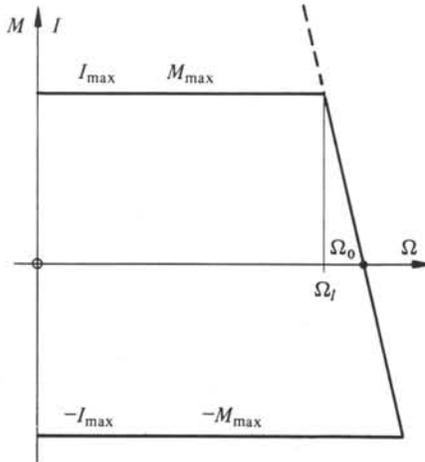


Fig. 14.17

14.5.8 Domaine de fonctionnement à courant limité et excitation réglable

Pour une *excitation réglable* par un courant continu variable, et un courant d'induit limité, on impose le courant d'excitation maximum aussi longtemps que la tension nominale n'est pas atteinte. Au-delà de la vitesse correspondante Ω_f (14.44), la tension est constante et le courant d'excitation diminue de façon à assurer un accroissement de la vitesse.

Par (14.22):

$$\Omega = \frac{U - RI}{k'_u i_e} \cong \frac{k_\Omega}{i_e} \quad (14.49)$$

La vitesse est inversement proportionnelle au courant d'excitation.

Par (14.24):

$$M = k'_u i_e i \quad (14.50)$$

Pour le courant d'induit limite I_{\max} , par (14.49):

$$M_{\max} = k'_u i_e I_{\max} = \frac{k'_u k_\Omega I_{\max}}{\Omega} = \frac{k_M}{\Omega} \quad (14.51)$$

La puissance mécanique correspondante vaut:

$$P_{\text{mec}} = M_{\max} \Omega = k_M = \text{constante} \quad (14.52)$$

L'excitation permet d'étendre le domaine de vitesse avec une puissance mécanique limite constante (fig. 14.18).

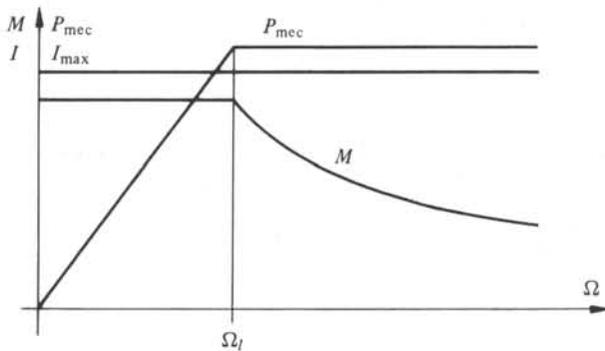


Fig. 14.18

14.6 CARACTÉRISTIQUE À EXCITATION PARALLÈLE

14.6.1 Réglage du courant d'excitation

Pour une *excitation parallèle* (ou *shunt*), le courant d'excitation peut être réglé par deux moyens:

- mise en série d'une résistance variable;
- réglage du courant par un hacheur.

Si le moteur est alimenté par une source de tension, le montage est équivalent à une excitation séparée. En revanche, pour une marche en générateur ou frein sur une charge telle qu'une résistance, la source de tension pour l'excitation est constituée par la machine à courant continu elle-même.

14.6.2 Régime de freinage

Dans la marche en shunt en régime de freinage, il n'est pas possible de faire abstraction de la caractéristique magnétique réelle avec saturation et hystérésis. En effet, avec une caractéristique idéale, la machine à excitation shunt ne s'amorce pas. En revanche, grâce à l'hystérésis, un certain flux persiste au stator, même sans excitation. Il en résulte une tension induite, qui assure la circulation d'un courant dans l'enroulement d'excitation, venant renforcer ou diminuer le flux initial. Dans le premier cas, le processus s'amorce, et la tension se stabilise. Le point d'équilibre dépend de la résistance totale de l'enroulement d'excitation. La figure 14.19 permet de décrire la caractéristique résultante.

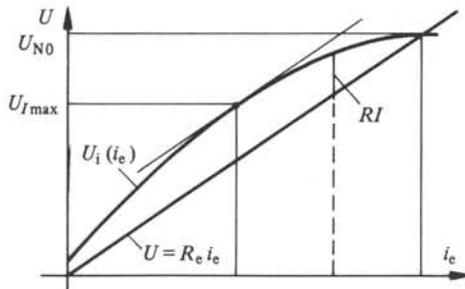


Fig. 14.19

La caractéristique à vide $U_i = f(i_e)$ et la droite d'excitation $U = R_e \cdot i_e$ sont liées par la relation :

$$U = U_i - RI \quad (14.53)$$

$$I = \frac{U_i - U}{R} \quad (14.54)$$

Compte tenu de l'allure respective des deux fonctions, on obtient la caractéristique en charge de la figure 14.20.

Dans le domaine d'utilisation, la tension décroît à peu près linéairement avec la charge. En court-circuit, le courant n'est imposé que par le *flux rémanent*.

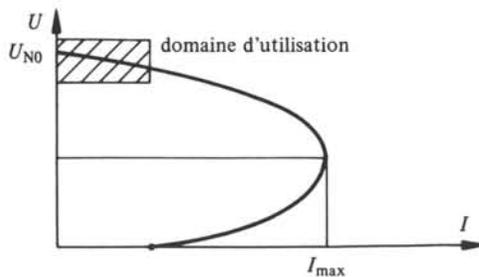


Fig. 14.20

14.7 MOTEUR À EXCITATION SÉRIE

14.7.1 Caractéristique en charge

Le courant d'excitation est égal au courant statorique. Pour une tension d'alimentation constante, la vitesse en charge peut s'écrire (14.17):

$$\Omega = \frac{U - RI}{k_u \hat{\Phi}} \quad (14.55)$$

Sans saturation, on a:

$$k_u \hat{\Phi} = k'_u \cdot I \quad (14.56)$$

$$\Omega = \frac{U - RI}{k'_u I} = \frac{U}{k'_u I} - \frac{R}{k'_u} \quad (14.57)$$

La vitesse varie donc de façon hyperbolique (fig. 14.21).

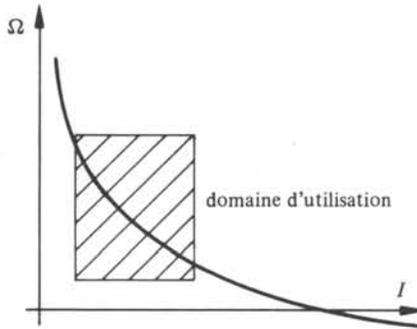


Fig. 14.21

14.7.2 Caractéristique compound

A charge nulle, le moteur s'emballé. Pour éviter ce fait, il suffit de placer un enroulement à excitation séparée assurant en permanence la circulation d'un flux. On obtient alors l'expression suivante :

$$\Omega = \frac{U - RI}{k_u \hat{\Phi}_s + k'_u I} \quad (14.58)$$

où $\hat{\Phi}_s$ = flux d'excitation séparée.

A charge nulle, la vitesse prend l'expression :

$$\Omega_0 = \frac{U}{k_u \hat{\Phi}_s} < \Omega_{\text{limite}} \quad (14.59)$$

où Ω_{limite} = vitesse limite admissible pour le moteur.

Une excitation mixte (compound) permet d'éviter l'emballé.

14.7.3 Caractéristique de couple

Sans saturation, le couple s'écrit :

$$M = k'_u I^2 \quad (14.60)$$

La figure 14.22 représente l'évolution du couple avec le courant.

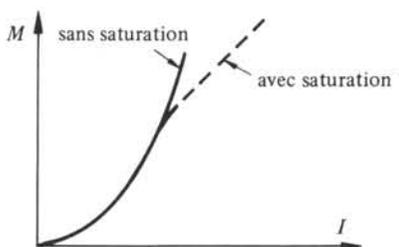


Fig. 14.22

Il varie proportionnellement au carré du courant. Une telle caractéristique est plus intéressante que celle de la machine shunt, car auto-adaptative à la charge; cet aspect est particulièrement utile pour la traction électrique. Lors d'une augmentation de la charge (couple ou pente), le moteur ralentit et la puissance s'accroît dans des proportions moindres qu'en excitation shunt ou séparée. En effet, le passage d'une pente (1) à une pente (2) produit les variations suivantes :

$$M_2 = k_p \cdot M_1 \quad (14.61)$$

En shunt :

$$I_2 = k_p I_1 \quad (14.62)$$

et, pour les puissances :

$$P_2 = k_p P_1 \quad (14.63)$$

En excitation série :

$$I_2 = \sqrt{k_p} I_1 \quad (14.64)$$

$$P_2 = \sqrt{k_p} P_1 \quad (14.65)$$

Par réduction de la vitesse, la puissance s'accroît moins dans ce dernier cas.

En pratique, le phénomène de saturation conduit à une caractéristique intermédiaire entre la parabole et la droite.

14.8 BILAN ÉNERGÉTIQUE AU DÉMARRAGE

14.8.1 Démarrage à tension constante

Un démarrage à tension constante peut s'effectuer de façon directe (moteur de faible puissance) ou avec un rhéostat en série. Le développement qui suit est valable pour les deux cas. Le bilan énergétique qui suit est effectué à vide, avec un couple résistant nul.

14.8.2 Développement

Lors d'un démarrage, des pertes Joule apparaissent au rotor et dans le rhéostat de démarrage. L'énergie correspondante peut s'écrire :

$$W_{Jd} = \int_{t_d} R I^2 dt \quad (14.66)$$

On peut poser, par (14.15) :

$$R \cdot I = U - U_i = U - k_u \Omega \hat{\Phi} \quad (14.67)$$

Par (14.27) :

$$I = M / (k_u \hat{\Phi}) \quad (14.68)$$

A vide, l'équation de mouvement permet d'écrire :

$$J d\Omega / dt = M \quad (14.69)$$

Par substitution, il vient :

$$W_{Jd} = \int_{\Omega} (U - k_u \Omega \hat{\Phi}) \frac{J d\Omega}{k_u \hat{\Phi}} \quad (14.70)$$

A vide, la vitesse vaut Ω_0 à la tension U :

$$k_u \hat{\Phi} = U / \Omega_0 \quad (14.71)$$

D'où :

$$W_{Jd} = J \int_0^{\Omega_0} (\Omega_0 - \Omega) d\Omega = J \frac{\Omega_0^2}{2} = W_{cin} \quad (14.72)$$

où W_{cin} = énergie cinétique

L'énergie dissipée dans les résistances au démarrage en charge sera donc supérieure ou égale à l'énergie cinétique.

14.8.3 Démarrage à tension variable

Dans ce cas, le courant est constant, généralement égal au courant nominal I_N .

Posons :

$$R I_N = \alpha U \quad (14.73)$$

$$W_{Jd} = \int_{\Omega} \alpha U \frac{J d\Omega}{k_u \hat{\Phi}} = \int_0^{\Omega_0} \alpha \Omega_0 J d\Omega = \alpha J \Omega_0^2 = 2\alpha W_{cin} \quad (14.74)$$

L'énergie dissipée au rotor vaut dans ce cas 2α fois l'énergie cinétique. Le coefficient α vaut généralement de 0,02 à 0,2. On a ainsi :

$$W_{Jd} = 0,04 \text{ à } 0,4 W_{cin} \quad (14.75)$$

Les faibles valeurs du coefficient correspondant à des puissances élevées.

14.9 VARIANTES DE STRUCTURES

14.9.1 Moteurs de faible puissance

Les moteurs à courant-continu de petite puissance jusqu'à 2 kW environ ont une excitation par des aimants permanents. Deux exécutions spéciales sont particulièrement utilisées :

- le moteur bon marché pour des entraînements de 1 à 200 W environ qui comprend deux aimants permanents de type ferrite et un rotor à trois encoches à bobinage concentrique aux dents. Le collecteur a également trois lames (fig. 14.23).

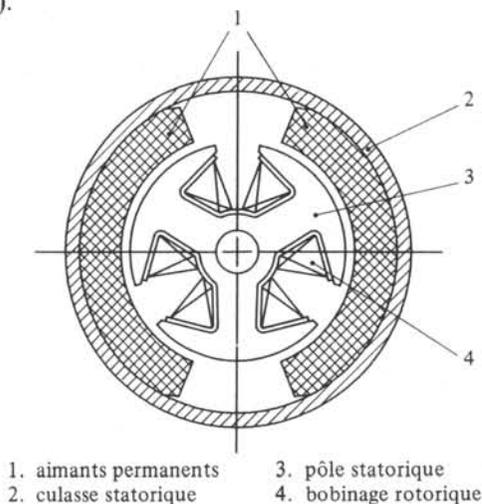


Fig. 14.23 Moteur à aimants avec rotor à 3 encoches.

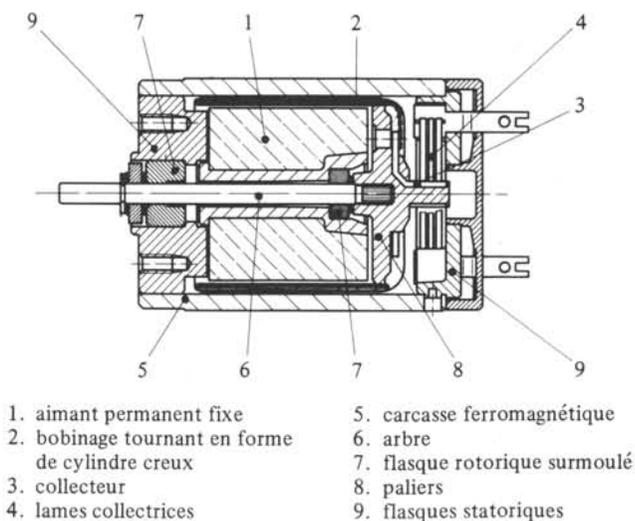


Fig. 14.24 Moteur à rotor sans fer.

- Le servomoteur à faible inertie à *rotor sans fer* (fig. 14.24), comprenant:
 - un aimant permanent (1) bipolaire, magnétique externe (5);
 - un rotor formé d'un bobinage cylindrique creux (2), placé dans l'entrefer.

14.9.2 Moteurs de grande puissance

Les figures 14.25 et 14.26 présentent un exemple de gros moteur à courant continu, avec bobinages d'excitation, pôles de commutation et pôles de compensation, conforme à la description du paragraphe 14.1.2.

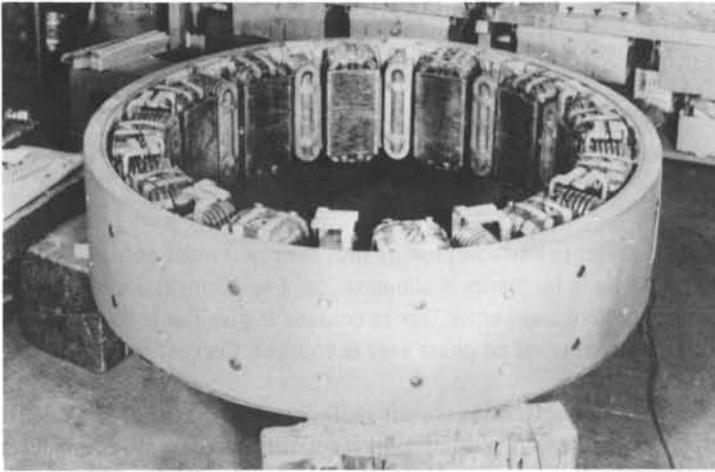


Fig. 14.25 Machine à courant continu: stator.

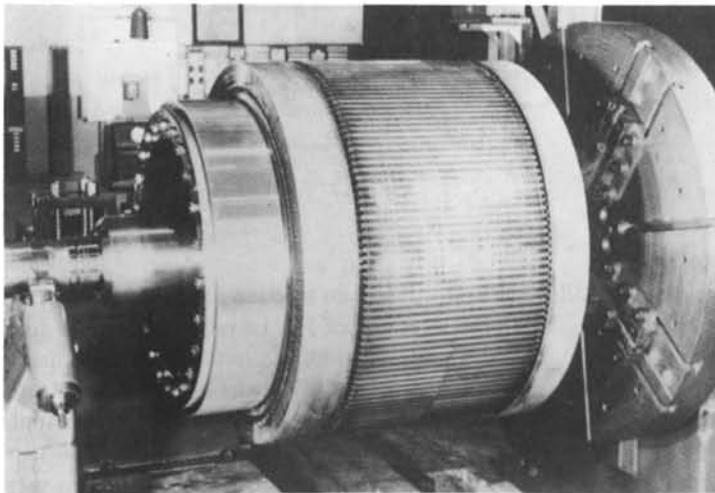


Fig. 14.26 Rotor.

14.10 MOTEUR À COLLECTEUR OU UNIVERSEL

14.10.1 Structure

Le principal désavantage d'une alimentation à courant continu, ne permettant pas de transports d'énergie à grandes distances, peut être éliminé par le *moteur à collecteur*. Ce dernier est semblable, dans son principe, au moteur à courant continu. Il est alimenté en alternatif monophasé. Le flux étant alternatif au stator également, le circuit magnétique de celui-ci devra également être formé de pôles.

14.10.2 Expression du couple

Le couple résultant d'un courant d'induit et d'un courant d'excitation sinusoïdaux devient, par l'expression (14.19):

$$M = k_u \Phi \cdot i \quad (14.76)$$

$$i = \hat{I} \sin \omega t \quad (14.77)$$

$$\Phi = \hat{\Phi} \sin(\omega t - \gamma) = k_e \hat{I}_e \sin(\omega t - \gamma) \quad (14.78)$$

$$M = k_u \frac{\hat{\Phi} \cdot \hat{I}}{2} [\cos \gamma - \cos(2\omega t - \gamma)] \quad (14.79)$$

Le couple présente une composante moyenne non nulle et une composante pulsant au double de la fréquence d'alimentation. Les dispositions constructives devront assurer un déphasage entre flux et courant le plus faible possible. L'optimum est atteint lorsque le flux est en phase avec le courant. Ceci est réalisé par une excitation série, avec $i_e = i$.

Le réglage des caractéristiques peut s'effectuer par la tension d'alimentation (transformateur à gradins) ou par un shunt résistif en parallèle avec l'enroulement d'excitation (réglage du flux) (fig. 14.27).

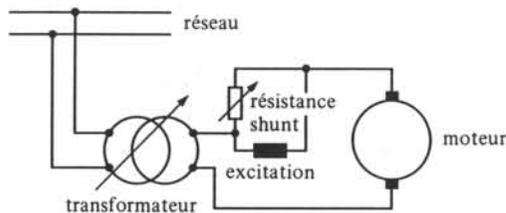


Fig. 14.27

14.10.3 Applications

Les moteurs à collecteur sont utilisés en traction ferroviaire, en particulier en Allemagne et en Suisse à des fréquences de $16\frac{2}{3}$ Hz. La raison historique du choix d'une fréquence si basse est la difficulté de commutation. Le problème de l'usure des charbons et des étincelles à la commutation est d'ailleurs leur principal inconvénient.

Pour de plus faibles puissances, ces moteurs sont utilisés pour des applications telles qu'appareils électro-ménagers, outils ou jouets. Leur intérêt réside dans la possibilité d'atteindre des vitesses élevées (6000 à 12 000 t/min) avec la fréquence du réseau. En contre-partie, ils ont un rendement faible et une usure importante.

MOTEURS ASYNCHRONES

15.1 GÉNÉRALITÉS: STRUCTURE

15.1.1 Rôle du moteur asynchrone

Le *moteur asynchrone* est la plus simple des machines tournantes, donc la plus économique à l'achat. Il trouve un domaine d'application très étendu, aussi bien pour de petites puissances (dès 10 W) que pour de très grandes installations (jusqu'à 25MW). Le principal inconvénient d'un tel moteur est son fonctionnement à vitesse pratiquement constante pour une alimentation à fréquence fixe.

On le trouve en variante monophasée pour de faibles puissances pour des applications telles que l'électro-ménager (pompes de machines à laver, ventilateurs), les pompes de chauffages centraux, les brûleurs à mazout, etc.

Dans le domaine des moyennes puissances, il est utilisé pour l'arrachement de matière des machines-outils, le pompage, la ventilation, les escaliers-roulants, les ascenseurs, les grues, etc.

Pour de grandes puissances, il est utilisé pour le pompage, la ventilation, le broyage, la traction, etc.

15.1.2 Structure

Le stator est constitué par un empilage de tôles magnétiques, parfois assemblées en paquets avec des fentes intermédiaires pour la ventilation.

A la périphérie de l'alésage stator sont disposés des encoches et un bobinage le plus souvent triphasé générant un champ tournant de fréquence de rotation f/p . Jusqu'à 250 kW environ, l'enroulement sera généralement basse tension (220-380-440 V) et au-delà à haute tension (5,5-6-10-15 kV).

L'enroulement rotorique peut se présenter sous deux formes distinctes :

- Les *rotors à cage* ou en *court circuit* formés de barres en aluminium ou en cuivre (éventuellement laiton ou bronze), non isolées par rapport au fer et placées dans des encoches à la périphérie du rotor. Ces barres sont alors court-circuitées de part et d'autre du fer par des anneaux du même matériau que les barres (fig. 15.1 et fig. 15.24).
- Les *rotors bobinés* constitués par un enroulement triphasé semblable à celui du stator, disposé dans les encoches à la périphérie du circuit magnétique. Les trois phases sont reliées à des bagues sur lesquelles frottent des charbons. Ce type du rotor permet le réglage des caractéristiques de démarrage de la machine par insertion de résistances (fig. 15.25).

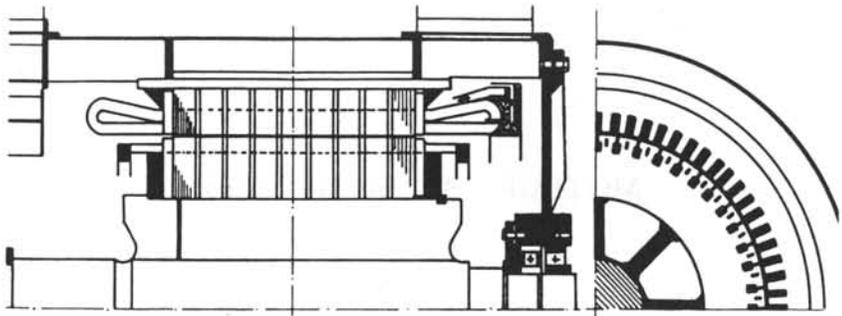


Fig. 15.1 Moteur asynchrone à cage; 400 kW, 600 t/min, diamètre extérieur 1200 mm.

15.1.3 Principe

La génération du couple de la machine asynchrone, au contraire de celui de la machine synchrone, résulte de l'écart de vitesse entre le champ tournant statorique et le rotor. En effet, cet écart implique l'apparition d'une tension induite dans le bobinage rotorique. Ce dernier étant en court-circuit, un courant induit circule dans la cage ou dans le bobinage rotorique. L'interaction du courant rotorique et du champ d'induction statorique permet la création d'un couple. En particulier, ce phénomène apparaît à l'arrêt: le moteur peut démarrer avec une alimentation à fréquence constante.

Au contraire, si la vitesse du rotor est celle du champ tournant, il n'y a pas de tension induite au rotor, pas de courant rotorique et un couple nul. Il ne peut pas être un moteur synchrone. Il est donc *asynchrone*.

L'impilage rotorique est également formés de tôles de 1 ou 0,5 mm d'épaisseur, bien que la fréquence du flux soit très basses (0,5 Hz). Ce fractionnement est néanmoins nécessaire pour limiter les pertes supplémentaires (harmoniques) et pour la phase de démarrage.

15.2 ÉQUATIONS CARACTÉRISTIQUES

15.2.1 Glissement: définition

Une des caractéristiques importantes du moteur sera sa vitesse. Pour des raisons pratiques de calcul, nous la caractériserons par le *glissement*. Ce dernier est défini comme suit:

$$s = \text{glissement} = \frac{\Omega_s - \Omega}{\Omega_s} \quad (15.1)$$

Ω est la vitesse angulaire du rotor

Ω_s est celle du champ tournant statorique

Le glissement est donc l'écart de vitesse relatif entre le rotor et le champ tournant. Si l'on définit la vitesse relative du rotor:

$$\nu = \frac{\Omega}{\Omega_s} \quad (15.2)$$

on a :

$$s = 1 - \nu$$

15.2.2 Changement de référentiel

La notion de tension induite est liée à un enroulement. Par (1.66):

$$u_i = \frac{d\Psi}{dt} = N \frac{d\Phi}{dt} \quad (15.3)$$

La dérivée dans le temps ne peut s'effectuer que dans un *référentiel* lié à l'enroulement considéré. Dans le cas d'un rotor, cette dérivée doit donc se faire dans un référentiel tournant avec le rotor.

L'induction créée par l'enroulement statorique a pour expression, dans un référentiel fixe :

$$B = \hat{B} \cos\left(\omega t - \frac{\pi y}{\tau}\right) \quad (15.4)$$

Au rotor, on a, par la figure 15.2 :

$$y' = y - \nu t \quad (15.5)$$

ν = vitesse tangentielle rotorique

$$\nu = \frac{p \Omega \tau}{\pi} \quad (15.6)$$

$$y = y' + \frac{p \Omega \tau}{\pi} t \quad (15.7)$$

La même composante d'induction s'écrit dans le référentiel rotor :

$$B_r = \hat{B} \cos\left(\omega t - \frac{\pi y'}{\tau} - p \Omega t\right) \quad (15.8)$$

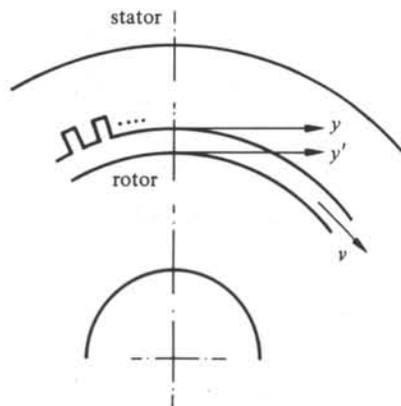


Fig. 15.2

$$\Omega = (1-s)\Omega_s \quad (15.9)$$

$$p\Omega = (1-s)\omega \quad (15.10)$$

D'où :

$$B_r = \hat{B} \cos\left(s\omega t - \frac{\pi y'}{\tau}\right) \quad (15.11)$$

Dans un référentiel rotorique, l'induction, ainsi que toute grandeur électrique ou magnétique, présente une pulsation égale à celle du stator multipliée par le glissement.

A toute grandeur sinusoïdale, on peut également associer une grandeur complexe liée au rotor. Par exemple, pour le courant rotorique :

$$\left. \begin{aligned} i_r &= \hat{I}_r \sin(s\omega t + \beta) \\ \underline{i}_r &= \hat{I}_r e^{j(s\omega t + \beta)} \\ i_r &= \text{Im}(\underline{i}_r) \end{aligned} \right\} \quad (15.12)$$

15.2.3 Bobinages équivalents: tension induite

Dans une première étape, nous réduisons le moteur asynchrone à un bobinage statorique et à un bobinage rotorique, en admettant qu'il existe un champ d'induction tournant créé par le stator.

Soient N_s et N_r les nombres de spires respectifs. Désignons par Φ_h le flux principal commun au deux bobinages et $\Phi_{\sigma s}$ et $\Phi_{\sigma r}$ les flux de fuite respectifs (fig. 15.3). Le flux Φ_h traverse l'entrefer. Pour chacun des enroulements, on peut écrire l'équation de la tension induite, compte tenu des inductances mutuelles (§ 12.4.7).

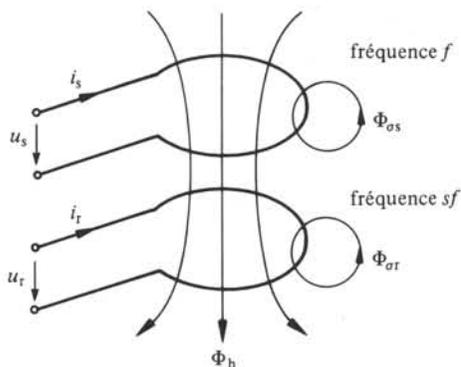


Fig. 15.3

Au stator dans un référentiel fixe :

$$u_s = R_s i_s + \frac{d\Psi_s}{dt} \quad (15.13)$$

Toutes les grandeurs sont sinusoïdales de pulsation ω . On peut écrire en complexe :

$$\underline{U}_s = R_s \underline{I}_s + j\omega \underline{\Psi}_s \quad (15.14)$$

$$\underline{\Psi}_s = L_s \underline{I}_s + L_{sr} \underline{I}_r \quad (15.15)$$

$$L_s = L_{os} + L_{hs} \quad (15.16)$$

Le courant \underline{I}_r exprimé dans un référentiel statorique est également de pulsation ω :

$$\underline{U}_s = R_s \underline{I}_s + j\omega L_{os} \underline{I}_s + j\omega L_{hs} \underline{I}_s + j\omega L_{sr} \underline{I}_r \quad (15.17)$$

Au rotor, dans un référentiel rotorique :

$$\underline{U}_r = R_r \underline{I}_r + \frac{d\underline{\Psi}_r}{dt} = R_r \underline{I}_r + js\omega \underline{\Psi}_r \quad (15.18)$$

$$\underline{\Psi}_r = L_r \underline{I}_r + L_{sr} \underline{I}_s \quad (15.19)$$

$$L_r = L_{or} + L_{hr} \quad (15.20)$$

En passant à nouveau dans un référentiel stator, toutes les grandeurs électriques ont la pulsation ω :

$$\underline{U}_r = R_r \underline{I}_r + js\omega L_{or} \underline{I}_r + js\omega L_{hr} \underline{I}_r + js\omega L_{sr} \underline{I}_s \quad (15.21)$$

15.2.4 Grandeurs rapportées

Les diverses inductances ont la forme suivante :

$$L_{os} = N_s^2 \Lambda_{os} \quad (15.22)$$

$$L_{or} = N_r^2 \Lambda_{or} \quad (15.23)$$

$$\left. \begin{aligned} L_{hs} &= N_s^2 \Lambda_h \\ L_{hr} &= N_r^2 \Lambda_h \end{aligned} \right\} \quad (15.24)$$

$$L_{sr} = N_s N_r \Lambda_h \quad (15.25)$$

Compte tenu du rapport des nombres de spires, il est possible de rapporter les grandeurs rotoriques au stator en posant les relations suivantes :

$$\left. \begin{aligned} \underline{U}'_r &= \underline{U}_r \frac{N_s}{N_r} \\ \underline{I}'_r &= \underline{I}_r \frac{N_r}{N_s} \\ \underline{Z}'_r &= \underline{Z}_r \left(\frac{N_s}{N_r} \right)^2 \end{aligned} \right\} \quad (15.26)$$

De plus, on pose :

$$\omega L_{os} = X_{os} ; \quad \omega L_{hs} = X_h ; \quad \omega L_{or} = X_{or} \quad (15.27)$$

15.2.5 Equations et schéma équivalent

L'équation (15.17) devient, pour la tension induite statorique :

$$\underline{U}_s = R_s \underline{I}_s + jX_{os} \underline{I}_s + jX_h (\underline{I}_s + \underline{I}'_r) \quad (15.28)$$

Pour le rotor, en multipliant par N_s/N_r , l'équation (15.21) peut s'écrire :

$$\frac{U_r'}{s} = \frac{R_r'}{s} I_r' + jX_{or}' I_r' + jX_h (I_s + I_r') \quad (15.29)$$

Pour un rotor en court-circuit, on a $U_r' = 0$. D'où le système d'équations résultant :

$$\left. \begin{aligned} U_s &= R_s I_s + jX_{os} I_s + jX_h (I_s + I_r') \\ 0 &= \frac{R_r'}{s} I_r' + jX_{or}' I_r' + jX_h (I_s + I_r') \end{aligned} \right\} \quad (15.30)$$

On peut faire correspondre à ces équations le schéma équivalent de la figure 15.4. Ce schéma correspond à une phase du moteur.

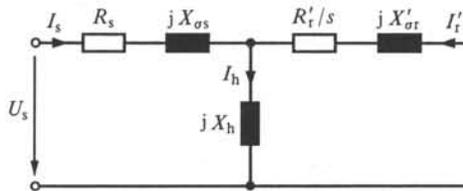


Fig. 15.4

15.2.6 Bilan énergétique et couple

En se référant au schéma équivalent valable pour une phase (fig. 15.4), il est possible d'effectuer le bilan énergétique suivant :

$$\left. \begin{aligned} \text{Pertes Joule au stator} &= 3R_s I_s^2 = P_{Js} \\ \text{Pertes Joule au rotor} &= 3R_r' I_r'^2 = P_{Jr} \\ \text{Puissance rotorique totale} &= 3R_r' I_r'^2 / s \end{aligned} \right\} \quad (15.31)$$

Ce terme correspond à la puissance totale passant du stator au rotor ou puissance d'entrefer.

Si on déduit les pertes rotoriques de ce terme, on obtient la puissance mécanique; la référence [33] en fait la démonstration complète.

$$P_{mec} = 3R_r' I_r'^2 \left(\frac{1}{s} - 1 \right) = 3R_r' I_r'^2 \frac{1-s}{s} \quad (15.32)$$

Compte tenu de ce bilan, il est possible de dissocier la résistance rotorique du schéma équivalent en deux termes (fig. 15.5) :

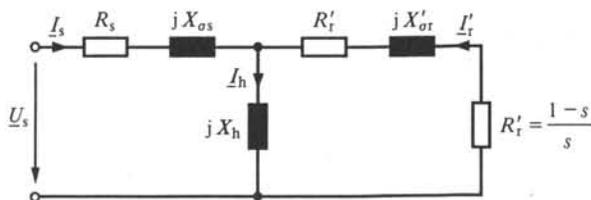


Fig. 15.5

- R'_r est la résistance rotorique
- $R'_r (1-s)/s$ est la résistance équivalente au phénomène de conversion électromécanique.

Il est possible d'en déduire le couple :

$$M = P_{\text{mec}}/\Omega \quad (15.33)$$

$$\Omega = (1-s)\Omega_s \text{ par (15.1)} \quad (15.34)$$

$$M = \frac{3R'_r I_r'^2}{s\Omega_s} = \frac{P_{Jr}}{s\Omega_s} \quad (15.35)$$

15.3 SCHÉMA ÉQUIVALENT TRANSFORMÉ : CARACTÉRISTIQUES PRINCIPALES

15.3.1 Objectif de la transformation

Le schéma équivalent de la figure 15.4 présente l'inconvénient de mal se prêter à une analyse paramétrique. En effet, la tension aux bornes de la branche magnétisante X_h varie avec le glissement s . Ainsi, l'expression du couple est une fonction complexe à analyser. On transformera donc le schéma équivalent de départ, dit en T, en un schéma équivalent dont le dipôle correspondant aux termes invariants (stator et branche magnétisante) est modifié par le théorème de Thévenin (fig. 15.6).

15.3.2 Equivalence de Thévenin

Par le théorème de Thévenin, $\underline{U}_{se} = \underline{U}_0 =$ tension à vide du dipôle de gauche (fig. 15.6 et § 15.6.3).

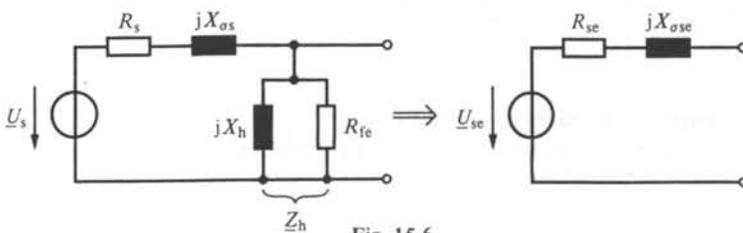
$$\underline{U}_{se} = \underline{U}_0 = \underline{U}_s \frac{\underline{Z}_h}{R_s + jX_{os} + \underline{Z}_h} = \underline{g}_s \underline{U}_s \quad (15.36)$$

avec

$$\underline{g}_s = \frac{\underline{Z}_h}{R_s + jX_{os} + \underline{Z}_h} \quad |\underline{g}_s| < 1 \quad (15.37)$$

Le courant de court-circuit du dipôle de gauche vaut :

$$\underline{I}_{cc} = \frac{\underline{U}_s}{R_s + jX_{os}} \quad (15.38)$$



L'impédance interne équivalente vaut ainsi :

$$\underline{Z}_i = \frac{U_0}{I_{cc}} = \sigma_s (R_s + jX_{\sigma s}) = R'_s + jX'_{\sigma s} = R_{se} + jX_{\sigma se} \quad (15.39)$$

Le nouveau schéma équivalent, plus simple à analyser, devient ainsi (fig. 15.7) :

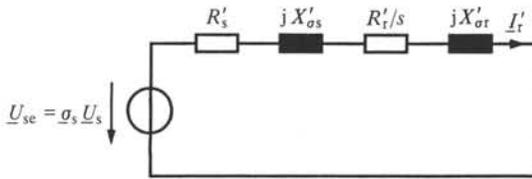


Fig. 15.7

15.3.3 Expression du couple

L'expression du couple (15.35) devient :

$$M = \frac{3R'_r I_r'^2}{s\Omega_s} \quad (15.40)$$

Par la figure 15.7 :

$$I_r' = \frac{\sigma_s U_s}{\sqrt{(R'_s + R'_r/s)^2 + (X'_{\sigma s} + X'_{\sigma r})^2}} \quad (15.41)$$

En posant $X'_{\sigma s} + X'_{\sigma r} = X_{cc}$, on obtient pour l'expression du couple :

$$M = \frac{3R'_r \sigma_s^2 U_s^2}{[(R'_s + R'_r/s)^2 + X_{cc}^2] s\Omega_s} \quad (15.42)$$

15.4 ANALYSE DU COUPLE

15.4.1 Comportement limite : faible glissement

Pour de faibles valeurs du glissement s , on a :

$$\left. \begin{aligned} R'_r/s &\gg R'_s \\ (R'_r/s)^2 &\gg X_{cc}^2 \end{aligned} \right\} \quad (15.43)$$

D'où l'expression limite du couple :

$$M = \frac{3\sigma_s^2 U_s^2}{R'_r \Omega_s} s \quad \text{pour } s \rightarrow 0 \quad (15.44)$$

15.4.2 Comportement limite : glissement élevé

Au contraire, pour des valeurs élevées du glissement s , on trouve :

$$\frac{R'_r}{s}, R'_s \ll X_{cc} \quad (15.45)$$

D'où l'expression limite du couple :

$$M = \frac{3R_r' \sigma_s^2 U_s^2}{X_{cc}^2 \Omega_s} \cdot \frac{1}{s} \quad \text{pour } s \rightarrow \infty \quad (15.46)$$

Il est à remarquer que, pour de petits moteurs ($P_{\text{mec}} < 100 \text{ W}$), la condition $R_s' \ll X_{cc}$ peut ne pas être vérifiée.

15.4.3 Allure du couple

En conséquence des deux expressions limites des paragraphes 15.4.1 et 15.4.2, pour de très faibles valeurs de glissement, le couple présente une caractéristique linéaire; celle-ci se transforme en hyperbole équilatère pour des valeurs élevées, conformément à la figure 15.8.

Entre ces deux domaines limites, la courbe de couple doit présenter un maximum et un minimum.

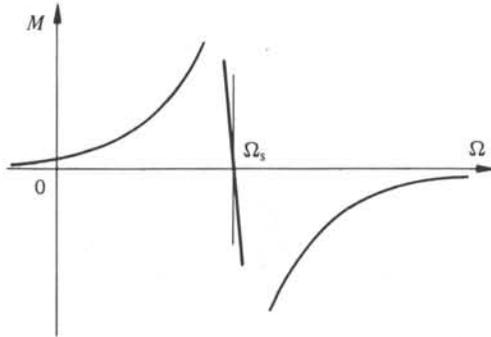


Fig. 15.8

15.4.4 Extrema de la caractéristique de couple

Les extrema peuvent être obtenus par dérivation de l'expression du couple en fonction du glissement :

$$\frac{dM}{ds} = 0 \quad (15.47)$$

$$R_s'^2 + X_{cc}^2 - \frac{R_r'^2}{s^2} = 0$$

Soit s_K le glissement satisfaisant cette propriété :

$$s_K = \frac{\pm R_r'}{\sqrt{R_s'^2 + X_{cc}^2}} \quad \text{glissement pour le couple maximum} \quad (15.48)$$

15.4.5 Moteur de grande puissance

Pour un moteur de puissance importante ($P_{\text{mec}} > 1 \text{ kW}$), on peut simplifier comme suit :

$$R_s'^2 \ll X_{cc}^2 \quad (15.49)$$

$$\left. \begin{aligned} s_K &= \pm \frac{R'_r}{X_{cc}} \\ M_K &= \pm \frac{3\sigma_s^2 U_s^2}{2\Omega_s X_{cc}} \end{aligned} \right\} \quad (15.50)$$

pour un moteur de puissance > 1 kW.

Toujours pour un moteur de taille importante, on peut exprimer le couple sous forme relative en divisant le couple par le couple maximum. On obtient alors :

$$\frac{M}{M_K} = \frac{2R'_r X_{cc}}{s[(R'_s + R'_r/s)^2 + X_{cc}^2]} \quad (15.51)$$

En divisant numérateur et dénominateur par X_{cc}^2 , on peut écrire approximativement :

$$\frac{M}{M_K} = \frac{2}{s/s_K + s_K/s} \quad (15.52)$$

pour un moteur de puissance > 1 kW.

La figure 15.9 présente l'allure complète du couple.

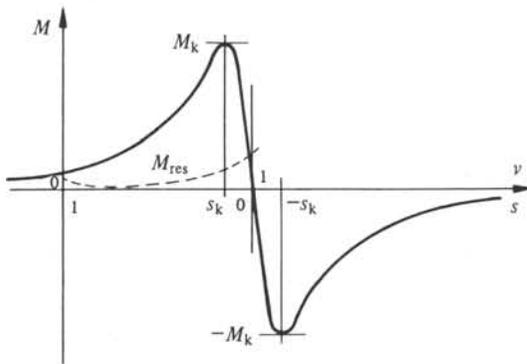


Fig. 15.9

15.4.6 Régime nominal

Le régime nominal correspond au couple, à la puissance et à la vitesse pour lesquels le moteur est construit. Il peut fonctionner à ce régime en permanence sans surchauffement. Il peut également fonctionner à une puissance inférieure.

Pour un moteur asynchrone, ce régime correspond généralement à une valeur du couple de 60% (petites machines) à 40% (grandes puissances) du couple maximum. En d'autres termes, le couple maximum vaut :

$$M_K = 1,7 \div 2,5 M_N \quad (15.53)$$

En admettant une valeur moyenne de 2, on obtient pour le glissement nominal s_N , par (15.52) :

$$s^2 - 4s \cdot s_K + s_K^2 = 0 \quad (15.54)$$

$$s_N \cong (2 - \sqrt{3}) s_K \cong 0,268 s_K \quad (15.55)$$

En pratique :

$$s_N = 0,005 \text{ à } 0,25 \quad (15.56)$$

$$s_K = 0,02 \text{ à } 1$$

Les plus petites valeurs de glissement correspondent à de gros moteurs alors que les plus élevées correspondent à de petits moteurs.

15.4.7 Domaine de fonctionnement

Le domaine de fonctionnement peut être divisé en plusieurs zones :

- Pour $s > 1$, le moteur tourne en sens inverse du champ tournant et est soumis à un *couple de freinage*. Un moteur asynchrone fonctionnera avec un glissement compris entre 2 et 1 lors d'un freinage par inversion de phase.
- Pour $1 \geq s \geq 0$, on se trouve dans la zone de *démarrage* du moteur. Pour un glissement inférieur à s_K , on obtient la stabilisation en régime moteur. Le glissement nominal (correspondant au couple nominal) se situera dans la zone linéaire de la caractéristique.
- Pour $s < 0$, le couple changeant de signe, la machine asynchrone devient *génératrice asynchrone*. Elle fournit de la puissance active au réseau. Le schéma équivalent fait apparaître, même pour un glissement négatif, un caractère inductif des grandeurs réactives. La marche en génératrice s'accompagne donc d'une consommation de réactif. Ce régime de fonctionnement ne peut se produire que s'il y a fourniture de réactif par le réseau. En particulier, une machine asynchrone, seule, ne pourra fournir d'énergie à une charge résistive ou inductive que si un condensateur branché en parallèle fournit la puissance réactive correspondante.

En génératrice, la machine asynchrone fonctionnera également à un glissement faible, comparable à celui en régime moteur, dans la partie linéaire de la caractéristique de couple.

15.5 ANALYSE DU COURANT

15.5.1 Lieu des impédances

Partant du schéma équivalent décrit par la figure 15.7, on peut exprimer l'impédance équivalente du moteur comme suit :

$$\underline{Z}' = jX_{cc} + R'_s + \frac{R'_r}{s} \quad (15.57)$$

\underline{Z}' est une impédance dépendant du glissement. Son lieu géométrique est une droite horizontale, d'ordonnée à l'origine X_{cc} (fig. 15.10).

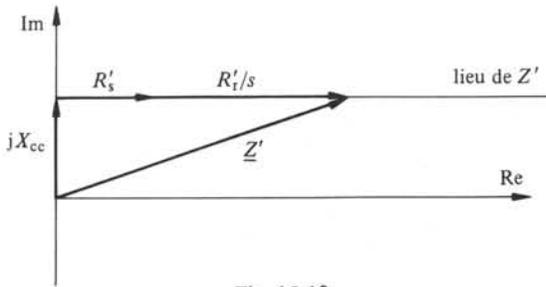


Fig. 15.10

15.5.2 Lieu du courant rotorique

En choisissant l'angle de phase de la tension $\underline{U}_{se} = \underline{g}_s \underline{U}_s$ nul, il vient pour le courant \underline{I}'_r :

$$\underline{I}'_r = \frac{U_{se}}{\underline{Z}'_r} \quad (15.58)$$

Le lieu géométrique de l'inverse d'une droite est un cercle. L'homologue des points à l'infini se trouve à l'origine. L'homologue du point $(0, jX_{cc})$ est un point sur l'axe imaginaire, négatif, qui définit le diamètre du cercle: U_{se}/X_{cc} (fig. 15.11).

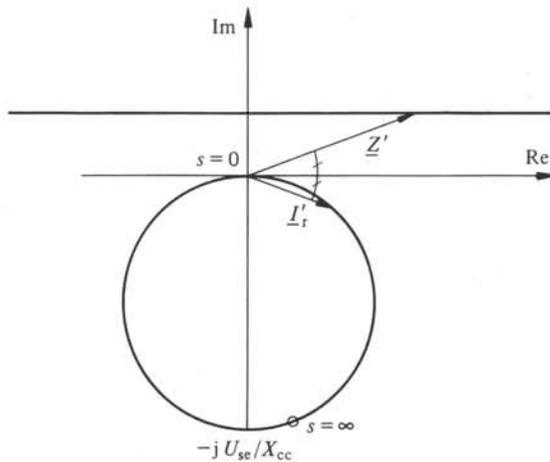


Fig. 15.11

L'expression analytique du courant est, par la figure 15.7:

$$\left. \begin{aligned} I'_r &= \frac{U_{se}}{\sqrt{(R'_s + R'_r/s)^2 + X_{cc}^2}} \\ \underline{I}'_r &= \frac{U_{se}}{R'_s + R'_r/s + jX_{cc}} \end{aligned} \right\} \quad (15.59)$$

15.5.3 Lieu du courant statorique

Le courant statorique peut s'exprimer comme suit en fonction du courant \underline{I}'_r et compte tenu du schéma équivalent de la figure 15.4 :

$$\underline{I}_s = \underline{I}_h + \underline{I}'_r \quad (15.60)$$

Le courant \underline{I}_h de la branche magnétisante varie en fonction du glissement. En effet, en marche à vide, ($s = 0$), on a :

$$I_{h0} = \frac{U_{se}}{Z_h} = \frac{\sigma_s U_s}{Z_h} \quad (15.61)$$

A rotor bloqué ($s = 1$), ce même courant devient :

$$I_{h1} = \frac{U_h}{Z_h} = \frac{1}{2} \frac{U_s}{Z_h} \cong \frac{1}{2} I_{h0} \quad (15.62)$$

Si les résistances et réactances de fuite respectives du stator et du rotor sont du même ordre de grandeur, la tension U_h est approximativement la moitié de la tension statorique.

A tension statorique constante, le courant magnétisant varie donc dans des proportions de 1 à $\frac{1}{2}$ selon le glissement.

Fréquemment, on admet l'hypothèse d'un courant magnétisant constant, égal au courant à vide, ce qui est assez correct dans le domaine compris entre la marche à vide et le couple maximum.

$$\underline{I}_{h0} = \frac{U_{se}}{Z_h} = \text{constante} \quad (15.63)$$

$$\underline{I}_s = \underline{I}_{h0} + \underline{I}'_r \quad (15.64)$$

L'impédance Z_h étant essentiellement réactive, le courant \underline{I}_{h0} est principalement imaginaire, négatif. Ceci revient à effectuer une translation du lieu de \underline{I}'_r (fig. 15.12), qui reste ainsi un cercle.

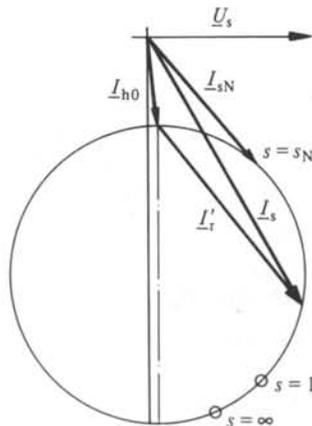


Fig. 15.12

Si l'on représente l'évolution de l'amplitude du courant statorique en fonction de la vitesse ou du glissement, on obtient la caractéristique de la figure 15.13.

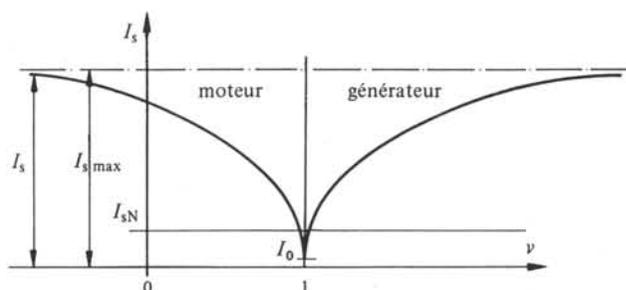


Fig. 15.13

15.6 MARCHÉ À VIDE

15.6.1 Fonctionnement à vide

La *marche à vide* est caractérisée par un fonctionnement à pleine tension avec un couple résistant mécanique nul. Il en résulte un couple électromagnétique nul, donc une vitesse du rotor synchrone avec le champ tournant. Le glissement est donc nul.

Pour ce cas, le courant statorique est minimum, égal à 0,25 à 0,4 I_N . Le facteur de puissance correspondant est faible (0,05 à 0,15) pour un moteur de puissance élevée. Pour un petit moteur, le courant à vide est comparable au courant en charge et le facteur de puissance vaut de 0,5 à 0,7 à vide.

15.6.2 Essai à vide

Pour tout moteur asynchrone, l'*essai à vide* permet de fournir des informations quant aux performances du moteur, en particulier quant aux pertes dans le fer.

Un tel essai se fait en appliquant la tension nominale au moteur. Dans ces conditions, la puissance active fournie au stator compense les pertes Joule statoriques, calculables à partir d'une mesure de la résistance et du courant, les pertes mécaniques dans les paliers, par frottement de l'air et dans les ventilateurs, et les pertes dans le fer, principalement au stator. En conséquence, le couple électromagnétique ne sera pas rigoureusement nul, puisque le moteur devra compenser ses propres pertes mécaniques.

A parti d'un essai à vide, il est possible de mesurer les grandeurs suivantes :

- la tension statorique U_s ;
- le courant statorique I_{s0} ;
- la puissance active statorique P_{s0} .

La puissance active P_{s0} peut s'écrire :

$$P_{s0} = P_{Js} + P_{f+v} + P_{fer} \quad (15.65)$$

$$P_{Js} = \text{Pertes Joule statoriques} = 3R_s I_{s0}^2$$

$$P_{fer} = \text{Pertes dans le fer}$$

$$P_{f+v} + P_{\text{fer}} = P_{s0} - P_{J_s} \quad (15.66)$$

P_{f+v} = Pertes par frottement et ventilation

Il faut donc séparer les deux premiers termes. Pour ce faire, il faut examiner de plus près l'évolution des pertes dans le fer.

15.6.3 Pertes dans le fer

Les pertes dans le fer sont proportionnelles au carré de l'induction (1.153):

$$P_{\text{fer}} \sim B^2 \quad (15.67)$$

Par ailleurs, $B = \Phi_h / S$ d'où:

$$P_{\text{fer}} \sim \Phi_h^2 \sim \Psi_h^2 \quad (15.68)$$

$$U_h = \text{tension induite} = d\Psi_h/dt = \omega\Psi_h$$

d'où:

$$P_{\text{fer}} \sim \Psi_h^2 \sim U_h^2 \quad (15.69)$$

En conséquence, les pertes dans le fer peuvent être représentées dans le schéma équivalent (fig. 15.14) par une résistance en parallèle avec la branche magnétisante R_{fe} et telle que:

$$\left. \begin{aligned} P_{\text{fer}} &= \frac{3 U_h^2}{R_{\text{fe}}} \\ R_{\text{fe}} &= \frac{3 U_h^2}{P_{\text{fer}}} \end{aligned} \right\} \quad (15.70)$$

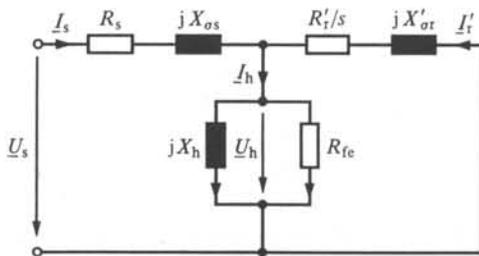


Fig. 15.14

15.6.4 Séparation des pertes mécaniques et des pertes dans le fer

La séparation entre ces deux termes peut s'effectuer en se basant sur le fait que les pertes mécaniques ne varient qu'avec la vitesse alors que les pertes dans le fer dépendent du carré de la tension.

Il est possible d'effectuer un essai à vide pour diverses valeurs de la tension d'alimentation (en pratique de 0,8 à 1,1 U_{sN}). Dans un diagramme $(P_{f+v} + P_{\text{fer}})/U_s^2$, on obtient une droite (fig. 15.15).

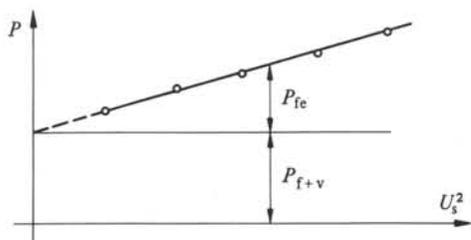


Fig. 15.15

Le prolongement de la droite jusqu'à l'abscisse 0 définit les pertes mécaniques. La différence $P_{s0} - P_{Js} - P_{f+v}$ pour la tension nominale U_{sN} permet de déterminer les pertes dans le fer et la résistance correspondante.

15.7 MARCHE À ROTOR BLOQUÉ

15.7.1 Fonctionnement à rotor bloqué

Lorsque le rotor est bloqué, le moteur asynchrone se comporte comme un transformateur avec secondaire en court-circuit. Le courant statorique est très élevé (de l'ordre de 5 fois le courant nominal). Le couple rotorique qui en résulte est proportionnel aux pertes Joule rotoriques (15.35):

$$M = \frac{P_{Jr}}{\Omega_s} \quad (15.71)$$

Toute la puissance électrique est transformée en chaleur au stator et au rotor.

$$P_J = P_{Js} + P_{Jr} \quad (15.72)$$

15.7.2 Essai à rotor bloqué

L'essai à rotor bloqué a pour but principal la détermination des paramètres du schéma équivalent du moteur. Cet essai s'effectue à tension réduite, de façon à ne pas dépasser le courant nominal du moteur. Cette tension sera donc d'environ 20% de la tension nominale et le couple de démarrage, proportionnel au carré du courant, sera réduit dans une proportion d'environ 25.

Sur la base des mesures à vide et à rotor bloqué, il est possible de déterminer tous les paramètres du schéma équivalent, à l'exception des réactances de fuite dont il n'est possible de calculer que la somme.

15.8 ROTOR À CAGE

15.8.1 Effet pelliculaire

Le rotor à "cage d'écureuil" ou en court-circuit est constitué de barres placées dans l'empilage rotorique et reliées entre elles par deux anneaux aux extrémités. La résistance et la réactance de fuite de l'enroulement rotorique sont définies par la géométrie et le matériau constituant.

Néanmoins, l'impédance rotorique varie parfois avec le glissement par suite de l'*effet pelliculaire* (sect. 1.4). Pour des moteurs puissants, cet effet est même recherché. La saturation peut également provoquer une variation des réactances de fuite.

L'effet pelliculaire est double :

- une augmentation de la *résistance rotorique* R'_r ; la conséquence en est une augmentation du couple de démarrage pour les glissements importants, sans modification appréciable du courant;
- une diminution de la réactance de fuite d'encoche, donc de la *réactance de fuite rotorique* X'_{or} ; il s'ensuit une augmentation du courant d'appel également pour les glissements importants, donc du couple.

Les caractéristiques de démarrage sont alors modifiées conformément à la figure 15.16.

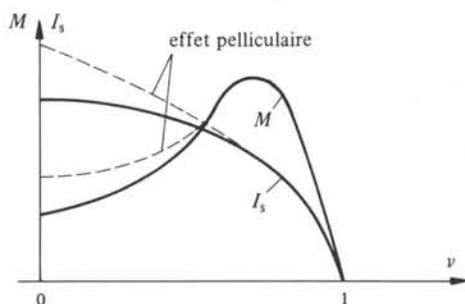


Fig. 15.16

Cet effet pelliculaire est donc à rechercher si l'on veut augmenter le couple au démarrage sans diminuer le rendement au régime nominal. Cette solution est indispensable pour les moteurs puissants à faible polarité. On utilise généralement les formes de barres suivantes, représentées à la figure 15.17.

Pour des moteurs dont le couple au démarrage doit être supérieur au couple nominal, cette solution peut ne pas être suffisante. On recourt alors généralement à la solution d'un rotor à double cage.

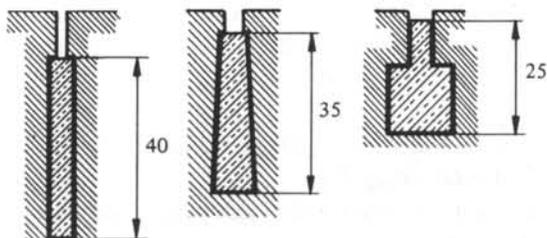


Fig. 15.17

15.8.2 Rotor à double cage

La figure 15.18 présente la coupe d'un *moteur à double cage*, constitué de deux cages concentriques.

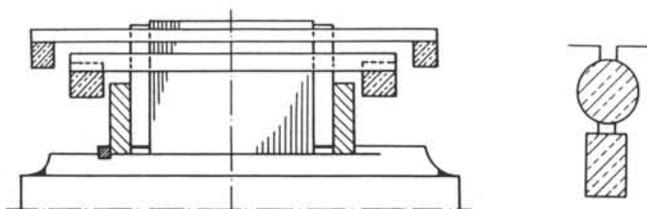


Fig. 15.18

Par effet pelliculaire également, pratiquement tout le courant au démarrage est concentré dans la cage extérieure. Celle-ci est constituée d'un matériau résistif (laiton ou bronze) de façon à augmenter la résistance sans diminuer la capacité thermique. Au contraire, à faible glissement, le courant circulera essentiellement dans la cage inférieure, peu résistive (cuivre). On aura ainsi des pertes minimales. On obtient généralement une courbe de couple présentant l'allure suivante (fig. 15.19):

Aussi bien le moteur à cage que celui à double cage présentent une limite dans leurs possibilités de démarrage.

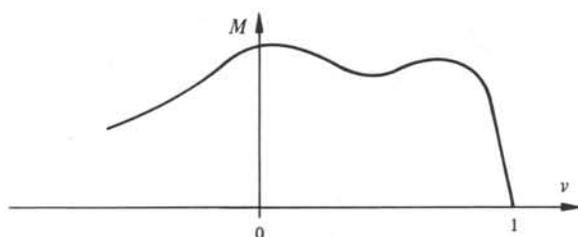


Fig. 15.19

15.9 LIMITES DES MOTEURS À CAGE

15.9.1 Rendement

Le rendement d'un moteur asynchrone à cage est lié principalement à son glissement. On peut le décomposer en deux termes:

$$\eta_{\text{tot}} = \eta_r \cdot \eta' \quad (15.73)$$

$$\eta_r = \text{rendement rotorique} = P_{\text{mec}} / (P_{\text{mec}} + P_{\text{Jr}})$$

$$\eta_{\text{tot}} = \text{rendement total} = P_{\text{mec}} / P_{\text{el}}$$

$$\eta' = \text{rendement partiel correspondant aux pertes Joule statoriques et aux pertes dans le fer}$$

En régime moteur, on peut écrire (15.32):

$$P_{\text{mec}} = 3R_r' I_r'^2 \frac{(1-s)}{s} \quad (15.74)$$

$$P_{\text{Jr}} = 3R_r' I_r'^2 \quad (15.75)$$

D'où :

$$\eta_r = 1 - s = \frac{\Omega}{\Omega_s} \quad (15.76)$$

Le rendement rotorique croît linéairement avec la vitesse (fig. 15.20). En introduisant le terme η' correspondant aux pertes Foule statoriques, aux pertes dans le fer et aux pertes mécaniques, on obtient la courbe pointillée de la figure 15.20.

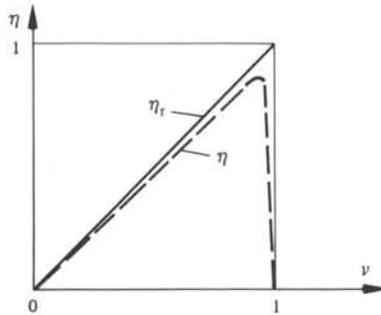


Fig. 15.20

En conséquence, on peut écrire :

$$\eta_{\text{tot}} < 1 - s \quad (15.77)$$

Le rendement d'un moteur asynchrone est toujours inférieur à sa vitesse relative. De la même façon, on peut montrer que le rendement en générateur vaut :

$$\eta_{\text{tot}} < \frac{1}{1-s} \cong 1 + s \quad (15.78)$$

Un moteur asynchrone n'est intéressant sur le plan énergétique que pour de faibles glissements.

15.9.2 Bilan énergétique au démarrage

Il est possible de caractériser la charge au démarrage d'un moteur asynchrone par un bilan de l'énergie thermique dissipée au démarrage, W_{thd} :

$$W_{\text{thd}} = \int_0^{t_d} 3 R_r' I_r'^2 \cdot dt = \int_0^{t_d} P_{Jr} \cdot dt \quad (15.79)$$

t_d = temps de démarrage

Mais on a également par (15.35) :

$$P_{Jr} = s \cdot \Omega_s \cdot M \quad (15.80)$$

De plus, l'équation de mouvement permet d'écrire :

$$J \frac{d\Omega}{dt} = M - M_{\text{res}} \quad (15.81)$$

M_{res} = couple résistant

En étudiant le cas limite où ce dernier est nul (marche à vide), on peut écrire :

$$M = J \frac{d\Omega}{dt} \quad (15.82)$$

$$W_{\text{thd}} = \int_0^{t_d} s \Omega_s J \frac{d\Omega}{dt} dt = \int_0^{\Omega_s} s \Omega_s J d\Omega \quad (15.83)$$

$$\Omega = (1-s) \Omega_s \quad (15.84)$$

d'où :

$$d\Omega = -\Omega_s ds$$

$$W_{\text{thd}} = \Omega_s^2 \int_1^0 s ds = \frac{1}{2} J \Omega_s^2 = W_{\text{cin}} \quad (15.85)$$

L'énergie dissipée au rotor à vide ($M_{\text{res}} = 0$) est égale à l'énergie cinétique du groupe.

De façon plus générale, on a :

$$W_{\text{thd}} = W_{\text{cin}} + \int_0^{t_d} s M_{\text{res}} \Omega_s dt \quad (15.86)$$

Pour des inerties entraînées importantes ($J_e \gg J_{\text{moteur}}$), l'échauffement rotorique peut devenir prohibitif et ne plus être acceptable pour la cage (limite environ 200°C).

15.9.3 Courant au démarrage

Le *courant au démarrage* est toujours important, comparé au courant nominal du moteur. On a généralement $I_d \cong 4$ à $6 I_N$. Toute réduction de ce courant implique soit une diminution du couple au démarrage (réduction de tension par exemple), soit une diminution du couple maximum, donc de la stabilité.

Ce fait peut être gênant pour le réseau, par suite de chutes de potentiel provoquées et se répercutant sur les autres utilisateurs. Les distributeurs d'énergie peuvent refuser de telles pointes de courant.

15.9.4 Couple au démarrage

Le *couple au démarrage* d'un moteur est généralement compris entre 30% et 100% du couple nominal. Selon la nature de la charge, un couple supérieur peut être souhaité. La solution à double cage offre une première possibilité, mais rarement utilisée.

15.9.5 Solution

Une solution peut être apportée aux trois derniers problèmes évoqués. Il s'agit du recours à un rotor asynchrone bobiné.

15.10 MOTEUR ASYNCHRONE À ROTOR BOBINÉ

15.10.1 Constitution

Le rotor bobiné est constitué d'un circuit magnétique feuilleté et d'un bobinage généralement triphasé disposé dans les encoches. Les trois extrémités des phases sont reliées à trois *bagues* sur lesquelles frottent des charbons. Ceux-ci alimentent une résistance triphasée, généralement réglable par sauts (fig. 15.21 et 15.25).

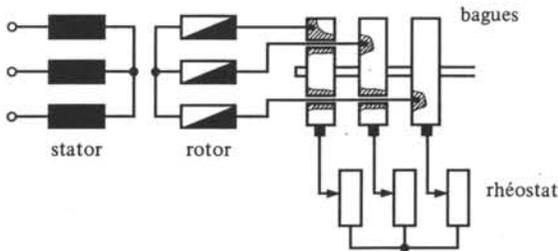


Fig. 15.21

15.10.2 Relations caractéristiques

La résistance rotorique de phase R_r peut ainsi être modifiée par l'adjonction d'une résistance dite de démarrage R_d .

$$R_{\text{rot}} = R_r + R_d \quad (15.87)$$

Cette nouvelle valeur, rapportée au stator, est à introduire dans le schéma équivalent de la figure 15.22.

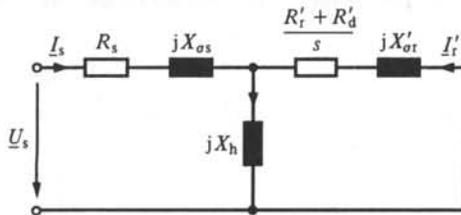


Fig. 15.22

Nous comparerons le cas du moteur avec résistance rotorique ($R_d \neq 0$) avec celui du rotor en court-circuit ($R_d = 0$). Nous affecterons l'indice d aux grandeurs relatives des cas avec résistance de démarrage. Les deux schémas équivalents seront identiques à tout point de vue (courants, puissances, couple) si on a la relation :

$$\frac{R'_r + R'_d}{s_d} = \frac{R'_r}{s} \quad (15.88)$$

d'où :

$$s_d = s \cdot \frac{R'_r + R'_d}{R'_r} = s \left(1 + \frac{R'_d}{R'_r} \right) \quad (15.89)$$

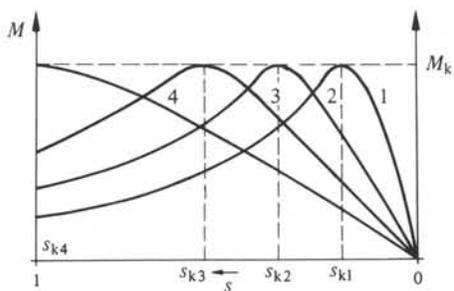


Fig. 15.23

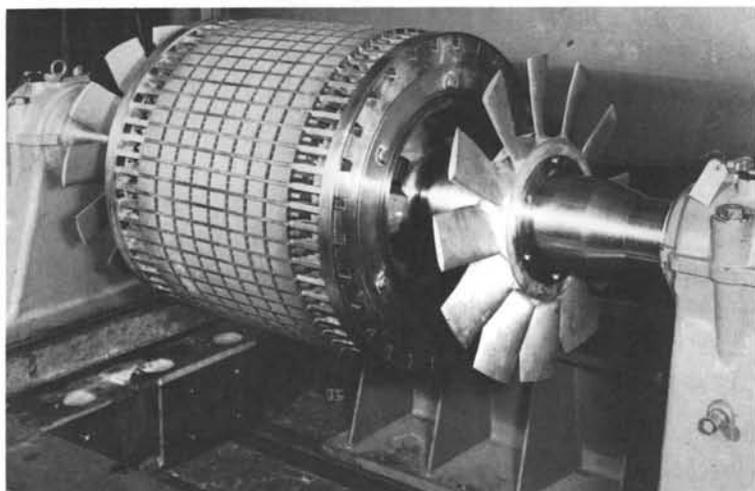


Fig. 15.24 Rotor à cage; 1,5 MW, 4 pôles.

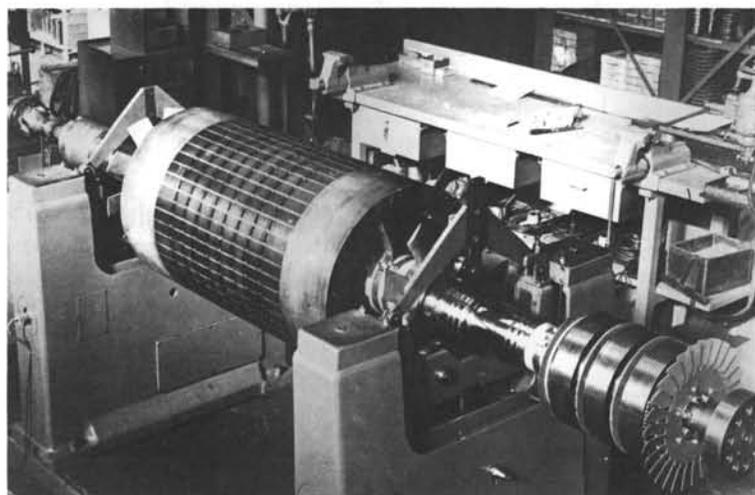


Fig. 15.25 Rotor bobiné; 700 kW, 4 pôles.

ou :

$$\frac{s_d}{s} = \frac{R'_r + R'_d}{R'_r} = 1 + \frac{R'_d}{R'_r} = 1 + \frac{R_d}{R_r} \quad (15.90)$$

Ces deux glissements homologues sont dans un rapport constant pour une résistance de démarrage constante. Les courbes de couple et de courant avec résistances de démarrage se déduisent donc de celles en court-circuit par *affinité* d'axe $s=0$ (fig. 15.23).

Les figures 15.24 et 15.25 montrent les rotors d'un moteur asynchrone à cage et d'un moteur asynchrone à rotor bobiné.

15.11 ALIMENTATION À FRÉQUENCE VARIABLE

15.11.1 Principe et spécifications

La vitesse synchrone est proportionnelle à la fréquence. En alimentant un moteur asynchrone à *fréquence variable*, il est possible de modifier la vitesse du champ tournant et d'effectuer ainsi un réglage de la vitesse dans de bonnes conditions de rendement. Pour définir les conditions d'alimentation, on imposera les spécifications suivantes :

- couple maximum constant pour toute fréquence ;
- démarrage à couple constant dans la partie linéaire de la caractéristique de couple.

Il en résulte les caractéristiques décrites au paragraphe suivant.

15.11.2 Caractéristiques à fréquence variable : tension

La relation (15.50) donne l'expression du couple maximum :

$$M_K = \frac{3\sigma_s^2 U_s^2}{2\Omega_s X_{cc}} \quad (15.91)$$

Si l'on compare le même moteur aux fréquences f et f' , on obtient pour le quotient des couples maximums :

$$\frac{M'_K}{M_K} = \frac{(\sigma' U'_s / \sigma U_s)^2}{(\Omega'_s X'_{cc} / \Omega_s X_{cc})} \quad (15.92)$$

On admettra que le coefficient σ ne dépend pas de la fréquence. Si ceci est correct pour des fréquences proches de la fréquence nominale, c'est moins vrai à basse fréquence.

$$\sigma'_s \cong \sigma_s \quad (15.93)$$

$$\frac{\Omega'_s}{\Omega_s} = \frac{f'}{f} \quad (15.94)$$

$$\frac{X'_{cc}}{X_{cc}} = \frac{f'}{f} \quad (15.95)$$

$$\frac{M'_K}{M_K} = 1 \quad (15.96)$$

On obtient ainsi :

$$\frac{U'_s}{U_s} = \frac{f'}{f} \quad (15.97)$$

La tension d'alimentation doit varier proportionnellement à la vitesse. Cependant, pour une fréquence faible, l'importance relative de la résistance statorique s'accroît et la fonction est corrigée conformément à la figure 15.26.

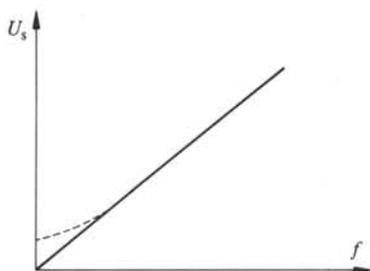


Fig. 15.26

15.11.3 Caractéristiques à fréquence variable : couple

Dans ces conditions, on a pour la zone linéaire de la caractéristique de couple (15.44) :

$$M = \frac{3\sigma_s^2 U_s^2}{R_r \Omega_s} s \quad (15.98)$$

$$s = \frac{(\Omega_s - \Omega_r)}{\Omega_s} = \frac{\Delta\Omega}{\Omega_s} \quad (15.99)$$

Pour deux fréquences différentes et une même amplitude de couple, on a :

$$\frac{M'}{M} = 1 = \frac{(U'_s/U_s)^2}{(\Omega'_s/\Omega_s)^2} \cdot \frac{\Delta\Omega'}{\Delta\Omega} \quad (15.100)$$

D'où la relation :

$$\Delta\Omega' = \Delta\Omega \quad (15.101)$$

En autres termes, la pente de la zone linéaire de la caractéristique est une constante (fig. 15.27).

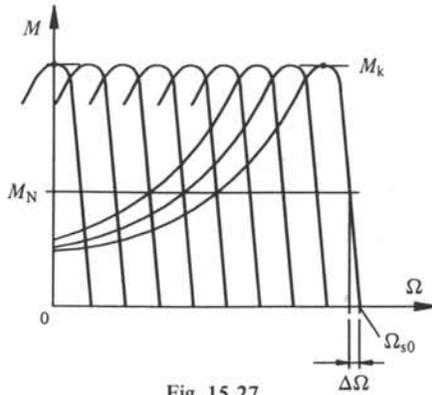


Fig. 15.27

15.11.4 Caractéristiques à fréquence variable: courant

Pour le courant rotorique, on a, en négligeant la résistance statorique :

$$I'_r = \frac{\sigma_s U_s}{\sqrt{\left(\frac{R'_r}{s}\right)^2 + (X_{cc})^2}} = \frac{\sigma_s U_s}{\sqrt{\left(\frac{R'_r \Omega_s}{\Delta\Omega}\right)^2 + (\omega L_{cc})^2}} \quad (15.102)$$

On a :

$$U_s \sim f$$

$$\sqrt{\left(\frac{R'_r \Omega_s}{\Delta\Omega}\right)^2 + (\omega L_{cc})^2} \sim f \quad (15.103)$$

Le courant est indépendant de la fréquence pour une valeur du couple donnée.

En conséquence, en première approximation (résistance statorique négligée), les caractéristiques de couple et de courant à fréquence variable peuvent être obtenues par translation le long de l'axe des vitesses (fig. 15.27).

15.11.5 Bilan énergétique

L'énergie dissipée au rotor lors d'un démarrage à vide en imposant un couple électromagnétique constant vaut (15.80) :

$$W_{Jr} = \int_0^{t_d} sM\Omega_s dt \quad (15.104)$$

$$M = J \frac{d\Omega}{dt} \quad (15.105)$$

$$s = \frac{\Delta\Omega}{\Omega_s} \quad (15.106)$$

$$W_{Jr} = J\Delta\Omega \int_0^{\Omega_s} d\Omega = J\Omega_s\Delta\Omega \quad (15.107)$$

En se référant au régime nominal pour lequel $\Omega_s = \Omega_0$ et $s = s_N$, on a :

$$W_{Jr} = J\Omega_0^2 s_N = \frac{2s_N J\Omega_0^2}{2} = 2s_N W_{\text{cin}} \quad (15.108)$$

L'énergie dissipée au démarrage est égale à l'énergie cinétique affectée de coefficient $2s_N$ ($2s_N = 0.1$ à $0,01$).

Si la résistance statorique est égale à la résistance rotorique, on a :

$$W_{J\text{tot}} = 4s_N W_{\text{cin}} \quad (15.109)$$

BIBLIOGRAPHIE

- [1] M. JUFER, *Traité d'Electricité, vol. IX, Transducteurs électromécaniques*, Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne, 1985.
- [2] F. GARDIOL, *Traité d'Electricité, vol. III, Électromagnétisme*, Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne, 1994.
- [3] R. BOITE, J. NEIRYNCK, *Traité d'Electricité, vol. IV, Théorie des réseaux de Kirchhoff*, Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne, 1989.
- [4] P. ROBERT, *Traité d'Electricité, vol. II, Matériaux de l'électrotechnique*, Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne, 1989.
- [5] F. DE COULON, M. JUFER, *Traité d'Electricité, vol. I, Introduction à l'électrotechnique*, Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne, 1992.
- [6] H.H. WOODSON, J.R. MELCHER, *Electromechanical Dynamics, vol. I and II*, Wiley, New York, 1968.
- [7] J. CHATELAIN, *Traité d'Electricité, vol. X, Machines électriques*, Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne, 1989.
- [8] K. SCHÜLER, K. BRINKMANN, *Dauermagnete-, Werkstoff und Anwendung*, Springer Verlag, Berlin, 1970.
- [9] D. HADFIELD, *Permanent Magnets and Magnetismus - Theory, materials, design, manufacture and applications*, Iliffe Books Ltd, Wiley, New York, 1962.
- [10] A. CASSAT, *Etude numérique des caractéristiques statiques et du comportement dynamique des moteurs pas à pas polyphasés*, Thèse N° 282, Ecole polytechnique fédérale, Lausanne, juillet 1977.
- [11] A. PITTET, *Contribution à l'étude des moteurs pas à pas monophasés*, Thèse N° 376, Ecole polytechnique fédérale, Lausanne, 1980.
- [12] M. JUFER, A. CASSAT, *Laws governing the size reduction of electromechanical transducers with applications to step motors*, Reprint, Department of Electrical Engineering, University of Illinois, Urbana-Champaign, 1974.
- [13] F. SCHEID, *Theory and Problems of numerical analysis*, Schaum's Outline Series, McGraw-Hill, New York, 1968.
- [14] E. KALLENBACH, *Der Gleichstrommagnet*, Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig, Leipzig, 1969.

- [15] *Les électro-aimants à courant continu : Notices techniques*, MAGNET AG, CH-Hausen a. Albis.
- [16] L.L. BERANEK, *Acoustics*, McGraw-Hill, New York, 1954.
- [17] H.D. CHAI, Technique for finding permeance of toothed structures of arbitrary geometry, *Proceedings of the international Conference on Stepping Motors and Systems*, University of Leeds, juillet 1976, pp. 31-37.
- [18] R.R. HARRINGTON, Computation of Laplacian Potentials by an equivalent source method, *Proceedings IEE*, No. 116, October 1969, pp. 1715-1720.
- [19] L. ANTOGNINI, *Réglage et commande moteurs pas à pas*, Thèse N° 547, Ecole polytechnique fédérale, Lausanne, 1984.
- [20] B.C. KUO, *Theory and applications of step motors*, West Publishing, St-Paul, 1974.
- [21] B.C. KUO, *Step motors and control systems*, SRL Publishing Company, Champaign, 1979.
- [22] M. JUFER, Self-synchronization of stepping motors, *Proceedings of the international Conference on Stepping Motors and System*, University of Leeds, July 1976.
- [23] A. CASSAT, Moteur linéaire pas à pas, *Comptes-rendus du Symposium international sur les moteurs électriques linéaires*, Ecole Centrale de Lyon, mai 1974, pp. 1-13.
- [24] M. JUFER, Single-phase stepping motors, *Proceedings of 5th Symposium on incremental motion, control systems and devices*, University of Illinois, Urbana-Champaign, mai 1976, pp. T1-T6.
- [25] A. APOSTOLIDES, *Etude de systèmes électromécaniques massifs à l'aide d'un modèle à couches parallèles*, Thèse N° 280, vol. I et II, Ecole polytechnique fédérale, Lausanne, 1977.
- [26] H. LEUTHOLD, *Modélisation et intégration de la commande de moteurs à courant-continu sans collecteurs*, Thèse N° 929, Ecole polytechnique fédérale, Lausanne, 1991.
- [27] R. OSSÉNI, *Modélisation et auto-commutation de moteurs synchrones*, Thèse N° 767, Ecole polytechnique fédérale, Lausanne, 1988.
- [28] M. LIWSCHITZ, *Calcul des machines électriques I et II*, Spes, Lausanne, 1967.
- [29] K. VOGT, *Elektrische Maschinen*, VEB Verlag Technik, Berlin, 1974.
- [30] J.L. BRILLENIN, *Les tenseurs en mécanique et en électricité*, Masson, Paris, 1960.
- [31] L. CARDOLETTI, *Commande et réglage de moteurs synchrones auto-commutés par des capteurs indirects de position*, Thèse N° 1118, Ecole polytechnique fédérale, Lausanne, 1993.
- [32] H. BÜHLER, *Convertisseurs statiques*, Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne, 1991.

- [33] K. P. KOVACS, I. RACZ, *Transiente Vorgänge in Wechselstrom Maschinen*, Verlag des ungarischen Akademie, Budapest, 1959.
- [34] T.J.E. MILLER, *Switched Reluctance Motors and their Control*, *Monographs in Electrical and Electronic Engineering 31*, Magna Physic Publishing and Clarendon Press, Oxford, 1993.
- [35] B.C. KUO, D.W. YEN, *Numerical methods for optimization of switching angles of variable-reluctance step motors*, CSRL Report No. 240, University of Illinois, Urbana-Champaign, 1977.
- [36] T. KENJO, *Stepping motors and their microprocessor controls*, Clarendon Press, Oxford, 1984.
- [37] T. KENJO, *Permanent magnet and brushless DC motors*, Sogo Electronics Publ., Tokyo, 1984.
- [38] M. JUFER, C. FLEURY, BDC Motors – Torque-speed characteristic extension, *Proceedings 22nd Annual Symposium on Incremental Motion Control Systems and Devices (IMCSD)*, Champaign (Ill.), June 1993, pp. 279-288.

INDEX ANALYTIQUE

Les références sont celles des pages

- Accélération d'un moteur pas à pas, 213
- Actionneur électromécanique, 124
- Affinité, 365
- Alimentation
 - bipolaire, 201
 - unipolaire, 201
- Anneaux, 358
- Armature
 - à clapet, 133
 - plate, 133
 - plongeante, 133
 - tournante, 133
- Auto-asservissement, 238
- Auto-synchronisation, 238
- Avance à l'allumage, 234

- Bagues, 363
- Barres, 358
- Bilan thermique, 361
- Bobines, 284

- Capteur électromécanique, 124
 - à sondes de Hall, 318
 - optique numérique, 318
 - resolver, 318
- Caractéristique
 - de désexcitation, 57
 - externe, 59
 - magnétique, 57
 - principale, 57
- Champ
 - coercitif, 57
 - de saturation, 84
 - magnétique tournant, 287
- Charbons, 325

- Chiffre de pertes, 30
- Circuit
 - électrique, 3
 - magnétique, 3
- Coefficient
 - de couplage, 12
 - de couple, 303
 - de dispersion, 13
 - de foisonnement, 30
 - de force, 160
 - de fuite, 66
 - de remplissage, 150
- Coénergie
 - électrostatique, 50
 - magnétique, 37
- Collage, 74
- Collecteur, 323
- Commutation à 120° , 313
- Commutation à 180° , 315
- Couplage magnétique, 10
- Couple
 - asynchrone, 349
 - auxiliaire, 269
 - de freinage, 353
 - de démarrage, 353, 462
 - maximum, 351
- Courants de Foucault, 28
 - au démarrage, 362
- Courant limité, 333

- Décélération d'un moteur pas à pas, 213
- Démarrage, 331, 332
- Différence de potentiel magnétique, 6
- Domaine instable à basse fréquence, 211

- Droite
 - de charge, 59
 - de retour, 57
- Durée relative d'enclenchement, 141
- Effet pelliculaire, 21, 359
- Electro-aimant, 132
- Electrodynamique, 124
- Electromagnétique, 125
- Encoches, 284
- Energie
 - de source, 6
 - dissipée, 367, 368
 - dissipée (au démarrage), 339
 - électrostatique, 48
 - magnétique, 33
 - magnétique interne, 62
 - magnétique spécifique, 39
- Enroulement rotorique, 325
- Entrefer, 16, 34
- Essai
 - à vide, 356
 - à rotor bloqué, 358
- Excitation
 - réglable, 334
 - parallèle ou shunt, 329, 335
 - séparée, 329
 - série, 329
 - mixte ou compound, 329
 - par des aimants permanents, 329
- Facteur
 - de potentiel, 65
 - de bobinage, 292
 - de distribution, 292
 - de raccourcissement, 292
- Force généralisée, 40
- Flux
 - de champ principal, 11
 - de fuite, 11
 - rémanent, 336
 - totalisé, 5
- Freinage, 332
- Fréquence
 - d'alimentation électrique, 195
 - géométrique, 195
 - limite absolue, 213
 - limite de démarrage, 211
 - variable, 365
- Génératrice asynchrone, 353
- Glissement, 344
 - faible, 350
 - élevé, 350
- Hauteur virtuelle du conducteur, 26
- Hybride, 125
- Inductance
 - mutuelle, 10
 - propre, 9
 - propre apparente, 295
- Inducteur, 323
- Induction
 - de saturation, 84
 - rémanente, 57
- Induit, 323
- Instabilité dynamique, 215
- Lames de cuivre, 325
- Machine
 - à courant continu, 323
 - synchrone, 299
 - à rotor lisse, 319
 - à pôles saillants, 319
- Magnétisation, 83
- Marche à vide, 356
- Milieu massif, 102
- Modèle
 - de Kirchhoff, 4
 - de Maxwell, 4
- Moment d'inertie dynamique, 99
- Moteur, 124
 - à collecteur, 342
 - à courant continu, 323
 - à courant continu sans collecteur, 312
 - asynchrone, 298, 343
 - couple, 189
 - à double cage, 359
 - linéaire, 253
 - pas à pas, 191
 - réluctant auto-commuté, 321

- synchrone, 298
- synchrone auto-commuté, 299, 312
- Nombre de
 - pas par tour, 195
 - phases, 195
- Noyau
 - cylindrique, 132,
 - en forme de E, 132
 - en forme de U, 132
 - plongeant, 133
- Oscillation angulaire, 207
- Ouverture de bobine, 295
- Pas, 191
 - angulaire géométrique, 194
 - polaire, 285
- Paires de pôles, 287
- Périodes, 287
- Perméance
 - interne de l'aimant, 60
 - magnétique, 8
 - mutuelle, 10
- Pertes mécaniques, 357
- Pôles
 - de commutation, 324
 - principaux, 323
- Potentiel magnétique scalaire, 6
- Profondeur de pénétration, 21
- Réactance de fuite rotorique, 359
- Régime
 - générateur, 334
 - moteur, 334
 - nominal, 352
 - quasi statique, 2
- Relations de Maynard et Tenzer, 66
- Réductance magnétique, 7
- Réductant, 124
 - polarisé, 125
- Rendement, 360
 - Joule, 334
- Résistance rotorique, 359
- Rhéostat de démarrage, 331
- Rotor, 34, 192
 - à cage, 343
 - bloqué, 358
 - bobiné, 343, 363
 - en court circuit, 343
 - sans fer, 341
- Schéma équivalent, 348
- Solénation, 6
- Stator, 34, 192
- Système
 - à réductance variable, 41
 - réductant, 41
- Tenseur
 - de Maxwell, 43
 - électrostatique, 52
- Tension
 - constante, 333
 - de transformation, 107
 - induite de mouvement, 107
 - induite de saturation, 116
- Transducteur
 - électromécanique, 123
 - polarisé, 96
- Tube d'induction magnétique, 6

GLOSSAIRE

Symbole	Unité	Description	Page	Paragraphe
a	m	Amplitude	164	8.3.14
a	m	Longueur	13	1.3.14
A		Point	4	1.2.2
A		Repère de phase	148	7.5.7
A		Constante	20	1.4.2
A	Vs/m	Potentiel vecteur magnétique	2	1.1.5
A, A	m ²	Surface	2	1.4.4
b	m	Longueur	13	1.3.14
B		Point	4	1.2.2
B		Repère de phase	148	7.5.7
B		Constante	20	1.4.2
B, B	T	Induction magnétique	1	1.1.2
c	m	Longueur	66	3.4.5
c_a	m/s	Vitesse du son dans l'air	161	8.3.7
C		Point	69	3.5.3
C		Repère de phase	148	7.5.7
C	F	Capacité d'un condensateur	48	2.10.2
C	m	Contour d'intégration	2	1.1.4
C		Constante	20	1.4.3
$C_{p,W,h}$	W/kg	Chiffre de pertes spécifiques	30	1.5.9
C'_h	J/(T ² kg)	Coefficient de pertes par hystérésis	28	1.5.5
C'_w	Js/(T ² m ² kg)	Coefficient de pertes par courants de Foucault	30	1.5.8
d	m	Diamètre	138	7.3.5
d	m	Longueur	110	5.4.1
D		Point	70	3.5.6
D		Repère de phase	200	11.2.7
D		Diode	313	13.6.4
D, D	As/m ²	Déplacement électrique	1	1.1.2
e	m	Epaisseur	19	1.4.1
E, E	V/m	Champ électrique	1	1.1.2
ED	%	Durée relative d'enclenchement	141	7.4.6
f		Fonction	108	5.3.1
f	Hz	Fréquence	23	1.4.6
f	l	Nombre de circuits magnétiques saturables	116	5.5.3
f, f	N/m ³	Force volumique	42	2.9.2
F, F	N	Force	33	2.2.3
g	m/s ²	Accélération terrestre (9,81)	111	5.4.3

h	m	Hauteur	13	1.3.14
h	l	Nombre total de circuits magnétiques partiels	116	5.5.3
h	s	Pas d'intégration	109	5.3.3
H		Point	69	3.5.3
H, H	A/m	Champ magnétique	1	1.1.2
i, I	A	Courant	4	1.2.2
i	l	Vecteur unité selon x	22	1.4.5
I	kgm ²	Moment d'inertie dynamique	99	4.5.3
j	l	Nombre imaginaire $\sqrt{-1}$	20	1.4.2
j	l	Vecteur unité selon y	22	1.4.5
J, J	A/m ²	Densité de courant	1	1.1.2
k		Accroissement	109	5.3.3
k	l	Coefficient de couplage	13	1.3.13
k	N/m	Coefficient d'élasticité d'un ressort	106	5.2.3
k	l	Facteur de potentiel	65	3.4.2
k	l	Facteur de proportionnalité	93	4.3.2
k	l	Nombre de circuits électriques (y compris aimants)	11	1.3.10
k	Nm/rad	Pente du couple	206	11.3.3
k	l	Vecteur unité selon z	22	1.4.5
k_{cu}	l	Coefficient de remplissage	150	7.6.4
k_f	l	Coefficient de foisonnement	30	1.5.7
k_R	l	Coefficient de majoration de la résistance	23	1.4.6
k_e		Coefficient de tension induite	302	13.2.2
k_M		Coefficient de couple	303	13.3.1
k_Φ		Coefficient de flux	303	13.3.2
k_u		Coefficient de tension induite	327	14.3.2
k_s		Facteur de raccourcissement	292	12.4.3
k_f		Facteur de forme	291	12.4.2
k_z		Facteur de distribution	292	12.4.3
k_w		Facteur de bobinage	292	12.4.3
K		Point	75	3.6.6
K	l	Coefficient	119	5.5.6
K	N/m ²	Coefficient de force	138	7.3.4
K_F	N/A	Coefficient de force	160	8.3.4
l, l	m	Longueur	9	1.3.7
L	H	Inductance	9	1.3.8
m	kg	Masse	30	1.5.9
m	l	Nombre de circuits électriques	155	8.1.1
m	l	Nombre de phases	195	11.2.2
M		Point	70	3.5.5
M	Nm	Couple	33	2.2.3
n	l	Nombre de degrés de liberté	33	2.2.1
n	l	Nombre de pas	249	11.11.10
n	l	Nombre d'équations	108	5.3.1
n	t/s	Vitesse de rotation	287	12.3.2
N		Point	69	3.5.3
N		Point commun ou neutre	200	11.2.7
N		Nord	157	8.2.2

N	l	Nombre de spires	4	1.2.2
N	t/min	Vitesse de rotation	287	12.3.2
O		Point, origine	69	3.5.3
p	m	Périmètre	66	3.4.5
p	N/m^2	Pression	53	2.11.3
p	l	Nombre de paires de pôles	287	12.3.2
P		Pôle	202	11.2.11
P	W	Puissance	22	1.4.5
P'	W/kg	Puissance massique	28	1.5.5
q	l	Nombre de bobines par phase	195	11.2.2
q	l	Nombre d'encoches par pôle et phase	292	12.4.4
Q	C	Charge	48	2.10.2
r	m	Rayon	99	4.5.3
R	Ω	Résistance	4	1.2.2
R_h	Ω	Résistance d'un rhéostat	331	14.5.3
R_m	A/Vs	Réductance	7	1.3.3
s, s	m	Longueur curviligne	2	1.1.4
s		Glissement	344	15.2.1
S		Point	73	3.6.2
S		Sud	157	8.2.2
S		Etat	313	13.6.5
S	m^2	Surface	2	1.1.4
S	W/m^2	Vecteur de Poynting	22	1.4.5
t	s	Temps	1	1.1.2
T	s	Période	141	7.4.6
T	K	Température	94	4.3.4
T		Transistor	313	13.6.4
T	N/m^2	Composante du tenseur de Maxwell	43	2.9.5
T	N/m^2	Tenseur de Maxwell	43	2.9.5
u, U	V	Tension, différence de potentiel	4	1.2.2
U, V, W		Extrémités de phases	284	12.2.1
v	m/s	Vitesse	107	5.2.5
V	m^3	Volume	29	1.5.6
w	J/m^3	Energie volumique	28	1.5.5
W	J	Energie	34	2.3.1
W'	J	Coénergie	37	2.6.1
x	m	Coordonnée cartésienne	13	1.3.14
x		Coordonnée généralisée	33	2.2.1
x	l	Quotient	82	3.7.6
X	Ω	Réactance	163	8.3.12
X, Y, Z		Extrémités de phases	284	12.2.1
y	m	Coordonnée cartésienne	13	1.3.14
y		Fonction	108	5.3.1
z	m	Coordonnée cartésienne	13	1.3.14
Z	Ω	Impédance	142	7.4.8
Z	l	Nombre de dents	195	11.2.2
α	rad	Angle	33	2.2.3
α	m^{-1}	$\sqrt{\frac{\omega\mu}{2\rho}}$	20	1.4.2
α	$Wm^{-1} K^{-1}$	Coefficient de convection	94	4.3.4
α_p	rad	Angle géométrique, pas	194	11.2.2

β	rad	Angle	47	2.9.14
β	Nms	Coefficient de viscosité dynamique de torsion	105	5.2.1
β	1	Coefficient de couple	284	12.3.3
β	m^{-1}	$\sqrt{\frac{j \omega \mu}{\rho}} = (1 + j) \alpha$	20	1.4.2
γ	rad	Angle de phase	264	11.15.5
γ	1	Coefficient de saturation	77	3.6.11
γ	1	Quotient	104	4.8
δ	1	Coefficient du tenseur de Maxwell	43	2.9.3
δ	m	Entrefer	45	2.9.11
ϵ	m	Décalage, épaisseur	45	2.9.9
ϵ	As/Vm	Permittivité	51	2.10.8
ϵ	rad	Angle de déphasage u, u_e	295	12.5.2
ϵ_r	1	Permittivité relative	1	1.1.2
ϵ_0	As/Vm	Permittivité du vide ($8,85 \cdot 10^{-12}$)	1	1.1.2
η	1	Rendement	95	4.3.5
ϑ	m	Profondeur de pénétration	21	1.4.4
Θ	A	Potentiel magnétique	6	1.3.2
Λ	H	Perméance	8	1.3.5
μ	Vs/Am	Perméabilité	2	1.1.6
μ_d	Vs/Am	Perméabilité différentielle	60	3.3.1
μ_r	1	Perméabilité relative	1	1.1.2
μ_0	Vs/Am	Perméabilité du vide ($0,4 \pi 10^{-6}$)	1	1.1.2
ξ	Ns/m	Coefficient de viscosité dynamique linéaire	106	5.2.3
ξ	1	Hauteur virtuelle	26	1.4.8
π	1	Pi = 3,141592...	151	7.6.4
ρ	kg/m ³	Masse spécifique	28	1.5.5
ρ	Ωm	Résistivité	1	1.1.2
ρ_q	C/m ³	Densité volumique de charge	1	1.1.2
σ	1	Coefficient de dispersion	13	1.3.13
σ	1	Coefficient de fuite	66	3.4.3
σ	1/(Ωm)	Conductivité	15	1.3.15
σ_s		Coefficient de Thévenin	349	15.3.2
τ	N/m ²	Composante du tenseur de Maxwell	43	2.9.5
τ	s	Constante de temps	99	4.5.2
τ_d	m	Pas dentaire	255	11.13.7
τ_p	m	Pas polaire	285	12.2.2
φ	rad	Angle de phase	164	8.3.14
φ_s	rad	Angle de phase statorique	304	13.4.1
Φ	Vs	Flux d'induction magnétique	4	1.2.2
χ	Nm	Constante d'un ressort de torsion	105	5.2.1
Ψ	Vs	Flux totalisé	5	1.2.3
ψ	rad	Angle de décalage u_e, i	303	13.2.4
ω, ω'	s ⁻¹	Pulsation	19	1.4.1
Ω	rad/s	Vitesse angulaire de rotation	93	4.3.2

OPÉRATEURS

arctan	Arctangente	71	3.5.6
artanh	Argument tangente hyperbolique	86	3.8.5
cos	Cosinus	26	1.4.8
cosh	Cosinus hyperbolique	20	1.4.3
coth	Cotangente hyperbolique	22	1.4.5
d	Différentielle, dérivée totale	2	1.1.4
div ($\nabla \cdot$)	Divergence	1	1.1.2
exp	Exponentielle (base e)	20	1.4.2
grad (∇)	Gradient	42	2.9.3
Re	Partie réelle	23	1.4.5
rot ($\nabla \times$)	Rotationnel	1	1.1.2
sin	Sinus	24	1.4.7
sinh	Sinus hyperbolique	21	1.4.3
signe (A)	Signe de A	106	5.2.2
tan	Tangente	47	2.9.14
∂	Dérivée partielle	1	1.1.2
Δ	Accroissement, écart	94	4.3.4
Δ	Laplacien vecteur	2	1.1.6
\times	Produit vectoriel	22	1.4.5
\cdot	Produit scalaire	2	1.1.4
$ $	Valeur absolue	106	5.2.2
∇	Nabla	42	2.9.3
\int	Intégrale	2	1.1.4
Lettres grasses	Vecteurs	1	1.1.2
Lettres soulignées	Grandeurs complexes	20	1.4.2
$\sqrt{\quad}$	Racine carrée	12	1.3.13
$\sum_{j=1}^k$	Somme sur l'indice j , de 1 à k	8	1.3.6
$<$	Plus petit que	12	1.3.13
$>$	Plus grand que	70	3.5.6
*	Nombre complexe conjugué	22	1.4.5
\overline{OB}	Segment OB	69	3.5.3
\equiv	Identique à	75	3.6.6
\approx	A peu près égal à	28	1.5.5
$\hat{=}$	Correspond à	150	7.6.4

INDICES

a	Accélérateur
a	Actif
a	Additionnel
a	Amortisseur
a	D'aimant
a	Relatif à l'air
a	Relatif à la longueur a
A	Relatif à la phase A
b	Bas

b	Bloqué
b	De bobine
<i>b</i>	Relatif à la longueur <i>b</i>
B	Relatif à la phase B
c	Calculé
c	Central
c	Coercitif
c	Conducteur
c	De culasse
cc	En court-circuit
c, cin	Cinétique
c	Relatif au collecteur
cu	Cuivre
<i>c</i>	Relatif à la longueur <i>c</i>
C	Relatif à la phase C
d	De droite
d	De démarrage
d	Différentiel
d	Diode
d	Direct
d	Durée
D	De développante
D	Relatif à la phase D
e	D'enclenchement
e	D'extinction
e	Extérieur
e	Externe
e	D'excitation
e, el	Electrique
eff	Efficace
eq	Equivalent
e, es	Electrostatique
f	De frottement
f	De freinage
f, fe, fer	Relatif au fer
g	De gauche
<i>g</i>	Relatif au circuit magnétique <i>g</i>
h	Haut
h	De champ principal
h	Horizontal
h	Relatif à l'hystérésis
i	Induit
i	Intérieur
i	Interne
I	Relatif au rapport couple/courant
<i>j</i>	Relatif au circuit électrique <i>j</i>
J	Relatif aux pertes Joule
<i>k</i>	Relatif au circuit électrique <i>k</i>
<i>k, K</i>	Relatif au maximum
K	D'entrefer
ℓ	Latéral

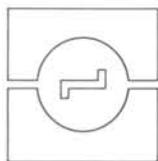
lim	Limite
m	De membrane
m	De mouvement
m	Mesuré
m	Moteur
m	Moyen
<i>m</i>	Relatif au degré de liberté <i>m</i>
<i>m</i>	Relatif à l'équation différentielle <i>m</i>
m, mag	Magnétique
m, max	Maximal
m, mec	Mécanique
min	Minimal
n	De noyau
n	Normal
<i>n</i>	Relatif au degré de liberté <i>n</i>
N	D'encoche
N	Nominal
o, O, 0	Relatif à l'origine, de référence
p	De pression
p	De perte
p	De puissance
p	Parallèle
p	Polaire
p	Relatif au pas
ph	De phase
<i>p</i>	Nombre de pas d'intégration
<i>p</i>	Relatif au circuit électrique <i>p</i>
q	Transverse
<i>q</i>	Relatif au circuit électrique <i>q</i>
<i>q</i>	Relatif au circuit magnétique <i>q</i>
r	Radical
r	Rémanent
r	Résistant
r	Rotorique
r	Relatif au rail
res	Résistant
R	Résultant
s	D'excitation séparée
s	Série
s	De source
s	De spire
s	De surface
s	Shunt
s	Statique
s	Statorique
s	Supérieur
s, sat	De saturation
t	Tangentiel
t	Tube
t, tot	Total
th	Thermique

u	Utile
U, V, W	Relatif à la phase
v	Vertical
W	Relatif aux courants de Foucault
x	Auxiliaire
x, y, z	Selon les coordonnées x, y, z
z	D'encoche
Z	Zener
α	D'angle
δ	D'entrefer
ν	Harmonique de rang ν
σ	De fuite
Φ	Relatif à un enroulement
Φ	Relatif au flux

Le Traité d'Electricité est l'œuvre collective
des membres du Département d'Electricité de l'EPFL,
assistés par quelques collaborateurs externes.

A ce volume ont collaboré plus particulièrement :

- Alessandra Boella* : composition des formules
Claude Brandt : critique du manuscrit
Bernard Bugnon : correction des épreuves
André Buhler : coordination de la production et de la correction
des épreuves; dessins, photographie
Samuel Campiche : correction des épreuves, photographie
Jean Chatelain : critique du manuscrit
Claire-Lise Delacrausaz : secrétariat de rédaction
Pierre Descombaz : dessins
Andrée Glauser : dactylographie du manuscrit
Kurt Hofer : dessins, photographie
Roland Jaques : production
Marcel Jufer : rédaction de l'ouvrage
Allen Kilner : mise en page et montage
Mustapha Lakehal : correction des épreuves
Béatrice Marquis : composition du texte
Hubert Monbaron : photographie
Jacques Neiryneck : direction du traité
Yves Perriard : critique du manuscrit
André Pittet : critique du manuscrit, correction des épreuves
Michel Poloujadoff : critique du manuscrit
Muriel Refondin : dactylographie du manuscrit
Hans-Jürgen Remus : correction des épreuves
Dominique Schneuwly : composition des formules
Jacques Troeder : critique du manuscrit, correction des épreuves
Bernard Vallon : correction des épreuves
Roland Wetter : critique du manuscrit, correction des épreuves



par  Achevé d'imprimer,
avec les films fournis,
en novembre 2003
IMPRIMERIE LIENHART
à Aubenas d'Ardèche

Dépôt légal novembre 2003

N° d'imprimeur : 7389

Printed in France

Le chapitre 4 établit le parallèle entre les transducteurs de petite taille et les machines électriques de grande taille. Il permet de préciser le rôle de l'aimant permanent et facilite le choix des dimensions et des dispositions relatives des systèmes électromécaniques. Le chapitre 5 présente les méthodes d'analyse du **comportement dynamique** de systèmes électromécaniques.

Les chapitres 6 à 10 abordent la description et l'étude des principaux transducteurs électromécaniques, selon une classification basée sur le rôle relatif de l'aimant et du bobinage. Les systèmes **réductants, électrodynamiques, électromagnétiques et réductants polarisés** sont successivement analysés.

Cette troisième édition se distingue des précédentes (1975 et 1985) par les réductions et adjonctions suivantes. Les anciens chapitres 11 *Moteurs pas à pas* et 12 *Moteurs pas à pas monophasés* sont contractés en un nouveau chapitre 11 *Moteurs pas à pas* principalement réduit. Les chapitres 12 *Champ tournant et bobinage*, 13 *Moteurs synchrones*, 14 *Moteurs à courant continu* et 15 *Moteurs asynchrones* sont nouveaux.

L'objectif de cette importante adjonction est double. D'une part, il s'agit de former un ensemble cohérent pour tout ingénieur intéressé par les aspects méthodologiques et par les applications de l'ensemble du domaine électromécanique, principalement centré sur les puissances faibles à moyennes (quelques kw), et, d'autre part, il s'agit d'étayer l'enseignement de base du domaine.



Marcel Jufer est né à Grandson (Suisse) en 1941. Ingénieur électricien de l'Ecole Polytechnique de l'Université de Lausanne (1964) et Docteur ès Sciences techniques de cette même institution (1967), il a travaillé comme ingénieur de développement dans l'industrie des machines électriques tournantes (Sécheron Genève, 1964-1968). Depuis 1968, il est professeur à l'EPFL, où il dirige le Laboratoire d'Electromécanique. Il est auteur ou coauteur d'un livre et de plus de cinquante publications traitant principalement des moteurs asynchrones et synchrones, des moteurs linéaires et des moteurs pas à pas.

Traité d'Électricité

I INTRODUCTION À L'ÉLECTROTECHNIQUE

II MATÉRIAUX DE L'ÉLECTROTECHNIQUE

III ÉLECTROMAGNÉTISME

IV THÉORIE DES RÉSEAUX DE KIRCHHOFF

V ANALYSE ET SYNTHÈSE DES SYSTÈMES LOGIQUES

VI THÉORIE ET TRAITEMENT DES SIGNAUX

VII DISPOSITIFS À SEMICONDUCTEUR

VIII ÉLECTRONIQUE

IX ÉLECTROMÉCANIQUE

X MACHINES ÉLECTRIQUES

XI MACHINES SÉQUENTIELLES

XII ÉNERGIE ÉLECTRIQUE

XIII HYPERFRÉQUENCES

XIV CALCULATRICES

XV ÉLECTRONIQUE DE PUISSANCE

XVI ÉLECTRONIQUE DE RÉGLAGE ET DE COMMANDE

XVII SYSTÈMES DE MESURE

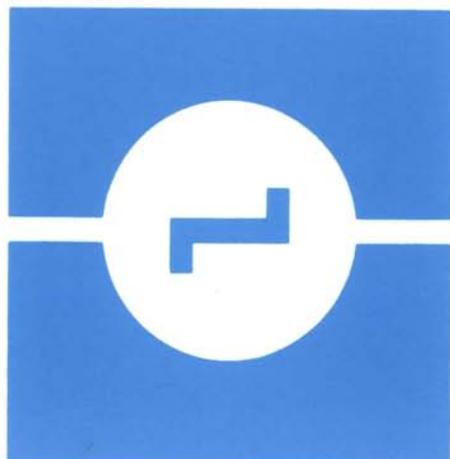
XVIII SYSTÈMES DE TÉLÉCOMMUNICATIONS

XIX FILTRES ÉLECTRIQUES

XX TRAITEMENT NUMÉRIQUE DES SIGNAUX

XXI ÉLECTROACOUSTIQUE

XXII HAUTE TENSION



ISBN 2-88074-285-4



9 782880 742850